Propuesta A

1A. Dada la función $f(x) = e^{sen\,x} + x^2 + ax + b\,, \quad a, b \in \Re$

a) Determina los parámetros $a, b \in \Re$ sabiendo que la gráfica de ***f*(*x*)** pasa por el punto **(0 , 2)** y que en dicho punto tiene un extremo relativo. **(1,5 puntos)**
b) Para los valores de los parámetros encontrados, estudia si dicho extremo relativo es un máximo o un mínimo. **(1 punto)**

$a)$

$$f'(x) = \cos\,x \cdot e^{sen\,x} + 2x + a \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow e^{sen\,0} + 0^2 + a \cdot 0 + b = 2 \Rightarrow e^0 + b = 2 \Rightarrow 1 + b = 2 \Rightarrow b = 1 \\ f'(0) = 0 \Rightarrow \cos\,0 \cdot e^{sen\,0} + 2 \cdot 0 + a = 0 \Rightarrow 1 \cdot e^0 + a = 0 \Rightarrow 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

$b)$

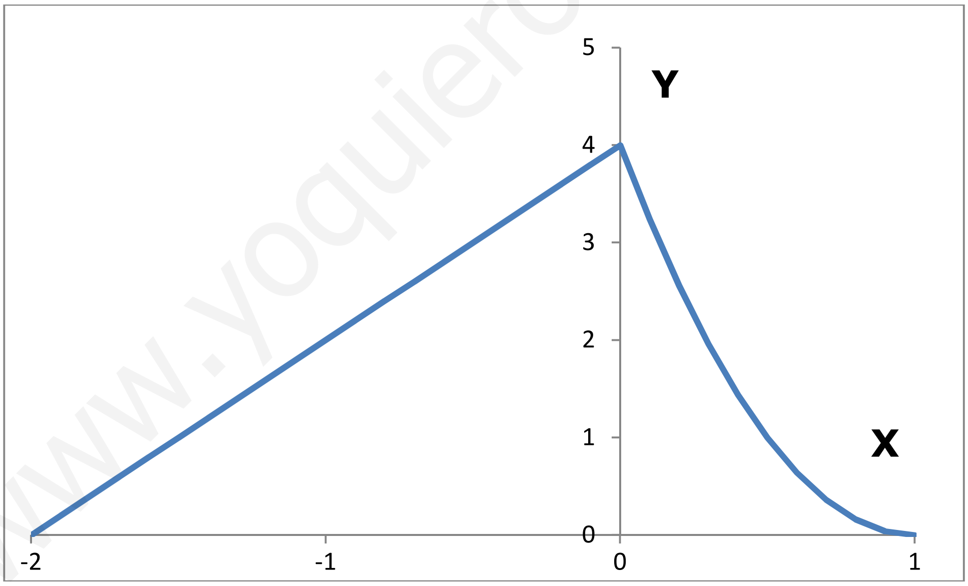
$$f(x) = e^{sen\,x} + x^2 - x + 1 \Rightarrow f'(x) = \cos\,x \cdot e^{sen\,x} + 2x - 1 \Rightarrow f''(x) = -sen\,x \cdot e^{sen\,x} + \cos^2 x \cdot e^{sen\,x} + 2 \Rightarrow$$

$$f''(0) = -sen\,0 \cdot e^{sen\,0} + \cos^2 0 \cdot e^{sen\,0} + 2 = -0 \cdot e^0 + 1^2 \cdot e^0 + 2 = -0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 = 3 > 0 \Rightarrow \text{Mínimo relativo}$$

2A. Dada la función $g(x) = \begin{cases} 2x + 4 & si \quad -2 \le x < 0 \\ (2x-2)^2 & si \quad 0 \le x < 1 \end{cases}$

a) Esboza la región encerrada entre la gráfica de ***g*(*x*)** y el eje de abscisas. **(0,5 puntos)**
b) Calcula el área de la región anterior. **(2 puntos)**

a)



b)

$$A = \int_{-2}^{0} (2x+4)\,dx + \int_{0}^{1} (2x-2)^2\,dx = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[x^2\right]_{-2}^{0} + 4 \cdot \left[x\right]_{-2}^{0} + \int_{-2}^{0} t^2\,\frac{dt}{2} = \left[0^2 - (-2)^2\right] + 4 \cdot \left[0 - (-2)\right] + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left[t^3\right]_{-2}^{0}$$

$$2x - 2 = t \Rightarrow 2\,dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = -2 \end{cases}$$

$$A = (0-4) + 4 \cdot (0+2) + \frac{1}{6} \cdot \left[0^3 - (-2)^3\right] = -4 + 8 + \frac{1}{6} \cdot \left[0 - (-8)\right] = 4 + \frac{8}{6} = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3}\,u^2$$

3A. a) Despeja *X* en la ecuación matricial ***X A + B = X***, donde ***A***, ***B*** y ***X*** son matrices cuadradas de orden 3. **(1 punto)**

b) Calcula *X*, siendo $A=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\2&1&0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0&3&-2\\-1&4&0\\1&2&1\end{pmatrix}$ **(1,5 puntos)**

$a)$

$$B=X-XA\Rightarrow X(I-A)=B\Rightarrow X(I-A)(I-A)^{-1}=B(I-A)^{-1}\Rightarrow XI=B(I-A)^{-1}\Rightarrow X=B(I-A)^{-1}$$

$b)$

$$I-A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\2&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&1&0\\-2&-1&1\end{pmatrix}\Rightarrow |I-A|=\begin{vmatrix}1&0&0\\-1&1&0\\-2&-1&1\end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix}1&0\\-1&1\end{vmatrix}=1\neq 0\Rightarrow\exists(I-A)^{-1}\Rightarrow$$

$$(I-A)^{-1}=\frac{1}{|I-A|}\,adj\left[(I-A)^t\right]\Rightarrow(I-A)^t=\begin{pmatrix}1&-1&-2\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow adj\left[(I+A)^t\right]=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\3&1&1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$(I-A)^{-1}=\frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\3&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\3&1&1\end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}0&3&-2\\-1&4&0\\1&2&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\3&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3&1&-2\\3&4&0\\6&3&1\end{pmatrix}$$

4A. a) Calcula la distancia del punto ***P*(-1 , 2 , 0)** a la recta $\begin{cases}-x+y+2z=0\\ y+z=1\end{cases}$ **(1,25 puntos)**

b) Calcula el punto simétrico de **P** respecto de ***r*. (1,25 puntos)**

a) Hallaremos un plano π que contenga el punto **P** y que sea perpendicular a la recta dada, su vector director será el de la recta y es perpendicular al vector **PG**, donde **G** es un punto genérico de la recta, y por ello el producto escalar de ambos es nulo y la ecuación pedida del plano**.**
Una vez hallado el plano se calculara el punto **Q** de intersección del plano y la recta, el modulo del vector **PQ** es la distancia pedida.

$$y=1-z\Rightarrow -x+1-z+2z=0\Rightarrow x=1+z\Rightarrow r\equiv\begin{cases}x=1+\lambda\\ y=1-\lambda\\ z=\lambda\end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}\overrightarrow{v_\pi}=\overrightarrow{v_r}=(1,-1,1)\\ \overrightarrow{PG}=(x,y,z)-(-1,2,0)=(x+1,y-2,z)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{v_\pi}\perp\overrightarrow{PG}\Rightarrow\overrightarrow{v_\pi}\cdot\overrightarrow{PG}=0\Rightarrow$$

$$(1,-1,1)\cdot(x+1,y-2,z)=0\Rightarrow x+1-y+2+z=0\Rightarrow\pi\equiv x-y+z+3=0$$

$$Intersección\Rightarrow 1+\lambda-(1-\lambda)+\lambda+3=0\Rightarrow 3\lambda+3=0\Rightarrow 3\lambda=-3\Rightarrow\lambda=-1\Rightarrow Q\begin{cases}x=1+(-1)\\ y=1-(-1)\\ z=-1\end{cases}\Rightarrow$$

$$\overrightarrow{PQ}=(0,2,-1)-(-1,2,0)=(1,0,-1)\Rightarrow d(r,P)=\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}=\sqrt{2}\ u$$

Continuación del Ejercicio 4A de la Propuesta A

b) El punto **Q**, hallado en el apartado anterior, es el punto medio de **P** y su simétrico **P’**

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{-1 + x_{P'}}{2} \Rightarrow -1 + x_{P'} = 0 \Rightarrow x_{P'} = 1 \\ 2 = \dfrac{2 + y_{P'}}{2} \Rightarrow 2 + y_{P'} = 4 \Rightarrow y_{P'} = 2 \\ -1 = \dfrac{0 + z_{P'}}{2} \Rightarrow z_{P'} = -2 \end{cases} \Rightarrow P'(1\,,\,2\,,\,-2)$$

Propuesta B

1B. Calcula el dominio y las asíntotas de las siguientes funciones $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x}-x}{x-2}$ y $g(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4x+4}$ **(1,25 puntos por cada función)**

$$f(x)=\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2}\Rightarrow\begin{cases}2x\geq 0\Rightarrow x\geq 0\\ x-2=0\Rightarrow f(2)=\dfrac{\sqrt{2\cdot 2}-2}{2-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2x}-x}{x-2}=0\quad de\ (1)\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2}=\frac{\sqrt{2\cdot 2}-2}{2-2}=\frac{0}{0}=\xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital}=\lim_{x\to 2}\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x}}\sqrt{2x}-1}{1}=\lim_{x\to 2}\frac{1-1}{1}=0\quad(1)$$

$$\text{Re}\,difinición\ de\ la\ \ función\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{2x}-x}{x-2} & si\ \ 0\leq x<2\\ 0 & si\ \ x=2\\ \dfrac{\sqrt{2x}-x}{x-2} & si\ \ x>2\end{cases}\Rightarrow Dom\,(f)=\forall x\in\Re\,/\,x\geq 0$$

No existe asíntota vertical

Asíntotas horizontales

$$y=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2\frac{x}{x^2}}-\frac{x}{x}}{\frac{x}{x}-\frac{2}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{\frac{2}{x}}-1}{1-\frac{2}{x}}=\frac{\sqrt{\frac{2}{\infty}}-1}{1-\frac{2}{\infty}}=\frac{\sqrt{0}-1}{1-0}=-1$$

Existe asíntota horizontal, $y=-1$, *cuando* $x\to\infty$

No existe función cuando $x\to-\infty$

Asíntotas oblicuas

$$m=\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{\sqrt{2x}-x}{x-2}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x}-x}{x^2-2x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2\frac{x}{x^4}}-\frac{x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-2\frac{x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{\frac{2}{x^3}}-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x}}=\frac{\sqrt{\frac{2}{\infty}}-\frac{1}{\infty}}{1-\frac{2}{\infty}}=\frac{0-0}{1-0}=0$$

No existe asíntota oblicua cuando $x\to\infty$

Continuación del Ejercicio 1B de la Propuesta B

$$x^2-4x+4=0\Rightarrow\Delta=(-4)^2-4\cdot1\cdot4=0\Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{0}}{2}=2\Rightarrow$$

$$g(x)=\frac{x^3}{x^2-4x+4}=\frac{x^3}{(x-2)^2}\Rightarrow x-2=0\Rightarrow x=2\Rightarrow g(x)=\frac{2^3}{(x-2)^2}=\frac{8}{0}\Rightarrow Sin\ solución\Rightarrow$$

$$Dom\,(g)=\forall x\in\Re-\{2\}$$

$$Asíntota\ vertical\Rightarrow x=2$$

Asíntotas horizontales

$$y=\lim_{x\to\infty}g(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^2-4x+4}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3}-4\frac{x}{x^3}+\frac{4}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x}-\frac{4}{x^2}+\frac{4}{x^3}}=\frac{1}{\frac{1}{\infty}-\frac{4}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{1}{0-0+0}=\frac{1}{0}$$

No existe asíntota horizontal cuando $x\to\infty$

$$y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{(-x)^3}{(-x)^2-4\cdot(-x)+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x^3}{x^2+4x+4}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{x^3}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3}+4\frac{x}{x^3}+\frac{4}{x^3}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}+\frac{4}{x^3}}=\frac{-1}{\frac{1}{\infty}+\frac{4}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{-1}{0+0+0}=-\frac{1}{0}\Rightarrow Sin\ solución$$

No existe asíntota horizontal cuando $x\to-\infty$

Asíntotas oblicuas

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^2-4x+4}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^3-4x^2+4}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}-4\frac{x^2}{x^3}+\frac{4}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^3}}=$$

$$=\frac{1}{1-\frac{4}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{1}{1-0+0}=1$$

$$n=\lim_{x\to\infty}[g(x)-mx]=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-4x+4}-1x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-x^3+4x^2-4}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-4}{x^2-4x+4}=\frac{\infty}{\infty}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-4\frac{x}{x^2}+\frac{4}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4-\frac{4}{x^2}}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}=\frac{4-\frac{4}{\infty}}{1-\frac{4}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{4-0}{1-0+0}=4$$

Existe asíntota oblicua, $y=x+4$*, cuando* $x\to\infty$

Continuación del Ejercicio 1B de la Propuesta B

$$\textit{Asíntotas oblicuas (Continuación)}$$

$$m=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{x^3}{x^2-4x+4}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x^3-4x^2+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{(-x)^3}{(-x)^3-4(-x)^2+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{-x^3}{-x^3-4x^2+4}=\frac{\infty}{\infty}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{x^3}{x^3}}{-\frac{x^3}{x^3}-4\frac{x^2}{x^3}+\frac{4}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{-1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^3}}==\frac{1}{1-\frac{4}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{1}{1-0+0}=1$$

$$n=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-4x+4}-1\cdot x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3-x^3+4x^2-4}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2-4}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{4(-x)^2-4}{(-x)^2-4(-x)+4}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-4}{x^2+4x+4}=\frac{\infty}{\infty}==\lim_{x\to\infty}\frac{4\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+4\frac{x}{x^2}+\frac{4}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4-\frac{4}{x^2}}{1+\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}}=\frac{4-\frac{4}{\infty}}{1+\frac{4}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{4-0}{1+0+0}=4$$

$$\textit{Existe asíntota oblicua, } y=x+4, \textit{ cuando } x\to-\infty$$

2B. Dada la función $f(x)=(x+1)\,e^{2x}$ se pide:

a) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión de ***f(x)*****. (1,25 puntos)**
b) Encuentra una primitiva de la función ***f(x)*** que pase por el origen de coordenadas. **(1,25 puntos)**

$a)$

$$f'(x)=e^{2x}+2\,(x+1)\,e^{2x}=(2x+3)\,e^{2x}\Rightarrow f''(x)=2e^{2x}+2\,(2x+3)\,e^{2x}=(4x+8)\,e^{2x}=4\,(x+2)\,e^{2x}\Rightarrow$$

$$\textit{Concavidad}\Rightarrow f''(x)>0\Rightarrow 4\,(x+2)\,e^{2x}>0\Rightarrow\begin{cases}4>0\Rightarrow\forall x\in\Re\\ x+2>0\Rightarrow x>-2\\ e^{2x}>0\Rightarrow\forall x\in\Re\end{cases}$$

	$-\infty$	-2 ∞
4 > 0	**(+)**	**(+)**
e^{2x} > 0	**(+)**	**(+)**
x > -2	**(-)**	**(+)**
Solución	**(-)**	**(+)**

Cóncavo $\forall x\in\Re/x>-2$ **Convexo** $\forall x\in\Re/x<-2$

Punto de inflexión en $x=-2\Rightarrow f(-2)=(-2+1)e^{2\cdot(-2)}=-e^{-4}=\frac{1}{e^4}$

$b)$

$$F(x)=\int(x+1)\,e^{2x}dx=(x+1)\,\frac{e^{2x}}{2}-\int\frac{e^{2x}}{2}dx=\frac{(x+1)e^{2x}}{2}-\frac{e^{2x}}{4}=\frac{\left(x+1-\frac{1}{2}\right)e^{2x}}{2}=\frac{(2x+1)e^{2x}}{4}+K$$

$$\begin{cases}x+1=u\Rightarrow dx=du\\ e^{2x}dx=dv\Rightarrow v=\int e^{2x}dx=\int e^t\,\frac{dt}{2}=\frac{1}{2}\int e^t dt=\frac{e^t}{2}\end{cases}\quad F(0)=0\Rightarrow\frac{(2\cdot0+1)e^{2\cdot0}}{4}+K=0\Rightarrow K=-\frac{1}{4}$$

$$F(x)=\frac{(2x+1)e^{2x}}{4}-\frac{1}{4}$$

3B. He pensado un número de tres cifras tal que la cifra de las decenas es la media aritmética de las otras dos. Además, si a dicho número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198. Por último, las tres cifras de mi número suman 12.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales que recoja la información anterior y clasificcalo. Para ello, puede serte útil observar que el número cuya cifra de las centenas es *x*, la de las decenas *y*, y la de las unidades *z*, puede expresarse como **100*x* + 10*y* + *z*. (1,5 puntos)**

b) Determina, si el problema tiene solución, el número de tres cifras que he pensado. **(1 punto)**

$a)$

$$\begin{cases} y=\dfrac{x+z}{2} \\ 100x+10y+z-(100z+10y+x)=198 \\ x+y+z=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y+z=0 \\ 99x-99z=198 \\ x+y+z=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y+z=0 \\ x-z=2 \\ x+y+z=12 \end{cases}$$

$b)$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=(-1)\cdot\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}=(-1)(-3-3)=6\neq 0 \Rightarrow Compatible\ Deter\min ado$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 12 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 3 & 24 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 12 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 6 & 18 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 12 \end{array}\right) \Rightarrow 6z=18 \Rightarrow z=3 \Rightarrow x-3=2 \Rightarrow x=5 \Rightarrow$$

$$5+y+3=12 \Rightarrow y=4 \Rightarrow Solución \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z)=(5\ ,\ 4\ ,\ 3) \Rightarrow Número: 543$$

4B. Dados los puntos *A*(1 , λ + 1 , -1), *B*(2 , λ , 0) y *C*(λ + 2 , 0 , 1), se pide:
a) Estudia si existe algún valor del parámetro $\lambda \in \Re$ para el que ***A***, ***B*** y ***C*** estén alineados. **(1,25 puntos)**
b) Para λ = - 1, da la ecuación implícita del plano que contiene a los puntos ***A***, ***B*** y ***C***. **(1,25 puntos)**

a) Si los puntos están alineados los vectores **AB** y **AC** son iguales o proporcionales

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(2\ ,\lambda\ ,0)-(1\ ,\lambda+1\ ,-1)=(1\ ,-1\ ,1) \\ \overrightarrow{AC}=(\lambda+2\ ,0\ ,1)-(1\ ,\lambda+1\ ,-1)=(\lambda+1\ ,-\lambda-1\ ,2) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\lambda+1}=\frac{-1}{-\lambda-1}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{\lambda+1}=\frac{1}{2} \Rightarrow \lambda+1=2 \Rightarrow$$

$$\lambda=1$$

b) Para determinar el plano π debemos de halla los vectores **AB**, **AC** y **AG**, siendo **G** el punto generador del plano, como los tres son coplanarios y este último es combinación lineal de los otros dos, el determinante de la matriz que forman es nulo y la ecuación pedida del plano

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(2\ ,-1\ ,0)-(1\ ,0\ ,-1)=(1\ ,-1\ ,1) \\ \overrightarrow{AC}=(1\ ,0\ ,1)-(1\ ,0\ ,-1)=(0\ ,0\ ,2)\equiv(0\ ,0\ ,1) \\ \overrightarrow{AG}=(x\ ,\ y\ ,\ z)-(1\ ,0\ ,-1)=(x-1\ ,\ y\ ,\ z+1) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow -(x-1)-y=0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv x+y-1=0$$