1.- a) [1’75 puntos] Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in R$:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = a+1 \\ ax + z = 0 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}.$$

b) [0’75 puntos] Resuelve razonadamente el sistema anterior para a = 1, si es posible.

Solución

(a)

Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in R$: $\begin{cases} x + 2y + 3z = a+1 \\ ax + z = 0 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$.

Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $A^*=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & a+1 \\ a & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz de los coeficientes y la matriz ampliada.

Tenemos $|A|=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_1-2F_3 \\ = \\ \end{matrix} \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ a & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{segunda} \\ \text{columna} \end{matrix} = -(1)\cdot(-1 + a) = 1 - a.$

De 1 - a = 0, tenemos a = 1.

Si $a \neq 1$ $\rightarrow$ rango(A) = rango(A*) = 3 = nº de incógnitas, por el Teorema de Rouchè el **sistema es compatible y determinado y tiene solución única.**

Si a = 1, tenemos $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $A^*=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

En A como $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1 \neq 0$, rango(A) = 2.

En A* como $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$, por tener dos columnas iguales, luego rango(A*) = 2.

Como **rango(A) = rango(A*) = 2 < nº de incógnitas**, por el Teorema de Rouchè el **sistema es compatible e indeterminado y tiene más de una solución, en nuestro caso infinitas.**

(b)

Resuelve razonadamente el sistema anterior para a = 1, si es posible

Hemos visto que para a = 1, rango**(A) = rango(A*) = 2,** luego sólo necesitamos dos ecuaciones, las dos últimas**:**

$\begin{cases} x + z = 0 \\ x + y + 2z = 1 \quad (E_2-E_1) \end{cases} \approx \begin{cases} x + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$, tomando $z = t \in R$, tenemos x = -t e y = 1 - t.

La solución del sistema es (x, y, z) = (-t, 1 - t, t) con $t \in R$.

2.- a) [1’5 puntos] Encuentra razonadamente $a, b \in R$ para que la función $f(x) = \dfrac{ax + 1}{2x + b}$ tenga una discontinuidad de salto infinito en x = 1 y tienda a 2 cuando $x \rightarrow +\infty$.

b) [1 punto] Calcula razonadamente la siguiente integral: $\int x\cdot\cos(3x)dx$.

Solución

(a)

De “tenga una discontinuidad de salto infinito en x = 1”, tenemos 2(1) + b = 0, **luego b = -2.**

De “tienda a 2 cuando $x \rightarrow +\infty$”, tenemos $\lim_{x\to\infty} f(x) = 2 = \lim_{x\to\infty} \dfrac{ax + 1}{2x + b} = \lim_{x\to\infty} \dfrac{ax}{2x}$ = a/2, **luego a = 4.**

(b)

$\int x\cdot\cos(2x)dx=\left\{\begin{array}{l} u = x \quad \Rightarrow du=dx \\ dv=\cos(2x)dx \quad \Rightarrow v=\int\cos(2x)dx=(1/2)\cdot sen(x) \end{array}\right\}= x\cdot(1/2)\cdot sen(2x) - \int(1/2)\cdot sen(2x)dx =$

$= (1/2)\cdot x\cdot sen(2x) - (1/2)\cdot (1/2)\cdot(-\cos(2x)) + K = (1/2)\cdot x\cdot sen(2x) + (1/4)\cdot\cos(2x) + K$

3.- a) [1'5 puntos] Estudia la continuidad de la función $f(x) = \dfrac{2e^{x^2-4} - 8x + 14}{x^2 - 2x}$.

b) [1 punto] Sea el determinante $\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 2$, donde x, y, z, a, b, c $\in$ R. Calcula razonadamente (e indicando las propiedades delos determinantes que utilizas) el determinante de $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a-2 & b-4 & c-6 \\ 2x & 2y & 2z \end{vmatrix}$.

Solución

(a)

Estudia la continuidad de la función f(x).

Como f es un cociente de funciones, es continua en todo R salvo los números que anulan el denominador.

De $x^2 - 2x = 0 = x\cdot(x - 2)$ tenemos x = 0 y x = 2, **luego f es continua en R - {0, 2}.**

Sabemos que la regla de L'Hôpital (L'H) dice: Si $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{0}{0}$ y existe $\lim_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$, entonces

$\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$. La regla se puede repetir y también para $\dfrac{\infty}{\infty}$, y cuando $x \to \infty$.

Como $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\dfrac{2e^{x^2-4} - 8x + 14}{x^2 - 2x} = \dfrac{2e^{-4} + 14}{0 - 0} = \dfrac{2/e^4 + 14}{0} = \pm\infty$, **f(x) tiene en x = 0 una discontinuidad de salto infinito**.

Como $\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2}\dfrac{2e^{x^2-4} - 8x + 14}{x^2 - 2x} = \left\{\dfrac{2e^0 - 8(2) + 14}{4 - 4} = \dfrac{0}{0}; L'H\right\} = \lim_{x\to 2}\dfrac{2e^{x^2-4}\cdot(2x) - 8}{2x - 2} = \dfrac{2e^0\cdot(4) - 8}{4 - 2} = 0$, **f(x) tiene en x = 2 una discontinuidad evitable**.

(b)

Sea el determinante $\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 2$, donde x, y, z, a, b, c $\in$ R. Calcula razonadamente (e indicando las propiedades delos determinantes que utilizas) el determinante de $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a-2 & b-4 & c-6 \\ 2x & 2y & 2z \end{vmatrix}$.

Tenemos $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a-2 & b-4 & c-6 \\ 2x & 2y & 2z \end{vmatrix} = (i) = (-1)\cdot\begin{vmatrix} 2x & 2y & 2z \\ a-2 & b-4 & c-6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (ii) = (-2)\cdot\begin{vmatrix} x & y & z \\ a-2 & b-4 & c-6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (iii) =$

$= (-2)\cdot\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} + (-2)\cdot\begin{vmatrix} x & y & z \\ -2 & -4 & -6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (iv)$ **$= -2\cdot 2 + (-2)\cdot 0 = -4$**.

Propiedades usadas:

(i) Si intercambiamos dos filas (columnas) de un determinante, el determinante cambia de signo

(ii) Si una fila (columna) de un determinante esta multiplicada por un número, dicho número sale fuera multiplicando a todo el determinante.

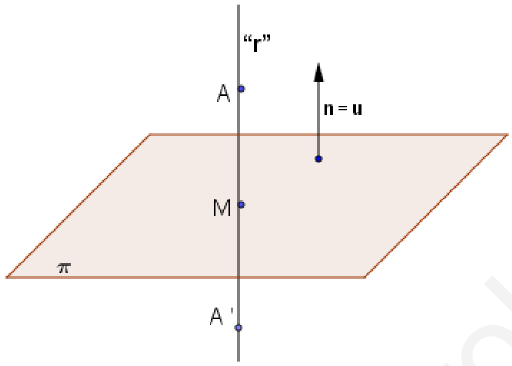
(iii) Si una fila (columna) de un determinante es suma de dos sumandos, dicho determinante es suma de dos determinantes con primer y segundo sumando de dicha fila (columna).

(iv) Si un determinante tiene dos filas (columnas) proporcionales su determinante es cero.

4.- Sea el punto A = (1, 0, 1) y el plano $\pi \equiv x + y + z = 8$.

a) [1’5 puntos] Calcula la recta perpendicular a π y que pasa por el punto A. ¿En qué punto se cortan la recta y el plano?
b) [1 punto] Obtén el punto de la recta anterior distinto de A que dista de π igual que A, es decir el punto simétrico de A con respecto a π.
Solución
(a) y (b)
Halla el punto simétrico de A respecto de π_1.

Tenernos que obtener la proyección ortogonal M de A sobre π_1, para lo cual calculamos la recta “r” perpendicular ($\perp$), al plano π (el vector director **u** de la recta “r” es el vector normal **n** del plano π) por el punto A. Determinamos el punto proyección M = $s \cap \pi$, y la proyección M es el punto medio del segmento AA’, donde A’ es el simétrico pedido.



Del plano $\pi \equiv x + y + z = 8$, tenemos su vector normal **n** = (1, 1, 1).
La recta $\perp$ es “r(A; **u**)” = r(A; **n**) con A(1, 0, 1) y **u** = **n** = (1, 1, 1).

Su ecuación vectorial es r ≡ (x, y, z) = (1 + b, b, 1 + b) con b ∈ R.

M = $r \cap \pi$, sustituimos la ecuación de la recta en el plano y obtenemos el parámetro “b”, y luego el punto M.

(1+ b) + (b) + (1 + b) = 8, de donde 3b = 6, por tanto **b = 2** y **el punto M es:**
M(1 + (2), (2), 1 + (2)) = M(3, 2, 3).

M es el punto medio del segmento AA’, donde A’ es el simétrico pedido.

(3, 2, 3) = ((1 + x)/2, (0 + y)/2, (1 + z)/2), de donde:

3 = (1 + x)/2, es decir **x = 5.**
2 = (0 + y)/2, es decir **y = 4.**
3 = (1 + z)/2, es decir **z = 5.**

El simétrico pedido es A’(5, 4, 5).

5.- a) [1 punto] Sea el plano $\pi \equiv x - 3y + z = 0$ y los puntos A = (0, 0, -1) y B = (1, 1, 1). Obtén el plano perpendicular a π y que pasa contienen a A y B.
b) [1’5 puntos] Calcula el área de la región delimitada por las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 5$ y $g(x) = 3 - x$.
Solución
(a)
Sea el plano $\pi \equiv x - 3y + z = 0$ y los puntos A = (0, 0, -1) y B = (1, 1, 1). Obtén el plano perpendicular a π y que pasa contienen a A y B.

Para un plano π’ necesitamos un punto, el A(0, 0, 1) y dos vectores independientes el **n** = (1, -3, 1) (es perpendicular a π) y el **AB** = (1, 1, 2).

La ecuación del plano pedida es $\pi' \equiv$ det(AX, n, AB) = $\begin{vmatrix} x & y & z+1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ Adjuntos primera fila =

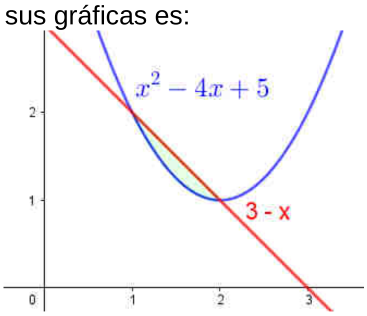
= (x)(-6 - 1) - (y)(2 - 1) + (z + 1)(1 + 3) **= -7x - y + 4z + 4 = 0.**
(b)
Calcula el área de la región delimitada por las funciones $f(x) = x^2 - 4x + 5$ y $g(x) = 3 - x$

Las gráfica de la función $f(x) = x^2 - 4x + 5$ es la de una parábola con la forma ($\cup$) por que el número que multiplica a x^2 es positivo. La abscisa del vértice de f(x) es la solución de $f'(x) = 0 = 2x - 4=0$, de donde x = 2 y el vértice es $V_f(2, f(2)) = V_f(2, 1)$.

Las gráfica de la función g(x) = 3 - x es la de una recta de pendiente negativa que pasa por los puntos (0, 3) y (3, 0).
Corte de ambas gráficas.

De $f(x) = g(x) \rightarrow x^2 - 4x + 5 = 3 - x \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$, $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \dfrac{3 \pm 1}{2}$ es decir x = 1 y x = 2, es decir se cortan en los puntos (1, 2) y (2, 1).

Con los datos anteriores un esbozo de sus gráficas es:



Área = $\int_1^2 (g(x) - f(x))dx = \int_1^2 (-x^2 + 3x - 2)dx = \left[-\dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3x^2}{2} - 2x \right]_1^2$ = [(-8/3 + 6 - 4) - (-1/3 + 3/2 - 2)] u^2 **=**

= 1/6 $u^2 \cong$ 0'166667 u^2.

6.- a) [1,5 puntos] Sea el tetraedro cuyos vértices son los puntos A = (a, 0, 1), B = (1, 3, 0), C = (0, 1, 0) y D = (1, 1, 1), con a $\in$ R. Halla los valores de a para que el volumen de dicho tetraedro sea 1.
b) [1 punto] Enuncia el Teorema de Bolzano. Utiliza este teorema para razonar que la función $f(x) = \dfrac{2e^x - 8x - 3}{x^2 + 2}$ corte al eje de abscisas al menos una vez.

Solución
(a)
Sea el tetraedro cuyos vértices son los puntos A= (a, 0, 1), B= (1, 3, 0), C= (0, 1, 0) y D= (1, 1, 1), con a $\in$ R. Halla los valores de a para que el volumen de dicho tetraedro sea 1

Sabemos que el volumen de un tetraedro de vértices A, B, C y D es un sexto del volumen del paralelepípedo que determinan los vectores **DA** = (a-1, -1, 0), **DB** = (0, 2, -1) y **DC**= (-1, 0, -1), es decir un sexto del valor absoluto del producto mixto de los tres vectores: $V_{tetraedro} = \dfrac{1}{6} \cdot |[\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}]|$

Tenemos [**DA**, **DB**, **DC**] = $\begin{vmatrix} a-1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}_{F_3 - F_2} = \begin{vmatrix} a-1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$ Adjuntos tercera columna $= -(-1)(-2a + 2 - 1) = -2a + 1$.

El volumen pedido es V = 1 u^3 = (1/6)·|-2a +1| u^3, lo cual nos da lugar a dos ecuaciones:
6 = +(-2a + 1) y 6 = -(-2a + 1).

De 6 = +(-2a + 1) **tenemos a = -5/2 y** de 6 = -(-2a + 1) tenemos **a = 7/2 para que el volumen del tetraedro sea 1.**
(b)
Enuncia el Teorema de Bolzano. Utiliza este teorema para razonar que la función f(x) corte al eje de abscisas al menos una vez.

El Teorema de Bolzano nos dice: Si f(x) es continua en el intervalo [a , b], y toma valores de distinto signo en los extremos del intervalo [sign f(a) $\neq$ sign f(b)], entonces existe, al menos, un punto c $\in$ (a, b) tal que f(c) = 0

Veamos si $f(x) = \dfrac{2e^x - 8x - 3}{x^2 + 2}$ cumple las condiciones del Teorema de Bolzano en [-1, 0].

Vemos que f(s) es continua en R, en particular en [-1,0].

$f(-1) = \dfrac{2e^{-1} - 8(-1) - 3}{(-1)^2 + 2} = \dfrac{2/e + 5}{3} \cong 1'9 > 0$, $f(0) = \dfrac{2e^0 - 8(0) - 3}{(0)^2 + 2} = \dfrac{-1}{2} = -0'5$, es decir y $f(-1)\cdot f(0) < 0$, existe, al menos, un punto $c \in (-1, 0)$ tal que $f(c) = 0 = \dfrac{2e^c - 8c - 3}{c^2 + 2}$.

7.- a) [1'5 puntos] Despeja la matriz X de la ecuación A·X + B = X, siendo X, A y B matrices cuadradas cualesquiera. Calcula X para las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

b) [1 punto] Un piloto de Fórmula 1 tiene la probabilidad del 60% de ganar una carrera cualquiera. Si participa en las próximas 4 carreras, ¿cuál es la probabilidad de que gane al menos dos?.

n	k \ p	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
4	0	0.6561	0.4096	0.2401	0.1296	0.0625	0.0256	0.0081	0.0016	0.0001
	1	0.2916	0.4096	0.4116	0.3456	0.2500	0.1536	0.0756	0.0256	0.0036
	2	0.0486	0.1536	0.2646	0.3456	0.3750	0.3456	0.2646	0.1536	0.0486
	3	0.0036	0.0256	0.0756	0.1536	0.2500	0.3456	0.4116	0.4096	0.2916
	4	0.0001	0.0016	0.0081	0.0256	0.0625	0.1296	0.2401	0.4096	0.6561

Solución

(a)

Despeja la matriz X de la ecuación A·X + B = X, siendo X, A y B matrices cuadradas cualesquiera. Calcula X para las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

De $A\cdot X + B = X \rightarrow A\cdot X - X = -B \rightarrow (A - I_2)\cdot X = -B$. Si llamamos $C = A - I_2$ y $\det(C) \neq 0$ tenemos $C\cdot X = -B$.

Multiplicando por la izquierda por la matriz C^{-1} tenemos: $C^{-1}\cdot C\cdot X = C^{-1}\cdot(-B) \rightarrow I_2\cdot X = -C^{-1}\cdot B$

Luego $X = -C^{-1}\cdot B$.

$C = A - I_2 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Como $|C| = 2 + 0 = 2 \neq 0$, existe la matriz inversa $C^{-1} = \dfrac{1}{|C|}Adj(C^t)$.

$C^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $Adj(C^t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C^{-1} = \dfrac{1}{|C|}Adj(C^t) = \dfrac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Luego $X = -C^{-1}\cdot B = -\dfrac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = -\dfrac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$.

(b)

Un piloto de Fórmula 1 tiene la probabilidad del 60% de ganar una carrera cualquiera. Si participa en las próximas 4 carreras, ¿cuál es la probabilidad de que gane al menos dos?

Recordamos que si realizamos **n** veces (4) un experimento en el que podemos obtener éxito, F = carreras de Fórmula 1, con probabilidad **p** (p(F) = 60% = 0'6) y fracaso, F^C, con probabilidad **q** (q = 1 - p = = 1 - 0'6 = 0'4), diremos que estamos ante una distribución binomial de parámetros **n** y **p**, y lo representaremos por **B(4; 0'6)**.

Es decir nuestra variable **X sigue una binomial B(n; p)** = **B(4; 0'6)**.

En este caso la **probabilidad de obtener k éxitos**, que **es su función de probabilidad**, viene dada por:

$$\mathbf{p(X = k) = (4\ sobre\ k)\cdot 0'6^k\cdot 0'6^{(4-k)} = \binom{4}{k}\cdot 0'6^k\cdot 0'4^{(4-k)}.}$$

** (n sobre k) = $\binom{n}{k}$ = (n!)/(k!.(n - k)!) con n! el factorial de "n". En la calculadora " n tecla **nCr** k "

Me piden p(ganar al menos dos carreras) p(X ≥ 2) = {suceso contrario} = 1 - p(X < 2) =

= 1 - p(X = 0) - p(X = 1) = 1 - $\binom{4}{0}\cdot 0'6^{0}\cdot 0'4^{(4)}$ - $\binom{4}{1}\cdot 0'6^{1}\cdot 0'4^{(3)}$ **= 1 – 0’1792 = 0’8208.**

Mirando en las tablas tenemos 1 - 0’0256 - 0’1536 = 1 - 0’0256 - 0’1536 = 1 - 0’1792 = 0’8208

8.- a) En un determinado IES la probabilidad de que un alumno apruebe si va a clase es del 80% mientras que si no a clase es del 50%. El 90% de los alumnos va a clase.

a.1) [0,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que el alumno apruebe?

a.2) [0,75 puntos] Si un alumno ha suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ido a clase?

b) Una empresa embotelladora de agua produce botellas de 150ml. La cantidad que realmente contiene sigue una normal con media 150 ml y de desviación típica 5 ml.

b.1) [0,5 puntos] ¿Qué proporción de botellas tiene más de 152 ml?

b.2) [0,75 puntos] ¿Qué proporción de botellas tiene entre 149 y 152 ml?

a	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.10	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.20	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.30	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.40	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549

Solución

(a)

En un determinado IES la probabilidad de que un alumno apruebe si va a clase es del 80% mientras que si no a clase es del 50%. El 90% de los alumnos va a clase.

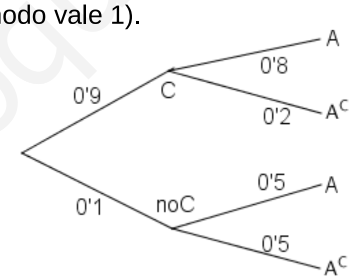
(a.1)

¿Cuál es la probabilidad de que el alumno apruebe?

Llamemos C, noC, A, y A^C, a los sucesos siguientes, “ir a clase", “no ir a clase", "aprobar" y "no aprobar", respectivamente.

Datos del problema: p(C) = 90% = 0’9; p(noC) = 10% = 0’1; p(A/C) = 80% = 0’8; p(A/noC) = 50% = 0’5, ...

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



Me piden p**(Aprobar) = p(A)**.

Por el teorema de la Probabilidad Total:

Tenemos p**(A) =** p(C)·p(A/C) + p(noC)·p(A/noC) = (0’9)·(0’8) + (0’1)·(0’5)**= 77/100 = 0’77**.

(a.2)

Si un alumno ha suspendido, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ido a clase?

Me piden p**(no ir a clase, sabiendo que ha suspendido) = p(noC/A^C)**.

Por el teorema de la Probabilidad Total:

Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:

$$\mathbf{p(noC/A^C)} = \frac{p(noC \cap A^C)}{p(A^C)} = \frac{p(noC)\cdot p(AC/noC)}{1 - p(A)} = \frac{(0'1)\cdot(0'5)}{1 - 0'77} \mathbf{= 5/23 \cong 0'21739}.$$

(b)

Una empresa embotelladora de agua produce botellas de 150ml. La cantidad que realmente contiene sigue una normal con media 150 ml y de desviación típica 5 ml.

(b.1)
¿Qué proporción de botellas tiene más de 152 ml?

La variable X = producir botellas de 150ml, sigue una distribución normal N(μ, σ) = N(150, 5).
Me piden **p(porcentaje de botellas de más de152 ml) = p(X ≥ 152) =** {tipificamos} = $p\left(Z \geq \frac{152 - 150}{5}\right)$ =

= p(Z ≥ 04) = {suceso contrario} = 1 - p(Z ≤ 0'4) **= 1 - 0'6554 = 0'3446 = 34'46%.**
(b.2)
¿Qué proporción de botellas tiene entre 149 y 152 ml?

Me piden **p(proporción de botellas tiene entre 149 y 152 ml) = p(149 ≤ X ≤ 152) =** {tipificamos} =
$p\left(\frac{149 - 150}{5} \leq Z \leq \frac{152 - 150}{5}\right)$ = p(-0'2 ≤ Z ≤ 0'4) = = p(Z ≤ 0'4) - p(Z ≤ -0'2) = {suceso contrario} =
= p(Z ≤ 0'4) - (1 - p(Z ≤ 0'2)) = 0'6554 - 1 + 0'5793 **= 0'2347 = 23'47 %, de cada 100 botellas hay 23 entre 149 y 152 ml.**