



**Pruebas de Acceso a Enseñanzas Universitarias Oficiales de Grado**

**Materia:**

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

**El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.**

**Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.**

**Propuesta A**

- 1** Dada la ecuación matricial:  $6 \cdot X - X \cdot A = B$ . Se pide:
- Resuelve matricialmente la ecuación. (0.75 pts)
  - Si  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ , calcula la matriz  $X$  que cumple  $A \cdot X = I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2. (0.75 pts)
- 2** Si dividimos el número “xyz” entre la suma de sus cifras se obtiene 37 de cociente y de resto 0. La suma de las cifras de las decenas y de las centenas es el doble de la cifra de las unidades. En cambio si a esa suma le restamos la cifra de las unidades se obtiene 1. Se pide:
- Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado. (1.5 pts)
  - ¿Cuáles son las cifras del número “xyz”? (0.5 pts)
- 3** Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 4, & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2 + 2x - 2, & \text{si } x > -1 \end{cases}$  Se pide:
- Estudia su continuidad en  $x = -1$ . (0.5 pts)
  - Extremos relativos de  $f$  en el intervalo  $(-2, 2)$ . (1 pto)
- 4** En una sesión de Bolsa el precio, en euros, que alcanza una acción viene dado por la función  $f(t) = 2t^3 - 18t^2 + 48t + 1$ , en donde  $t$  representa el tiempo, en horas, contado a partir del inicio de la sesión y  $0 \leq t \leq 3$  Se pide:
- Precio de la acción a las 3 horas de iniciada la sesión. (0.25 pts)
  - ¿A qué hora la acción alcanza su valor máximo? ¿Cuál es este valor? (1.25 pts)
- 5** Una empresa tiene la misma cantidad de acciones del tipo A que del tipo B. Se sabe que el tipo A tiene una probabilidad de doblar su precio de 0.3 y 0.2 para el tipo B.
- Probabilidad de que una acción elegida al azar doble su precio. (0.75 pts)
  - Si sabemos que una acción ha doblado su precio, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo B? (0.75 pts)
- 6** Se ha extraído una muestra de 10 familias de residentes en un barrio obteniéndose los siguientes datos: 19987, 20096, 19951, 20263, 20014, 20027, 20023, 19942, 20078, 20069. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue una distribución normal de desviación típica 100 euros.
- Encontrar el intervalo de confianza al 97% para la renta familiar media. (1 pto)
  - Interpretar el significado del intervalo obtenido. (0.5 pts)
  - Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta. (0.5 pts)

| z   | 0.00   | 0.01   | 0.02   | 0.03   | 0.04   | 0.05   | 0.06   | 0.07   | 0.08   | 0.09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |

### Propuesta B

**1** Una empresa tiene 1800 botellas de vino de La Mancha y 1600 botellas de vino de Valdepeñas. Desea elaborar dos tipos de lotes para regalo con dichas botellas: lotes de tipo A formados por tres botellas de La Mancha y una de Valdepeñas, que venderá a 70 euros; lotes de tipo B formados por una botella de La Mancha y dos de Valdepeñas que venderá a 50 euros.

- Dibuja la región factible. (1 pto)
- ¿Cuántos lotes de cada tipo deberá de preparar para obtener la mayor cantidad de dinero? (0.5 ptos)

**2** La Asociación de Padres y de Madres de un IES compra 170 pen drives a tres proveedores diferentes a 6.10, 6.20 y 6.30 euros cada pen drive. La factura total asciende a 1051 euros. Sabiendo que al segundo proveedor le compran el doble del número de unidades que al primero, se pide:

- Plantea un sistema de ecuaciones que responda a las condiciones del enunciado. (1.5 ptos)
- Determina el número de unidades compradas a cada proveedor. (0.5 ptos)

**3** Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 4, & \text{si } x \leq -2 \\ -2x, & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ |-x^2 + 4x|, & \text{si } x > 0 \end{cases}$  Se pide:

- Límites laterales de  $f$  en el punto  $x = 0$ . ¿Es continua la función  $f$  en  $x = 0$ ? (0.5 ptos)
- Representación gráfica de la función  $f$ . (1 pto)

**4** El beneficio  $B$ , en miles de euros, de una sociedad de inversores, viene dado por la función  $B(x) = -2x^2 + 56x + 3$  en donde  $x$  representa los miles de euros invertidos. Estudiadas las condiciones del mercado, se decide que  $1 \leq x \leq 15$ . Se pide:

- Beneficio máximo. (0.75 ptos)
- Intervalos donde el beneficio crece y donde decrece. (0.75 ptos)

**5** En una pabellón polideportivo hay 1000 personas de Albacete, 500 de Ciudad Real, 1000 de Toledo y 500 de Cuenca.

- Se sortean dos ordenadores entre todas ellas, ¿cuál es la probabilidad de que no le toque a ningún toledano? (puede tocarle a la misma persona los dos ordenadores). (0.75 ptos)
- Se eligen al azar tres personas entre todas ellas para un concurso, de una en una y sin que se puedan repetir, ¿cuál es la probabilidad de que los tres sean ciudadrealeños? (0.75 ptos)

**6** La duración de las llamadas de teléfono, en una oficina comercial, sigue una distribución normal con desviación típica 10 segundos. Se toma una muestra aleatoria de 100 llamadas y la media de duración obtenida en esa muestra es de 50 segundos. Se pide:

- Calcular un intervalo de confianza al 95 % para la duración media de las llamadas. (1 pto)
- Interpretar el significado del intervalo obtenido. (0.5 ptos)
- Si deseamos obtener un intervalo de anchura menor, ¿qué opciones tendríamos? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

| z   | 0.00   | 0.01   | 0.02   | 0.03   | 0.04   | 0.05   | 0.06   | 0.07   | 0.08   | 0.09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |

1A.- Solución:

a) Suponemos que  $X$ ,  $A$  y  $B$  son matrices cuadradas del mismo orden y que  $I$  es la matriz unidad del mismo orden que las anteriores, tenemos que:

$6 \cdot X - X \cdot A = B \Rightarrow X \cdot 6 \cdot I - X \cdot A = B \Rightarrow X(6 \cdot I - A) = B \Rightarrow X = B(6 \cdot I - A)^{-1}$ . Hemos aplicado que la matriz  $I$  conmuta con cualquiera y hemos supuesto que existe la inversa de la matriz  $(6 \cdot I - A)$

b)  $A \cdot X = I \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot I \Rightarrow I \cdot X = A^{-1} \cdot I \Rightarrow X = A^{-1} \cdot I \Rightarrow X = A^{-1}$

El determinante de  $A$  es 2; calculamos su inversa por la fórmula: traspuesta de adjuntos de  $A$  multiplicada por el inverso del determinante de  $A$  y resulta:

$$X = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -5/2 & 1 \end{pmatrix}$$

2A.- Solución:

El número dado se puede escribir en la forma  $100x+10y+z$  y por las condiciones del enunciado tenemos:

$$\begin{cases} \frac{100x+10y+z}{x+y+z} = 37 \\ x+y = 2z \\ x+y-z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100x+10y+z = 37(x+y+z) \\ x+y-2z = 0 \\ x+y-z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \\ x+y = 2 \\ 100x+10y = 110 \end{cases}$$

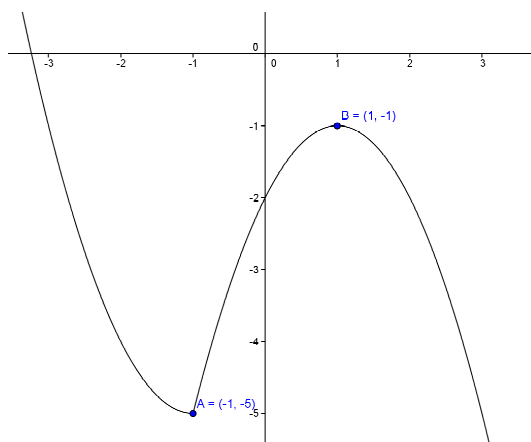
Y el resultado es  $x=y=z=1$ . El número es el 111. Hemos utilizado las ecuaciones  $2^a$  y  $3^a$  para obtener  $z$  por reducción; después sustituimos en la  $1^a$  y  $2^a$  y obtenemos  $x$  e  $y$  del mismo modo.

3A.- Solución:

a) Para ser continua se necesita: que la función esté definida y lo está  $f(-1)=-5$ , que los límites por la izquierda y por la derecha coincidan entre sí y con el valor de la función, cosa que también ocurre

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} x^2 + 2x - 4 = -5 = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} -x^2 + 2x - 2 = f(-1)$$

b) Se trata de dos ramas de parábola que se unen en  $(-1,-5)$ , precisamente donde tiene el vértice la primera. Ahí hay un mínimo. También hay un máximo en el vértice de la segunda rama  $(1,-1)$ . Los vértices se pueden calcular por la fórmula o derivando y calculando donde se anula la derivada:  $2x+2=0$  y  $-2x+2=0$



4A.-Solución:

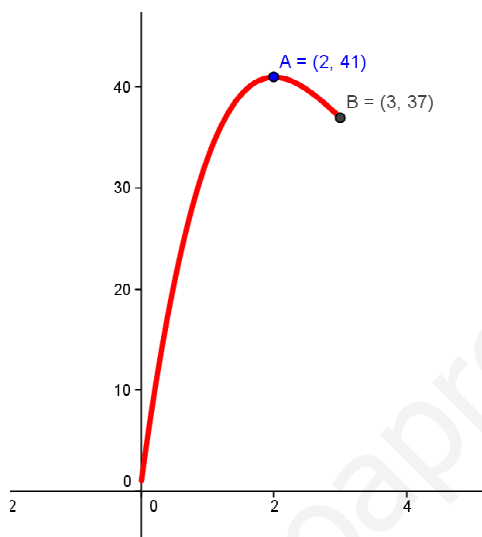
- a) El precio a las tres horas es el valor  $f(3)=2\cdot3^3-18\cdot3^2+48\cdot3+1=37\text{€}$   
 b) El valor máximo será el máximo en ese intervalo, para ello derivamos, calculamos donde se anula la derivada y comprobamos de esos puntos en los que la derivada segunda es negativa:

$$f'(t) = 6t^2 - 36t + 48 \Rightarrow f'(t) = 0; t = 2, t = 4$$

$$f''(t) = 12t - 36 \Rightarrow f''(2) = -12 < 0 \Rightarrow \text{máximo}(2, f(2)) = (2, 41)$$

Total, 41 € a las 2

horas.



5A.- Solución:

Llamemos  $p(A)$  a la probabilidad de elegir al azar una acción de tipo A,  $p(B)$  a la probabilidad de elegir al azar una acción de tipo B y  $p(Dv)$  a la probabilidad de que una acción elegida al azar doble su precio. Sabemos que  $p(A)=p(B)=0,5$  porque sólo tenemos acciones de esos dos tipos. También nos dicen que  $p(Dv/A)=0,3$  y que  $p(Dv/B)=0,2$

Nos piden  $p(Dv)$ . Tenemos que:

$$p(Dv) = p((A \cap Dv) \cup (B \cap Dv)) = p(A \cap Dv) + p(B \cap Dv)$$

$$\text{Sabemos que } p(Dv/A) = \frac{p(Dv \cap A)}{p(A)} \text{ luego } p(A \cap Dv) = p(A) \cdot p(Dv/A) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

$$\text{De la misma forma } p(B \cap Dv) = 0,5 \cdot 0,2 = 0,10 \text{ con lo que } p(Dv) = 0,15 + 0,10 = 0,25$$

$$\text{b) También nos piden } p(B/Dv) = \frac{p(Dv \cap B)}{p(Dv)} = \frac{0,10}{0,25} = 0,4$$

6A.- Solución:

Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:

$$P\left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha, \text{ donde } 1 - \alpha \text{ es el nivel de confianza (0,97 en}$$

nuestro caso).  $\bar{x}$  la media de la muestra, ahora 20045;  $\sigma$  la desviación típica, ahora 100;  $n$  el tamaño de la muestra, 10.

$1 - \alpha = 0,97 \Rightarrow \alpha = 0,03 \Rightarrow \alpha / 2 = 0,015 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,17$  ya que  $(1 - 0,015 = 0,985)$ . Ver tabla

a) Luego el intervalo pedido es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(20045 - 2,17 \frac{100}{\sqrt{10}}, 20045 + 2,17 \frac{100}{\sqrt{10}}\right) = (19976, 20113)$$

b) Podemos asegurar, con un nivel de confianza del 97 % que la renta de una familia de ese barrio elegida al azar estará entre 19976 y 20113 €.( El 97% de las veces que elijamos una familia al azar su renta estará en ese intervalo)

c) Si queremos obtener un intervalo de anchura menor manteniendo el nivel de confianza podemos aumentar el tamaño de la muestra; esto hace disminuir el radio del intervalo porque hace aumentar el denominador de la fracción que aparece en él. Si no queremos cambiar el tamaño de la muestra, podemos reducir el intervalo renunciando al nivel de confianza, tomando uno menor, por ejemplo 95%. Esto hace que el factor  $z_{\alpha/2}$  que aparece en el radio del intervalo disminuya y por tanto disminuye el intervalo.

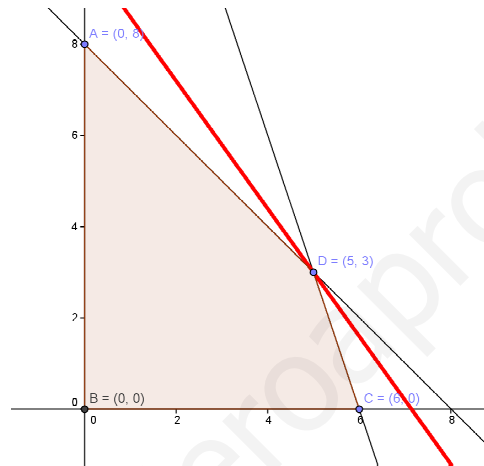
1B.- Solución:

|        | Mancha | Valdepeñas |
|--------|--------|------------|
| Lote A | 3      | 2          |
| Lote B | 1      | 2          |

Las restricciones y la función objetivo son: 
$$\begin{cases} 3x + y \leq 1800 \\ 2x + 2y \leq 1600 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}; G(x, y) = 70x + 50y$$

$$\begin{cases} 3x + y = 1800 \\ 2x + 2y = 1600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + y = 1800 \\ -x - y = -800 \end{cases} \Rightarrow x = 500, y = 300$$

a) La región factible es: (salvo un factor 100 para simplificar la construcción)



b) El número de lotes de tipo A = 500, los de tipo B = 300 y  $G(500, 300) = 500000€$

2B.- Solución:

Llamemos  $x = n^\circ$  de pendrives de 6,10€,  $y = n^\circ$  de pendrives de 6,20€ y  $z = n^\circ$  de pendrives de 6,30€

a)

$$\begin{cases} x + y + z = 170 \\ 2x = y \\ 6.1x + 6.2y + 6.3z = 1051 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + z = 170 \\ 18.5x + 6.3z = 1051 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -18.9x - 6.3z = -1071 \\ 18.5x + 6.3z = 1051 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 50 \\ y = 100 \\ z = 20 \end{cases}$$

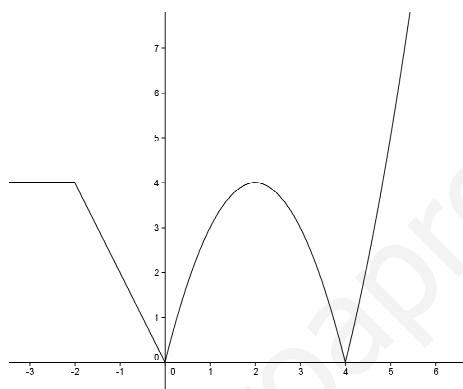
### 3B.- Solución:

La función es continua en 0 si tiene límite en él, está definida y el límite coincide con el valor de la función. Todo esto ocurre pues:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} -2x - 2 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} |-x^2 + 4x| = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = f(0) . \text{ Por lo tanto el límite pedido es } 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

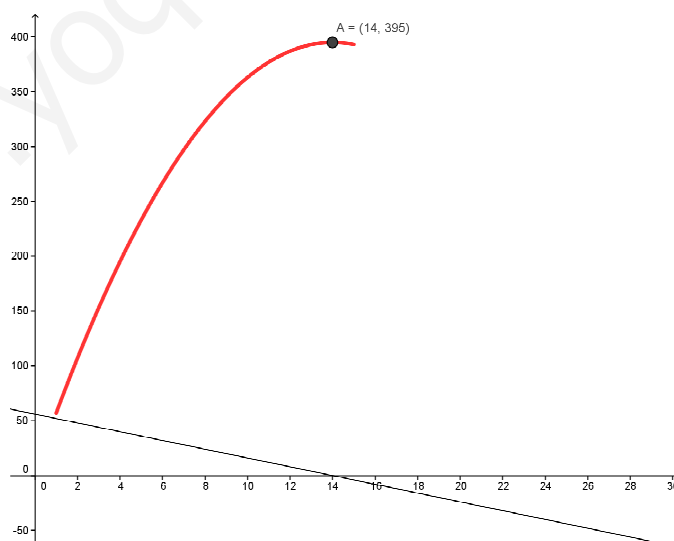
y la función es continua.

La gráfica de la función es sencilla en sus dos primeros ramos; en el tercero se trata del valor absoluto de una parábola que corta en  $x=0$  y en  $x=4$  al eje X, y con el vértice en  $(2, f(2))=(2,4)$  ya que 2 es el centro del intervalo delimitado por los puntos de corte con el eje X.



### 4B.- Solución:

La función tiene por derivada  $B'(x) = -4x + 56$ , que se anula en  $x = 14$ . La derivada segunda es  $B''(x) = -4$ . Luego hay un máximo en  $(14, B(14)) = (14, 395)$ . Como la derivada es positiva en  $(1, 14)$ , la función beneficio crece en ese intervalo. En el intervalo  $(14, 15)$  la derivada es negativa, luego la función beneficio decrece. Beneficio



máximo 395.000 € con 14.000 € de inversión.

5B.- Solución:

- a) La probabilidad de que le toque el primer ordenador a un toledano es  $1000/3000 = 1/3$ . Luego la probabilidad de que no le toque a un toledano es  $1 - 1/3 = 2/3$ . Si para el segundo ordenador hay un nuevo sorteo entre todas las personas, tenemos que la probabilidad de que las dos veces No toque a un toledano será  $(2/3)^2 = 4/9$ .
- b) La probabilidad de que la primera persona elegida sea ciudadrealeña es  $500/3000 = 5/30 = 1/6$ . La probabilidad de que la segunda sea ciudadrealeña suponiendo que la primera haya salido ciudadrealeña es  $499/2999$  y la de que la tercera sea ciudadrealeña suponiendo que las dos primeras hayan salido ciudadrealeñas es  $498/2998$ . Luego la solución a la pregunta es:

$$\frac{500}{3000} \cdot \frac{499}{2999} \cdot \frac{498}{2998}$$

6B.- Solución:

Para obtener el intervalo de confianza debemos tener en cuenta que:

$$P\left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1 - \alpha, \text{ donde } 1 - \alpha \text{ es el nivel de confianza (0,95 en$$

nuestro caso).  $\bar{x}$  la media de la muestra, ahora 50;  $\sigma$  la desviación típica, ahora 10;  $n$  el tamaño de la muestra, 100.

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$  ya que  $(1 - 0,025 = 0,975)$ . Ver tabla

a) Luego el intervalo pedido es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(50 - 1,96 \frac{10}{10}, 50 + 1,96 \frac{10}{10}\right) = (48,04, 51,96)$$

b) Podemos asegurar, con un nivel de confianza del 95% que la duración media de una llamada realizada desde esta oficina estará entre 48,0 y 51,96 minutos.

c) Si queremos obtener un intervalo de anchura menor manteniendo el nivel de confianza podemos aumentar el tamaño de la muestra; esto hace disminuir el radio del intervalo porque hace aumentar el denominador de la fracción que aparece en él. Si no queremos cambiar el tamaño de la muestra, podemos reducir el intervalo renunciando al nivel de confianza, tomando uno menor, por ejemplo 90%. Esto hace que el factor  $z_{\alpha/2}$  que aparece en el radio del intervalo disminuya y por tanto disminuye el intervalo.