**EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD**

**LOMCE – JUNIO 2021**

# MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

**INDICACIONES**

1. El estudiante realizará solo **tres ejercicios elegidos entre los seis de que consta el examen.**
2. Una vez elegido un ejercicio ha de hacerlo completo (todos sus apartados).
3. No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada ejercicio y de cada apartado.
5. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.
6. Si se realizan más de tres ejercicios solo se corregirán los tres primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
7. **La calificación del examen será el resultado de la puntuación obtenida entre 0,75**.

**Ejercicio 1** [2,5 PUNTOS]

Un museo ofrece entradas con tarifas distintas: adulto, niño y jubilado. La suma de adulto y jubilado es cinco veces la tarifa de niño. Además, se sabe que un grupo de 5 adultos, 3 niños y 3 jubilados, ha pagado 222 €; y otro grupo de 3 adultos, 2 niños y 4 jubilados, 168 €.
**A.** [1 PUNTO] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular las tres tarifas.
**B.** [1 PUNTO] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.
**C.** [0,25 PUNTOS] Resolverlo.
**D.** [0,25 PUNTOS] El día que una familia formada por 2 adultos, 2 niños y 3 jubilados visita el museo, se ha aplicado un descuento especial de un 15 % a cada tarifa. ¿Cuánto pagan en total?

**Ejercicio 2** [2,5 PUNTOS]

Una empresa elabora dos productos, A y B, que le proporcionan unos beneficios por kg de 5 y 7 euros respectivamente. Por cuestiones de logística, solo puede producir un máximo de 500 kg a la semana. Las horas semanales de trabajo disponibles son 3200; cada kg de A requiere 4 horas y cada kg de B, 8 h. Además, solo dispone de 1500 unidades de materia prima a la semana; cada kg de A necesita 3,75 unidades de materia prima; cada kg de B, 2 unidades. ¿Cuántos kilogramos de cada producto se pueden obtener semanalmente para maximizar los beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?
.

**Ejercicio 3** [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = \dfrac{3x-15}{4x^2+4x-120}$
**A.** [0,5 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?
**B.** [1 PUNTO] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad? Justifica la respuesta.
**C.** [1 PUNTO] Calcular los dos límites laterales en $x = -6$. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

**Ejercicio 4** [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=\dfrac{3x^2}{(x+4)^2}$, obtener:

**A.** [0,25 PUNTOS] Su dominio y los puntos de corte con los ejes OX y OY.
**B.** [0,5 PUNTOS] Las asíntotas.
**C.** [0,75 PUNTOS] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
**D.** [0,75 PUNTOS] Los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
**E.** [0,25 PUNTOS] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

**Ejercicio 5** [2,5 PUNTOS]

Se realiza una encuesta a un grupo de 2000 personas de diferentes edades para conocer sus hábitos de compra por Internet en el último mes. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

| | **18-40 años** | **41-60 años** | **Mayores de 60 años** | **Total** |
|---|---|---|---|---|
| Ha realizado alguna Compra por Internet | 468 | 325 | 250 | 1043 |
| No ha comprado ningún producto por Internet | 257 | 207 | 493 | 957 |
| **Total** | 725 | 532 | 743 | 2000 |

Elegida una de las personas del grupo al azar,

**A.** [0,75 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que sea mayor de 60 años y haya realizado alguna compra por Internet en el último mes.
**B.** [0,75 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 41 y 60 años.
**C.** [1 PUNTO] Si sabemos que ha realizado alguna compra por Internet en el último mes, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 40 años?

**Ejercicio 6** [2,5 PUNTOS]

El tiempo que los usuarios de una compañía de telefonía móvil deben esperar para que les atiendan en el Servicio de Atención al Cliente, sigue una distribución normal con desviación típica 2 minutos. Una muestra aleatoria de 450 personas da como resultado un tiempo medio de espera de 14 minutos.

**A.** [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 93 % para el tiempo medio.
**B.** [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90 % sea un tercio del obtenido en el apartado anterior?

# SOLUCIONES

**Ejercicio 1** [2,5 PUNTOS]

Un museo ofrece entradas con tarifas distintas: adulto, niño y jubilado. La suma de adulto y jubilado es cinco veces la tarifa de niño. Además, se sabe que un grupo de 5 adultos, 3 niños y 3 jubilados, ha pagado 222 €; y otro grupo de 3 adultos, 2 niños y 4 jubilados, 168 €.

**A.** [1 PUNTO] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular las tres tarifas.
**B.** [1 PUNTO] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.
**C.** [0,25 PUNTOS] Resolverlo.
**D.** [0,25 PUNTOS] El día que una familia formada por 2 adultos, 2 niños y 3 jubilados visita el museo, se ha aplicado un descuento especial de un 15 % a cada tarifa. ¿Cuánto pagan en total?

**A.** Llamamos a = tarifa de adulto, n = tarifa de niño, j = tarifa de jubilado.

"*La suma de adulto y jubilado es cinco veces la tarifa de niño*" → $a+j=5n$
"U*n grupo de 5 adultos, 3 niños y 3 jubilados, ha pagado 222 €*" → $5a+3n+3j=222$
"*Otro grupo de 3 adultos, 2 niños y 4 jubilados ha pagado 168 €.*" → $3a+2n+4j=168$

Reunimos todas las ecuaciones en un sistema.

$$\left.\begin{array}{l} a+j=5n \\ 5a+3n+3j=222 \\ 3a+2n+4j=168 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} a-5n+j=0 \\ 5a+3n+3j=222 \\ 3a+2n+4j=168 \end{array}\right\}$$

**B.** La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 5 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

con determinante $|A|=\begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 5 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}=12-45+10-9+100-6=62\neq 0$.

El rango de la matriz A es 3, así como el de la matriz ampliada $A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 3 & 222 \\ 3 & 2 & 4 & 168 \end{array}\right)$ y el número de incógnitas (3). El sistema es compatible determinado (solución única).

**C.**
Aplicamos el método de Cramer.

$$a=\frac{\begin{vmatrix} 0 & -5 & 1 \\ 222 & 3 & 3 \\ 168 & 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 5 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}}=\frac{-2520+444-504+4440}{62}=30$$

$$n=\frac{\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 5 & 222 & 3\\ 3 & 168 & 4\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -5 & 1\\ 5 & 3 & 3\\ 3 & 2 & 4\end{vmatrix}}=\frac{888+840-666-504}{62}=9$$

$$j=\frac{\begin{vmatrix}1 & -5 & 0\\ 5 & 3 & 222\\ 3 & 2 & 168\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -5 & 1\\ 5 & 3 & 3\\ 3 & 2 & 4\end{vmatrix}}=\frac{504-3330+4200-444}{62}=15$$

La tarifa de adulto es 30 €, la de niño es 9 € y la de jubilado es 15 €.

**D.** Sin descuento pagarían $2\cdot 30+2\cdot 9+3\cdot 15=123$ €, pero le descontamos el 15 %, es decir, pagan solo el 85 %. Pagarían $0.85\cdot 123=104.55$ €

**Ejercicio 2** [2,5 PUNTOS]

Una empresa elabora dos productos, A y B, que le proporcionan unos beneficios por kg de 5 y 7 euros respectivamente. Por cuestiones de logística, solo puede producir un máximo de 500 kg a la semana. Las horas semanales de trabajo disponibles son 3200; cada kg de A requiere 4 horas y cada kg de B, 8 h. Además, solo dispone de 1500 unidades de materia prima a la semana; cada kg de A necesita 3,75 unidades de materia prima; cada kg de B, 2 unidades. ¿Cuántos kilogramos de cada producto se pueden obtener semanalmente para maximizar los beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

Llamamos x = kilogramos de A, y = kilogramos de B.

La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como:

$$B(x,y)=5x+7y$$

Las restricciones son:

"*Solo puede producir un máximo de 500 kg a la semana*" → $x+y\le 500$

"*Cada kg de A requiere 4 horas y cada kg de B, 8 h. Solo dispone de 3200 horas*" → $4x+8y\le 3200$

"*Solo dispone de 1500 unidades de materia prima a la semana; cada kg de A necesita 3,75 unidades de materia prima; cada kg de B, 2 unidades*" → $3.75x+2y\le 1500$

Las cantidades deben ser positivas → $x\ge 0;\ y\ge 0$

Reunimos todas las inecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 500 \\ 4x+8y\le 3200 \\ 3.75x+2y\le 1500 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y\le 500 \\ x+2y\le 800 \\ 15x+8y\le 6000 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$x+y=500$

| $x$ | $y=500-x$ |
|---|---|
| 0 | 500 |
| 500 | 0 |

$x+2y=800$

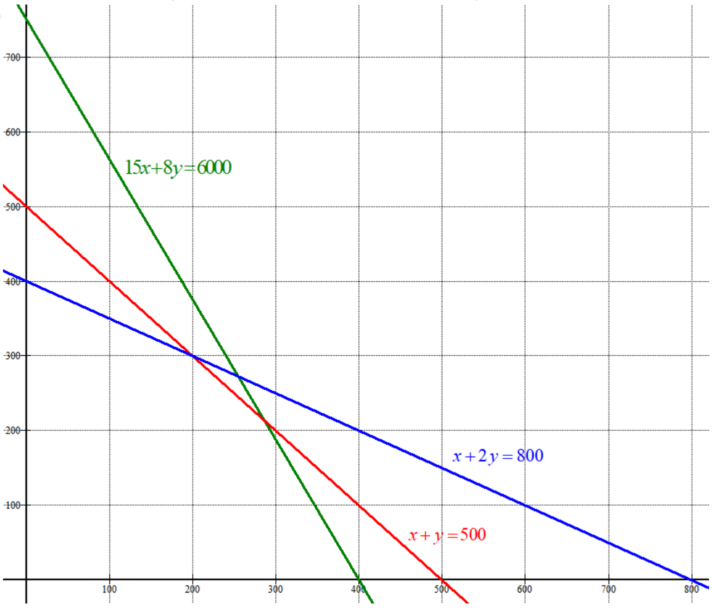
| $x$ | $y=\frac{800-x}{2}$ |
|---|---|
| 400 | 200 |
| 600 | 100 |

$15x+8y=6000$

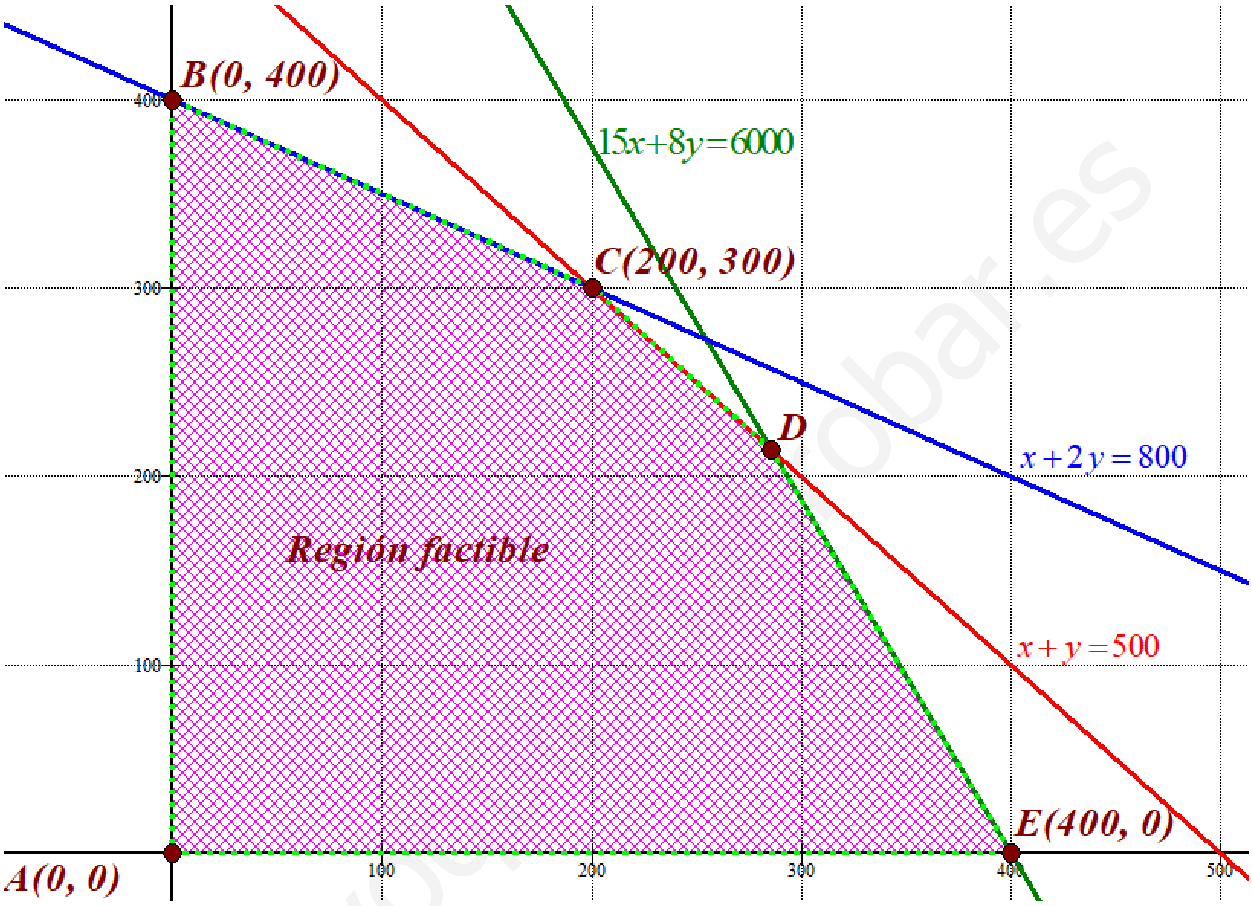
| $x$ | $y=\frac{6000-15x}{8}$ |
|---|---|
| 0 | 750 |
| 400 | 0 |

$x\ge 0;\ y\ge 0$

*Primer cuadrante*



Como las restricciones del problema son $\left.\begin{array}{l} x+y\leq 500 \\ x+2y\leq 800 \\ 15x+8y\leq 6000 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante que está por debajo de las rectas azul, roja y verde. La coloreamos de rosa en el siguiente dibujo.




Hallamos las coordenadas del vértice D.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=500 \\ 15x+8y=6000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=500-x \\ 15x+8y=6000 \end{array}\right\} \Rightarrow 15x+8(500-x)=6000 \Rightarrow 15x+4000-8x=6000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7x=2000 \Rightarrow x=\frac{2000}{7} \Rightarrow y=500-\frac{2000}{7}=\frac{1500}{7} \Rightarrow D\left(\frac{2000}{7},\frac{1500}{7}\right)$$

Valoramos la función objetivo $B(x,y)=5x+7y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

A(0,0) → $B(0,0)=0$

B(0, 400) → $B(0,400)=0+2800=2800$

C(200, 300) → $B(200,300)=1000+2100=3100$

$D\left(\frac{2000}{7},\frac{1500}{7}\right)$ → $B\left(\frac{2000}{7},\frac{1500}{7}\right)=\frac{10000}{7}+\frac{10500}{7}=\frac{20500}{7}\simeq 2928.6$

E(400, 0) → $B(400,0) = 2000 + 0 = 2000$

El máximo beneficio es de 3100 € y se produce en el vértice C (200, 300) que significa vender 200 kilos de producto A y 300 del producto B.

**Ejercicio 3** [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=\dfrac{3x-15}{4x^2+4x-120}$

**A.** [0,5 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?

**B.** [1 PUNTO] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad? Justifica la respuesta.

**C.** [1 PUNTO] Calcular los dos límites laterales en $x = -6$. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

A. El dominio de la función son todos los valores menos los que anulan el denominador.

$$4x^2+4x-120=0 \Rightarrow x^2+x-30=0 \Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(-30)}}{2}=\frac{-1\pm 11}{2}=\begin{cases}\dfrac{-1+11}{2}=5\\[2mm] \dfrac{-1-11}{2}=-6\end{cases}$$

La función no está definida en $x = -6$, ni en $x = 5$.

Dominio de la función es $\mathbb{R}-\{-6,5\}$

La función es discontinua en $x = -6$ y en $x = 5$.

B. En $x = -6$ calculamos el límite de la función. Si se obtiene un valor concreto podemos redefinir la función y evitar esta discontinuidad.

$$\lim_{x\to -6} f(x)=\lim_{x\to -6}\frac{3x-15}{4x^2+4x-120}=\frac{-18-15}{4(-6)^2+4(-6)-120}=\frac{-33}{0}=\infty$$

La discontinuidad en $x = -6$ es inevitable.

En $x = 5$ calculamos el límite de la función. Si se obtiene un valor concreto podemos redefinir la función y evitar esta discontinuidad.

$$\lim_{x\to 5} f(x)=\lim_{x\to 5}\frac{3x-15}{4x^2+4x-120}=\frac{15-15}{4(5)^2+4(5)-120}=\frac{0}{0}=\text{Indeterminación}=\ldots$$

Descomponemos el numerador y el denominador y simplificamos la expresión:

$$\frac{3x-15}{4x^2+4x-120}=\frac{3(x-5)}{4(x^2+x-30)}=\frac{3\cancel{(x-5)}}{4\cancel{(x-5)}(x+6)}=\frac{3}{4(x+6)}$$

$$..=\lim_{x\to 5}\frac{3}{4(x+6)}=\frac{3}{4\cdot 11}=\frac{3}{44}$$

La discontinuidad en $x = 5$ es evitable redefiniendo la función en dicho valor:

$$f^*(x)=\begin{cases}\dfrac{3x-15}{4x^2+4x-120} & si\ x\neq 5\ y\ x\neq -6\\[2mm] \dfrac{3}{44} & si\ \ x=5\end{cases}$$

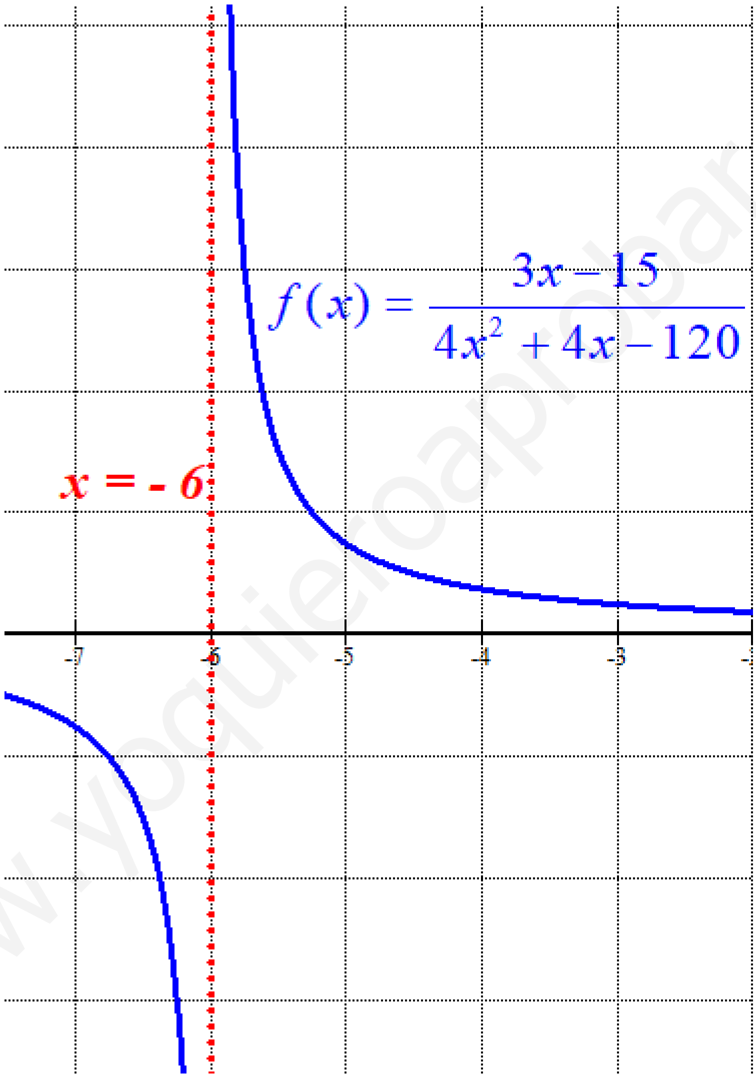
La nueva función es continua en $x = 5$ y en el resto de puntos es la misma función inicial.

C.

$$\lim_{x \to -6^-} f(x) = \lim_{x \to -6^-} \frac{3x-15}{4x^2+4x-120} = \lim_{x \to -6^-} \frac{3\cancel{(x-5)}}{4\cancel{(x-5)}(x+6)} = \frac{3}{4(0^-)} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \to -6^+} f(x) = \lim_{x \to -6^+} \frac{3x-15}{4x^2+4x-120} = \lim_{x \to -6^+} \frac{3\cancel{(x-5)}}{4\cancel{(x-5)}(x+6)} = \frac{3}{4(0^+)} = \frac{3}{0^+} = +\infty$$

Significa que en $x = -6$ hay una asíntota vertical y la función se aproxima a ella por la izquierda bajando hasta $-\infty$ y por la derecha se aproxima subiendo hasta $+\infty$



**Ejercicio 4** [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=\dfrac{3x^2}{(x+4)^2}$, obtener:

**A.** [0,25 PUNTOS] Su dominio y los puntos de corte con los ejes OX y OY.
**B.** [0,5 PUNTOS] Las asíntotas.
**C.** [0,75 PUNTOS] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
**D.** [0,75 PUNTOS] Los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
**E.** [0,25 PUNTOS] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

**A.** El dominio es $\mathbb{R}-\{-4\}$, pues el denominador se anula para *x* = *–4*.

Si *x* = *0* entonces $f(0)=\dfrac{3\cdot 0^2}{(0+4)^2}=0$. El punto de corte tiene coordenadas (0, 0)

Si y = 0 entonces $f(x)=0 \Rightarrow \dfrac{3x^2}{(x+4)^2}=0 \Rightarrow 3x^2=0 \Rightarrow x=0$. El punto de corte obtenido es (0, 0).

Sólo tiene un punto de corte con los ejes de coordenadas: (0, 0)

**B.**

**Asíntota vertical.** $x=-4$

$$\lim_{x\to -4} f(x)=\lim_{x\to -4}\frac{3x^2}{(x+4)^2}=\frac{48}{0}=\infty$$

*x* = *–4* es asíntota vertical.

**Asíntota horizontal**. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{(x+4)^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^2}{x^2}}{\left(\frac{x}{x}+\frac{4}{x}\right)^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{3}{\left(1+\frac{4}{x}\right)^2}=\frac{3}{\left(1+\frac{4}{\infty}\right)^2}=\frac{3}{1}=3$$

*y* = *3* es asíntota horizontal.

**Asíntota oblicua.** $y=mx+n$

No tiene, pues tiene asíntota horizontal.

**C.**

$$f(x)=\frac{3x^2}{(x+4)^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{6x(x+4)^2-3x^2\cdot 2(x+4)}{(x+4)^4}=\frac{6x(x+4)-3x^2\cdot 2}{(x+4)^3}$$

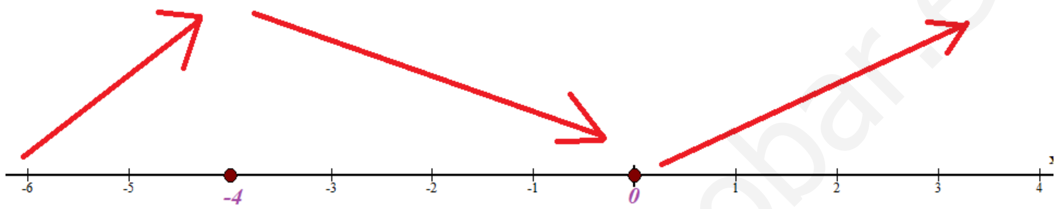
$$f'(x)=\frac{6x^2+24x-6x^2}{(x+4)^3}=\frac{24x}{(x+4)^3}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{24x}{(x+4)^3}=0 \Rightarrow 24x=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

Además, tenemos un punto de discontinuidad en *x* = *–4*.
Vemos si la función crece o decrece antes, entre y después de *x* = *–4 y x* = *0*.

- En $(-\infty,-4)$ tomo $x = -5$ y la derivada vale $f'(-5)=\dfrac{24(-5)}{(-5+4)^3}=\dfrac{-120}{-1}=120>0$. La función crece en $(-\infty,-4)$.
- En $(-4,0)$ tomo $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1)=\dfrac{-24}{(-1+4)^3}=\dfrac{-24}{27}<0$. La función decrece en $(-4,0)$.
- En $(0,+\infty)$ tomo $x = 1$ y la derivada vale $f'(1)=\dfrac{24}{(1+4)^3}=\dfrac{24}{125}>0$. La función crece en $(0,+\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente:




La función crece en $(-\infty,-4)\cup(0,+\infty)$ y decrece en $(-4,0)$.
En $x = -4$ la función no existe y no es un máximo.
La función tiene un mínimo relativo en $x = 0$.

Como $f(0)=\dfrac{3\cdot 0^2}{(0+4)^2}=0$. El punto mínimo relativo tiene coordenadas *(0, 0)*.

**D.**

$$f'(x)=\frac{24x}{(x+4)^3}\Rightarrow f''(x)=\frac{24(x+4)^3-24x\cdot 3(x+4)^2}{(x+4)^6}=\frac{24(x+4)^2((x+4)-3x)}{(x+4)^6}$$

$$f''(x)=\frac{24(-2x+4)}{(x+4)^4}=\frac{24(2)(-x+2)}{(x+4)^4}=\frac{48(-x+2)}{(x+4)^4}$$

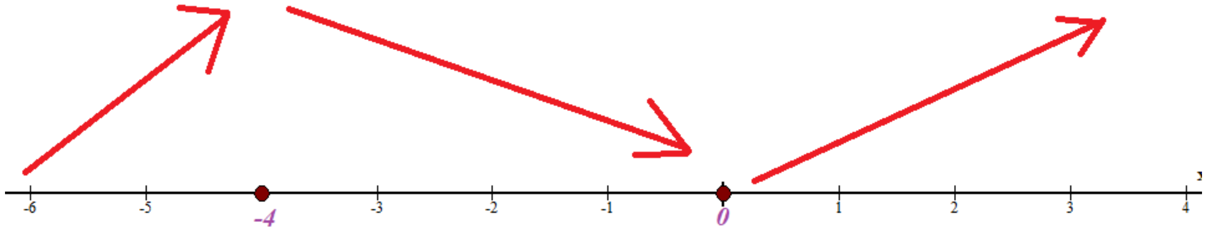
$$f''(x)=0\Rightarrow\frac{48(-x+2)}{(x+4)^4}=0\Rightarrow 48(-x+2)=0\Rightarrow -x+2=0\Rightarrow\boxed{x=2}$$

El posible punto de inflexión es $x = 2$.
Comprobamos la curvatura de la función antes y después de dicho valor. En $x = -4$ no se produce cambio del signo de la derivada segunda pues el denominador esta elevado a 4.

- En $(-\infty,-4)\cup(-4,2)$ tomamos $x = 0$ y la derivada segunda vale $f''(0)=\dfrac{48(-0+2)}{(0+4)^4}=\dfrac{96}{128}>0$. La función es convexa ($\cup$) en $(-\infty,-4)\cup(-4,2)$
- En $(2,+\infty)$ tomamos $x = 5$ y la derivada segunda vale $f''(5)=\dfrac{48(-5+2)}{(5+4)^4}=\dfrac{-144}{9^4}<0$. La función es cóncava ($\cap$) en $(2,+\infty)$.

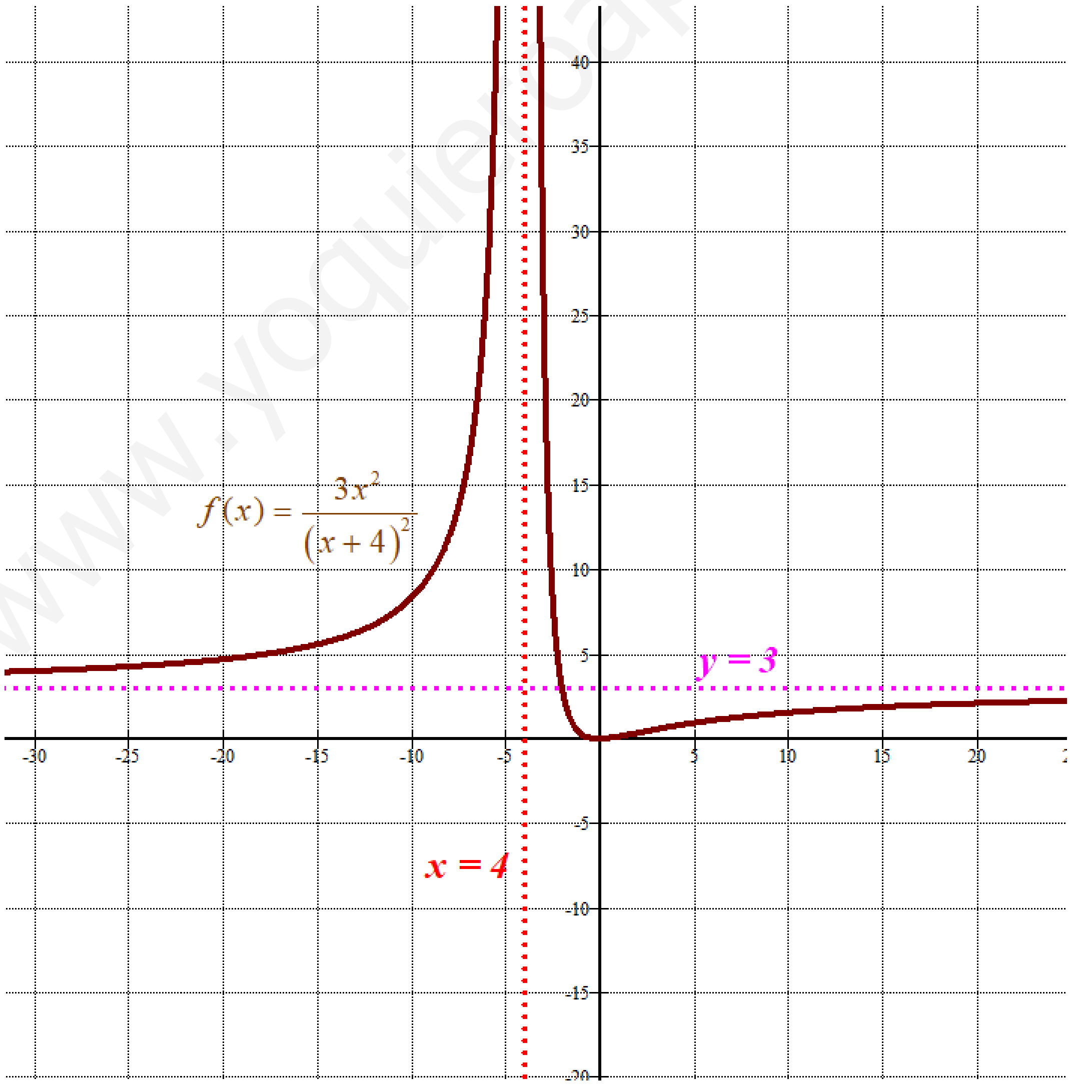
Tiene un punto de inflexión en $x = 2$.

**E.** Tenemos que el dominio es $\mathbb{R}-\{-4\}$, el único punto de corte con los ejes en (0, 0). Asíntota vertical $x = -4$ y asíntota horizontal $y = 3$. Tiene un mínimo relativo en *(0, 0)*. Sigue el esquema de crecimiento:




Solo nos falta una tabla de valores para poder dibujar su gráfica con más precisión.

| $x$ | $y=\dfrac{3x^2}{(x+4)^2}$ |
|---|---|
| $-6$ | 27 |
| $-5$ | 75 |
| $-2$ | 3 |
| $-1$ | $3/16$ |
| 1 | $3/25$ |
| 2 | $1/3$ |



**Ejercicio 5** [2,5 PUNTOS]

Se realiza una encuesta a un grupo de 2000 personas de diferentes edades para conocer sus hábitos de compra por Internet en el último mes. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

| | **18-40 años** | **41-60 años** | **Mayores de 60 años** | **Total** |
|---|---|---|---|---|
| Ha realizado alguna Compra por Internet | 468 | 325 | 250 | 1043 |
| No ha comprado ningún producto por Internet | 257 | 207 | 493 | 957 |
| **Total** | 725 | 532 | 743 | 2000 |

Elegida una de las personas del grupo al azar,

**A.** [0,75 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que sea mayor de 60 años y haya realizado alguna compra por Internet en el último mes.
**B.** [0,75 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 41 y 60 años.
**C.** [1 PUNTO] Si sabemos que ha realizado alguna compra por Internet en el último mes, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 40 años?

A. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad es $p_A = \frac{250}{2000} = \frac{1}{8} = \boxed{0.125}$

B. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad es $p_B = \frac{532}{2000} = \frac{133}{500} = \boxed{0.266}$

C. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad es $p_C = \frac{468}{1043} \simeq \boxed{0.4487}$

**Ejercicio 6** [2,5 PUNTOS]

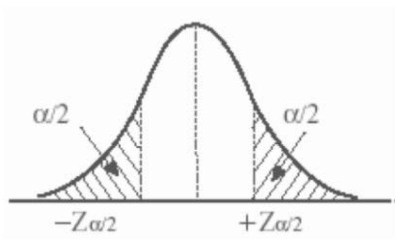
El tiempo que los usuarios de una compañía de telefonía móvil deben esperar para que les atiendan en el Servicio de Atención al Cliente, sigue una distribución normal con desviación típica 2 minutos. Una muestra aleatoria de 450 personas da como resultado un tiempo medio de espera de 14 minutos.

**A.** [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 93 % para el tiempo medio.
**B.** [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90 % sea un tercio del obtenido en el apartado anterior?

X = Tiempo de espera en minutos.
X = N(**μ**, 2)
Tamaño de muestra = n = 450. $\overline{x} = 14$

**A.** Con un nivel de confianza del 93%

1 – α = 0,93 → α = 0,07 → α /2 = 0’035 →1 – α /2 = 0,965 → $z_{\alpha/2}$ **= 1,81**




| x | 0.00 | 0.01 | 0.02 |
|---|---|---|---|
| 0.0 | .5000 | .5040 | .5080 |
| 0.1 | .5398 | .5438 | .5478 |
| 0.2 | .5793 | .5832 | .5871 |
| 0.3 | .6179 | .6217 | .6255 |
| 0.4 | .6554 | .6591 | .6628 |
| 0.5 | .6915 | .6950 | .6985 |
| 0.6 | .7257 | .7291 | .7324 |
| 0.7 | .7580 | .7611 | .7642 |
| 0.8 | .7881 | .7910 | .7939 |
| 0.9 | .8159 | .8186 | .8212 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 |
| 1.6 | .9452 | .9463 | .9474 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 |
| 1.8 | .9641 | $\boxed{.9649}$ | .9656 |

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.81 \cdot \frac{2}{\sqrt{450}} = 0.1706$$

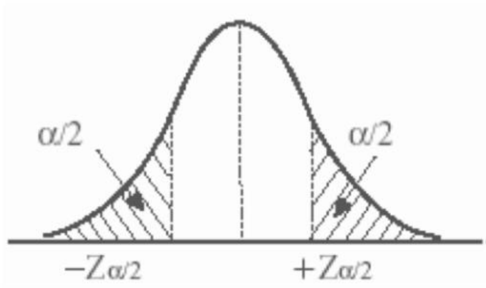
El intervalo de confianza es:

$$\left(\overline{x} - Error, \overline{x} + Error\right) = (14 - 0.1706, 14 + 0.1706) = (13.8294, 14.1706)$$

**B.**

Con un nivel de confianza del 90%

1 – α = 0,90 → α = 0,10 → α /2 = 0’05 →1 – α /2 = 0,95 → $z_{\alpha/2} = \frac{1.64+1.65}{2} = 1.645$




| x | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5 |
| 0.1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5 |
| 0.2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6 |
| 0.3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6 |
| 0.4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6 |
| 0.5 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7 |
| 0.6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7 |
| 0.7 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7 |
| 0.8 | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8 |
| 0.9 | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 | .8708 | .8729 | .8749 | .8 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 | .8907 | .8925 | .8944 | .8 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 | .9082 | .9099 | .9115 | .9 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 | .9236 | .9251 | .9265 | .9 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 | .9370 | .9382 | .9394 | .9 |
| 1.6 | .9452 | .9463 | .9474 | .9484 | $\boxed{.9495}$ | $\boxed{.9505}$ | .9 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 | .9582 | .9591 | .9599 | .9 |

Queremos encontrar un tamaño mínimo de la muestra para que el error sea un tercio de 0.1706.

El error debe ser $\dfrac{0.1706}{3} \simeq 0.0569$

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 0.0569 \Rightarrow$$

$$\frac{1.645 \cdot 2}{0.0569} = \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(\frac{1.645 \cdot 2}{0.0569}\right)^2 = 3343.238$$

Como n debe ser entero y superior al “n” hallado el tamaño mínimo es de 3344 clientes.