9 Medidas. Teorema de Pitágoras

1. Indica algún instrumento de medida que consideres adecuado para cada una de las siguientes situaciones.

a) Amueblar una habitación.

b) Darle jarabe para la tos a un niño pequeño.

c) Obtener las marcas obtenidas en unos juegos escolares que incluyen salto de longitud, de altura y lanzamiento de peso.

d) Duración de una canción de tu artista favorito.

e) Saber si las maletas cumplen los requisitos para poder subirlas al avión.

a) Cinta métrica

b) Jeringa

c) Cinta métrica

d) Cronómetro

e) Báscula

2. Propón tres ejemplos de situaciones en los que es necesario dar una medida exacta y tres ejemplos en los que una estimación sería suficiente.

Medida exacta:

- La masa de una bolsa de naranjas de la frutería.
- La cantidad de jarabe que debe tomar un enfermo.
- El tiempo que tarda un ciclista en recorrer una etapa.

Medida estimada:

- La masa de la mochila de un excursionista.
- La distancia entre las farolas de la calle.
- El tiempo que tarda en llegar un autobús a la parada.

3. Arturo quiere estimar el tiempo que va a tardar en montar en la montaña rusa. Para ello observa que la fila avanza unos 10 m cada 5 minutos.

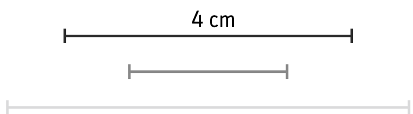
a) ¿Cuánto tiempo le falta para montar si hay 60 m hasta el comienzo de la fila?

b) ¿Cuántas personas hay delante de Arturo si estima que hay 6 por cada metro?

a) Le faltan $60:10\cdot 5=30$ minutos, es decir, media hora.

b) Hay $60\cdot 6=360$ personas delante de Arturo.

4. Fíjate en el primer segmento y estima la medida de los otros dos segmentos.



Mide los segmentos con una regla y calcula el error que has cometido con tu estimación.

Segmento corto: 2 cm estimados y 2,2 cm reales. Error: $E_A=|2{,}2-2|=0{,}2\Rightarrow E_R=\dfrac{0{,}2}{2{,}2}=0{,}09\Rightarrow 9{,}09\,\%$

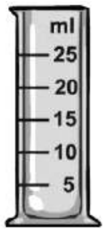
Segmento largo: 6 cm estimados y 5,6 cm reales. Error: $E_A=|5{,}6-6|=0{,}4\Rightarrow E_R=\dfrac{0{,}4}{5{,}6}=0{,}0714\Rightarrow 7{,}14\,\%$

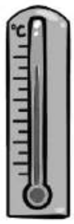
5. Para medir el tiempo se ha utilizado un reloj digital de un segundo de precisión y un cronómetro que es capaz de apreciar hasta la décima de segundo. Indica una cota del error que se comete al realizar medidas con cada aparato.

Reloj digital: E < 1 s

Cronómetro: E < 0,1 s

6. Indica la medida que marca cada aparato de medida y señala la cota del error cometido en cada una de ellas.





Probeta: capacidad; E < 5 ml

Peso: masa; E < 100 g

Termómetro: temperatura; E < 0,5ºC

7. Un palmo de Jorge mide entre 16 y 17 cm. Ha medido su pupitre y ha contado 3 palmos. ¿Entre qué dos valores estará comprendida la verdadera medida del pupitre? ¿Cuál es el error máximo de la estimación?

La verdadera medida estará comprendida entre $16 \cdot 3 = 48$ y $17 \cdot 3 = 51$ cm.

El error máximo de estimación es $|51 - 48| = 3$ cm.

8. Expresa las siguientes medidas en forma incompleja en la unidad que se indica en cada caso.

a) 6° 12' 24" en grados

b) 12 h 20 min 15 s en segundos

c) 3 h 45 min 23 s en minutos

d) 35° 5' 45" en minutos

a) $6° \ 12' \ 24'' = 6 + 12:60 + 24:3600 = 6 + 0{,}2 + 0{,}00\widehat{6} = 6{,}20\widehat{6}°$

b) $12 \text{ h } 20 \text{ min } 15 \text{ s} = 12 \cdot 3600 + 20 \cdot 60 + 15 = 43\,200 + 1200 + 15 = 44\,415 \text{ s}$

c) $3 \text{ h } 45 \text{ min } 23 \text{ s} = 3 \cdot 60 + 45 + 23:60 = 180 + 45 + 0{,}38\widehat{3} = 225{,}38\widehat{3}$ min

d) $35° \ 5' \ 45'' = 35 \cdot 60 + 5 + 45:60 = 2100 + 5 + 0{,}75 = 2105{,}75'$

9. Expresa en forma compleja las siguientes medidas de tiempo y ángulos.

a) 2,5 horas

b) 57,34°

c) 195 min

d) 480,35"

a) 2,5 horas $= 2$ h 30 min

b) $57{,}34° = 57° \ 20' \ 24''$

c) 195 min $=$ 3 h 15 min

d) $480{,}35'' = 8' \ 0{,}35''$

10. Una película dura 172,3 minutos. ¿Le dará tiempo a Jesús a verla si tiene 2 horas y media libres?

2 horas y media $= 2 \cdot 60 + 30 = 150$ min

Como 150 min < 172,3 min, a Jesús no le dará tiempo a ver la película.

11. Realiza las siguientes operaciones.

a) 12 h 12 min 50 s + 25 h 12 min 45 s

b) 66° 25' 12" − 26° 45' 12"

c) 6 · (1 h 10 min 23 s)

d) (56° 14' 15") : 3

a) 12 h 12 min 50 s + 25 h 12 min 45 s = 37 h 25 min 35 s

b) $66° \ 25' \ 12'' - 26° \ 45' \ 12'' = 39° \ 40'$

c) $6 \cdot (1 \text{ h } 10 \text{ min } 23 \text{ s}) = 7 \text{ h } 2 \text{ min } 18 \text{ s}$

d) $(56° \ 14' \ 15'') : 3 = 18° \ 44' \ 45''$

12. ¿Cuánto miden los dos ángulos que se obtienen al trazar la bisectriz del ángulo $A = 61° \; 20' \; 12''$?

La bisectriz divide un ángulo en dos ángulos iguales: $61° \; 20' \; 12'' : 2 = 30° \; 40' \; 6''$.

Los ángulos que se obtienen miden $30° \; 40' \; 6''$.

13. Elia ha anotado el tiempo que tarda en llegar el tren.

Lunes	**10 min 35 s**
Martes	**8,52 min**
Miércoles	**755 s**
Jueves	**5 min 55 s**
Viernes	**10,35 min**

a) ¿Qué día ha tenido que esperar más tiempo?

b) ¿Cuánto tiempo ha esperado en total esta semana?

a) Pasamos todos los tiempos a la misma unidad:

10 min 35 s = 635 s   8,52 min = 511,2 s

5 min 55 s = 355 s   10,35 min = 621 s

El miércoles fue el día que esperó más tiempo el tren.

b) En total ha esperado $635+511{,}2+755+355+621=2877{,}2 \text{ s}=47 \text{ min } 57{,}2 \text{ s}$.

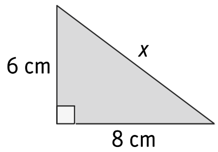
14. Actividad resuelta

15. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 15 cm, y uno de los catetos, 12 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto?

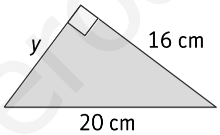
El otro cateto mide $a=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{225-144}=\sqrt{81}=9$ cm.

16. Calcula el lado desconocido de los siguientes triángulos rectángulos.

a)



b)



a) $x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ cm

b) $y=\sqrt{20^2-16^2}=\sqrt{400-256}=\sqrt{144}=12$ cm

17. ¿Cuáles de los siguientes tríos de números son ternas pitagóricas?

A. 32, 40, 50   **B. 12, 35, 37**   **C. 15, 20, 25**   **D. 10, 200, 41**

A. $32^2+40^2=1024+1600=2624\neq 50^2$. No es una terna pitagórica.

B. $12^2+35^2=144+1225=1369=37^2$. Sí es una terna pitagórica

C. $15^2+20^2=225+400=625=25^2$. Sí es una terna pitagórica

D. $10^2+41^2=100+1681=1781\neq 200^2$. No es una terna pitagórica.

18. Clasifica los siguientes triángulos.

a) $a=11$, $b=60$, $c=61$ **b)** $a=8$, $b=4$, $c=8$ **c)** $a=15$, $b=18$, $c=8$

a) $a^2=121$, $b^2=3600$, $c^2=3721 \Rightarrow 3721=121+3600 \Rightarrow c^2=a^2+b^2$. Triángulo rectángulo

b) $a^2=64$, $b^2=16$, $c^2=64 \Rightarrow 64<64+16 \Rightarrow a^2<b^2+c^2$. Triángulo acutángulo

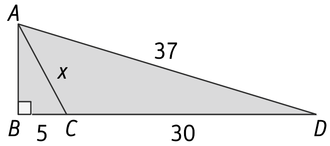
c) $a^2=225$, $b^2=324$, $c^2=64 \Rightarrow 324>225+64 \Rightarrow b^2>a^2+c^2$. Triángulo obtusángulo

19. Averigua el perímetro de un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 20 cm cada uno.

El lado que falta coincide con la hipotenusa: $h = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} = 28{,}28$ cm

El perímetro es $P = 20 + 20 + 28{,}28 = 68{,}28\,\text{cm}$

20. Halla la longitud del lado desconocido, *x*.



El lado $\overline{AB}$ es el cateto menor del triángulo *ABD*:

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{37^2 - (5+30)^2} = \sqrt{1369 - 1225} = \sqrt{144} = 12$$

El *x* es la hipotenusa del triángulo *ABC*:

$$x = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

21. Dos lados de un triángulo miden 6 cm y 10 cm. ¿Cuánto puede medir el tercer lado para que el triángulo sea obtusángulo? ¿Y para que sea acutángulo?

Para que tengamos un triángulo, el tercer lado *a* debe verificar (tanto si es el lado mayor como si no) que $10 - 6 < a < 10 + 6$

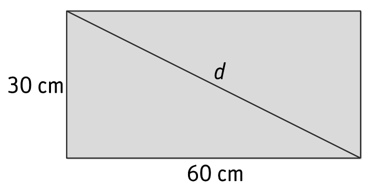
Para que sea obtusángulo:

- Si *a* es el lado mayor: $a^2 > 6^2 + 10^2 = 36 + 100 = 136 \to a > \sqrt{136} \to a > 11{,}66$ cm y $a < 16$ cm
- Si *a* no es el lado mayor: $10^2 > a^2 + 6^2 = a^2 + 36 \to 100 - 36 > a^2 \to \sqrt{64} > a \to 8 > a \to a < 8\,\text{cm}$ y $a > 4$ cm

Para que sea acutángulo:

- Si *a* es el lado mayor: $a^2 < 6^2 + 10^2 = 36 + 100 = 136 \to a < \sqrt{136} \to a < 11{,}66\,\text{cm}$ y. $a \geq 10$ cm
- Si *a* no es el lado mayor: $10^2 < a^2 + 6^2 = a^2 + 36 \to \sqrt{100 - 36} < a \to \sqrt{64} < a \to 8 < a \to a > 8\,\text{cm}$ .y $a < 10$ cm

22. ¿Cuánto mide la diagonal de este rectángulo?



La diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos y coincide con la hipotenusa.

$$d = \sqrt{30^2 + 60^2} = \sqrt{900 + 3600} = \sqrt{4500} = 67{,}08\,\text{cm}$$

23. Calcula la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 3 cm.

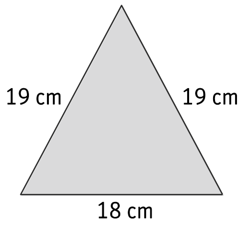
La diagonal divide el cuadrado en dos triángulos rectángulos iguales y coincide con la hipotenusa.

$$d = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 4{,}24\,\text{cm}$$

24. Si la diagonal de un cuadrado mide 12 cm, ¿Cuánto mide su lado?

$$12 = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2 \cdot l^2} = \sqrt{2}\, l \Rightarrow l = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6 \cdot \sqrt{2} = 8{,}49\,\text{cm}$$

25. Calcula el área del siguiente triángulo isósceles.



Para calcular el área necesitamos conocer la altura del triángulo. Por ser isósceles, la altura sobre el lado desigual lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$h=\sqrt{19^2-\left(\frac{18}{2}\right)^2}=\sqrt{19^2-9^2}=\sqrt{280}=16{,}73\,\text{cm}$$

Por tanto, el área del triángulo es: $A=\dfrac{18\cdot 16{,}73}{2}=150{,}57\,\text{cm}^2$.

26. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 9 cm de lado. ¿Cuánto vale su área?

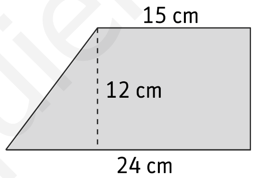
Por ser equilátero, cualquier altura lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$h=\sqrt{9^2-\left(\frac{9}{2}\right)^2}=\sqrt{9^2-4{,}5^2}=\sqrt{60{,}75}=7{,}79\,\text{cm}$$

El área del triángulo es: $A=\dfrac{9\cdot 7{,}79}{2}=35{,}06\,\text{cm}^2$.

27. Actividad resuelta

28. Calcula el perímetro de este trapecio.



Uno de los lados que faltan tiene igual longitud que la altura, 12 cm. El otro coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos lados miden 12 y $24-15=9$ cm. Por tanto, mide $\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{81+144}=15$ cm.

El perímetro del trapecio es: $P=15+12+24+15=66$ cm.

29. Calcula el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8 cm y 14 cm y su altura mide 4 cm.

Como el trapecio es isósceles, los lados que faltan son iguales y coinciden con la hipotenusa del triángulo rectángulo, cuyos lados miden 4 cm y $\dfrac{14-8}{2}=3$ cm. Por tanto, miden $\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}=5$ cm.

El perímetro del trapecio es: $P=8+14+2\cdot 5=32$ cm.

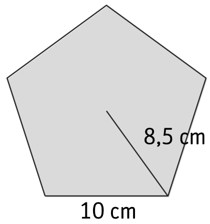
30. Un cuadrado de lado 7 cm está inscrito en una circunferencia. ¿Cuánto mide su radio?

La diagonal del cuadrado coincide con el diámetro de la circunferencia y forma un triángulo rectángulo.

$d=\sqrt{7^2+7^2}=7\cdot\sqrt{2}=9{,}90$ cm.

Por tanto, el radio de la circunferencia mide: $9{,}90:2=4{,}95$ cm.

31. Calcula la apotema del siguiente pentágono regular.



La apotema, el radio y la mitad de un lado forman un triángulo rectángulo. Por tanto, la apotema mide:

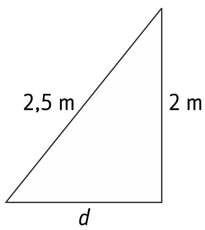
$\sqrt{8,5^2-\left(\frac{10}{2}\right)^2}=\sqrt{72,25-25}=6,87$ cm.

32. Calcula la medida de los lados iguales de un triángulo isósceles cuya altura mide 6 cm, y su base, 16 cm.

Por ser isósceles, la altura sobre el lado desigual lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

Por tanto, cada uno de los lados iguales mide: $\sqrt{6^2+\left(\frac{16}{2}\right)^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ cm.

33. La altura del muro del jardín de Ana es de 2 m. ¿A qué distancia del muro debe colocar una escalera de 2,5 m para que su extremo superior coincida exactamente con el punto más alto del muro?

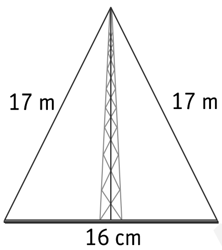


La escalera, el muro y la línea de tierra forman un triángulo rectángulo.

La distancia a la que debe colocar la escalera coincide con el cateto menor.

$d=\sqrt{2,5^2-2^2}=\sqrt{6,25-4}=1,5$ m

34. Una antena de telefonía está sujeta al suelo con dos cables iguales de 17 m de longitud. Si los cables están fijos a la misma distancia de la antena y entre ellos distan 16 cm, ¿cuál es la altura de la antena?



Los cables y el suelo forman un triángulo isósceles, de manera que la antena lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

Por tanto, la antena tendrá una altura de:

$h=\sqrt{17^2-\left(\frac{16}{2}\right)^2}=\sqrt{289-64}=15$ m

35. Lola ha preparado una empanada rectangular de 25 cm × 15 cm. Si la va a colocar en una fuente circular, ¿cuál debe ser el radio mínimo de la fuente para que la empanada no se salga?

La diagonal de la empanada coincide con el diámetro de la fuente y forma un triángulo rectángulo.

Por tanto, el radio mínimo es: $\frac{\sqrt{25^2+15^2}}{2}=\frac{\sqrt{625+225}}{2}=\frac{29,15}{2}=14,58$ cm.

36. Sergio ha instalado una piscina octogonal en el jardín y quiere colocar una valla a su alrededor. Si la apotema del octógono regular mide 2,77 m y el radio, 3 m, ¿qué longitud de valla necesita?

La apotema, el radio y la mitad de un lado forman un triángulo rectángulo.

Por tanto, el lado mide: $2\cdot\sqrt{3^2-2,77^2}=2\cdot\sqrt{9-7,6729}=2\cdot 1,15=2,30$ m.

Necesitará $8\cdot 2,30=18,4$ m de valla.

37. Actividad interactiva

38. Se ha medido la longitud de un lápiz y se ha obtenido un valor de 19,2 cm. La cota del error cometido es de 1 mm. ¿Entre qué dos valores estará la verdadera longitud del lápiz?

Como $|V_{real} - 19,2| = 0,1$, los valores de la longitud real del lápiz estarán entre $V_{real} = 19,1$ cm y $V_{real} = 19,3$ cm.

39. ¿Cuánto mide el segmento?

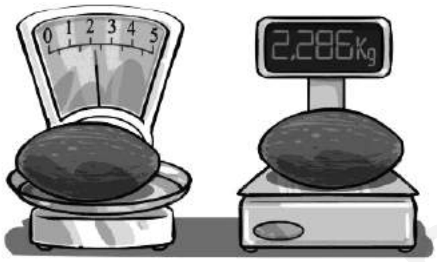
Indica la cota del error y entre qué dos valores se encuentra la verdadera longitud del segmento.

El segmento mide 6,8 cm.

La cota de error es E < 1 mm.

La verdadera longitud del segmento está entre 6,7 y 6,9 cm.

40. Calcula el error absoluto y relativo que se comete al usar la primera báscula en lugar de la segunda.



$$E_A = |2,286 - 2,250| = 0,036$$

$$E_R = \frac{0,036}{2,286} = 0,016 \Rightarrow 1,6\%$$

41. Calcula el error absoluto y relativo en cada caso.

a) En un centro educativo hay 956 alumnos, pero el director ha dicho que hay un millar.

b) La valla del jardín mide exactamente 1,52 m, aunque los vecinos dicen que mide un metro y medio.

c) En la receta pone que en un vaso caben 200 g de harina, pero al pesarlo he obtenido 206 g.

d) En la etiqueta de la bolsa de naranjas pone 1 kg, aunque la báscula marca 985 g.

a) $E_A = |956 - 1000| = 44 \Rightarrow E_R = \frac{44}{956} = 0,046 \Rightarrow 4,6\%$

b) $E_A = |1,52 - 1,50| = 0,02 \Rightarrow E_R = \frac{0,02}{1,52} = 0,013 \Rightarrow 1,3\%$

c) $E_A = |200 - 206| = 6 \Rightarrow E_R = \frac{6}{200} = 0,03 \Rightarrow 3\%$

d) $E_A = |1000 - 985| = 15 \Rightarrow E_R = \frac{15}{1000} = 0,015 \Rightarrow 1,5\%$

42. Estima los metros cuadrados que tiene tu clase. Hazlo contando pasos de aproximadamente un metro. Después y con la ayuda de una cinta métrica, comprueba si tu estimación es buena o mala.

Calcula el error absoluto y relativo cometido.

Respuesta libre

43. Con una regla graduada, Elena ha medido el largo y el ancho de un folio y ha obtenido 29,7 cm y 21 cm, respectivamente. La cota del error es de 1 mm. ¿Entre qué dos valores se encontrará el área del folio, en centímetros cuadrados? Indica la cota del error cometido.

Como $|V_{real} - 29,7| = 0,1$, los valores del largo del folio estarán entre $V_{real} = 29,6$ cm y $V_{real} = 29,8$ cm.

Como $|V_{real} - 21| = 0,1$, los valores del ancho del folio estarán entre $V_{real} = 20,9$ cm y $V_{real} = 21,1$ cm.

El área del folio estará entre $29,6 \cdot 20,9 = 618,64$ cm^2 y $29,8 \cdot 21,1 = 628,78$ cm^2.

La cota del error cometido será: $E = 628,78 - 618,64 = 10,14$ cm^2.

44. Pasa a segundos las siguientes cantidades de tiempo dadas en forma compleja.

a) 5 h 22 min 25 s **c) 2 h 2 min 44 s**

b) 123 h 48 min 59 s **d) 42 h 22 min 13 s**

a) $5 \text{ h } 22 \text{ min } 25 \text{ s} = 5 \cdot 3600 + 22 \cdot 60 + 25 = 18\,000 + 1320 + 25 = 19\,345 \text{ s}$

b) $123 \text{ h } 48 \text{ min } 59 \text{ s} = 123 \cdot 3600 + 48 \cdot 60 + 59 = 442\,800 + 2880 + 59 = 445\,739 \text{ s}$

c) $2 \text{ h } 2 \text{ min } 44 \text{ s} = 2 \cdot 3600 + 2 \cdot 60 + 44 = 7200 + 120 + 44 = 7364 \text{ s}$

d) $42 \text{ h } 22 \text{ min } 13 \text{ s} = 42 \cdot 3600 + 22 \cdot 60 + 13 = 151\,200 + 1320 + 13 = 152\,533 \text{ s}$

45. Pasa a segundos las siguientes medidas de ángulos en forma compleja.

a) 15° 12' 35" **c) 205° 2' 13"**

b) 125° 42' 39" **d) 300° 30' 30"**

a) $15^\circ\ 12'\ 35'' = 15 \cdot 3600 + 12 \cdot 60 + 35 = 54\,000 + 720 + 35 = 54\,755''$

b) $125^\circ\ 42'\ 39'' = 125 \cdot 3600 + 42 \cdot 60 + 39 = 450\,000 + 2520 + 39 = 452\,559''$

c) $205^\circ\ 2'\ 13'' = 205 \cdot 3600 + 2 \cdot 60 + 13 = 738\,000 + 120 + 13 = 738\,133''$

d) $300^\circ\ 30'\ 30'' = 300 \cdot 3600 + 30 \cdot 60 + 30 = 1\,080\,000 + 1800 + 30 = 1\,081\,830''$

46. Actividad resuelta

47. Expresa en minutos 1 h 13 min 14 s.

$1 \text{ h } 13 \text{ min } 14 \text{ s} = 1 \cdot 60 + 13 + 14 : 60 = 60 + 13 + 0{,}2\widehat{3} = 73{,}2\widehat{3} \text{ min}$

48. Pasa a forma compleja las siguientes cantidades de tiempo.

a) 4025 s **c) 390 min** **e) 417 min 180 s**

b) 10 250 s **d) 4250 min** **f) 170 min 600 s**

a) $4025 \text{ s} = 1 \text{ h } 7 \text{ min } 5 \text{ s}$ **c)** $390 \text{ min} = 6 \text{ h } 30 \text{ min}$ **e)** $417 \text{ min } 180 \text{ s} = 7 \text{ h}$

b) $10\,250 \text{ s} = 2 \text{ h } 50 \text{ min } 50 \text{ s}$ **d)** $4250 \text{ min} = 70 \text{ h } 50 \text{ min}$ **f)** $170 \text{ min } 600 \text{ s} = 3 \text{ h}$

49. Pasa a forma compleja las siguientes amplitudes de ángulos.

a) 1025" **c) 1250"** **e) 100' 1200"**

b) 400" **d) 12 900"** **f) 590' 600"**

a) $1025'' = 17'\ 5''$ **c)** $1250'' = 20'\ 50''$ **e)** $100'\ 1200'' = 2^\circ$

b) $400'' = 6'\ 40''$ **d)** $12\,900'' = 3^\circ\ 35'$ **f)** $590'\ 600'' = 10^\circ$

50. Realiza las siguientes operaciones con medidas de tiempo.

a) $\mathbf{42 \text{ h } 13 \text{ min } 42 \text{ s} + 15 \text{ h } 25 \text{ min } 35 \text{ s}}$ **c)** $\mathbf{3 \cdot (16 \text{ h } 23 \text{ min } 45 \text{ s})}$

b) $\mathbf{12 \text{ h } 41 \text{ min } 4 \text{ s} - 10 \text{ h } 50 \text{ min } 59 \text{ s}}$ **d)** $\mathbf{(61 \text{ h } 33 \text{ min } 24 \text{ s}) : 4}$

a) $42 \text{ h } 13 \text{ min } 42 \text{ s} + 15 \text{ h } 25 \text{ min } 35 \text{ s} = 57 \text{ h } 39 \text{ min } 17 \text{ s}$

b) $12 \text{ h } 41 \text{ min } 4 \text{ s} - 10 \text{ h } 50 \text{ min } 59 \text{ s} = 1 \text{ h } 50 \text{ min } 5 \text{ s}$

c) $3 \cdot (16 \text{ h } 23 \text{ min } 45 \text{ s}) = 49 \text{ h } 11 \text{ min } 15 \text{ s}$

d) $(61 \text{ h } 33 \text{ min } 24 \text{ s}) : 4 = 15 \text{ h } 23 \text{ min } 21 \text{ s}$

51. Realiza las siguientes operaciones con ángulos.

a) $25° \ 22' \ 37'' + 15° \ 43' \ 58''$

b) $56° \ 13' \ 22'' - 16° \ 35' \ 23''$

c) $5 \cdot (13° \ 26' \ 28'')$

d) $(177° \ 57' \ 55'') : 7$

a) $25° \ 22' \ 37'' + 15° \ 43' \ 58'' = 41° \ 6' \ 35''$

b) $56° \ 13' \ 22'' - 16° \ 35' \ 23'' = 39° \ 37' \ 59''$

c) $5 \cdot (13° \ 26' \ 28'') = 67° \ 12' \ 20''$

d) $(177° \ 57' \ 55'') : 7 = 25° \ 25' \ 25''$

52. Calcula y simplifica.

a) $13 \text{ h } 15 \text{ min } 19 \text{ s} - 2 \cdot (5 \text{ h } 13 \text{ min } 44 \text{ s})$

b) $4 \cdot (2 \text{ h } 22 \text{ min } 14 \text{ s}) + 3 \cdot (4 \text{ h } 10 \text{ min } 4 \text{ s})$

c) $10 \cdot (1 \text{ h } 23 \text{ s} - 43 \text{ min } 3 \text{ s})$

d) $8 \cdot (42° \ 13' \ 45'') + (13° \ 25' \ 11'')$

e) $2 \cdot (148° \ 23' \ 58'') - 3 \cdot (51° \ 22' \ 6'')$

f) $5 \cdot (12° \ 3' \ 3'' + 59' \ 59'')$

g) $[4 \cdot (25° \ 15' \ 23'') + (7° \ 40')] : 3$

a) $13 \text{ h } 15 \text{ min } 19 \text{ s} - 2 \cdot (5 \text{ h } 13 \text{ min } 44 \text{ s}) = 13 \text{ h } 15 \text{ min } 19 \text{ s} - 10 \text{ h } 27 \text{ min } 28 \text{ s} = 2 \text{ h } 47 \text{ min } 51 \text{ s}$

b) $4 \cdot (2 \text{ h } 22 \text{ min } 14 \text{ s}) + 3 \cdot (4 \text{ h } 10 \text{ min } 4 \text{ s}) = 9 \text{ h } 28 \text{ min } 56 \text{ s} + 12 \text{ h } 30 \text{ min } 12 \text{ s} = 21 \text{ h } 59 \text{ min } 8 \text{ s}$

c) $10 \cdot (1 \text{ h } 23 \text{ s} - 43 \text{ min } 3 \text{ s}) = 10 \cdot (17 \text{ min } 20 \text{ s}) = 2 \text{ h } 53 \text{ min } 20 \text{ s}$

d) $8 \cdot (42° \ 13' \ 45'') + (13° \ 25' \ 11'') = 337° \ 50' + 13° \ 25' \ 11'' = 351° \ 15' \ 11''$

e) $2 \cdot (148° \ 23' \ 58'') - 3 \cdot (51° \ 22' \ 6'') = 296° \ 47' \ 56'' - 154° \ 6' \ 18'' = 142° \ 41' \ 38''$

f) $5 \cdot (12° \ 3' \ 3'' + 59' \ 59'') = 5 \cdot (13° \ 3' \ 2'') = 65° \ 15' \ 10''$

g) $[4 \cdot (25° \ 15' \ 23'') + (7° \ 40')] : 3 = [(101° \ 1' \ 32'') + (7° \ 40')] : 3 = (108° \ 41' \ 32'') : 3 = 36° \ 13' \ 50''$

53. Dados los ángulos $A = 20° \ 54' \ 40''$, $B = 45° \ 35' \ 20''$ y $C = 15° \ 30' \ 45''$, calcula:

a) $A + B + C$

b) $A + B - C$

c) $2A + 3B$

d) $4(A + B) - C$

e) $3A - B + 2C$

f) $(A + B) : 4$

a) $20° \ 54' \ 40'' + 45° \ 35' \ 20'' + 15° \ 30' \ 45'' = 82° \ 45''$

b) $20° \ 54' \ 40'' + 45° \ 35' \ 20'' - 15° \ 30' \ 45'' = 50° \ 59' \ 15''$

c) $2 \cdot (20° \ 54' \ 40'') + 3 \cdot (45° \ 35' \ 20'') = 41° \ 49' \ 20'' + 136° \ 46' = 178° \ 35' \ 20''$

d) $4 \cdot (20° \ 54' \ 40'' + 45° \ 35' \ 20'') - 15° \ 30' \ 45'' = 4 \cdot (66° \ 30') - 15° \ 30' \ 45'' = 266° - 15° \ 30' \ 45'' = 250° \ 29' \ 15''$

e) $3 \cdot (20° \ 54' \ 40'') - 45° \ 35' \ 20'' + 2 \cdot (15° \ 30' \ 45'') = 62° \ 44' - 45° \ 35' \ 20'' + 31° \ 1' \ 30'' = 48° \ 10' \ 10''$

f) $(20° \ 54' \ 40'' + 45° \ 35' \ 20'') : 4 = (66° \ 30') : 4 = 16° \ 37' \ 30''$

54. Completa la siguiente tabla en tu cuaderno, donde *a* representa la medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo y *b* y *c*, la medida de los catetos.

a (cm)	*b* (cm)	*c* (cm)
●	**12**	**35**
●	**112**	**15**
●	**28**	**45**
45	**27**	●
61	●	**11**
65	**56**	●

$a=\sqrt{12^2+35^2}=\sqrt{144+1225}=\sqrt{1369}=37$

$a=\sqrt{112^2+15^2}=\sqrt{12544+225}=\sqrt{12769}=113$

$a=\sqrt{28^2+45^2}=\sqrt{784+2025}=\sqrt{2809}=53$

$c=\sqrt{45^2-27^2}=\sqrt{2025-729}=\sqrt{1296}=36$

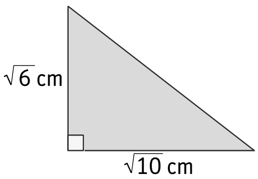
$b=\sqrt{61^2-11^2}=\sqrt{3721-121}=\sqrt{3600}=60$

$c=\sqrt{65^2-56^2}=\sqrt{4225-3136}=\sqrt{1089}=33$

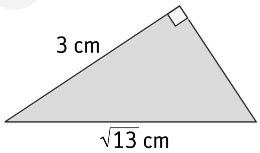
a (cm)	*b* (cm)	*c* (cm)
37	**12**	**35**
113	**112**	**15**
53	**28**	**45**
45	**27**	36
61	60	**11**
65	**56**	33

55. Calcula la medida del lado que falta en cada caso.

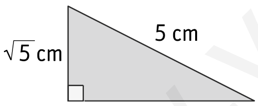
a)



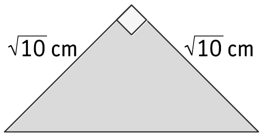
c)



b)



d)



a) $h=\sqrt{\sqrt{6}^2+\sqrt{10}^2}=\sqrt{6+10}=\sqrt{16}=4\,\text{cm}$

b) $c=\sqrt{5^2-\sqrt{5}^2}=\sqrt{25-5}=\sqrt{20}=4{,}47\,\text{cm}$

c) $c=\sqrt{\sqrt{13}^2-3^2}=\sqrt{13-9}=\sqrt{4}=2\,\text{cm}$

d) $h=\sqrt{\sqrt{10}^2+\sqrt{10}^2}=\sqrt{10+10}=\sqrt{20}=4{,}47\,\text{cm}$

56. Clasifica los siguientes triángulos en rectángulos, acutángulos u obtusángulos.

a) $a = 9$ **cm,** $b = 12$ **cm y** $c = 15$ **cm**

b) $a = 10$ **cm,** $b = 15$ **cm y** $c = 20$ **cm**

c) $a = 2$ **cm,** $b = 12$ **cm y** $c = 12$ **cm**

d) $a = 45$ **cm,** $b = 28$ **cm y** $c = 53$ **cm**

e) $a = 4$ **cm,** $b = \sqrt{7}$ **cm y** $c = \sqrt{9}$ **cm**

a) $a^2 = 81$, $b^2 = 144$, $c^2 = 225 \Rightarrow 225 = 81 + 144 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$. Triángulo rectángulo

b) $a^2 = 100$, $b^2 = 225$, $c^2 = 400 \Rightarrow 400 > 100 + 225 \Rightarrow c^2 > a^2 + b^2$. Triángulo obtusángulo

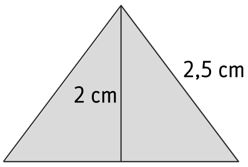
c) $a^2 = 4$, $b^2 = 144$, $c^2 = 144 \Rightarrow 144 < 4 + 144 \Rightarrow c^2 < a^2 + b^2$. Triángulo acutángulo

d) $a^2 = 2025$, $b^2 = 784$, $c^2 = 2809 \Rightarrow 2809 = 2025 + 784 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$. Triángulo rectángulo

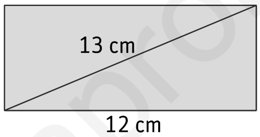
e) $a^2 = 16$, $b^2 = 7$, $c^2 = 9 \Rightarrow 16 = 7 + 9 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$. Triángulo rectángulo

57. Halla los lados desconocidos de las siguientes figuras.

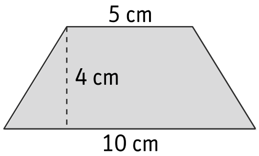
a)



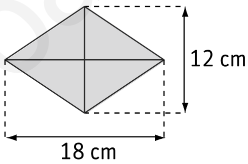
c)



b)



d)



a) Por ser un triángulo isósceles, la altura sobre el lado desigual lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$l = 2 \cdot \sqrt{2{,}5^2 - 2^2} = 2 \cdot \sqrt{6{,}25 - 4} = 2 \cdot \sqrt{2{,}25} = 3 \text{ cm}$$

b) Como el trapecio es isósceles, los lados que faltan son iguales y coinciden con la hipotenusa del triángulo rectángulo que forma la altura.

$$l = \sqrt{4^2 + \left(\frac{10-5}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + 6{,}25} = \sqrt{22{,}25} = 4{,}72 \text{ cm}$$

c) La diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos iguales cuyo cateto menor coincide con el lado del rectángulo.

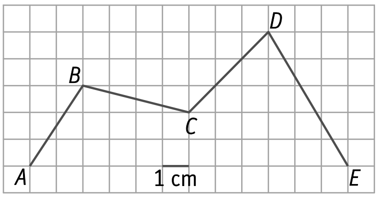
$$l = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

d) Las diagonales dividen el rombo en cuatro triángulos rectángulos iguales cuya hipotenusa coincide con el lado.

$$l = \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 + \left(\frac{18}{2}\right)^2} = \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117} = 10{,}82 \text{ cm}$$

58. Actividad resuelta

59. Halla la longitud de la línea poligonal de la figura.



Cada tramo de la línea poligonal coincide con la hipotenusa de un triángulo:

$$\overline{AB}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}=3{,}61\text{ cm}$$

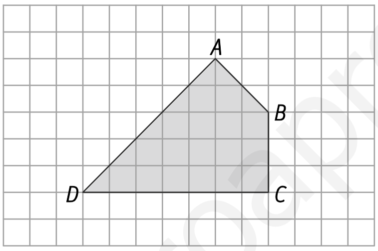
$$\overline{BC}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}=4{,}12\text{ cm}$$

$$\overline{CD}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}=4{,}24\text{ cm}$$

$$\overline{DE}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}=5{,}83\text{ cm}$$

La línea poligonal mide: $3{,}61+4{,}12+4{,}24+5{,}83=17{,}8$ cm.

60. Si cada cuadradito tiene 1 dm de lado, calcula el perímetro del cuadrilátero de la figura.



Las longitudes de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$ se obtienen mediante el teorema de Pitágoras:

$$\overline{AB}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2{,}83\text{ dm}$$

$$\overline{AD}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}=7{,}07\text{ dm}$$

El perímetro mide: $2{,}83+3+7+7{,}07=19{,}9$ dm.

61. Halla las medidas desconocidas en estos triángulos equiláteros.

a) Halla la altura si el lado mide 3 cm.

b) Halla el lado si la altura mide 3 cm.

a) Como el triángulo es equilátero, la altura será lo divide en dos triángulos rectángulos iguales cuya hipotenusa mide 3 cm.

$$h=\sqrt{3^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{9-2{,}25}=\sqrt{6{,}75}=2{,}60\text{ cm}$$

b) El lado será la hipotenusa de cualquiera de los dos triángulos rectángulos en que la altura divide al triángulo equilátero.

$$l^2=h^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2\Rightarrow\frac{3}{4}l^2=h^2\Rightarrow l^2=\frac{4}{3}h^2\Rightarrow l=\frac{2}{\sqrt{3}}h=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}=3{,}46\text{ cm}$$

62. Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyo perímetro mide 36 m, y su base, 10 m.

Cada uno de los lados iguales del triángulo mide: $l = \frac{36-10}{2} = \frac{26}{2} = 13$ cm.

La altura sobre el lado desigual divide al triángulo en dos triángulos rectángulos iguales. Por tanto:

$$h = \sqrt{13^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{169-25} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

63. Halla el perímetro y el área del cuadrado circunscrito a una circunferencia de radio 5 cm.

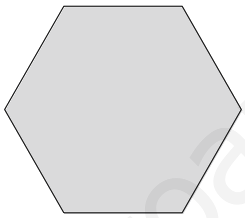
La diagonal del cuadrado coincide con el diámetro de la circunferencia. A su vez, la diagonal divide el cuadrado en dos triángulos rectángulos iguales. Por tanto:

$$(5\cdot 2)^2 = l^2 + l^2 = 2\cdot l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{5^2\cdot 2^2}{2} \Rightarrow l = 5\cdot\sqrt{2} \text{ cm}$$

El área y el perímetro del cuadrado miden:

$$A = \left(5\cdot\sqrt{2}\right)^2 = 25\cdot 2 = 50 \text{ cm}^2 \qquad P = 4\cdot 5\cdot\sqrt{2} = 20\cdot\sqrt{2} = 28{,}28 \text{ cm}$$

64. Halla el perímetro y el área de un hexágono regular de lado 6 cm.



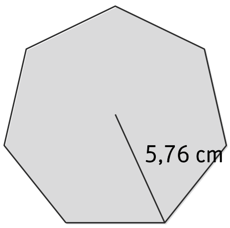
El perímetro mide: $P = 6\cdot 6 = 36$ cm.

Para calcular el área se necesita conocer la apotema. La apotema, el radio y la mitad de un lado forman un triángulo rectángulo. En el caso del hexágono regular, el radio coincide con el lado, de manera que:

$$a = \sqrt{6^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{36-9} = \sqrt{27} = 5{,}20 \text{ cm}$$

Por tanto, el área del hexágono mide: $A = \frac{36\cdot 5{,}20}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$

65. Halla el perímetro y el área del heptágono regular de la figura.



El perímetro mide: $P = 5\cdot 7 = 35$ cm.

La apotema, el radio y la mitad de un lado forman un triángulo rectángulo, de manera que:

$$a = \sqrt{5{,}76^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{33{,}17-6{,}25} = \sqrt{26{,}92} = 5{,}18 \text{ cm}$$

Por tanto, el área del heptágono mide: $A = \frac{35\cdot 5{,}18}{2} = 90{,}65 \text{ cm}^2$

66. Halla el perímetro y el área de un rombo cuyas diagonales miden 15 cm y 8 cm, respectivamente.

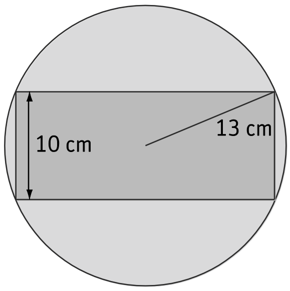
Las diagonales dividen el rombo en cuatro triángulos rectángulos cuyas hipotenusas coinciden con los lados del rombo.

$$l=\sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2+\left(\frac{8}{2}\right)^2}=\sqrt{56,25+16}=\sqrt{72,25}=8,5\text{ cm}$$

El perímetro y el área del rombo miden:

$$P=4\cdot 8,5=34\text{ cm} \qquad A=\frac{15\cdot 8}{2}=60\text{ cm}^2$$

67. En una circunferencia de 13 cm de radio inscribimos un rectángulo de 10 cm de altura. Calcula el perímetro del rectángulo.



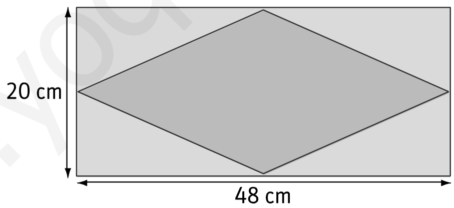
La diagonal del rectángulo coincide con el diámetro de la circunferencia. A su vez, la diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos iguales. Por tanto:

$$l=\sqrt{(2\cdot 13)^2-10^2}=\sqrt{676-100}=24\text{ cm}$$

El perímetro y el área del rectángulo miden:

$$P=2\cdot 10+2\cdot 24=20+48=68\text{ cm} \qquad A=24\cdot 10=240\text{ cm}^2$$

68. Halla el perímetro del rombo de la figura sabiendo que sus vértices están situados en los puntos medios del rectángulo.



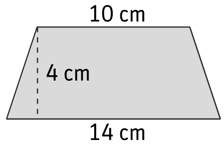
Las diagonales del rombo coinciden con los lados del rectángulo. A su vez, dichas diagonales dividen el rombo en cuatro triángulos rectángulos cuyas hipotenusas coinciden con los lados del rombo:

$$l=\sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2+\left(\frac{48}{2}\right)^2}=\sqrt{100+576}=\sqrt{676}=26\text{ cm}$$

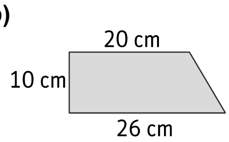
El perímetro del rombo mide: $P=4\cdot 26=104\text{ cm}$.

69. Calcula el perímetro y el área de cada uno de los siguientes trapecios.

a)



b)



a) Como el trapecio es isósceles, los lados que faltan son iguales y coinciden con la hipotenusa del triángulo rectángulo que forma la altura.

$$l=\sqrt{4^2+\left(\frac{14-10}{2}\right)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=4,47\text{ cm}$$

El perímetro y el área del rectángulo miden:

$$P=2\cdot 4,47+10+14=32,94\text{ cm} \qquad A=\frac{(14+10)\cdot 4}{2}=48\text{ cm}^2$$

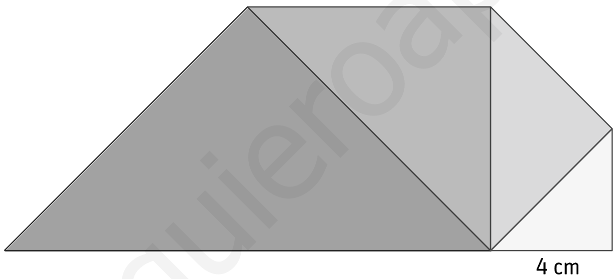
b) El lado que falta coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por la altura.

$$l=\sqrt{10^2+(26-20)^2}=\sqrt{100+36}=\sqrt{136}=11,66\text{ cm}$$

El perímetro y el área del rectángulo serán:

$$P=26+10+20+11,66=67,66\text{ cm} \qquad A=\frac{(26+20)\cdot 10}{2}=230\text{ cm}^2$$

70. Todos los triángulos de la figura son rectángulos e isósceles.



Calcula la hipotenusa del triángulo mayor.

La hipotenusa de cada triángulo es el lado del triángulo contiguo, por tanto:

$$h_1=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{2\cdot 4^2}=4\cdot\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$h_2=\sqrt{\left(4\cdot\sqrt{2}\right)^2+\left(4\cdot\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2\cdot\left(4\cdot\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2\cdot 4^2\cdot 2}=\sqrt{2^2\cdot 4^2}=\sqrt{8^2}=8\text{ cm}$$

$$h_3=\sqrt{8^2+8^2}=\sqrt{2\cdot 8^2}=8\cdot\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$h_2=\sqrt{\left(8\cdot\sqrt{2}\right)^2+\left(8\cdot\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2\cdot\left(8\cdot\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2\cdot 8^2\cdot 2}=\sqrt{2^2\cdot 8^2}=\sqrt{16^2}=16\text{ cm}$$

71. De un triángulo se conocen dos de sus ángulos, que miden $A=45°\ 23'\ 13''$ y $B=65°\ 44'\ 50''$.

a) Calcula la medida del tercer ángulo, C .

b) Expresa el resultado en forma compleja y no compleja utilizando únicamente grados.

a) La suma de los ángulos de un triángulo es de 180º. Por tanto:

$$C=180-(A+B)=180°-(45°\ 23'\ 13''+65°\ 44'\ 50'')=180°-111°\ 8'\ 3''=68°\ 51'\ 57''$$

b) En forma incompleja: $C=68°\ 51'\ 57''=(68+51:60+57:3600)°=(68+0,85+0,016)°=68,87°$.

72. El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide 44° 45' 33".

a) Calcula la medida de los ángulos iguales y exprésala en forma compleja.

b) Expresa el resultado solo en minutos.

a) La suma de los ángulos de un triángulo es de 180º. Como el triángulo es isósceles hay dos ángulos iguales, B de manera que:

$$B=\frac{180°-A}{2}=\frac{180°-44°\,45'\,33"}{2}=\frac{135°\,14'\,27"}{2}=67°\,37'\,13"$$

b) $B=67°\,37'\,13"=(67\cdot 60+37+13:60)'=(4020+37+0{,}22)'=4057{,}22'$

73. Dos de los ángulos de un triángulo miden $A=34°\,15'\,50"$ y $B=55°\,44'\,10"$.

a) ¿Cuánto mide el tercer ángulo?

b) Si los dos lados menores miden 3,5 cm y 5 cm, ¿cuánto mide el lado mayor?

a) La suma de los ángulos de un triángulo es de 180º. Por tanto:

$$C=180-(A+B)=180°-(34°\,15'\,50"+55°\,44'\,10")=180°-90°=90°$$

b) Como uno de los ángulos es recto, mide 90º, el triángulo es rectángulo. Por tanto, el lado mayor corresponde a la hipotenusa:

$$h_1=\sqrt{3{,}5^2+5^2}=\sqrt{12{,}25+25}=\sqrt{37{,}25}=6{,}10 \text{ cm}$$

74. Un ángulo de un paralelogramo mide 44° 23' 15". ¿Cuánto miden los otros ángulos?

Un paralelogramo es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son iguales y paralelos entre sí dos a dos. Por tanto, habrá otro ángulo que mida 44° 23' 15" y los otros dos ángulos serán iguales entre sí.

Además, la suma de todos los ángulos es de 360º, de manera que cada uno de los dos ángulos restantes mide:

$$\frac{360°-2\cdot(44°\,45'\,33")}{2}=\frac{360°-89°\,31'\,6"}{2}=\frac{270°\,28'\,54"}{2}=135°\,14'\,27"$$

75. Se sabe que la suma de los ángulos interiores de un polígono de *n* lados es $(n-2)\cdot 180°$.

a) Calcula la medida de cada uno de los ángulos de un pentágono regular.

b) Calcula, en grados, minutos y segundos, la medida de cada uno de los ángulos de un heptágono regular.

a) $\dfrac{[(5-2)\cdot 180°]}{5}=\dfrac{3\cdot 180°}{5}=\dfrac{540°}{5}=108°$

b) $\dfrac{[(7-2)\cdot 180°]}{7}=\dfrac{5\cdot 180°}{7}=\dfrac{900°}{7}=128°\,34'\,17"$

76. En la compraventa de un terreno rectangular, el comprador va a pagar 500 € por cada metro cuadrado del mismo.

a) ¿Crees que sería adecuado realizar una estimación de las medidas del campo mediante pasos y considerando que cada paso mide aproximadamente un metro?

b) Si han contado 35 pasos × 25 pasos, ¿cuál será el precio a pagar por el terreno?

c) Al medir el terreno con un distanciómetro, han obtenido unas medidas de 33,28 m × 24,6 m. ¿Cuál será el precio del terreno ahora?

a) Respuesta libre

b) El precio estimado a pagar será: $35\times 25\times 500=437\,500$ € .

c) El precio exacto a pagar será: $33{,}28\times 24{,}6\times 500=409\,344$ € .

77. Manuela ha medido con una cinta métrica la distancia que separa la entrada al jardín de la puerta de su casa y ha obtenido un valor de 7,5 m.

Sin embargo, mediante un GPS topográfico ha comprobado que la verdadera distancia es de 7,43 m. ¿Cuáles son los errores absoluto y relativo de su primera medida?

$$E_A = |7{,}43 - 7{,}5| = 0{,}07 \Rightarrow E_R = \frac{0{,}07}{7{,}43} = 0{,}009 \Rightarrow 0{,}9\%$$

78. Se ha medido con un teodolito la elevación angular de una estrella y se ha obtenido 69° 14' 15". Escribe este valor en grados.

$69°\ 14'\ 15'' = 69 + 14 : 60 + 15 : 3600 = 69{,}2375°$

79. El coste de la conexión a Internet en cierto comercio abierto al público es de 1,25 € cada hora. ¿Cuánto deberemos pagar si hemos estado conectados durante 1 h 25 min 40 s?

$1\text{ h } 25\text{ min } 40\text{ s} = 1 + 25 : 60 + 40 : 3600 = 1{,}43\text{ h}$. Deberemos pagar: $1{,}43 \cdot 1{,}25 = 1{,}7875 \Rightarrow 1{,}79\text{ €}$.

80. Carlos quiere construir un soporte para una estantería con forma de triángulo rectángulo.

a) ¿Podrá hacerlo con tres listones de 11,5 cm, 25,2 cm y 28 cm?

b) ¿Cuánto deberá cortar uno de los listones para poder construirlo?

a) Como forma un triángulo rectángulo, y cumple: $11{,}5^2 + 25{,}2^2 < 28^2 \Rightarrow 1132{,}25 + 635{,}04 < 784$, sí podrá hacerlo.

b) Para construirlo se debe cumplir: $11{,}5^2 + 25{,}2^2 = 132{,}25 + 635{,}04 = 767{,}29 = 27{,}7^2$, por tanto el deberá cortarlo $28 - 27{,}7 = 0{,}3\text{ cm}$

81. La ventana de la habitación de Isabel mide 1,2 m de alto y 60 cm de ancho. Isabel quiere decorarla utilizando dos tiras de vinilo adhesivo de 1,5 m de largo. ¿Podrá colocar los vinilos uniendo los vértices opuestos de la ventana?

Al colocar cada vinilo en la diagonal de la ventana, formará un triángulo rectángulo con los lados de la ventana. Por tanto, cada tira medirá:

$h = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}6^2} = \sqrt{1{,}44 + 0{,}36} = \sqrt{1{,}8} = 1{,}34\text{ m}$. Como 1,34 m < 1,5 m, sí podrá colocar los vinilos.

82. El tamaño de las televisiones se expresa normalmente midiendo su diagonal en pulgadas.

a) Si una pulgada equivale a 2,54 cm, ¿cuántas pulgadas tiene un televisor cuya pantalla mide 70 cm de largo por 40 cm de alto?

b) De un televisor se sabe que tiene 50 pulgadas, pero no las medidas de sus lados. Indica cuales de las siguientes medidas son posibles:

A. 117 cm × 49,4 cm B. 1 m × 50 cm C. 1,5 m × 50 cm D. 89,8 cm × 89,8 cm

Entre las medidas posibles, ¿cuál crees que corresponde a un televisor? ¿Por qué?

a) Se calcula la diagonal mediante el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{70^2 + 40^2} = \sqrt{4900 + 1600} = \sqrt{6500} = 80{,}62\text{ cm} \Rightarrow 80{,}62 : 2{,}54 = 31{,}74 \simeq 32\text{ pulgadas}$$

b) Calculamos la medida en centímetros: $50 \cdot 2{,}54 = 127\text{ cm}$ y comprobamos cuáles serían posibles:

A. $h = \sqrt{117^2 + 49{,}4^2} = \sqrt{13\,689 + 2\,440{,}36} = \sqrt{16\,129{,}36} = 127\text{ cm}$

B. $h = \sqrt{100^2 + 50^2} = \sqrt{10\,000 + 2\,500} = \sqrt{12\,500} = 111{,}8\text{ cm}$

C. $h = \sqrt{150^2 + 50^2} = \sqrt{22\,500 + 2\,500} = \sqrt{25\,000} = 158{,}11\text{ cm}$

D. $h = \sqrt{89{,}8^2 + 89{,}8^2} = \sqrt{8\,064{,}04 + 8\,064{,}04} = \sqrt{16\,128{,}08} = 127\text{ cm}$

Corresponde a un televisor la opción A., porque se ajusta a la medida dada y es de forma rectangular.

83. Actividad resuelta

84. Un avión tarda 1 h 15 min en recorrer 1250 km.

a) ¿Cuánto tardará en recorrer 6500 km?

b) ¿Qué distancia recorre en 3 h 20 min?

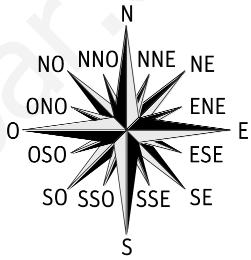
a) Expresamos el tiempo en forma incompleja: $1\text{h } 15 \text{ min} = 1 \cdot 60 + 15 = 60 + 15 = 75 \text{ min}$.

En recorrer 6500 km tarda: $\dfrac{75 \text{ min}}{1250 \text{ km}} = \dfrac{x \text{ min}}{6500 \text{ km}} \Rightarrow x = \dfrac{75 \cdot 6500}{1250} = 390 \text{ min}$

b) Expresamos el tiempo en forma incompleja: $3\text{h } 20 \text{ min} = 3 \cdot 60 + 20 = 180 + 20 = 200 \text{ min}$.

En 3 h 20 min recorre: $\dfrac{75 \text{ min}}{1250 \text{ km}} = \dfrac{200 \text{ min}}{x \text{ km}} \Rightarrow x = \dfrac{1250 \cdot 200}{75} = 3333,\hat{3} \text{ km}$

85. ¿Qué ángulo forma la dirección norte con la dirección noreste? ¿Y con la dirección nornoroeste? Expresa los resultados lo más aproximadamente posible.



Con la dirección noreste: $360° : 8 = 45°$

Con la dirección nornoroeste: $360° : 16 = 22° \ 30'$

86. Llamamos mes lunar al tiempo que tarda la Luna en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra. Si el mes lunar dura 29 días 12 horas 44 minutos y 3 segundos:

a) ¿Cuántos segundos dura un mes lunar?

b) ¿Cuánto tiempo tarda la Luna en dar cinco vueltas completas alrededor de la Tierra?

c) ¿Cuánto tardará la Luna en pasar de luna nueva a cuarto creciente?

a) $29 \text{ días } 12 \text{ h } 44 \text{ min } 3 \text{ s} = 29 \cdot 24 \cdot 3600 + 12 \cdot 3600 + 44 \cdot 60 + 3 = 2505600 + 43200 + 2640 + 3 = 2\ 551\ 443 \text{ s}$

b) $(29 \text{ días } 12 \text{ h } 44 \text{ min } 3 \text{ s}) \cdot 5 = 147 \text{ días } 15 \text{ h } 40 \text{ min } 15 \text{ s}$

c) $(29 \text{ días } 12 \text{ h } 44 \text{ min } 3 \text{ s}) : 4 = 7 \text{ días } 9 \text{ h } 11 \text{ min}$

87. Un reloj se retrasa 32 s cada día.

a) ¿Cuánto se retrasará en una semana? ¿Y en 30 días?

b) ¿Qué hora marcará justo cuando comience el día 12 de febrero si al comenzar el 1 de enero se puso en hora?

a) En una semana se retrasará: $32 \cdot 7 = 224 \text{ s} = 3 \text{ min } 44 \text{ s}$.

En treinta días se retrasará: $32 \cdot 30 = 960 \text{ s} = 16 \text{ min}$.

b) Del 1 de enero al inicio del 12 de febrero transcurren 42 días. Por tanto, se retrasará:

$32 \cdot 42 = 1344 \text{ s} = 22 \text{ min } 24 \text{ s}$

En lugar de marcar las 24 h, indicará las: $24 \text{ h} - 22 \text{ min } 44 \text{ s} = 23 \text{ h } 37 \text{ min } 16 \text{ s}$.

88. Elena anda en una hora 5 km, y Javier, 4 km.

a) Si salen a la vez, del mismo sitio y en la misma dirección, ¿a qué distancia se encontrarán uno de otro después de 2 h 40 min 25 s?

b) Si salen a la vez del mismo sitio y en direcciones perpendiculares, ¿a qué distancia se encontrarán uno del otro después de 45 min 20 s?

a) Expresamos el tiempo en segundos: $2\text{h } 40 \text{ min } 25\text{s} = 2\cdot 3600 + 40\cdot 60 + 25 = 7200 + 2400 + 25 = 9625\text{s}$.

Elena recorre: $\dfrac{3600 \text{ s}}{5 \text{ km}} = \dfrac{9625 \text{ s}}{x \text{ km}} \Rightarrow x = \dfrac{5\cdot 9625}{3600} = 13{,}37 \text{ km}$.

Javier recorre: $\dfrac{3600 \text{ s}}{4 \text{ km}} = \dfrac{9625 \text{ s}}{x \text{ km}} \Rightarrow x = \dfrac{4\cdot 9625}{3600} = 10{,}69 \text{ km}$.

Se encuentran a $13{,}37 - 10{,}69 = 2{,}68 \text{ km}$.

b) Expresamos el tiempo en segundos: $45 \text{ min } 20\text{s} = 45\cdot 60 + 20 = 2700 + 20 = 2720\text{s}$.

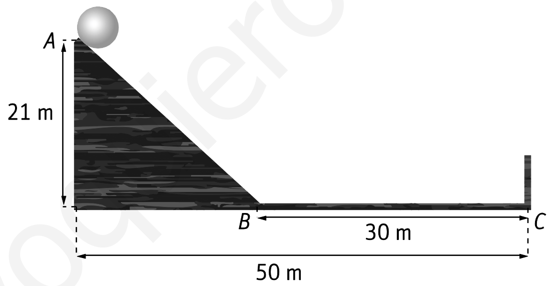
Elena recorre: $\dfrac{3600 \text{ s}}{5 \text{ km}} = \dfrac{2720 \text{ s}}{x \text{ km}} \Rightarrow x = \dfrac{5\cdot 2720}{3600} = 3{,}78 \text{ km}$.

Javier recorre: $\dfrac{3600 \text{ s}}{4 \text{ km}} = \dfrac{2720 \text{ s}}{x \text{ km}} \Rightarrow x = \dfrac{4\cdot 2720}{3600} = 3{,}02 \text{ km}$.

Como salen en direcciones perpendiculares, la distancia entre ellos será la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos de 3,78 km y 3,02 km:

$$h = \sqrt{3{,}78^2 + 3{,}02^2} = \sqrt{14{,}29 + 9{,}12} = \sqrt{23{,}41} = 4{,}84 \text{ km}$$

89. La bola de la figura cae desde el punto *A*, pasa por *B* y llega a *C*, donde rebota para recorrer aún la mitad del trayecto que ya ha efectuado.



Halla la distancia total que recorre.

La bola recorre el tramo $\overline{AB}$, el tramo $\overline{BC}$ y la mitad del tramo ya recorrido, $\overline{AB} + \overline{BC}$:

$$\overline{AB} = \sqrt{21^2 + (50-30)^2} = \sqrt{441 + 400} = 29 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 30 \text{ m}$$

$$\frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{2} = \frac{29 + 30}{2} = 29{,}5 \text{ m}$$

La distancia que recorre es: $29 + 30 + 29{,}5 = 88{,}5 \text{ m}$.

90. Alicia vive en una urbanización, parte de la cual aparece representada en la figura, y quiere ir desde el punto *A* hasta el punto *B*.

a) Calcula la mínima distancia que tendría que recorrer si no hubiera edificios.

b) Calcula la distancia que recorre siguiendo el camino marcado en verde.

c) Calcula la distancia que recorre siguiendo el camino marcado en amarillo.

a) La distancia mínima será la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos de 11 y 7 cuadrados de la cuadrícula:

$h=\sqrt{11^2+7^2}=\sqrt{121+49}=\sqrt{170}=13{,}04$

El lado de cada recuadro de la cuadrícula representa $12:2=6$ m, la distancia será: $13{,}04\cdot 6=78{,}23$ m

b) Se suman los distintos tramos del camino y la distancia será: $(0{,}5+7{,}5+6+3{,}5+0{,}5)\cdot 6=18\cdot 6=108$ m.

c) Cada tramo del camino corresponde a la hipotenusa de un triángulo rectángulo:

Primer tramo: $h=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}=2{,}24$

Segundo tramo: $h=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}=2{,}24$

Tercer tramo: $h=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}=4{,}12$

Cuarto tramo: $h=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}=2{,}24$

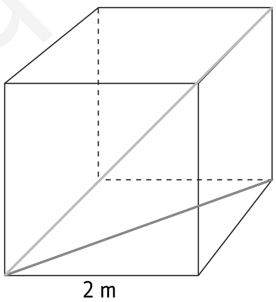
Quinto tramo: $h=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}=3{,}16$

La distancia total será: $(3\cdot 2{,}24+4{,}12+3{,}16)\cdot 6=14\cdot 6=84$ m

91. Una habitación tiene forma de cubo de 2 m de lado. En la misma esquina hay dos hormigas, una de tierra y la otra voladora.

- **La hormiga de tierra se desplaza por la diagonal del suelo de la habitación hasta la esquina opuesta.**
- **La hormiga voladora, va hasta la esquina opuesta de la habitación por el camino más corto.**

Haz un croquis de la situación y calcula la distancia que recorre cada hormiga.



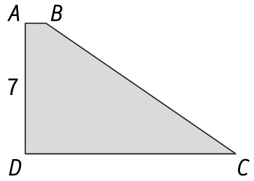
La hormiga de tierra sigue la diagonal de uno de los lados del cubo, que divide en dos triángulos rectángulos de catetos de 2 m.

Recorrerá una distancia de: $h=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2{,}83\,\text{m}$.

La hormiga voladora sigue la diagonal del cubo, que coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo de cateto menor de 2 m y cateto mayor 2,83 m.

Recorrerá una distancia de: $h=\sqrt{2^2+2{,}83^2}=\sqrt{4+8}=\sqrt{12}=3{,}46$ m .

92. En el trapecio rectángulo de la figura resulta que $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}$. ¿Cuál es el valor de $\overline{AB}\cdot\overline{CD}$?



A. 12 **B. 12,25** **C. 12,5** **D. 12,75**

Aplicando el teorema de Pitágoras: $\overline{BC}^2=7^2+\left(\overline{CD}-\overline{AB}\right)^2=7^2+\overline{CD}^2+\overline{AB}^2-2\cdot\overline{CD}\cdot\overline{AB}$

Por otro lado, como $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}$, al elevar al cuadrado: $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2+2\cdot\overline{CD}\cdot\overline{AB}=\overline{BC}^2$

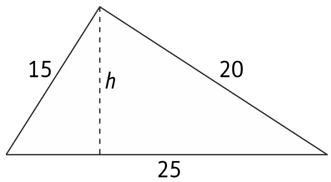
Igualando ambas expresiones:

$$7^2+\overline{CD}^2+\overline{AB}^2-2\cdot\overline{CD}\cdot\overline{AB}=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2+2\cdot\overline{CD}\cdot\overline{AB}\Rightarrow 7^2-2\cdot\overline{CD}\cdot\overline{AB}=2\cdot\overline{CD}\cdot\overline{AB}\Rightarrow\overline{CD}\cdot\overline{AB}=\frac{7^2}{4}\Rightarrow\overline{CD}\cdot\overline{AB}=12{,}25$$

La respuesta correcta es B. 12,25.

93. Los lados de un triángulo son 15, 20 y 25. ¿Cuál es la longitud de la altura más corta?

A. 6 **B. 12** **C. 12,5** **D. 13**



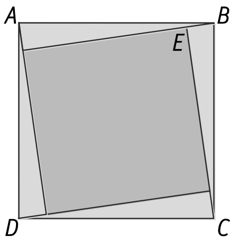
Como se cumple que $25^2=20^2+15^2$, se trata de un triángulo rectángulo. Dos de las alturas coinciden con los catetos, por tanto, miden 15 y 20. Si calculamos el área: $A=\dfrac{20\cdot 15}{2}=150$

La altura que falta es la perpendicular al lado que mide 25. Si calculamos el área con esta altura: $A=\dfrac{25\cdot h}{2}$.

Igualando ambas expresiones: $\dfrac{25\cdot h}{2}=150\Rightarrow h=\dfrac{150\cdot 2}{25}=12$

La respuesta correcta es B. 12.

94. Si el cuadrado *ABCD* tiene $\sqrt{50}$ cm de lado y $\overline{BE}=1$ cm, ¿cuál es el área del cuadrado?



A. 25 **B. 32** **C. 36** **D. 40**

Cada uno de los cuatro triángulos que se forman son rectángulos de hipotenusa $\sqrt{50}$ cm. Por tanto, el lado del cuadrado interior está dado por: $\sqrt{50}^2=\sqrt{(l+1)^2+1^2}\Rightarrow 50=(l+1)^2+1\Rightarrow(l+1)^2=49\Rightarrow l=6\text{ cm}$.

El área del cuadrado es: $A=l^2=6^2=36\text{ cm}^2$

La respuesta correcta es C. 36.

95. Un triángulo de lados proporcionales a 3, 4 y 5, está inscrito en una circunferencia de radio 3 cm. ¿Cuál es el área del círculo?

A. 12 **B. 5π** **C. 8,64** **D. 10**

Si consideramos *c* la constante de proporcionalidad, se cumple:

$(5c)^2 = (4c)^2 + (3c)^2 \Rightarrow 5^2 c^2 = 4^2 c^2 + 3^2 c^2 \Rightarrow 5^2 c^2 = (4^2 + 3^2) c^2 \Rightarrow 25 = 16 + 9$. Por tanto, se trata de un triángulo rectángulo.

La hipotenusa de un triángulo rectángulo inscrito en una circunferencia coincide con el diámetro de esta. De manera que $2 \cdot 3 = 5c \Rightarrow c = \frac{6}{5} = 1,2$.

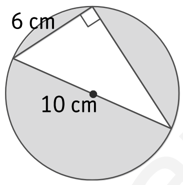
Los lados del triángulo son: 6 cm, $4c = 4 \cdot 1,2 = 4,8$ cm y $3c = 3 \cdot 1,2 = 3,6$ cm.

El área del triangulo es: $A = \frac{3,6 \cdot 4,8}{2} = 8,64 \text{ cm}^2$.

La respuesta correcta es C. 8,64.

Encuentra el error

96. Un triángulo rectángulo está inscrito en un círculo, como muestra la figura. ¿Cuál es el área de la zona coloreada?



Para hallar la medida del otro cateto del triángulo, y poder calcular su área, aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$x = \sqrt{10^2 + 6^2} = 11,66 \text{ cm} \qquad A = \frac{11,66 \cdot 6}{2} = 34,98 \text{ cm}$$

El área de la zona sombreada es igual al área del círculo menos el área del triángulo.

$$A = \pi \cdot 5^2 - 34,98 = 43,56 \text{ cm}^2$$

Sin embargo, el área de la zona coloreada es 54,54 cm². ¿Dónde está el error?

El error se encuentra en la aplicación del teorema de Pitágoras, ya que se ha calculado el cateto mayor como si fuera la hipotenusa:

$x = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ cm

$A_{\text{triángulo}} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$

$A_{\text{coloreada}} = \pi \cdot 5^2 - 24 = 54,54 \text{ cm}^2$

PONTE A PRUEBA

La noria

Actividad resuelta

Barcos de vela

La gran mayoría del comercio mundial se realiza por mar gracias a buques cisterna, graneleros y buques portacontenedores. La mayoría de estos barcos utilizan diesel.

Los ingenieros pretenden utilizar la energía eólica para sustentar los barcos. Su propuesta consiste en enganchar velas cometa a los barcos y utilizar el poder del viento para reducir el consumo de diesel y el impacto del combustible sobre el medio ambiente.

1. Aproximadamente, ¿qué longitud debe tener la cuerda de la vela cometa para tirar del barco en un ángulo de 45° y estar a una altura vertical de 150 m?

A. 173 m **B. 212 m** **C. 285 m** **D. 300 m**

La longitud de la cuerda coincide con la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles (tiene dos ángulos de 45º):

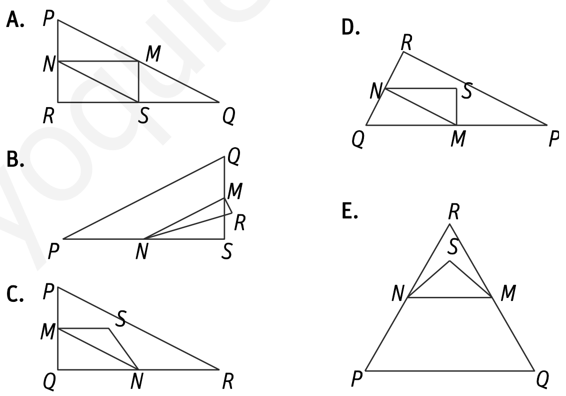
$h = \sqrt{150^2 + 150^2} = \sqrt{45\,000} = 212{,}13\text{ m}$.

La respuesta correcta es B. 212 m.

Triángulos

1. Indica cuáles de estas figuras cumplen todas las características siguientes:

- **El triángulo *PQR* es un triángulo rectángulo con el ángulo recto en *R*.**
- **El lado *RQ* es menor que el lado *PR*.**
- ***M* es el punto medio del lado *PQ* y *N* es el punto medio del lado *QR*.**
- ***S* es un punto del interior del triángulo.**
- **El segmento *MN* es mayor que el segmento *MS*.**

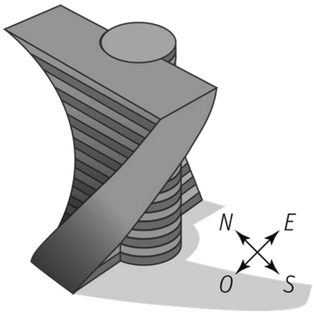


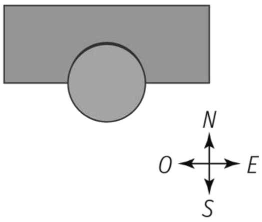
- El triángulo *PQR* es un triángulo rectángulo con el ángulo recto en *R*. → No la cumplen B. (los puntos *P*, *Q* y *R* no forman un triángulo), C. (el ángulo recto está en *Q*) ni E. (el triángulo que forman *P*, *Q* y *R* no es rectángulo).
- El lado *RQ* es menor que el lado *PR*. → No la cumple A. (el lado *RQ* es mayor que el lado *PR)*.
- *M* es el punto medio del lado *PQ* y *N* es el punto medio del lado *QR*. → La cumple D.
- *S* es un punto del interior del triángulo. → La cumple D.
- El segmento *MN* es mayor que el segmento *MS*. → La cumple D.

La respuesta correcta es D.

El edificio retorcido

En la arquitectura moderna los edificios a menudo tienen formas inusuales. La imagen siguiente muestra un modelo diseñado por ordenador de un "edificio retorcido" y un plano de la planta baja. Los puntos cardinales muestran la orientación del edificio.

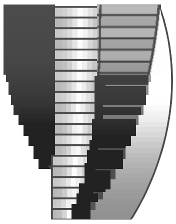


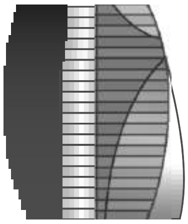


- **En la planta baja del edificio está la entrada principal y un espacio para tiendas. Encima de la planta baja hay 20 plantas de viviendas.**
- **El plano de cada planta es similar al de la planta baja, pero la orientación de cada planta es ligeramente distinta a la de la planta inmediatamente inferior.**
- **En el cilindro se encuentran el hueco del ascensor y un rellano para cada planta.**

1. Si cada planta tiene una altura entre 2,5 m y 3 m, calcula la altura total del edificio en metros. ¿Cuál es la cota de error cometida?

2. Las imágenes siguientes son vistas laterales del edificio retorcido.


Vista 1


Vista 2

a) ¿Desde qué dirección se ha obtenido la vista lateral 1?

A. Desde el norte. **C. Desde el este.**
B. Desde el oeste. **D. Desde el sur.**

b) ¿Desde qué dirección se ha obtenido la vista lateral 2?

A. Desde el noroeste. **C. Desde el suroeste.**
B. Desde el nordeste. **D. Desde el sureste.**

3. Cada planta de viviendas tiene una "torsión" de 3° 30' con respecto a la planta anterior. ¿Qué ángulo formará la última planta (la 20.ª por encima de la planta baja) con la planta baja?

Copia en tu cuaderno el plano de la planta baja y representa sobre ella la última planta del edificio.

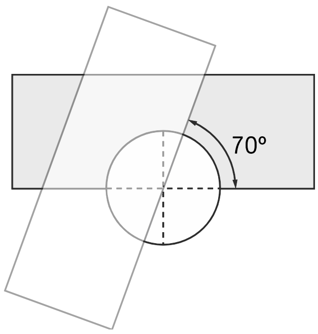
1. El edificio tiene una planta de entrada y tiendas y 20 plantas de viviendas. Su altura estará entre $21 \cdot 2{,}5 = 52{,}5$ m y $21 \cdot 3 = 63$ m.

La cota de error cometida será: $E < 21 \cdot |3 - 2{,}5| = 10{,}5$ m.

2. a) La respuesta correcta es C. Desde el este.

b) La respuesta correcta es D. Desde el sureste.

3. El ángulo de la 20.ª planta será: $(3° \ 30') \cdot 20 = 70°$.



AUTOEVALUACIÓN

1. Juan ha estimado en 12 min lo que ha tardado en ir de su casa al polideportivo. Calcula el error absoluto y relativo cometido sabiendo que ha salido a las 10 h 55 min y ha llegado a las 11 h 6 min.

Si sale a las 10 h 55 min y llega a las 11 h 6 min, en realidad tarda 11 min.

El error cometido será: $E_A = |11-12| = 1 \Rightarrow E_R = \frac{1}{11} = 0,09 \Rightarrow 9\%$

2. Pasa a forma compleja las siguientes medidas de ángulos.

a) 81 344" **b) 250'**

a) $81\,344" = 22°\ 35'\ 44"$ **b)** $250' = 4°\ 10'$

3. Realiza las siguientes operaciones con medidas en sistema sexagesimal.

a) $\mathbf{33°\ 23'\ 44" + 12°\ 40'\ 20"}$

b) **22 h 31 min 40 s − 12 h 43 min 40 s**

c) **(2 h 33 min 12 s) · 3**

d) $\mathbf{(254°\ 59'\ 24") : 6}$

a) $33°\ 23'\ 44" + 12°\ 40'\ 20" = 46°\ 4'\ 4"$

b) 22 h 31 min 40 s − 12 h 43 min 40 s = 9h 48 min

c) (2 h 33 min 12 s) · 3 = 7 h 39 min 36 s

d) $(254°\ 59'\ 24") : 6 = 42°\ 29'\ 54"$

4. En un triángulo rectángulo isósceles, la medida de cada uno de los dos catetos iguales es de 20 cm.

a) Calcula la medida de la hipotenusa.

b) Calcula el valor del perímetro.

c) Calcula la medida de la altura sobre la hipotenusa.

a) El valor de la hipotenusa es $h = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20 \cdot \sqrt{2} = 28,28$ cm .

b) El perímetro será: $P = 20 + 20 + 28,28 = 68,28$ cm .

c) Como es isósceles, la altura sobre la hipotenusa lo divide en dos triángulos rectángulos iguales.

$$h = \sqrt{20^2 - \left(\frac{20 \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{400 - 200} = \sqrt{200} = 10 \cdot \sqrt{2} = 14,14 \text{ cm}$$

5. De los siguientes triángulos, uno es rectángulo; otro, acutángulo, y otro, obtusángulo. Estudia cuál es cada uno de ellos.

a) $\boldsymbol{a = 40\,\text{cm}}$**,** $\boldsymbol{b = 60\,\text{cm}}$**,** $\boldsymbol{c = 40\,\text{cm}}$

b) $\boldsymbol{a = 12\,\text{cm}}$**,** $\boldsymbol{b = 20\,\text{cm}}$**,** $\boldsymbol{c = 16\,\text{cm}}$

c) $\boldsymbol{a = 7{,}5\,\text{cm}}$**,** $\boldsymbol{b = 25\,\text{cm}}$**,** $\boldsymbol{c = 25\,\text{cm}}$

a) $a^2 = 1600$ **,** $b^2 = 3600$ **,** $c^2 = 1600 \Rightarrow 3600 > 1600 + 1600 \Rightarrow b^2 > a^2 + c^2$. Triángulo obtusángulo

b) $a^2 = 144$ **,** $b^2 = 400$ **,** $c^2 = 256 \Rightarrow 400 = 144 + 256 \Rightarrow b^2 = a^2 + c^2$. Triángulo rectángulo

c) $a^2 = 56{,}25$ **,** $b^2 = 625$ **,** $c^2 = 625 \Rightarrow 625 < 56{,}25 + 625 \Rightarrow b^2 < a^2 + c^2$. Triángulo acutángulo

6. Un rectángulo tiene de perímetro 240 m y su altura es de 20 m. Calcula la medida de su diagonal .

Dos de los lados del rectángulo miden 20 m cada uno, de manera que los otros dos lados iguales entre sí miden:

$$240 = 20 + 20 + l + l \Rightarrow l = \frac{200}{2} = 100 \text{ m} .$$

La diagonal divide el rectángulo en dos triángulos rectángulos iguales cuya hipotenusa coincide con la diagonal:

$$h = \sqrt{20^2 + 100^2} = \sqrt{400 + 10\,000} = 101{,}98 \text{ m}$$