FÍSICA 2º BACHILLERATO. EXAMEN DEL TEMA 1. SOLUCIÓN 16-11-07

1. a) Explique qué se entiende por fuerza conservativa y por energía potencial. ¿Qué relación existe entre ambos conceptos?
b) Si la energía mecánica de una partícula permanece constante, ¿puede asegurarse que todas las fuerzas que actúan sobre la partícula son conservativas? Razone.

a) Fuerza conservativa es toda aquella fuerza que, al calcular el trabajo que realiza entre dos puntos, éste es independiente del camino seguido, sólo depende de los puntos inicial y final.
Energía potencial es la energía almacenada por un cuerpo debido a la acción de una fuerza conservativa. Toda fuerza conservativa (gravitatoria, elástica, electrostática) lleva asociada una Energía potencial.
Ambos conceptos están relacionados a través del trabajo. El trabajo realizado por la fuerza conservativa hace variar la energía potencial mediante la expresión $W_{FC} = -\Delta Ep$

b) El principio de conservación de la energía mecánica nos dice que la energía mecánica de un sistema varía debido al trabajo de las fuerzas no conservativas que actúen sobre el mismo ($\Delta E_M = W_{FNC}$), así que E_M permanecerá constante si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo. Esto puede ocurrir cuando sólo existan fuerzas conservativas, pero también cuando existan fuerzas no conservativas, y éstas no realicen trabajo (caso de la normal) o que realicen trabajos iguales y de signo contrario, con lo que su suma sería igual a cero.
Como consecuencia, no podemos asegurar que sólo actúen fuerzas conservativas.

2. a) Enuncie el principio de conservación del momento angular e indique en qué casos el momento angular de una partícula respecto a un punto permanecerá constante.
b) Estudiando el movimiento de un cuerpo, medimos que el aumento de su energía cinética coincide con la disminución de su energía potencial. Explique qué consecuencias pueden extraerse de este hecho.

a) El momento angular $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m \cdot \vec{v}$ de una partícula respecto a un punto O nos indica la tendencia a girar del vector de posición respecto a O. Esta tendencia a girar se modifica debido a los momentos de fuerza aplicados sobre la partícula, según lo que se conoce como el teorema de variación del momento angular. $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O$

Principio de conservación del momento angular: "*El momento angular de una partícula (su movimiento de giro) se mantendrá constante si y sólo si el momento total resultante sobre la partícula es cero*"

Esto ocurre en las siguientes situaciones:

- Que no haya fuerzas aplicadas
- Que haya fuerzas pero que sus momentos se anulen.
- Que las fuerzas estén aplicadas sobre el punto O ($\vec{r} = 0$)
- Que $\vec{r}$ y $\vec{F}$ sean paralelos. Esto es lo que ocurre en el caso de las *fuerzas centrales* (como la fuerza gravitatoria que sufren los planetas alrededor del Sol).

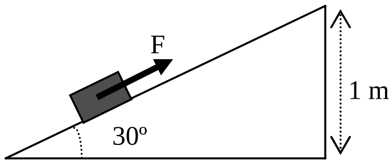
b) El enunciado nos dice que se ha producido una transformación de energía potencial íntegramente en energía cinética, sin que se disipe energía. ($\Delta Ec = -\Delta Ep$). De aquí podemos extraer:

- La energía mecánica del sistema se mantiene constante, ya que $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep = 0$
- Por tanto, según el principio de conservación de la energía mecánica, el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas que actúen sobre el cuerpo es cero. $\Delta E_M = W_{FNC} = 0$

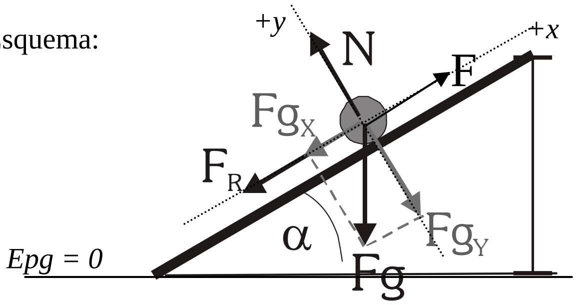
3. Un bloque de 5 kg, inicialmente en reposo en el extremo inferior de un plano inclinado 30º, sube por éste por la acción de la fuerza aplicada F, de 100 N, paralela al plano, que tiene un coeficiente de rozamiento de 0,3, hasta alcanzar la parte superior.

a) Realice un balance trabajo-energía del problema.

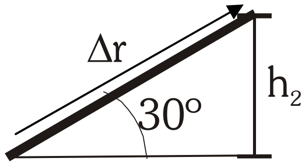
b) Calcule la velocidad con la que llega arriba del plano inclinado.



a) Esquema:



Cálculo de Δr: $sen30^o = \frac{h_2}{\Delta r} \rightarrow \Delta r = \frac{h_2}{sen30^o} = 2\ m$



Resolvemos el problema usando conceptos energéticos. Calculamos el trabajo realizado por las diferentes fuerzas que actúan sobre el cuerpo y qué influencia tienen en los distintos tipos de energía.

Fuerzas que actúan :

- Peso: $Fg = m \cdot g = 50\ N$. Es conservativa. Realiza un trabajo negativo durante la pendiente. Hace aumentar la energía potencial gravitatoria del bloque.

$$\Delta Ep_g = -W_{Fg}\quad W_{Fg} = \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r} = Fg \cdot \Delta r \cdot \cos 120^o = 50N \cdot 2m \cdot (-0{,}5) = -50\ J \quad \rightarrow \quad \Delta Ep_g = 50\ J$$

- Normal: Es una fuerza no conservativa, pero no realiza trabajo durante el desplazamiento, ya que es perpendicular a éste. No contribuye a la variación de la energía mecánica.

$$\Sigma Fy = 0 \quad \rightarrow \quad N - F_{gy} = 0 \quad \rightarrow \quad N = mg \cdot \cos 30^o = 43{,}3\ N$$

$$W_{Fg} = 0\ J$$

- Fuerza de rozamiento: $F_R = \mu \cdot N$ = 13 N. Es una fuerza no conservativa, disipativa. Realiza un trabajo negativo durante la pendiente. Este trabajo hace disminuir la energía mecánica del cuerpo.

$$W_{FR} = \vec{F}_R \cdot \Delta \vec{r} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^o = 13N \cdot 2m \cdot (-1) = -26\ J$$

- Fuerza aplicada F: Es una fuerza no conservativa. Aporta energía mecánica al bloque, al realizar un trabajo positivo.

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^o = 100N \cdot 2m = 200\ J$$

El trabajo total realizado sobre el cuerpo hace variar su energía cinética (teorema de las fuerzas vivas) $W_{TOT} = \Delta Ec$

$$W_{TOT} = W_{Fg} + W_N + W_{FR} + W_F = 124\ J = \Delta Ec$$

El trabajo de las fuerzas no conservativas hace variar la energía mecánica. $W_{FNC} = \Delta E_M$

$$W_{FNC} = W_N + W_{FR} + W_F = 174\ J = \Delta E_M$$

En resumen. El trabajo realizado por la fuerza F aporta energía al bloque, que se invierte en aumentar sus energías cinética y potencial gravitatoria. Una parte de la energía mecánica del bloque se disipa debido al rozamiento, pasando al exterior en forma de calor.

b) En este apartado b) podemos aplicar los resultados obtenidos en el apartado a. Según el teorema trabajo-energía cinética $W_{TOT} = \Delta Ec$

Inicialmente, el bloque está en reposo, por lo que $Ec_1 = 0$. Así

$$W_{TOT} = Ec_2 - Ec_1 = \tfrac{1}{2} m v_2^{\,2} - 0 = 124\ J \quad \rightarrow \quad v_2 = 7{,}04\ ms^{-1}$$

De otra forma:

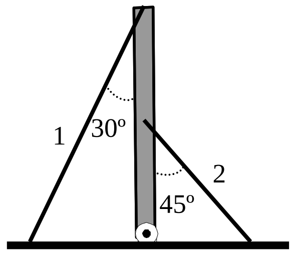
Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica. La energía mecánica no se conserva, ya que existen fuerzas no conservativas que realizan trabajo, por lo que: $W_{FNC} = \Delta EM \quad \rightarrow \quad W_N + W_{FR} = E_{M2} - E_{M1}$

Situación inicial: $E_{M1} = Ec_1 + Epg_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 = 0\ J$

Situación final: $E_{M2} = Ec_2 + Epg_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2$

$W_{FNC} = E_{M2} - E_{M1} \quad \rightarrow \quad W_F + W_N + W_{FR} = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2$

$174\ J = \frac{1}{2} m v_2^2 + 50\ J \quad \rightarrow \quad v_2 = 7{,}04\ ms^{-1}$



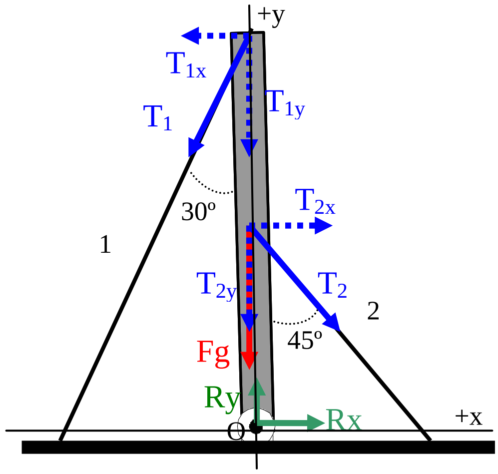
4. Una antena de 100 kg y 20 m de altura está sostenida por dos cables 1 (unido al extremo de la antena) y 2 (unido a su punto medio), como indica la figura. La tensión que ejerce el cable 1 es de 500 N. Calcule razonadamente la tensión del cable 2 y las reacciones que ejerce la bisagra con que se une al suelo.

<u>Esquema de fuerzas</u>: Elegimos el punto O en el punto de apoyo con el suelo. Las fuerzas aplicadas son:

- Peso (Fg = m · g = 1000 N). Aplicada en el centro de gravedad de la antena (su centro).
- Tensiones de las cuerdas (T1 y T2). Aparecen descompuestas en el dibujo.

  $T_{1x} = T_1 \cdot sen30º = 250\ N, \quad T_{1y} = T_1 \cdot cos30º = 433\ N$

  $T_{2x} = T_2 \cdot sen45º = 0{,}7 \cdot T_2, \quad T_{2y} = T_2 \cdot cos45º = 0{,}7 \cdot T_2$
- En el apoyo con el suelo, la bisagra ejerce dos reacciones: Rx y Ry (las suponemos positivas).



La antena está en equilibrio estático, por lo que sabemos que:

- no se desplaza → $\Sigma \vec{F} = 0$
- no gira → $\Sigma \vec{M}_O = 0$

Planteando las ecuaciones

$$\Sigma \vec{F} = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \rightarrow \quad Rx + T_{2x} - T_{1x} = 0 \quad \rightarrow Rx + 0{,}7 \cdot T_2 - 250 = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \rightarrow \quad Ry - Fg - T_{1y} - T_{2y} = 0 \quad \rightarrow Ry - 1000 - 433 - 0{,}7 \cdot T_2 = 0 \end{cases}$$

$\Sigma \vec{M}_O = 0 \quad \rightarrow \quad \Sigma M_{Oz} = 0$.

$\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F}$ <u>Módulo</u>: $M_O = r \cdot F \cdot sen\alpha$

Calculamos los momentos en módulo. Su dirección será la del eje z y su sentido vendrá dado por la regla de la mano derecha.

Rx y Ry: No ejercen momento, ya que están aplicadas en el punto O.

Peso: $M_{OFg} = r \cdot Fg \cdot sen180º = 0\ N \cdot m$. No ejerce momento ya que la fuerza es paralela a $\vec{r}$.

Tensión 1: $M_{OT1} = r_1 \cdot T_1 \cdot sen30º = 20 \cdot 500 \cdot 0{,}5 = 5000\ N \cdot m$ sentido positivo (giro antihorario)

Tensión 2: $M_{OT2} = r_2 \cdot T_2 \cdot sen45º = 10 \cdot T_2 \cdot 0{,}7 = 7 \cdot T_2\ \ N \cdot m$ sentido negativo (giro horario)

Sumamos $\Sigma M_O = 0 \quad \Rightarrow \quad 5000 - 7 \cdot T_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 714{,}3\ N$

$$\text{Sustituimos} \begin{cases} Rx + 0{,}7 \cdot 714{,}3 - 250 = 0 \quad \rightarrow \quad Rx = -250\ N \\ Ry - 1000 - 433 - 0{,}7 \cdot 714{,}3 = 0 \quad \rightarrow \quad Ry = 1750\ N \end{cases}$$

<u>*Resultados: T_2 = 714,3 N; Rx = -250 N; Ry = 1750 N*</u>

(El signo negativo de Rx indica que su sentido es el contrario al que hemos supuesto en el esquema)