

Resolver 4 de las cuestiones planteadas, escogidas libremente.

Cada cuestión consta de dos apartados: a) 1 pto, b) 1,5 pto. Tiempo: 1 h 30 min.

A. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "Si un planeta tiene el doble de masa y la mitad del radio que otro planeta, su velocidad de escape será el doble".

b) Conociendo la gravedad y la velocidad de escape en la superficie de Marte, calcule: i) El radio de Marte. ii) La masa de Marte.

$$g_{\text{Marte}} = 3,7 \text{ m s}^{-2}; v_{\text{escape}} = 5 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}; G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

A.2. a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases: i) El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada. ii) En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la disminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética.

b) Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30° respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1. i) Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos. ii) Mediante consideraciones energéticas, determine la variación de energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1,5 m.

$$g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$$

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B.1. a) Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d . A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera. i) Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final. ii) Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.

b) Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están fijas en los puntos (0,-3) m y (0,3) m del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga $Q = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y masa $m = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ en el punto (4,0) m, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto (0,0).

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

B.2. a) Suponga dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y separados por una distancia "d" por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. Razone cómo se modifica la fuerza por unidad de longitud entre los conductores si duplicamos ambas intensidades y a la vez reducimos "d" a la mitad.

b) Un protón que ha sido acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 6000 V describe una órbita circular en un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcule razonadamente: i) El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón. ii) El radio de la trayectoria descrita.

$$m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) i) Justifique que en una onda estacionaria la amplitud varía en cada punto. ii) Realice una representación gráfica de una onda estacionaria en función del espacio, y explique qué se entiende por un nodo en este tipo de ondas.

b) Una onda estacionaria queda descrita mediante la ecuación: $y(x,t) = 0,5 \cdot \sin((\pi/3)x) \cdot \cos(40\pi t)$ (S.I.)

Determine razonadamente: i) Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a esta onda estacionaria. ii) Posición de los vientres y amplitud de los mismos.

C.2. a) Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) Cuando la luz pasa de un medio a otro experimenta un aumento de su velocidad si el segundo medio tiene un índice de refracción mayor que el primero. ii) La reflexión total de la luz en la superficie de separación de dos medios puede producirse cuando el índice de refracción del segundo medio es mayor que el del primero.

b) Un rayo de luz con componentes azul y roja de longitudes de onda en el aire de $4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ y $6,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, respectivamente, incide desde el aire sobre una placa de un determinado material con un ángulo de 40° respecto a la normal a la superficie de la placa. i) Mediante un esquema, y de manera razonada, indique la trayectoria de los rayos azul y rojo, tanto en el aire como en el material. ii) Deduzca cuál de las dos componentes (azul o roja) se propaga más rápidamente en el interior de la lámina. iii) Determine las frecuencias de los rayos en el aire.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1; n_{\text{material(azul)}} = 1,47; n_{\text{material(roja)}} = 1,44$$

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) La masa de un núcleo es siempre menor que la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman. ii) En una emisión alfa el número másico decrece en dos unidades y el número atómico en una.

b) En la bomba de Hidrógeno (o bomba de fusión) intervienen dos núcleos, uno de deuterio (${}^2_1\text{H}$) y otro de tritio (${}^3_1\text{H}$) que dan lugar a uno de helio (${}^4_2\text{He}$). i) Escriba la reacción nuclear correspondiente. ii) Obtenga la energía liberada en el proceso por cada átomo de helio obtenido.

$$m({}^4_2\text{He}) = 4,002603 \text{ u}; m({}^2_1\text{H}) = 2,014102 \text{ u}; m({}^3_1\text{H}) = 3,016049 \text{ u}; m_n = 1,008665 \text{ u}; 1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

D.2. a) Enuncie la hipótesis de De Broglie y escriba su ecuación. Indique las magnitudes físicas involucradas y sus unidades en el Sistema Internacional.

b) Una partícula alfa (α) emitida en el decaimiento radiactivo del ${}^{238}\text{U}$ posee una energía cinética de $6,72 \cdot 10^{-13} \text{ J}$. i) ¿Cuánto vale su longitud de onda de De Broglie asociada? ii) ¿Qué diferencia de potencial debería existir en una región del espacio para detener por completo la partícula alfa? Indique mediante un esquema la dirección y sentido del campo necesario para ello. Razone todas sus respuestas.

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}; m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

A. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: “Si un planeta tiene el doble de masa y la mitad del radio que otro planeta, su velocidad de escape será el doble”.

b) Conociendo la gravedad y la velocidad de escape en la superficie de Marte, calcule: i) El radio de Marte. ii) La masa de Marte. $g_{\text{Marte}} = 3,7 \text{ m s}^{-2}$; $v_{\text{escape}} = 5 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

a) La velocidad de escape de un planeta es la velocidad mínima a la que habría que lanzar un objeto desde la superficie del planeta, para que se alejara indefinidamente, sin volver a caer. Su expresión es: $v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$, siendo M la masa del planeta y R su radio.

$$\text{Planeta 1: } v_{e1} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_1}{R_1}}$$

$$\text{Planeta 2: } v_{e2} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_2}{R_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot 2M_1}{\frac{R_1}{2}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \cdot G \cdot M_1}{R_1}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_1}{R_1}} = 2 \cdot v_{e1}$$

La afirmación es cierta.

$$\text{b) Gravedad superficial: } g_0 = \frac{G \cdot M}{R^2} \rightarrow M = \frac{g_0 \cdot R^2}{G}$$

$$\text{Velocidad de escape: } v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot g_0 \cdot R^2}{R \cdot G}} = \sqrt{2 \cdot g_0 \cdot R} \rightarrow R = \frac{v_e^2}{2 \cdot g_0}$$

$$\text{Sustituimos los datos: } g_0 = 3,7 \text{ m s}^{-2}; v_e = 5 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1} \rightarrow R = 3,378 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\text{Sustituimos en la expresión de la masa } M = \frac{g_0 \cdot R^2}{G} = 6,33 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

A.2. a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases: i) El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada. ii) En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la disminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética.

b) Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30° respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1. i) Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos. ii) Mediante consideraciones energéticas, determine la variación de energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1,5 m. $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

a) i) La afirmación es correcta, ya que esa es precisamente una de las definiciones de fuerza conservativa: “Aquella fuerza tal que el trabajo que realiza a lo largo de cualquier camino cerrado es nulo”. $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$

(También es válido razonarlo a partir de la energía potencial, $W_{Fc} = -\Delta E_p$, y como la variación de E_p no depende del camino, sólo de los puntos inicial y final, que son el mismo punto en un camino cerrado, la E_p es la misma al principio y al final $\Delta E_p = 0 \rightarrow W_{Fc} = 0$)

ii) El existir rozamiento, existe una fuerza no conservativa que hace variar la energía mecánica del objeto.

$$\Delta E_M = W_{FR} \rightarrow \Delta E_C + \Delta E_p = W_{FR} \rightarrow \Delta E_C = -\Delta E_p + W_{FR} \quad \text{No coinciden ambas variaciones}$$

La afirmación es falsa, ya que hay una parte de la energía que se disipa en forma de calor al medio (W_{FR}). Sólo sería cierta en el caso de que la energía mecánica se mantuviera constante.

b)

i) Fuerzas que actúan:

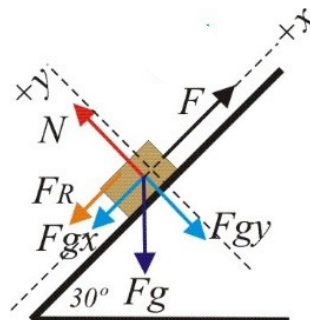
$$\text{Gravitatoria: } F_g = m \cdot g = 19,6 \text{ N, conservativa. } F_{gx} = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ = 9,8 \text{ N}$$

$$F_{gy} = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = 16,97 \text{ N}$$

$$\text{Normal } \Sigma F_y = 0 \rightarrow N = F_{gy} = 16,97 \text{ N. No conservativa.}$$

$$\text{Rozamiento: } F_R = \mu \cdot N = 1,697 \text{ N. No conservativa.}$$

$$\text{Fuerza aplicada: } F = 30 \text{ N. No conservativa.}$$



ii) (Existen varias formas de resolver esta cuestión). Calculamos el trabajo que realiza cada

fuerza durante el desplazamiento, que es: $\Delta r = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{1,5 \text{ m}}{\sin 30^\circ} = 3 \text{ m}$

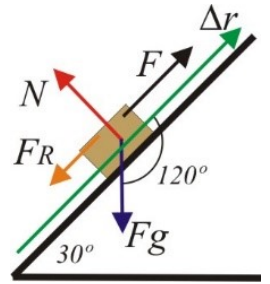
Gravitatoria: $W_{Fg} = m \cdot g \cdot \Delta r \cdot \cos 120^\circ = -29,4 \text{ J}$ (también puede calcularse como $W_{Fgx} + W_{Fgy}$)

Normal: $W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ J}$

Rozamiento: $W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -5,091 \text{ J}$

Fuerza aplicada: $W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^\circ = 90 \text{ J}$

(De los 90 J que aporta la fuerza aplicada, 29,4 se almacenan en forma de Epg, y 5,091 J se disipan en forma de calor debido al rozamiento. El resto se invierte en aumentar la energía cinética).



Aplicando las relaciones entre trabajo y energía:

$$\Delta E_c = W_{total} = W_{Fg} + W_F + W_N + W_{FR} = -29,4 \text{ J} + 90 \text{ J} + 0 \text{ J} - 5,091 \text{ J} = 55,509 \text{ J}$$

$$\Delta E_{pg} = -W_{Fg} = -(-29,4 \text{ J}) = 29,4 \text{ J}$$

$$\Delta E_M = W_{FNC} = W_F + W_N + W_{FR} = 90 \text{ J} + 0 \text{ J} - 5,091 \text{ J} = 84,909 \text{ J}$$

(También puede resolverse calculando $\Delta E_{pg} = mgh_2 - mgh_1$, luego $\Delta E_M = W_{FNC}$, y finalmente

$\Delta E_c = \Delta E_M - \Delta E_{pg}$) (Recordemos que NO puede calcularse la energía cinética por cinemática, con la ecuación de un MRUA)

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

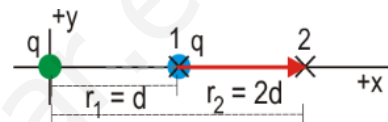
B.1. a) Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d . A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera. i) Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final. ii) Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.
b) Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están fijas en los puntos $(0, -3) \text{ m}$ y $(0, 3) \text{ m}$ del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga $Q = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y masa $m = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ en el punto $(4, 0) \text{ m}$, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto $(0, 0)$. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

a) i) Despreciando la interacción gravitatoria entre las partículas (*la suponemos para mayor simplicidad de la cuestión, pero estrictamente habría que resolverlo teniendo en cuenta ambas interacciones, lo que haría el cálculo mucho más complejo. No creo que haya causado problemas, ya que normalmente se sobreentiende, pero es necesario que el enunciado lo aclare explícitamente*), sólo actúa la fuerza electrostática, que es conservativa. Como ambas cargas son del mismo signo, la fuerza es repulsiva, y la segunda partícula, inicialmente en reposo, se alejará de la primera. La energía mecánica se mantendrá constante, y $\Delta E_C = -\Delta E_{pe} = E_{pe1} - E_{pe2}$

$$E_{pe} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{r}$$

Inicialmente la partícula está en reposo: $v_1 = 0 \text{ m s}^{-1}$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = \frac{K \cdot q^2}{d} - \frac{K \cdot q^2}{2d} = \frac{K \cdot q^2}{2d} \rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{K \cdot q^2}{2d} \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{K \cdot q^2}{m \cdot d}}$$



ii) Si se duplica el valor de las cargas $v'_2 = \sqrt{\frac{K \cdot (2q)^2}{m \cdot d}} = \sqrt{\frac{4 \cdot K \cdot q^2}{m \cdot d}} = 2 \cdot v_2$ La velocidad se duplica.

b) Despreciando la interacción gravitatoria entre las partículas (*la suponemos ya que no nos dan datos sobre las masas, pero no estaría de más que el enunciado lo dijera*), sólo actúa la fuerza electrostática, que es conservativa. La energía mecánica se mantendrá constante, y $\Delta E_C = -\Delta E_{pe} = E_{peA} - E_{peB}$

$$r_{1A} = r_{2A} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}, \quad r_{1B} = r_{2B} = 3 \text{ m}$$

Aplicando el principio de superposición:

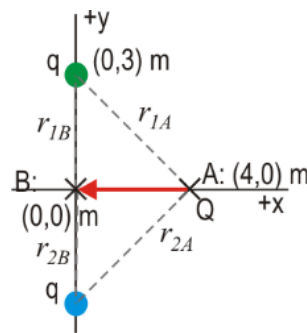
$$E_{peA} = E_{peA1} + E_{peA2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{1A}} + \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{2A}} = \frac{2 \cdot K \cdot q \cdot Q}{r_{1A}} = -3,6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$E_{peB} = E_{peB1} + E_{peB2} = \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{1B}} + \frac{K \cdot q \cdot Q}{r_{2B}} = \frac{2 \cdot K \cdot q \cdot Q}{r_{1B}} = -6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_{pe} = E_{peA} - E_{peB} = -3,6 \cdot 10^{-4} \text{ J} - (-6 \cdot 10^{-4} \text{ J}) = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Inicialmente la partícula Q está en reposo, $E_{CA} = 0$, por tanto $E_{CB} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ J} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2$

Sustituyendo ($m = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$) y despejando: $v_B = 7,75 \text{ m s}^{-1}$



B.2. a) Suponga dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y separados por una distancia "d" por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. Razone cómo se modifica la fuerza por unidad de longitud entre los conductores si duplicamos ambas intensidades y a la vez reducimos "d" a la mitad.

b) Un protón que ha sido acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 6000 V describe una órbita circular en un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcule razonadamente: i) El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón. ii) El radio de la trayectoria descrita.

$m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

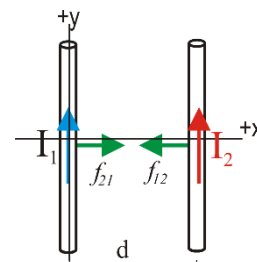
a) La fuerza por unidad de longitud entre dos conductores rectilíneos paralelos y muy largos, viene dada por $f = \frac{F}{L} = \frac{\mu \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$. En este caso la fuerza es atractiva, ya que las corrientes van en

el mismo sentido. Al ser $I_1 = I_2 = I$, $f = \frac{\mu \cdot I^2}{2\pi \cdot d}$

Si se duplican las intensidades y se reduce d a la mitad:

$$f' = \frac{\mu \cdot (2I)^2}{2\pi \cdot \frac{d}{2}} = \frac{8 \cdot \mu \cdot I^2}{2\pi \cdot d} = 8 \cdot f$$

La fuerza por unidad de longitud se multiplica por 8.



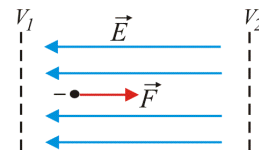
b) i)

Al acelerar una partícula cargada (protón, $q = e$) desde el reposo mediante un campo eléctrico, que es conservativo, la energía mecánica se mantiene constante.

$$E_M = cte \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_{pe} \rightarrow \Delta E_c = -q \cdot \Delta V \rightarrow E_c = |q| \cdot \Delta V = e \cdot \Delta V$$

Y la velocidad $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \Delta V}{m}}$

Sustituyendo: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $\Delta V = 6000 \text{ V}$, $\rightarrow v = 1,063 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$



Al moverse dentro del campo magnético, actúa sobre el electrón una fuerza magnética, dada por la ley de Lorentz

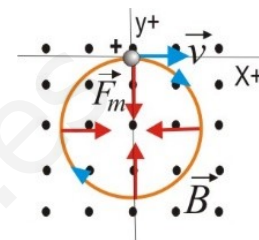
$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$. Para que describa una trayectoria circular, la velocidad de la partícula debe ser perpendicular al campo magnético, de lo contrario, habría una componente paralela al campo, que hace que la trayectoria fuera una hélice. Por tanto, $\alpha = 90^\circ$

El módulo de la fuerza es: $F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = 2,086 \cdot 10^{-13} \text{ N}$

ii) La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, con lo que producirá sólo aceleración normal. El movimiento sería circular uniforme, y la trayectoria una circunferencia. Calculamos el radio de la trayectoria aplicando la segunda ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow F_m = m \cdot a_n \rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Sustituimos los datos: $m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $B = 0,8 \text{ T}$, $v = 1,063 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1} \rightarrow R = 0,014 \text{ m}$



C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) i) Justifique que en una onda estacionaria la amplitud varía en cada punto. ii) Realice una representación gráfica de una onda estacionaria en función del espacio, y explique qué se entiende por un nodo en este tipo de ondas.

b) Una onda estacionaria queda descrita mediante la ecuación: $y(x,t) = 0,5 \cdot \sin((\pi/3)x) \cdot \cos(40\pi t)$ (S.I.)

Determine razonadamente: i) Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a esta onda estacionaria. ii) Posición de los vientres y amplitud de los mismos.

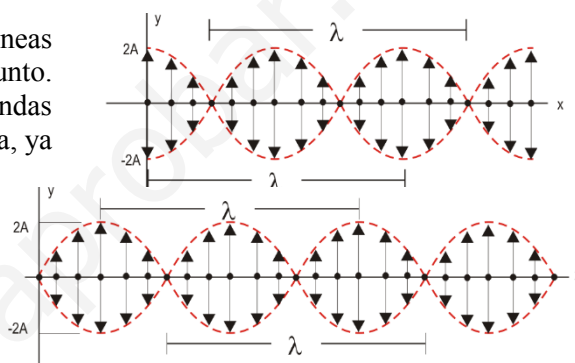
a) i) Una onda estacionaria consiste en la superposición (o interferencia) de dos ondas de las mismas características, que se propagan en la misma dirección, pero en sentidos opuestos. Como en toda interferencia, dependiendo de la diferencia de fase en que lleguen las ondas a cada punto, tendremos puntos con interferencia constructiva, en los que la amplitud es máxima (suma de las amplitudes), puntos con interferencia destructiva, en los que la amplitud es mínima (nula, en este caso, ya que se restan dos amplitudes iguales) y puntos en los que la amplitud es intermedia entre estos dos valores extremos. Queda probada la variación de la amplitud en cada punto.

(De otra forma, a partir de la expresión de una onda estacionaria (puede ser de extremo libre o fijo, daría igual):

Por ej: $y(x,t) = 2A \sin kx \cos \omega t$, donde la amplitud en cada punto es $A(x) = 2A \sin kx$, que depende del valor de x .)

ii) Cualquiera de estas dos representaciones valdría, las líneas discontinuas indican la amplitud que alcanza la oscilación en cada punto. Un nodo es un punto donde se da interferencia destructiva, las ondas interfieren en oposición de fase. La amplitud de la oscilación es nula, ya que se restan dos amplitudes iguales. Ese punto no oscila, está en reposo.

La posición de los nodos depende del tipo de onda estacionaria (extremo libre o fijo) y de la longitud de onda de las ondas viajeras que se superponen.



b) $y(x,t) = 0,5 \cdot \sin((\pi/3)x) \cdot \cos(40\pi t)$ (S.I.)

i) Se trata de una onda estacionaria (OE) de extremo fijo (nodo en $x = 0$ m)

La expresión general de una OE de este tipo es $y(x,t) = 2A \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$ (S.I.), donde A , k , ω , son magnitudes correspondientes a las ondas armónicas superpuestas.

Comparando ambas expresiones:

Amplitud de las ondas armónicas: $2A = 0,5 \text{ m} \rightarrow A = 0,25 \text{ m}$

Número de onda: $k = \pi/3 \text{ rad m}^{-1} \rightarrow \text{Longitud de onda } \lambda = \frac{2\pi}{k} = 6 \text{ m}$

Frecuencia angular: $\omega = 40\pi \text{ rad s}^{-1}$

Velocidad de propagación de las ondas armónicas: $v = \frac{\omega}{k} = \frac{40\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}{\frac{\pi}{3} \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}} = 120 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

ii) Un vientre de una onda estacionaria es un punto de amplitud máxima (interferencia constructiva)

Posición de los vientres:

$$A(x) \text{ máxima} \rightarrow 0,5 \cdot \sin((\pi/3)x) \text{ máxima} \rightarrow \sin((\pi/3)x) = \pm 1 \rightarrow \frac{\pi}{3}x = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad n \in \mathbb{N} \rightarrow x = \frac{3}{2} + n \quad n \in \mathbb{N}$$

$$x = 1,5 \text{ m}, 4,5 \text{ m}, 7,5 \text{ m} \dots$$

Como hemos comentado, en un vientre se da interferencia constructiva y la amplitud es máxima $A_{\text{vientre}} = 2A = 0,5 \text{ m}$

C.2. a) Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) Cuando la luz pasa de un medio a otro experimenta un aumento de su velocidad si el segundo medio tiene un índice de refracción mayor que el primero. ii) La reflexión total de la luz en la superficie de separación de dos medios puede producirse cuando el índice de refracción del segundo medio es mayor que el del primero.

b) Un rayo de luz con componentes azul y roja de longitudes de onda en el aire de $4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ y $6,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, respectivamente, incide desde el aire sobre una placa de un determinado material con un ángulo de 40° respecto a la normal a la superficie de la placa. i) Mediante un esquema, y de manera razonada, indique la trayectoria de los rayos azul y rojo, tanto en el aire como en el material. ii) Deduzca cuál de las dos componentes (azul o roja) se propaga más rápidamente en el interior de la lámina. iii) Determine las frecuencias de los rayos en el aire.
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{material(azul)}} = 1,47$; $n_{\text{material(roja)}} = 1,44$

a) i) El índice de refracción de un medio indica la relación entre la velocidad de la luz en el vacío, y en dicho medio

$$n = \frac{c}{v} \quad . \quad \text{Si } n_2 > n_1 \rightarrow \frac{c}{v_2} > \frac{c}{v_1} \rightarrow v_2 < v_1$$

La velocidad disminuye al pasar al segundo medio. La afirmación es falsa.

ii) La afirmación es falsa. Para que se produzca la reflexión total (la onda electromagnética no pasa a transmitirse por el otro medio, dándose sólo reflexión) es necesario que el índice de refracción del segundo medio sea menor que el del primero (incidencia). Aplicando la ley de Snell $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_{\text{refr}}$, vemos que si $n_2 > n_1$, el ángulo refractado sería siempre menor que el ángulo de incidencia. Es decir, si vamos aumentando el ángulo de incidencia, éste llegaría a 90° , el máximo posible, sin que el ángulo refractado llegue a 90° (condición de ángulo límite a partir del cual se da refracción total). Se daría siempre refracción, el rayo siempre pasaría al segundo medio.

(De otra forma, a partir del concepto de ángulo límite y de su expresión, $\text{sen} \alpha_L = \frac{n_2}{n_1}$, se llega a que, para que exista el ángulo límite, necesariamente $n_1 > n_2$)

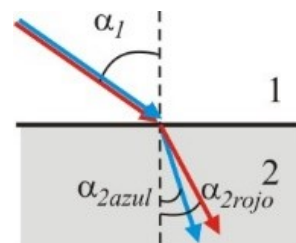
b) i) Al pasar de un medio a otro, la luz sufre refracción. El rayo se desvía. Los ángulos que forman los rayos incidente y refractado con la normal están relacionados por la ley de Snell. $n_1 \cdot \text{sen} \alpha_i = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_{\text{refr}}$

Rayo azul: $n_1 = 1$; $\alpha_i = 40^\circ$; $n_2 = 1,47$

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2 \rightarrow 1 \cdot \text{sen} 40^\circ = 1,47 \cdot \text{sen} \alpha_2 \rightarrow \alpha_2 = 25,93^\circ$$

Rayo rojo: $n_1 = 1$; $\alpha_i = 40^\circ$; $n_2 = 1,44$

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha_1 = n_2 \cdot \text{sen} \alpha_2 \rightarrow 1 \cdot \text{sen} 40^\circ = 1,44 \cdot \text{sen} \alpha_2 \rightarrow \alpha_2 = 26,51^\circ$$



Se cumple que, a mayor índice de refracción, menor ángulo refractado. El rayo azul se acerca más a la normal, desviándose más de la dirección original del rayo en el aire (mayor dispersión)

ii) El índice de refracción de un medio indica la relación entre la velocidad de la luz en el vacío, y en dicho medio $n = \frac{c}{v}$. Vemos que un índice de refracción mayor significa una menor velocidad en ese medio. Como el índice de refracción es mayor para la luz azul, el rayo azul se propagará a menor velocidad en el medio que el rayo rojo.

(También puede hacerse calculando las velocidades)

$$v_{\text{azul}} = \frac{c}{n_{\text{azul}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1,47} = 2,041 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_{\text{rojo}} = \frac{c}{n_{\text{rojo}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1,44} = 2,083 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

iii) La frecuencia está relacionada con la longitud de onda por la relación: $f = \frac{v}{\lambda}$ En el aire: $f = \frac{c}{\lambda}$

$$f_{\text{azul}} = \frac{c}{\lambda_{\text{azul}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6,67 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{rojo}} = \frac{c}{\lambda_{\text{rojo}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{6,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 4,35 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) La masa de un núcleo es siempre menor que la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman. ii) En una emisión alfa el número másico decrece en dos unidades y el número atómico en una.

b) En la bomba de Hidrógeno (o bomba de fusión) intervienen dos núcleos, uno de deuterio (${}^2_1\text{H}$) y otro de tritio (${}^3_1\text{H}$) que dan lugar a uno de helio (${}^4_2\text{He}$). i) Escriba la reacción nuclear correspondiente. ii) Obtenga la energía liberada en el proceso por cada átomo de helio obtenido.

$m({}^4_2\text{He}) = 4,002603 \text{ u}$; $m({}^2_1\text{H}) = 2,014102 \text{ u}$; $m({}^3_1\text{H}) = 3,016049 \text{ u}$; $m_n = 1,008665 \text{ u}$; $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$

a)

i) La afirmación es correcta. Al formarse el núcleo a partir de sus partículas, se pierde masa, que se transforma en energía según la expresión de Einstein $E_e = \Delta m \cdot c^2$, donde E_e es la energía de enlace, c la velocidad de la luz en el vacío y Δm el defecto másico $\Delta m = \sum m_{\text{partículas}} - m_{\text{Núcleo}}$

ii) En la desintegración alfa un núcleo inestable emite una partícula formada por dos protones y dos neutrones (núcleo de ${}^4_2\text{He}$), con lo que su número atómico disminuye en dos unidades y su número másico disminuye en cuatro unidades.

La reacción es: ${}^A_Z\text{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} + {}^4_2\text{He}$

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

b) i) En toda reacción nuclear, se cumple que la suma de números atómicos se mantiene constante (conservación de la carga) y que la suma de números másicos se mantiene constante.

La reacción es: ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ Se desprende un neutrón.

ii) La energía liberada por cada núcleo de ${}^4_2\text{He}$ formado es la energía de reacción $E_r = \Delta m \cdot c^2$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y Δm el defecto másico $\Delta m = \sum m_{\text{Reactivos}} - m_{\text{Productos}}$

Calculamos el defecto másico: $\Delta m = m({}^2_1\text{H}) + m({}^3_1\text{H}) - m({}^4_2\text{He}) - m({}^1_0\text{n}) = 0,018883 \text{ u}$.

Pasamos a kg: $0,018883 \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 3,1346 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$

Y la energía de reacción: $E_r = \Delta m \cdot c^2 = 2,821 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ (17,6 MeV)

D.2. a) Enuncie la hipótesis de De Broglie y escriba su ecuación. Indique las magnitudes físicas involucradas y sus unidades en el Sistema Internacional.

b) Una partícula alfa (α) emitida en el decaimiento radiactivo del ${}^{238}\text{U}$ posee una energía cinética de $6,72 \cdot 10^{-13} \text{ J}$.

i) ¿Cuánto vale su longitud de onda de De Broglie asociada? ii) ¿Qué diferencia de potencial debería existir en una región del espacio para detener por completo la partícula alfa? Indique mediante un esquema la dirección y sentido del campo necesario para ello. Razone todas sus respuestas. $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

a) Louis De Broglie propuso en 1924 que, del mismo modo que la luz se comporta como onda o como partícula según el experimento, también la materia presenta este carácter dual. Toda partícula puede comportarse como una onda en determinadas experiencias. La onda de materia asociada a la partícula se caracteriza por su longitud de onda, dada por

$\lambda = \frac{h}{p}$, donde h es la constante de Planck, ($h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$)

p es la cantidad de movimiento (unidades: kg m s^{-1})

λ es la longitud de onda asociada (unidades: m)

(La expresión también puede ponerse como $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ y aquí, la masa se mide en kg, y la velocidad en m s^{-1})

b) Datos: partícula α . (${}^4_2\text{He}^{2+}$, 2 protones y 2 neutrones) $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q = 2 \cdot e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

i) Aplicando la expresión de De Broglie: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

Calculamos la velocidad a partir de la energía cinética: $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} = 1,423 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$

Sustituimos: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = 7,0168 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

ii) Teniendo en cuenta que la partícula tiene carga positiva, para frenarla debemos aplicar un campo eléctrico en sentido contrario al del movimiento, de este modo la fuerza eléctrica $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$, se opondrá al movimiento y lo frenará.

Sólo actúa la fuerza eléctrica, que es conservativa, por lo que la energía mecánica se mantiene constante.

$$E_M = cte \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_{p_e} \rightarrow \Delta E_c = -q \cdot \Delta V \rightarrow 0 - E_{c1} = -q \cdot (V_2 - V_1) \rightarrow V_2 - V_1 = \frac{E_{c1}}{q}$$

Sustituimos: $E_{c1} = 6,72 \cdot 10^{-13} \text{ J}$; $q = 2 \cdot e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$$V_2 - V_1 = 2,1 \cdot 10^6 \text{ V} \quad (2,1 \text{ MV})$$

Vemos que, para conseguir frenar la partícula, $V_2 > V_1$, con lo que el campo eléctrico, que va en el sentido del potencial decreciente, debe ir en sentido opuesto al del movimiento, como ya habíamos comentado.

