

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 7: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A

Un titular de prensa afirma que el 70% de los jóvenes de una ciudad utilizan las redes sociales para comunicarse.

Para contrastar la veracidad de tal afirmación se toma una muestra aleatoria de 500 jóvenes de esa ciudad, y se obtiene que 340 de ellos utilizan la red para comunicarse.

Analice mediante un contraste de hipótesis bilateral, ($H_0 : p = 0'7$), si se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, que dicha afirmación es cierta.

SOCIALES II. 2014 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

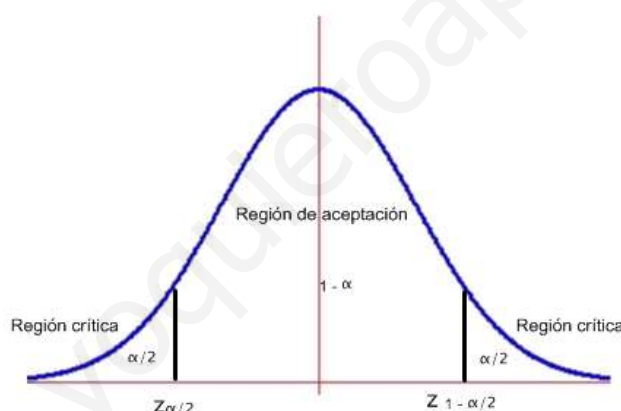
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p = 0'7$; Hipótesis alternativa $H_1 : p \neq 0'7$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'575$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -2'575$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de

prueba es: $z_0 = \frac{\frac{340}{500} - 0'7}{\sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{500}}} = -0'975$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -0'975$ es mayor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -2'575$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1% aceptamos que el 70% de los jóvenes de esa ciudad utilizan las redes sociales para comunicarse.

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que usan una determinada marca de ropa; para ello se hace una encuesta a 950 personas y se obtiene que 215 de ellas usan esa marca. Utilizando un contraste de hipótesis ($H_0 : p \geq 0.25$) :

- a) ¿Podemos afirmar con estos datos y con un nivel de significación del 5% que al menos el 25% de toda la población usa esa marca de ropa?
b) ¿Y con un nivel de significación del 1%?

SOCIALES II. 2014 RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0.25$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0.25$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1.645$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1.645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de

$$\text{prueba es: } z_0 = \frac{\frac{215}{950} - 0.25}{\sqrt{\frac{0.25 \cdot 0.75}{950}}} = -1.685$$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1.685$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1.645$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, afirmamos que menos del 25% de esa población usa esa marca de ropa.

b) El nivel de significación es $\alpha = 0.01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2.33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2.33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo. Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1.685$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2.33$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, afirmamos que al menos el 25% de esa población usa esa marca de ropa.

Los responsables de tráfico de una ciudad trabajan con la hipótesis de que, al menos, el 65% de sus habitantes son favorables a la creación de una red de carril-bici en esa ciudad.

Encuestados 950 habitantes, elegidos al azar, 590 están a favor de tal medida.

a) Mediante un contraste de hipótesis, ($H_0 : p \geq 0.65$), con un nivel de significación del 10%,

¿se puede decir que tienen razón los responsables de tráfico de esa ciudad?

b) ¿Se concluiría lo mismo si el nivel de significación fuera del 1%?

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Etapas 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0.65$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0.65$ La región crítica está a la izquierda.

Etapas 2: El nivel de significación es $\alpha = 0.1 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.9$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1.285$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1.285$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapas 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de

$$\text{prueba es: } z_0 = \frac{\frac{590}{950} - 0.65}{\sqrt{\frac{0.65 \cdot 0.35}{950}}} = -1.87$$

Etapas 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1.87$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1.285$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 10%, afirmamos que menos del 65% de los habitantes son favorables a la creación de una red de carril-bici.

b) El nivel de significación es $\alpha = 0.01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2.33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2.33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo. Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1.87$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2.33$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, afirmamos que al menos el 65% de los habitantes son favorables a la creación de una red de carril-bici.

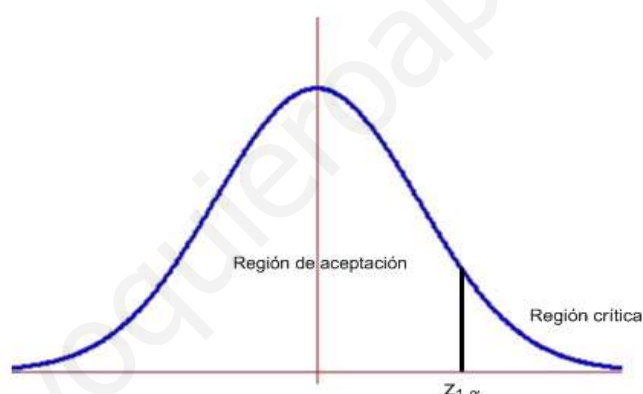
La concejalía de Educación de una determinada localidad afirma que el tiempo medio dedicado a la lectura por los jóvenes de entre 15 y 20 años de edad es, a lo sumo, de 8 horas semanales. Para contrastar esta hipótesis ($H_0 : \mu \leq 8$), se escoge al azar una muestra de 100 jóvenes, de entre 15 y 20 años, y se obtiene una media de 8.3 horas de dedicación a la lectura. Supuesto que el tiempo dedicado a la lectura sigue una ley Normal con desviación típica igual a 1 hora, ¿qué se puede decir, a un nivel de significación del 5%, sobre la afirmación de la concejalía?.

SOCIALES II. 2014 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Etapas 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 8$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 8$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$.

Etapas 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación. Para el nivel de significación de $\alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow$ valor crítico $z_{1-\alpha} = 1.645$



Etapas 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico:
$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Valor observado:
$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{8.3 - 8}{\frac{1}{\sqrt{100}}} = 3$$

Etapas 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

El valor observado $z_0 = 3$, está a la derecha del punto crítico 1.645, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo o crítica. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Por lo tanto, afirmamos que el tiempo medio dedicado a la lectura por los jóvenes de entre 15 y 20 años de edad supera las 8 horas semanales, con una probabilidad de equivocarnos del 5%.