

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

- Junio, Ejercicio A2
- Reserva 1, Ejercicio A1
- Reserva 2, Ejercicio A1
- Reserva 3, Ejercicio A1
- Reserva 4, Ejercicio A2
- Septiembre, Ejercicio A2

a) (1 punto) Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1200y 1500 euros, respectivamente. La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, formule, sin resolver, el problema que permite obtener las horas de funcionamiento de las cadenas A y B para minimizar el coste de producción de esos electrodomésticos.

b) (1'5 puntos) Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices: $x + 2y \geq 7$; $4x - y \geq 1$; $2x - y \leq 4$; $3x + 2y \leq 20$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

Obtenga el valor mínimo de la función $F(x, y) = 2x + y$ en el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

SOCIALES II. 2020 JUNIO. EJERCICIO A2

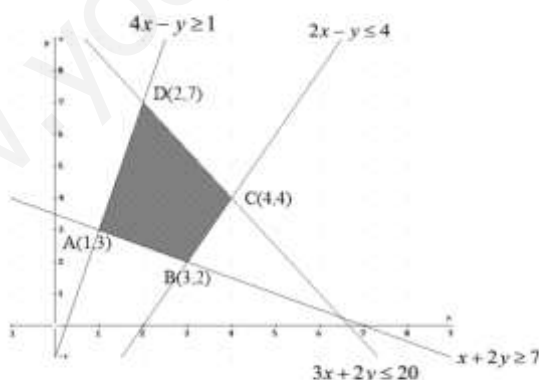
R E S O L U C I Ó N

a) La función que queremos que sea mínimo es: $F(x, y) = 1200x + 1500y$

Las restricciones son:

$$\left. \begin{array}{l} 10x + 7y \geq 400 \\ 5x + 6y \geq 280 \\ x \leq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

b) Dibujamos el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A = (1, 3) ; B = (3, 2) ; C = (4, 4) ; D = (2, 7) .$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 2x + y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(1, 3) = 5 ; F(B) = F(3, 2) = 8 ; F(C) = F(4, 4) = 12 ; F(D) = F(2, 7) = 11$$

Luego, el mínimo de la función está en el punto $A = (1, 3)$ y vale 5.

Con el fin de recaudar dinero para el viaje de fin de curso, los alumnos de un instituto van a poner a la venta dos tipos de bolsas de merienda. El primer tipo contendrá dos bocadillos, un refresco y una pieza de fruta y el segundo tipo tendrá un bocadillo, un refresco y dos piezas de fruta. Por cada bolsa del primer tipo cobrarán 6 euros y por las del segundo tipo 5 euros. Sabiendo que disponen de 120 bocadillos, 70 refrescos y 110 piezas de fruta y que se tiene garantizada la venta de todas las bolsas, ¿cuántas convendría preparar de cada tipo para que la cantidad de dinero obtenida por su venta sea máxima y a cuánto asciende la misma? ¿Es posible que vendan 40 bolsas de cada tipo? ¿Hay alguna posibilidad de que el importe de las ventas sea de 410 euros?

SOCIALES II. 2020 RESERVA 1. EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

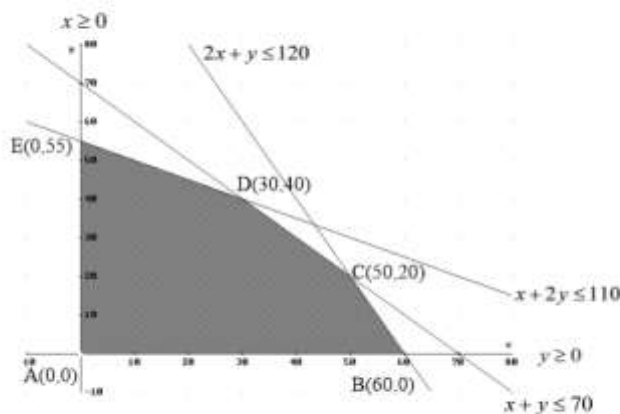
	Bocadillos	Refrescos	Frutas	Precio
$x = \text{Bolsa A}$	2	1	1	6 €
$y = \text{Bolsa B}$	1	1	2	5 €
Total	120	70	110	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 120 \\ x + y \leq 70 \\ x + 2y \leq 110 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 6x + 5y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A = (0, 0) ; B = (60, 0) ; C = (50, 20) ; D = (30, 40) ; E = (0, 55)$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 6x + 5y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 0) = 0 \text{ €} \quad F(B) = F(60, 0) = 360 \text{ €} \quad F(C) = F(50, 20) = 400 \text{ €}$$

$$F(D) = F(30, 40) = 380 \text{ €} \quad F(E) = F(0, 55) = 275 \text{ €}$$

Luego vemos que para que su venta sea máxima se deben vender 50 bolsas del tipo A y 20 bolsas del tipo B y el dinero obtenido sería 400 €.

No es posible vender 40 bolsas de cada tipo, ya que el punto $(40, 40)$ no pertenece al recinto.

El importe no puede ser 410 €, ya que hemos visto que el máximo es 400 €.

(2.5 puntos) Un cocinero tiene que hacer el postre para una cena y le han encargado dos de sus mejores creaciones: Delicia Roja y Delicia Negra. Para elaborar 1 kg de Delicia Roja son necesarias 3 tarrinas de fresas y 1 tableta de chocolate y para elaborar 1 kg de Delicia Negra se necesita 1 tarrina de fresas y 2 tabletas de chocolate. Dispone de 15 tarrinas de fresas y 10 tabletas de chocolate. Además, la cantidad de Delicia Negra no debe ser inferior a 1'5 kg y tampoco debe ser superior al doble de Delicia Roja. Si cada kilogramo de Delicia Roja le reporta un beneficio de 3 euros y el de Delicia Negra 5 euros, averigüe qué cantidad de cada postre debe elaborar para conseguir un beneficio máximo y a cuánto asciende ese beneficio.

SOCIALES II. 2020 RESERVA 2. EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

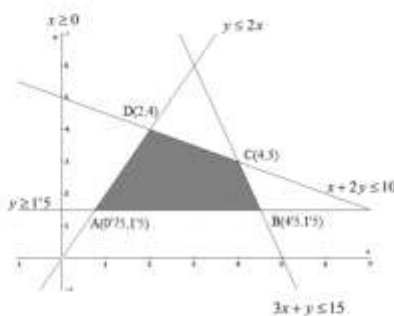
	Fresa	Chocolate	Precio
$x = \text{Delicia roja}$	3	1	3 €
$y = \text{Delicia negra}$	1	2	5 €
Total	15	10	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y \leq 15 \\ x + 2y \leq 10 \\ y \geq 1'5 \\ y \leq 2x \\ x \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 3x + 5y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0'75, 1'5)$; $B = (4'5, 1'5)$; $C = (4, 3)$; $D = (2, 4)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 3x + 5y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0'75, 1'5) = 9'75€$$

$$F(B) = F(4'5, 1'5) = 21€$$

$$F(C) = F(4, 3) = 27€$$

$$F(D) = F(2, 4) = 26€$$

Luego vemos que para que su beneficio sea máximo se deben vender 4 Delicias Roja y 3 Delicias Negra y el beneficio obtenido sería 27 €.

(2.5 puntos) Una confitería elabora dos tipos de tartas, unas de chocolate y otras de merengue y chocolate. Para ello dispone de 100 kg de bizcocho, 80 kg de crema de chocolate y 46 kg de merengue. Para elaborar una tarta de chocolate, se requieren 1 kg de bizcocho y 2 kg de crema de chocolate y para la tarta de chocolate y merengue se requieren 2 kg de bizcocho, 1 kg de crema de chocolate y 1 kg de merengue. Por cada tarta de chocolate se obtiene un beneficio de 10 euros y de 12 euros por cada una de merengue y chocolate. Suponiendo que se vende todo lo que se elabora, ¿cuántas tartas de cada tipo debe preparar para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál es dicho beneficio?

SOCIALES II. 2020 RESERVA 3. EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

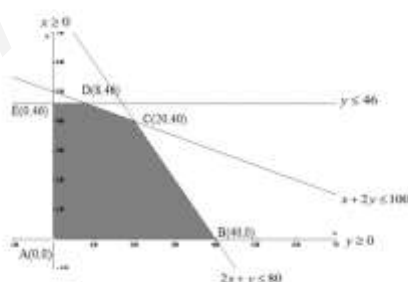
	Bizcocho	Chocolate	Merengue	Precio
x = Tarta chocolate	1	2		10 €
y = Tarta merengue y chocolate	2	1	1	12 €
Total	100	80	46	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ y \leq 46 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 10x + 12y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A = (0, 0) ; B = (40, 0) ; C = (20, 40) ; D = (8, 46) ; E = (0, 46)$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 10x + 12y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 0) = 0 \text{ €} \quad F(B) = F(40, 0) = 400 \text{ €} \quad F(C) = F(20, 40) = 680 \text{ €}$$

$$F(D) = F(8, 46) = 632 \text{ €} \quad F(E) = F(0, 46) = 552 \text{ €}$$

Luego vemos que para que su beneficio sea máximo se deben vender 20 tartas de chocolate y 40 tartas de chocolate y merengue y el beneficio obtenido sería 680 €.

Se considera la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 4 ; x - y \geq -2 ; x + 3y \geq 2 ; y \leq 2$$

a) (1'5 puntos) Representéla gráficamente y determine sus vértices.

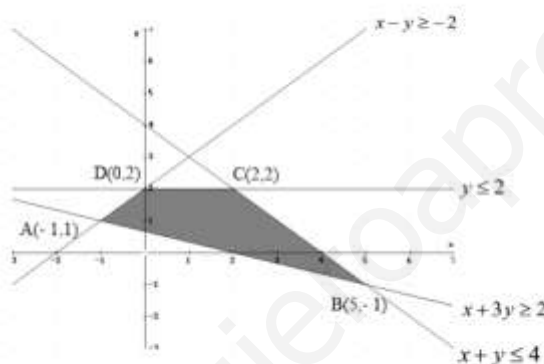
b) (0'25 puntos) Indique razonadamente si el punto $(4, -0'75)$ pertenece a dicha región.

c) (0.75 puntos) ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x, y) = x + y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son estos valores?

SOCIALES II. 2020 RESERVA 4. EJERCICIO A2

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (-1, 1)$; $B = (5, -1)$; $C = (2, 2)$; $D = (0, 2)$.

b) Comprobamos si el punto $(4, -0'75)$ verifica las inecuaciones.

$$x + y \leq 4 \Rightarrow 4 - 0'75 \leq 4 \Rightarrow SI$$

$$x - y \geq -2 \Rightarrow 4 + 0'75 \geq -2 \Rightarrow SI$$

$$x + 3y \geq 2 \Rightarrow 4 - 2'25 \geq 2 \Rightarrow NO$$

$$y \leq 2 \Rightarrow -0'75 \leq 2 \Rightarrow SI$$

El punto no pertenece a la región ya que no verifica todas las inecuaciones.

c) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = x + y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(-1, 1) = 0$$

$$F(B) = F(5, -1) = 4$$

$$F(C) = F(2, 2) = 4$$

$$F(D) = F(0, 2) = 2$$

Luego vemos que el máximo está en todos los puntos del segmento BC y vale 4. El mínimo está en el punto $A = (-1, 1)$ y vale 0.

a) (1'75 puntos) Represente la región factible definida por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices:

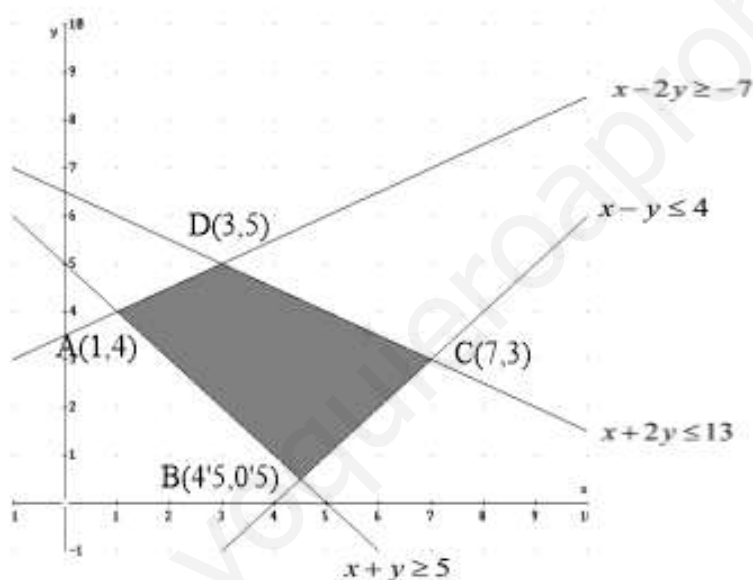
$$x + 2y \leq 13 \quad x - y \leq 4 \quad x - 2y \geq -7 \quad x + y \geq 5$$

b) (0'75 puntos) Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x, y) = x + y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

SOCIALES II. 2020 SEPTIEMBRE. EJERCICIO A2

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos el recinto y calculamos los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (1, 4)$; $B = (4, 0)$; $C = (7, 3)$; $D = (3, 5)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = x + y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(1, 4) = 5$$

$$F(B) = F(4, 0) = 4$$

$$F(C) = F(7, 3) = 10$$

$$F(D) = F(3, 5) = 8$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $C = (7, 3)$ y vale 10. El mínimo está en todos los puntos del segmento AB y vale 4.