

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz P que verifica $B \cdot P - A = C^t$.

b) Determine la dimensión de la matriz M para que pueda efectuarse el producto $A \cdot M \cdot C$

c) Determine la dimensión de la matriz N para que $C^t \cdot N$ sea una matriz cuadrada.

SOCIALES II. 2004. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$B \cdot P - A = C^t \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ 2a+2d & 2b+2e & 2c+2f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a+d=3 \\ 2a+2d=-2 \\ 2b+e=-1 \\ 2b+2e=4 \\ 2c+f=-2 \\ 2c+2f=-1 \end{cases} \Rightarrow P = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -\frac{3}{2} \\ -5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

b) La dimensión de M debe ser (3,3).

c) La dimensión de N debe ser (3,2).

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $(A - I_2) \cdot B$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2.

b) Obtenga la matriz B^t (matriz traspuesta de B) y calcule, si es posible, $B^t \cdot A$.

c) Calcule la matriz X que verifica $A \cdot X + B = C$.

SOCIALES II. 2004 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$(A - I_2) \cdot B = \left[\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$B^t \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^t}{-2} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}}{-2} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X + B = C \Rightarrow X = A^{-1} \cdot (C - B) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -1 & \frac{5}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, halle A^{2004} .

SOCIALES II. 2004 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \cdot A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{2004} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

De una matriz A se sabe que su segunda fila es $(-1 \ 2)$ y que su segunda columna es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Halle

los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2004. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 2 \\ b & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a-1+b & 0 \\ 2a+b & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a-1+b=0 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow a=-1; b=2$$