

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz $C = B \cdot A - A^t \cdot B^t$.

b) Halle la matriz X que verifique: $A \cdot B \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2005. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -4 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 \\ -3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 3b = 4 \\ -3a + 2b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}; b = 0$$

Luego la matriz es $X = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$

Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar.

$$A + B; A^t + B; A \cdot B; A \cdot B^t$$

SOCIALES II. 2005 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $A + B$. No se puede realizar, ya que las matrices no son del mismo orden.

$$b) A^t + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

d) $A \cdot B^t$. No se pueden multiplicar, ya que el nº de filas de la primera matriz no es igual al nº de columnas de la segunda matriz.

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule, si existe, la matriz inversa de B .

b) Si $A \cdot B = B \cdot A$ y $A + A^t = 3 \cdot I_2$, calcule x e y .

SOCIALES II. 2005 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular el determinante de B .

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -2 \neq 0. \text{ Luego tiene inversa.}$$

b)

$$A \cdot B = B \cdot A \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -x+y & 2x \\ y+x & -2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x-2y & -y+2x \\ x & y \end{pmatrix} \Rightarrow y = 0$$

$$A + A^t = 3I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2x & 0 \\ 0 & 2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$

a) Determine el valor de x en la matriz B para que se verifique la igualdad: $A \cdot B = B \cdot A$

b) Obtenga la matriz C tal que: $A^t \cdot C = I_2$

SOCIALES II. 2005. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A \cdot B = B \cdot A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1+3x \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & x \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1+3x=5 \Rightarrow x=2$$

b)

$$A^t \cdot C = I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ 3a+c & 3b+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ 3a+c=0 \\ 3b+d=1 \end{cases} \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$