

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1a, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix}$, siendo a un número real cualquiera.

a) Obtenga la matriz A^{2014} .

b) Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $A^3 \cdot X - 4B = O$.

SOCIALES II. 2014. JUNIO . EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A^3 &= A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A^4 &= A^2 \cdot A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ A^5 &= A^4 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 4a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Siguiendo el proceso, vemos que: $A^{2014} = \begin{pmatrix} 1 & 2014a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$A^3 \cdot X - 4B = O \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{aligned} a + 6c - 2 &= 0 \\ b + 6d &= 0 \\ c - 3 &= 0 \\ d &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo el sistema, vemos que la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} -16 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule el valor del parámetro a para que se verifique $(B \cdot A)^t = A \cdot B^t$.

b) Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = B$

SOCIALES II. 2014. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -a+1 \end{pmatrix}$$

$$(B \cdot A)^t = \begin{pmatrix} -1 & -a+1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} -1 \\ -a+1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+a \\ 1 \end{pmatrix}$$

Igualamos y resolvemos el sistema:

$$(B \cdot A)^t = A \cdot B^t \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ -a+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+a \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -1 = -1+a \\ -a+1 = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 0$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$X \cdot A = B \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & 2a+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ 2a+b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -1; b = 3$$

La matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} -1 & 3 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

a) Determine la dimensión que debe de tener la matriz A para que se verifique la igualdad:

$$A \cdot B = 2C^t$$

b) Halle la matriz A anterior, sabiendo que de ella se conocen los elementos

$$a_{31} = 2, a_{12} = -3, a_{22} = 1.$$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 2 EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la dimensión de la matriz A . Sabemos que para que se puedan multiplicar dos matrices el número de columnas de la primera matriz debe de coincidir con el número de filas de la segunda matriz, y la matriz resultante tiene tantas filas como la primera y tantas columnas como la segunda, luego:

$$(m, n) \cdot (2, 2) = (3, 2) \Rightarrow m = 3 ; n = 2$$

Por lo tanto, la matriz A es de orden $(3, 2)$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} a & -3 \\ b & 1 \\ 2 & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -8 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -5a-12 & -18 \\ -5b+4 & 6 \\ -10+4c & 6c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -18 \\ -16 & 6 \\ -2 & 12 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -5a-12 = -2 \\ -5b+4 = -16 \\ -10+4c = -2 \\ 6c = 12 \end{cases} \Rightarrow a = -2 ; b = 4 ; c = 2$$

Luego la matriz que nos piden es: $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

a) Determine los valores de x e y que hacen cierta la igualdad

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Resuelva la ecuación matricial: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los valores de x e y.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2x+y \\ 3x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3y \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-2y=0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{6}{7} ; y = \frac{9}{7}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+2b = 1 \\ 3a+5b = 0 \\ c+2d = 1 \\ 3c+5d = -1 \end{cases} \Rightarrow a = -5 ; b = 3 ; c = -7 ; d = 4$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Efectúe la operación $A \cdot B^t$

b) Determine la matriz X tal que $A + 2 \cdot X = B$.

c) Calcule la matriz Y , sabiendo que: $B \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos $A \cdot B^t$

$$A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 13 & -5 \end{pmatrix}$$

b) Calculamos la matriz X

$$2 \cdot X = B - A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

b) Calculamos la matriz Y

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 6 \\ a + 4b = 9 \end{cases} \Rightarrow a = 3 ; b = \frac{3}{2}$$

Luego, la matriz que nos piden es: $Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X = 2 \cdot (C - D')$, siendo :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

SOCIALES II. 2014 RESERVA 4. EJERCICIO 1b. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 2 \cdot \left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow \begin{pmatrix} c & d \\ 2a & 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow a=0; b=3; c=-2; d=0$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcule las matrices X e Y para las que se verifica:

$$X + Y = A \quad \text{y} \quad 3X + Y = B$$

b) Halle la matriz Z que verifica: $B \cdot Z + B^t = 2I_2$.

SOCIALES II. 2014 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Resolvemos el sistema matricial

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} X + Y &= \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\ 3X + Y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -X - Y &= -\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\ 3X + Y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2X = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -7 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 & \frac{7}{2} \\ -\frac{7}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \\ \\ \left. \begin{aligned} X + Y &= \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \\ 3X + Y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} -3X - 3Y &= -\begin{pmatrix} 3 & -21 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} \\ 3X + Y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2Y = \begin{pmatrix} -2 & 21 \\ -11 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{21}{2} \\ \frac{11}{2} & -\frac{5}{2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ -5a + 2c & -5b + 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow a = 1; b = 5; c = \frac{5}{2}; d = \frac{25}{2}$$

Luego la matriz que nos piden es: $Z = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ \frac{5}{2} & \frac{25}{2} \end{pmatrix}$