

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule los valores de a y b para que $A \cdot B = B \cdot A$.
- b) **(1.5 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot B - A = I_2$.

EJERCICIO 2

Sea la función definida de la forma $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

- a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f .
- b) **(1.25 puntos)** Estudie la derivabilidad de f en $x = 2$.
- c) **(1.25 puntos)** Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

Parte I

- a) **(1 punto)** Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(A)=0.5$, que $P(B)=0.4$ y que $P(A \cup B) = 0.8$, determine $P(A/B)$.
- b) **(1 punto)** Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(C) = 0.3$, que $P(D) = 0.8$ y que C y D son independientes, determine $P(C \cup D)$.

Parte II

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

- a) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ , a un nivel del 97 %, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
- b) **(1 punto)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 1 día y un nivel de confianza del 92%?

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(2 puntos)** Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones:

$$2x + y \leq 6; \quad 4x + y \leq 10; \quad -x + y \leq 3; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0$$

y determine sus vértices.

b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

EJERCICIO 2

Sea la función f definida mediante $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < 1 \\ L(x) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Determine a y b sabiendo que f es continua y tiene un mínimo en $x = -1$.

b) **(1.5 puntos)** Para $a = -1$ y $b = 1$, estudie la derivabilidad de f en $x = -1$ y en $x = 1$.

EJERCICIO 3

Parte I

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga empleo.

b) **(1 punto)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

Parte II

Sea la población $\{1, 2, 3, 4\}$.

a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.

b) **(1 punto)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) 0.5 por cada producto, 0.5 por la igualación y obtención de a y b .
- b) Hasta 1.5 puntos.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) Hasta 1.25 puntos.
- c) Hasta 1.25 puntos.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 0.75 por el resto.
- b) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 0.75 por el resto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 0.25 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.
- b) Hasta 0.25 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 puntos por la resolución.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: **3 puntos**

- a) Hasta 1 punto por la región, hasta 1 punto por los vértices.
- b) 0.25 por valorar los vértices. 0.75 por expresar que la solución es el segmento.

Ejercicio 2: **3 puntos**

- a) 0.5 por la condición de continuidad, 0.5 por la condición de mínimo, 0.5 por la obtención de a y b .
- b) 0.75 por la derivabilidad en cada punto.

Ejercicio 3:

Parte I: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: **2 puntos**

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.