

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(2 puntos)** Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por

$$\begin{pmatrix} 3 & 1-2x & 0 \\ 2 & x+1 & 2 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b) **(1 punto)** Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, calcule la matriz $M = A^t \cdot A^{-1}$.

EJERCICIO 2

Un almacenista de frutas ha estimado que el beneficio que le produce cada kilogramo (kg) de fresas depende del precio de venta de acuerdo con la función

$$B(x) = -x^2 + 4x - 3$$

siendo $B(x)$ el beneficio por kg y x el precio de cada kg, ambos expresados en euros.

- a) **(1.25 puntos)** ¿Entre qué precios se producen beneficios para el almacenista?
- b) **(1.25 puntos)** ¿Qué precio maximiza los beneficios?
- c) **(0.5 puntos)** Si tiene en el almacén 10000 kg de fresas, ¿cuál será el beneficio total máximo que podrá obtener?

EJERCICIO 3

Parte I

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A^C) = 0.2, \quad P(B) = 0.25 \quad \text{y} \quad P(A \cup B) = 0.85.$$

- a) **(1.25 puntos)** ¿Son los sucesos A y B independientes?
- b) **(0.75 puntos)** Calcule $P(A^C / B^C)$.

Parte II

(2 puntos) Escriba todas las muestras de tamaño 2 que, mediante muestreo aleatorio simple (con reemplazamiento), se pueden extraer del conjunto $\{8, 10, 12\}$ y determine el valor de la varianza de las medias de esas muestras.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(3 puntos) Un agricultor posee 10 hectáreas (ha.) y decide dedicarlas al cultivo de cereales y hortalizas. Por las limitaciones de agua no puede destinar más de 5 ha. a hortalizas. El cultivo de cereales tiene un coste de 1000 euros/ha. y el de hortalizas de 3000 euros/ha., no pudiendo superar el coste total la cantidad de 16000 euros. El beneficio neto por ha. de cereales asciende a 2000 euros y el de hortalizas a 8000 euros. Halle la distribución de cultivos que maximiza el beneficio y calcule dicho máximo.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) **(2 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f .
- b) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = 3$.

EJERCICIO 3

Parte I

Un polideportivo dispone de 100 bolas de pádel y 120 bolas de tenis. Se sabe que 65 bolas son nuevas. Además, 75 bolas de pádel son usadas. Por un error, todas las bolas se han mezclado.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que si elegimos, al azar, una bola de tenis, ésta sea usada.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que si elegimos, al azar, una bola, sea nueva.

Parte II

- a) **(1 punto)** En una población, una variable aleatoria X sigue una distribución Normal de media 50 y desviación típica 9. Se elige, al azar, una muestra de tamaño 64 de esa población. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 48 y 52?
- b) **(1 punto)** En una empresa de gas trabajan 150 personas en mantenimiento, 450 en operaciones, 200 en servicios y 100 en cargos directivos. Con objeto de realizar una encuesta laboral, se quiere seleccionar una muestra de 180 trabajadores de esa empresa por muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿qué número de trabajadores se debe elegir de cada grupo?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1: 3 puntos.

- a) Hasta 1 punto por el planteamiento y hasta 1 por la resolución.
- b) 0.25 por la transpuesta, 0.5 por la inversa, 0.25 por su producto.

Ejercicio 2: 3 puntos.

- a) Hasta 1.25 puntos.
- b) Hasta 1.25 puntos.
- c) Hasta 0.5 puntos.

Ejercicio 3:

Parte I: 2 puntos.

- a) Hasta 1.25 puntos.
- b) Hasta 0.75 puntos.

Parte II: 2 puntos.

- Hasta 1 punto por la expresión de las muestras.
- Hasta 1 punto por el cálculo de la varianza.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: 3 puntos.

- Hasta 1.25 puntos por el planteamiento, hasta 1.25 por determinar la región y calcular los vértices y hasta 0.5 por calcular la función en los vértices y expresar la solución correcta.

Ejercicio 2: 3 puntos.

- a) 0.75 por la continuidad; 1.25 por la derivabilidad.
- b) Hasta 1 punto.

Ejercicio 3:

Parte I: 2 puntos.

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1 punto.

Parte II: 2 puntos.

- a) 0.25 por la distribución muestral, 0.75 por la probabilidad.
- b) Hasta 1 punto.