PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2006

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A

emestrada
www.yoquieroaprobar.es

Resuelve $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

MATEMÁTICAS II. 2006. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

El sistema que tenemos que resolver es: $\left.\begin{array}{r} 2x+5z=7 \\ x+y-2z=-2 \\ -x+y+z=-1 \end{array}\right\}$

Como el determinante de la matriz de los coeficientes es distinto de cero, podemos resolverlo por Cramer.

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 7 & 0 & 5 \\ -2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{16}{16}=1\,;\; y=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{-16}{16}=-1\,;\; z=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{16}{16}=1$$

emestrada
www.yoquieroaprobar.es

Considera el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} \lambda x + y - z = 1 \\ x + \lambda y + z = \lambda \\ x + y + \lambda z = \lambda^2 \end{array}\right\}$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

b) Resuélvelo para $\lambda = 2$.

MATEMÁTICAS II. 2006. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \lambda^3 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0, -1 \text{ y } 1$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$\lambda = 0$	2	3	S. Incompatible
$\lambda = -1$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\lambda = 1$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\lambda \neq 0, -1, 1$	3	3	S. Compatible Determinado

b) Lo resolvemos para $\lambda = 2$. El sistema es $\left.\begin{array}{r} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 4 \end{array}\right\}$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2};\ y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2};\ z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

www.emestrada.org

Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & m-3 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Determina los valores de $m \in \mathbb{R}$ **para los que la matriz** A **tiene inversa.**

b) Para $m = 0$ **y siendo** $X=\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$**, resuelve** $X \cdot A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$**.**

MATEMÁTICAS II. 2006. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & m-3 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = m^2+m-6=0 \Rightarrow m=2\ ;\ m=-3$$

Luego, la matriz tiene inversa para todos los valores de $m \neq 2\ y\ -3$

b)

$$X \cdot A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x+z=3 \\ x-3y+2z=1 \\ -x+3y=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

emestrada
www.emestrada.org

Considera el sistema de ecuaciones lineales
$$\left.\begin{array}{rl} x-y+z= & 2 \\ x+\lambda y+z= & 8 \\ \lambda x+y+\lambda z= & 10 \end{array}\right\}$$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.
b) Resuelve el sistema para $\lambda = 2$
MATEMÁTICAS II. 2006. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$|A| = 0$ para cualquier valor de λ, ya que tiene dos columnas iguales, por lo tanto rango(A) < 3 siempre.

Con la matriz ampliada del sistema formamos el determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & \lambda & 8 \\ \lambda & 1 & 10 \end{vmatrix} = -2\lambda^2 + 2\lambda + 4 = 0 \Rightarrow \lambda = -1\,;\ \lambda = 2$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$\lambda = -1$	1	2	S. Incompatible
$\lambda = 2$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\lambda \neq -1, 2$	2	3	S. Incompatible

b) Lo resolvemos para $\lambda = 2$. El sistema es $\left.\begin{array}{l} x-y+z=2 \\ x+2y+z=8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=2-z \\ x+2y=8-z \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x = 4-z \\ y = 2 \\ z = z \end{cases}$

www.emestrada

Considera las matrices: $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ m-4 & 1 & 1-m \end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$; $O=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Halla el valor de $m \in \mathbb{R}$ para el que la matriz A no tiene inversa.

b) Resuelve $A \cdot X = O$ para $m = 3$.

MATEMÁTICAS II. 2006. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ m-4 & 1 & 1-m \end{vmatrix} = 2m-6=0 \Rightarrow m=3$$

Luego, la matriz A no tiene inversa para $m = 3$.

b) El sistema que tenemos que resolver es:

$$\left.\begin{matrix} x+y=0 \\ 2x+y+z=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=-z \\ y=z \\ z=z \end{cases}$$

emestrada www.yoquieroaprobar.es

Considera el sistema de ecuaciones lineales $\left.\begin{array}{r} x+y-z=-4 \\ 3x+\lambda y+z=\lambda-1 \\ 2x+\lambda y=-2 \end{array}\right\}$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

b) Resuelve el sistema para $\lambda=1$.

MATEMÁTICAS II. 2006. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = -2\lambda+2=0 \Rightarrow \lambda=1$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$\lambda=1$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\lambda\neq1$	3	3	S. Compatible Determinado

b) Lo resolvemos para $\lambda=1$. El sistema es $\left.\begin{array}{r} x+y-z=-4 \\ 3x+y+z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=-4+z \\ 3x+y=-z \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=2-z \\ y=-6+2z \\ z=z \end{cases}$

emestrada
www.yoquieroaprobar.es

Considera el sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{r} \lambda x - y - z = -1 \\ x + \lambda y + z = 4 \\ x + y + z = \lambda + 2 \end{array}\right\}$

a) Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

b) Resuelve el sistema para $\lambda = 2$.

MATEMÁTICAS II. 2006. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & -1 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \lambda^2 - 1 = 0 \Rightarrow \lambda = 1; \lambda = -1$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$\lambda = 1$	2	3	S. Incompatible
$\lambda = -1$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\lambda \neq 1$ y -1	3	3	S. Compatible Determinado

b) $\lambda = 2 \Rightarrow$ Sistema compatible determinado. Luego lo resolvemos por Cramer.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{3}{3} = 1 \; ; \; y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{0}{3} = 0 \; ; \; z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{9}{3} = 3$$

emestrada