

Instrucciones: a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{1}{2x} + \ln x$ para $x > 0$ ($\ln$ denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'75 puntos] Determina el punto de la gráfica de f en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.
- b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula $\int_{-1}^1 \ln(4-x) dx$ ($\ln$ denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{rrcr} x & + & (m+1)y & + & 2z & = & -1 \\ mx & + & y & + & z & = & m \\ (1-m)x & + & 2y & + & z & = & -m-1 \end{array} \right\}$$

- a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m .
- b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $m = 2$. Para dicho valor de m , calcula, si es posible, una solución en la que $z = 2$.

Ejercicio 4.- Considera los vectores $\vec{u} = (1, -1, 0)$, $\vec{v} = (0, 1, 2)$, $\vec{w} = (1 + \alpha, 2\alpha, 2 - 3\alpha)$. Halla los valores de α en cada uno de los siguientes casos:

- a) [1 punto] $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ están en el mismo plano.
- b) [0'5 puntos] $\vec{w}$ es perpendicular a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$.
- c) [1 punto] El volumen del tetraedro que tiene por aristas a los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ es $1/6$.

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$. Halla b, c y d sabiendo que f tiene un máximo relativo en $x = -1$ y que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 4$.

Ejercicio 2.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

- a) [0'5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.
- b) [0'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , la recta $2x + y - 7 = 0$ y el eje OX , calculando los puntos de corte.
- c) [1'25 puntos] Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) [0'75 puntos] ¿Para qué valores de m se verifica que $A^2 = 2A + I$? (I denota la matriz identidad).
- b) [1'75 puntos] Para $m = 1$, calcula A^{-1} y la matriz X que satisface $AX - B = AB$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -2, 0)$ y la recta r dada por

$$\begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

- a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r .
- b) [1'25 puntos] Calcula la distancia de P a r .