

Instrucciones: a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

- a) [1'75 puntos] Halla a, b y c para que la gráfica de f tenga un punto de inflexión de abscisa $x = \frac{1}{2}$ y que la recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$ tenga por ecuación $y = 5 - 6x$.
- b) [0'75 puntos] Para $a = 3$, $b = -9$ y $c = 8$, calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas respectivamente por

$$f(x) = \frac{|x|}{2} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

- a) [1 punto] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
- b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{rrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 3 \\ 2x & + & 3y & + & z & = & 5 \end{array} \right\}$$

- a) [1'5 puntos] Calcula α de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $\alpha x + y - 7z = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.
- b) [1 punto] Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

Ejercicio 4.- Considera la recta r que pasa por los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(-1, 1, 0)$.

- a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta s paralela a r que pasa por $C(-2, 3, 2)$.
- b) [1'5 puntos] Calcula la distancia de r a s .

Instrucciones: a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de 125 m^3 . Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea f la función definida por $f(x) = x \ln(x+1)$ para $x > -1$ ($\ln$ denota el logaritmo neperiano). Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1,0)$.

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AX + B = A^2$.

Ejercicio 4.- Sea r la recta definida por $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$

- a) **[1'5 puntos]** Determina la ecuación general del plano que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas.
- b) **[1 punto]** Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a r en el punto $(1,1,0)$.