

PROPORCIONALIDAD DIRECTA. REPRESENTACIÓN

Evaluación A

1. En un congreso de medicina hay 80 hombres y 120 mujeres. Escribe la razón que representa la relación entre:

Recuerda

La **razón** entre dos cantidades, a y b es el cociente indicado de ambas:

$$\frac{a}{b} \text{ o bien } a : b \xrightarrow{\text{Se lee}} \text{Se lee } a \text{ por cada } b.$$

Si averiguamos la expresión decimal del cociente, averiguamos cuántas veces contiene la cantidad a la b .

Por ejemplo, si para hacer un determinado tono de pintura verde se mezclan 1,5 kg de pintura azul por cada 0,5 kg de pintura amarilla, la razón entre la cantidad de pintura azul y la de pintura amarilla:

$$\frac{1,5}{0,5} \xrightarrow{\text{Hacemos el cociente.}} \frac{1,5}{0,5} = 3 \rightarrow 3 \text{ kg de pintura azul por cada kilo de amarilla}$$

- a) El número de hombres y el número de mujeres.

$$\frac{80}{120}$$

- b) El número de mujeres y el número de hombres.

$$\frac{120}{80}$$

- c) El número de mujeres y el total de participantes en el congreso.

$$\frac{120}{200}$$

- d) El número de hombres y el total de participantes en el congreso.

$$\frac{80}{200}$$

- e) El número de mujeres por cada hombre:

$$\frac{120}{80} = 1,5 \text{ mujeres por cada hombre}$$

2. Indica si las siguientes razones forman proporción.

a) $\frac{1,5}{5}$ y $\frac{4,5}{15}$

$$1,5 \cdot 15 = 5 \cdot 4,5 \rightarrow \frac{1,5}{5} = \frac{4,5}{15}$$

c) $\frac{3}{4}$ y $\frac{4,5}{6}$

$$3 \cdot 6 = 4 \cdot 4,5 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{4,5}{6}$$

b) $\frac{3,2}{0,8}$ y $\frac{1,6}{0,4}$

$$3,2 \cdot 0,4 = 0,8 \cdot 1,6 \rightarrow \frac{3,2}{0,8} = \frac{1,6}{0,4}$$

d) $\frac{3}{4,2}$ y $\frac{5}{9,2}$

$$3 \cdot 9,2 \neq 4,2 \cdot 5 \rightarrow \frac{3}{4,2} \neq \frac{5}{9,2}$$

Recuerda

Dos razones iguales forman una **proporción**.

$$\begin{array}{ccc} \text{extremo} & & \text{medio} \\ \frac{a}{b} & = & \frac{c}{d} \\ \text{medio} & & \text{extremo} \end{array}$$

Se lee a es a b como c es a d .

En una proporción el producto de medios es igual al producto de extremos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

3. Averigua el término que falta en cada proporción.

a) $\frac{2,5}{2} = \frac{1}{x}$

$$x = \frac{2 \cdot 1}{2,5} = 0,8$$

b) $\frac{x}{15} = \frac{5}{7,5}$

$$x = \frac{15 \cdot 5}{7,5} = 10$$

c) $\frac{4}{3} = \frac{x}{10,5}$

$$x = \frac{4 \cdot 10,5}{3} = 14$$

d) $\frac{6}{x} = \frac{9}{3}$

$$x = \frac{6 \cdot 3}{9} = 2$$

4. En una receta se mezclan 3 medidas de harina con 2 de azúcar. Si queremos hacer una mezcla de 400 g, ¿qué cantidad hay de harina y de azúcar hay que mezclar?

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{400} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 400}{5} = 240 \text{ g de harina}$$

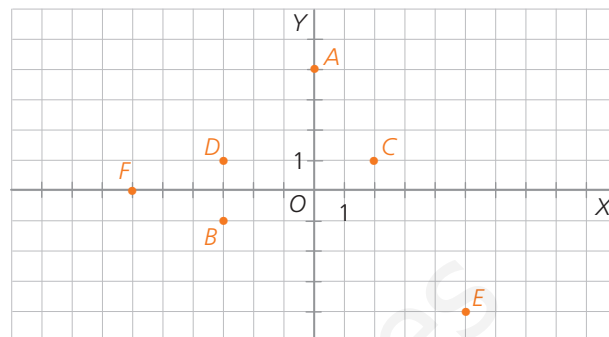
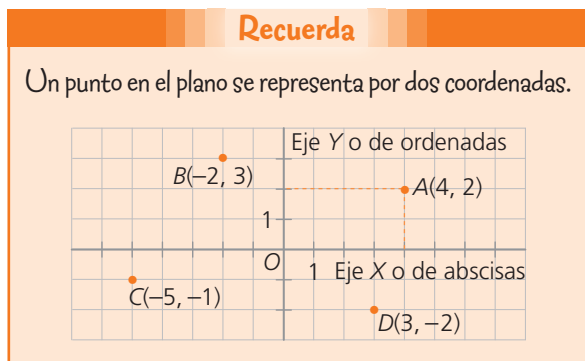
$$400 - 240 = 160 \text{ g de azúcar}$$

Ten en cuenta

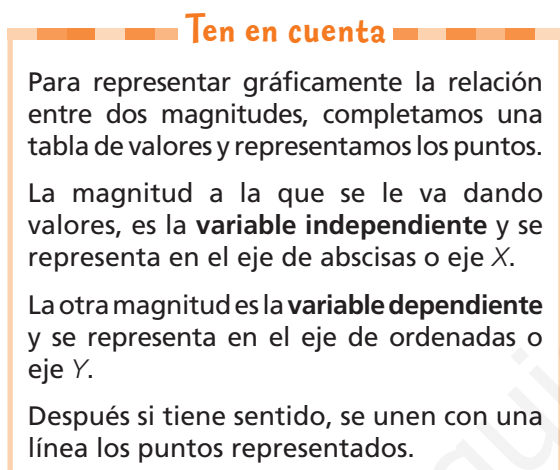
Si se mezclan 3 partes de harina con 2 de azúcar, el total son cinco partes. La razón cantidad harina en relación con la de masa es 3 a 5.

Proporcionalidad directa. Representación

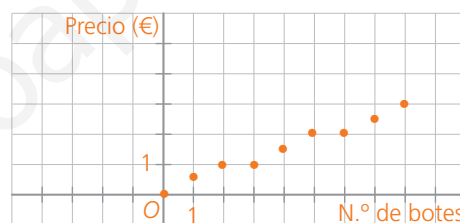
5. Representa los siguientes puntos: A(0, 4); B(-3, -1); C(2, 1); D(-3, 1); E(5, -4); F(-6, 0)



6. En un supermercado cada bote de refresco cuesta 0,50 € y por cada dos botes te regalan uno. Completa la tabla y representa gráficamente la relación entre el número de botes comprados y su precio.



N.º de botes	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Precio (€)	0	0,50	1	1	1,50	2	2	2,50	3



7. Expresa en forma de porcentaje.

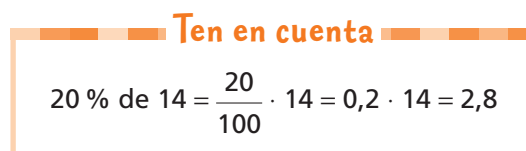
Recuerda

Razón	N.º decimal	Porcentaje
$\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$	0,6	60 %

- a) Tres de cada 4 personas encuestadas prefieren el mismo color.
 $\frac{3}{4} = 0,75 \rightarrow 75 \%$
- b) 2 L de refresco contiene 0,12 L de zumo de limón.
 $\frac{0,12}{2} = 0,06 \rightarrow 6 \%$

8. Calcula.

- a) 20 % de 18 = $0,2 \cdot 18 = 3,6$
- b) 6 % de 120 = $0,06 \cdot 120 = 7,2$
- c) 24,5 % de 1 000 = $0,245 \cdot 1\,000 = 245$



9. En un curso de 120 alumnos el 45 % practica de forma habitual un deporte de equipo, el 20 % un deporte individual y el resto no practica ningún deporte. ¿Cuántos alumnos de ese curso no practican ningún deporte habitualmente?

Tanto por ciento de alumnos que no practican ningún deporte: $100 \% - (45 \% + 20 \%) = 35 \%$

35 % de 120 = $0,35 \cdot 120 = 42$ alumnos no practican ningún deporte.

Evaluación B

1. Para hacer un refresco se mezclan 2 L de agua con 0,5 L de té. Escribe:

- La razón entre la cantidad de agua y la cantidad de té. $\frac{2}{0,5}$
- La razón entre la cantidad de té y la de agua. $\frac{0,5}{2}$
- La razón entre la cantidad de té y el total de refresco. $\frac{0,5}{2,5}$
- Los litros de agua por cada litro de té. $\frac{2}{0,5} = 4$ L de agua por cada litro de té
- La cantidad de agua y de té que hay que mezclar para obtener 8 L del mismo refresco.

Cantidad de agua: $\frac{2}{2,5} = \frac{x}{8} = 2 \cdot 8 : 2,5 = 6,4$ L

Cantidad de té: $8 - 6,4 = 1,6$ L de té

Ten en cuenta

Las razones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ son razones inversas.

2. Completa.

- a) 6 es a 1,5 lo que 8 es a .

$$\frac{6}{1,5} = \frac{8}{x}$$

$$x = 1,5 \cdot 8 : 6 = 2$$

- b) 12 es a lo que 8 es a 3,2.

$$\frac{12}{x} = \frac{8}{3,2}$$

$$x = 12 \cdot 3,2 : 8 = 4,8$$

3. Indica si entre las magnitudes dadas hay o no relación de proporcionalidad directa.

- La altura de una persona y el número de calzado que usa.
- El número de hojas de un libro y su grosor.
- El caudal de agua de un grifo y el tiempo que se tarda en llenar un cubo.
- La velocidad media a la que va un vehículo y el espacio que recorre.
- El número de libros vendidos de una novela y la recaudación obtenida.

4. Las siguientes tablas corresponden a valores de magnitudes directamente proporcionales. Complétalas y calcula la constante de proporcionalidad.

a)

A	1	3	10	12
B	1,5	4,5	15	18

Constante de proporcionalidad: $\frac{4,5}{3} = 1,5$

b)

A	3	5	10	15
B	2,4	4	8	12

Constante de proporcionalidad: $\frac{2,4}{3} = 0,8$

Ten en cuenta

Cuando entre dos magnitudes A y B hay una relación de proporcionalidad directa:

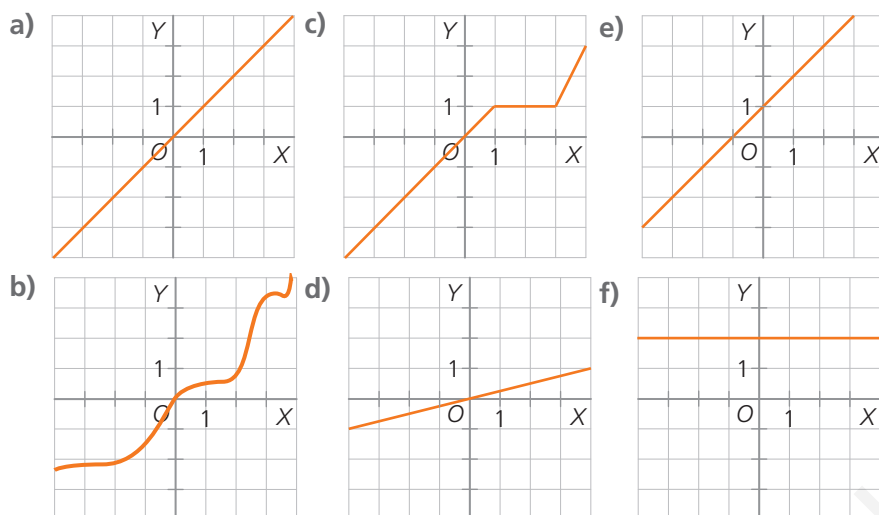
A	2	6	10	x
B	4	12	20	2x

$$\frac{4}{2} = \frac{12}{6} = \frac{20}{10} = 2$$

El cociente entre cualquier cantidad de la magnitud B y su correspondiente de la magnitud A es constante (**constante de proporcionalidad directa**). Por ello cualquier cantidad de B se obtiene multiplicando la cantidad de A por ese número.

Proporcionalidad directa. Representación

5. Indica cuáles de las siguientes gráficas corresponde a una función de proporcionalidad directa.



Ten en cuenta

La gráfica de una **función de proporcionalidad directa** es una recta que pasa por el punto $(0, 0)$.

Son funciones de proporcionalidad directa las gráficas de los apartados:

a y d)

6. Completa.

Fracción irreducible	Expresión decimal	Porcentaje
$\frac{2}{5}$	0,4	40 %
$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	0,8	80 %

Fracción irreducible	Expresión decimal	Porcentaje
$\frac{13}{1000}$	0,013	1,3 %
$\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$	1,2	120 %

7. Calcula la cantidad que falta en cada caso.

- a) 12 % de 90 = **10,8** c) **5** % de 60 = 3
 b) 30 % de **180** = 54 d) 8 % de **400** = 32

Ten en cuenta

$$40 \% \text{ de } 12 = 0,4 \cdot 12 = 4,8$$

$$40 \% \text{ de } x = 12 \rightarrow 0,4 \cdot x = 12 \rightarrow x = 12 : 0,4 = 30$$

$$x \% \text{ de } 40 \text{ es } 12 \rightarrow x = (12 : 40) \cdot 100 = 30 \%$$

8. Lucía gasta en el alquiler de su casa 450 € mensuales, lo que representa el 30 % de su sueldo. ¿Cuál es el sueldo de Lucía?

$$30 \% \text{ de } x = 450 \rightarrow x = 450 : 0,3 = 1\,500 \text{ €}$$

9. Unos grandes almacenes están de rebajas y en todos sus artículos hacen un descuento del 30 % sobre el precio que tenían antes de ser rebajados.

a) ¿Cuál será el precio final de una prenda que cuesta 120 € antes de ser rebajada?

$$70 \% \text{ de } 120 = 0,7 \cdot 120 = 84 \text{ €}$$

b) ¿Qué descuento se hace a una prenda que cuesta 80 € antes de ser rebajada?

$$30 \% \text{ de } 80 = 0,3 \cdot 80 = 24 \text{ €}$$

Ten en cuenta

Una cantidad inicial, x , disminuye en un t %:

■ Disminución producida = t % de x

■ Cantidad final resultante = $(100 \% - t \%)$ de x

10. Una localidad ha pasado de tener 950 habitantes a 836, en los últimos 10 años. ¿En qué porcentaje ha disminuido su población en ese tiempo?

Ten en cuenta

Para calcular el tanto por ciento, t %, en el que ha disminuido una cantidad:

$$t \% = \frac{\text{Cantidad en la que ha disminuido}}{\text{Cantidad inicial}} \cdot 100$$

$$\text{Disminución producida: } 950 - 836 = 114$$

$$\text{Porcentaje de disminución: } \frac{114}{950} \cdot 100 = 12 \%$$

Evaluación C

1. Para obtener un color rosa de un tono determinado hay que mezclar tres partes de pintura blanca por cada dos de roja. Indica qué cantidad de cada color hay que mezclar para obtener 650 g de pintura rosa.

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{650} \rightarrow x = 650 \cdot 3 : 5 = 390$$

$$650 - 390 = 260$$

Hay que mezclar 390 g de color blanco y 260 g de color rojo.

2. Indica de forma razonada si las tablas corresponden a valores de magnitudes directamente proporcionales.

a)	A	B	b)	C	D	c)	E	F
	2,5	7,5		1	5		0,5	48
	3	9		2,5	6,5		2	12
	8,2	24,6		3	7		4	6
	10	30		6	10		6	4

Recuerda

Para que una tabla de valores haga referencia a una relación de proporcionalidad directa, al aumentar una de las magnitudes tiene que aumentar la otra en la misma proporción, es decir el cociente entre el valor correspondiente a una de ellas y el valor de la otra tiene que ser constante.

Entre A y B si hay proporcionalidad directa porque: $\frac{7,5}{2,5} = \frac{9}{3} = \frac{24,6}{8,2} = \frac{30}{10} = 3$

Entre C y D no hay proporcionalidad directa porque: $\frac{5}{1} \neq \frac{6,5}{2,5}$

Entre E y F no hay proporcionalidad directa porque al aumentar E disminuye F.

3. Marcos ha comprado 350 g de carne picada y le han cobrado 2,87 €. ¿Cuánto hubiera tenido que pagar por 50 g más?

Cantidad carne (g)	Precio (€)
350	2,87
400	x

$$x = \frac{400 \cdot 2,87}{350} = 3,28 \text{ €}$$

4. Entre tres amigos compran un décimo de lotería. Laura pone 3 €, Omar 6 € y Eva 11 €. El décimo resulta premiado con 1 000 €. ¿Cómo deben repartirse el premio?

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z}{11} = \frac{1\,000}{3+6+11} = \frac{1\,000}{20} = 50 \text{ € de premio por cada euro jugado}$$

$$\text{Laura: } 3 \cdot 50 = 150 \text{ €}$$

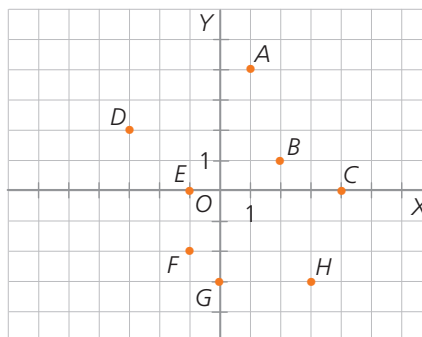
$$\text{Omar: } 6 \cdot 50 = 300 \text{ €}$$

$$\text{Eva: } 11 \cdot 50 = 550 \text{ €}$$

5. Escribe las coordenadas de los puntos indicados.

Recuerda

La primera coordenada de un punto es la que hace referencia al eje horizontal o de abscisas y la segunda al eje vertical o eje de ordenadas.



A (1, 4)	E (-1, 0)
B (2, 1)	F (-2, -1)
C (4, 0)	G (0, -3)
D (-3, 2)	H (3, -3)

Proporcionalidad directa. Representación

6. La siguiente tabla muestra valores de magnitudes directamente proporcionales. Representa esa relación y escribe su ecuación.

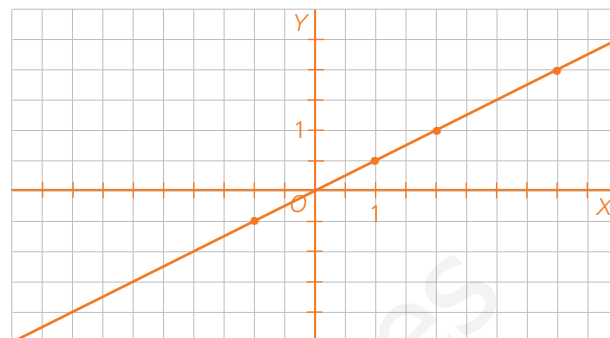
Magnitud A	-1	1	2	4
Magnitud B	-0,5	0,5	1	2

Ten en cuenta

La ecuación de una función de proporcionalidad directa tiene la siguiente forma:

$$y = m \cdot x$$

m es la **constante de proporcionalidad** (el cociente entre cualquier cantidad de la 2.ª magnitud y la correspondiente de la primera).

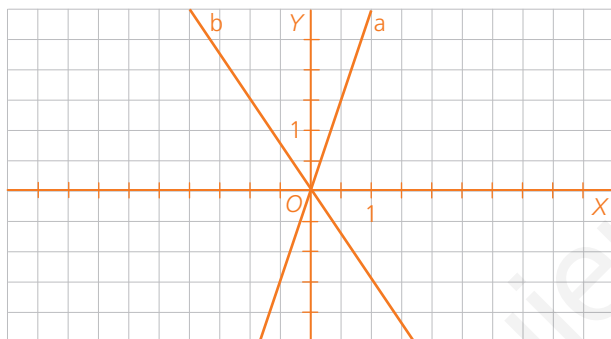


Ecuación: $y = 0,5 \cdot x$

7. Representa estas funciones.

a) $y = 3 \cdot x$

b) $y = -1,5 \cdot x$



Ten en cuenta

Para representar una función de proporcionalidad directa a partir de su ecuación:

1. Haz una tabla de valores.
2. Representa los puntos.

Si la variable independiente, x , puede tener cualquier valor, une los puntos con una recta.

Recuerda que $(0, 0)$ siempre es un punto de la función.

8. Una empresa sube el salario de todos sus empleados un 5 %.

Ten en cuenta

Una cantidad inicial, x , aumenta un t %:

- Aumento producido = t % de x
- Cantidad final resultante = $(100 \% + t \%)$ de x

- a) Un empleado tiene un sueldo de 1 250 € antes de la subida. ¿Cuál será su sueldo después de la subida?

$$105 \% \text{ de } 1\,250 = 1,05 \cdot 1\,250 = 1\,312,50 \text{ €}$$

- b) El sueldo que un empleado cobra después de la subida es de 1 155 €. ¿Cuál era el sueldo de ese empleado antes de la subida?

$$105 \% \text{ de } x = 1\,155 \rightarrow x = \frac{1\,155}{1,05} = 1\,100$$

9. Una cadena de alimentación ha pasado de tener 35 establecimientos a tener 42 en cinco años. ¿En qué porcentaje ha aumentado su número de establecimientos en esos años?

Ten en cuenta

Para calcular el tanto por ciento, t %, en el que ha aumentado una cantidad:

$$t \% = \frac{\text{Cantidad en la que ha aumentado}}{\text{Cantidad inicial}} \cdot 100$$

$$\text{Aumento producido} = 42 - 35 = 7$$

$$\text{Porcentaje de aumento} = \frac{7}{35} \cdot 100 = 20 \%$$

10. En un centro escolar se han matriculado 30 alumnos más que en el curso pasado lo que representa el 4 % de aumento. ¿Cuántos alumnos se han matriculado en este curso?

$$4 \% \text{ de } x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{0,04} = 750$$

El curso pasado se matricularon 750 alumnos.

En el curso actual se han matriculado: $750 + 30 = 780$ alumnos

Evaluación D

1. Roberto ha contestado a todas las preguntas de un cuestionario y ha tenido 12 aciertos y 8 fallos. Escribe:

a) La razón que expresa la relación entre el número de aciertos y el de fallos: $\frac{12}{8}$

b) La razón que expresa la relación entre el número de fallos y el de aciertos: $\frac{8}{12}$

c) El porcentaje de fallos: $\frac{8}{20} \cdot 100 = 40\%$

d) Número de aciertos por fallo cometido: $\frac{12}{8} = 1,5$ aciertos por cada fallo

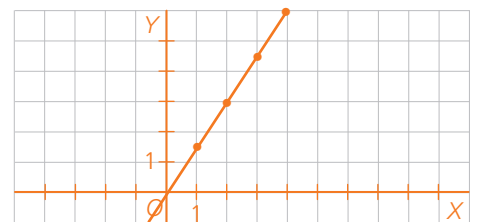
2. Lucas encestó 4 lanzamientos y falló 2 en el primer partido de un torneo de baloncesto. En el siguiente partido realizó 9 lanzamientos y su eficacia fue la misma. Averigua cuántos lanzamientos encestó y cuántos fallo en este último encuentro.

La razón entre los lanzamientos encestados y los lanzamientos realizados en los dos partidos tienen que formar proporción:

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{9} \rightarrow x = 9 \cdot 4 : 6 = 6 \quad \text{Ha encestado 6 y ha fallado 3.}$$

3. Completa la siguiente tabla para que las dos magnitudes sean directamente proporcionales. Calcula la constante de proporcionalidad, escribe su ecuación y represéntala gráficamente.

A	1	2	3	4
B	1,5	3	4,5	6



Constante de proporcionalidad: $\frac{4,5}{3} = 1,5$

Ecuación: $y = 1,5 \cdot x$

4. Un ciclista hace 50 km en 2,5 h.

a) ¿Qué distancia recorrerá en 3 h si pedalea al mismo ritmo?

Tiempo (h)	Distancia (km)	
2,5	50	$\frac{2,5}{3} = \frac{50}{x} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 3}{2,5} = 60 \text{ km}$
3	x	

b) ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 15 km a ese ritmo?

Tiempo (h)	Distancia (km)	
2,5	50	$\frac{2,5}{x} = \frac{50}{15} \rightarrow x = \frac{2,5 \cdot 15}{50} = 0,75 \text{ h} = 45 \text{ min}$
x	15	

5. Mario quiere repartir una propina de 60 € entre sus nietos Marta, Iván y Carlos, que tienen 6, 8 y 10 años, respectivamente. Quiere que el reparto sea proporcional a su edad. ¿Qué cantidad debe dar a cada uno?

Suma de las edades: $6 + 8 + 10 = 24$

Marta: $\frac{24}{60} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 60}{24} = 15 \text{ €}$ Iván: $\frac{24}{60} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 60}{24} = 20 \text{ €}$ Carlos: $\frac{24}{60} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 60}{24} = 25 \text{ €}$

6. Calcula.

a) 30 % de 150 = 45

$$0,3 \cdot 150 = 45$$

b) 8 % de 60 = 4,8

$$0,08 \cdot 60 = 4,8$$

c) 30 % de 500 = 150

$$150 : 0,3 = 500$$

d) 15 % de 60 = 9

$$\frac{9}{60} \cdot 100 = 15 \%$$

7. Expresa en forma de porcentaje.

- a) Tres de cada cinco personas consultadas saben el tipo de residuos que deben echar en un contenedor por su color.

$$\frac{3}{5} = 0,6$$

El 60 % de las personas consultadas saben qué tipo de residuos hay que depositar en cada contenedor por su color.

- b) Un bollo que pesa 50 g contiene 10 g de azúcar.

$$\frac{10}{50} = 0,2$$

El bollo contiene un 20 % de azúcar.

- c) Un ordenador cuesta 400 € y se rebaja su precio en 48 €.

$$\frac{48}{400} = 0,12$$

El precio del ordenador se ha rebajado un 12 %.

8. En una comunidad de vecinos, 12 propietarios están a favor de hacer unas reformas en la entrada del edificio, lo que representa el 60 % del total de ellos. ¿Cuántos propietarios son?

$$60 \% \text{ de } x = 12 \rightarrow x = 12 : 0,6 = 20$$

Son 20 propietarios.

9. En una zapatería están en las segundas rebajas.

- a) ¿Cuál será el precio de unos zapatos que costaban 60 € si se les rebaja un 40 %?

$$60 \% \text{ de } 60 = 0,6 \cdot 60 = 36 \text{ €}$$

- b) El precio de unas botas que cuestan 120 se rebaja en un 25 %. ¿Cuánto dinero te ahorras si las compras en las rebajas?

$$25 \% \text{ de } 120 = 0,25 \cdot 120 = 30 \text{ €}$$

10. Un ayuntamiento recarga en un 20 % los recibos que se pagan fuera del plazo voluntario.

- a) El recibo del impuesto de circulación de un vehículo es de 58 €. ¿Cuánto habrá que abonar su propietario si paga fuera de plazo?

$$120 \% \text{ de } 58 = 1,2 \cdot 58 = 69,60 \text{ €}$$

- b) Por un recibo que se ha pagado fuera de plazo se ha abonado 24 € de recargo. ¿Cuál era el importe del recibo sin recargo y con recargo?

$$20 \% \text{ de } x = 24 \rightarrow x = 24 : 0,2 = 120 \text{ €}$$

El importe sin recargo: 120 €. El importe con recargo: 144 €