

MATEMÁTICAS

1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 4. Números enteros

Unidad 4. Números enteros

PÁGINA 64

1 NÚMEROS ENTEROS. VALOR ABSOLUTO Y OPUESTO

1. Copia estos números en tu cuaderno y rodea de rojo los números naturales y de verde los números enteros. ¿Qué conclusiones obtienes?

+5	+9	-10	-19
-8	-4	0	+20

Números naturales: +5, +9, +6, +20.

Números enteros positivos: +5, +9, +6, +20.

Números enteros negativos: -8, -4, -10, -19.

Número entero ni negativo ni positivo: 0.

Los números naturales coinciden con los números enteros positivos.

2. Expresa con números enteros las siguientes situaciones:

a. Alicia vive en la cuarta planta y tiene el garaje en el segundo sótano.

b. Hoy a las 6 de la mañana había una temperatura de 2 grados bajo cero y a las 5 de la tarde había subido hasta los 10 grados.

c. Alicante está al nivel del mar, la cima del pico Aneto se halla a 3 404 m sobre dicho nivel y el punto más profundo del Mar Muerto se localiza a 420 m bajo el mismo.

d. Miguel ha perdido un guante en el recreo del instituto, pero tiene 3 nuevos amigos.

e. Felisa ha cobrado su sueldo de 1 500 €, pero este mes ha tenido que pagar 200 € de su seguro de hogar

a. Vive +4 y garaje -2.

b. 6 de la mañana -2 °C, 5 de la tarde +10 °C.

c. Alicante 0 m; Aneto +3 404 m; Mar Muerto -420 m.

d. Guante -1; amigos +3.

e. Sueldo +1 500 €; seguro -200 €.

3. Explica el significado de los números -4, 0 y +5 en las siguientes situaciones:



a. En un termómetro.

b. En relación con las plantas de un edificio.

c. En lo relativo al dinero de una cuenta bancaria.

- a. $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$: por debajo de los $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
 $0\text{ }^{\circ}\text{C}$: temperatura de congelación del agua.
 $+5\text{ }^{\circ}\text{C}$: por encima de los $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- b. -4 : cuarto sótano.
 0 : planta baja.
 $+5$: planta número 5.
- c. -4 € : gasto de 4 € o que se deben 4 € .
 0 € : no se tiene nada.
 $+5\text{ €}$: ingreso de 5 € .

4. Expresa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige estas últimas:

- a. El cero es un número natural positivo.
b. El $+5$ es un número natural, pero no entero.
c. El -7 es un número entero, pero no un número natural.
d. El $+9$ es un número natural, además de entero.
- a. Falso, el 0 no es ni negativo ni positivo.
b. Falso, es natural y, por tanto, es entero.
c. Verdadero.
d. Verdadero.

5. Calcula el valor absoluto y el opuesto de los siguientes números enteros:

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| a. $+7$ | b. -10 | c. $+2$ | d. -9 |
| a. $ +7 = 7$ | b. $ -10 = 10$ | c. $ +2 = 2$ | d. $ -9 = 9$ |
| op(+7) = -7 | op(-10) = $+10$ | op(+2) = -2 | op(-9) = $+9$ |

6. Averigua el valor de las letras para que las siguientes igualdades sean verdaderas:**

- | | |
|--|---|
| a. $\text{op}(A) = -(-6)$ | c. $25 = \text{op}[\text{op}(D)]$ |
| b. $B + \text{op}(+3) = 0$ | d. $E = \text{op}[\text{op}(-7)]$ |
- a. $\text{op}(A) = +6 \Rightarrow A = -6$
b. $|B| + \text{op}(+3) = 0 \Rightarrow |B| + (-3) = 0 \Rightarrow B = \pm 3$
c. $25 = \text{op}[\text{op}(D)] \Rightarrow 25 = \text{op}(-D) \Rightarrow 25 = +D \Rightarrow D = +25$
d. $E = \text{op}[\text{op}(-7)] \Rightarrow E = \text{op}(+7) = -7 \Rightarrow E = -7$

PÁGINA 65

7*. Responde a las siguientes preguntas:

- ¿Son todos los números enteros naturales? ¿Y todos los números naturales números enteros?
 - ¿Cuál es el opuesto del opuesto de un número entero? Pon un ejemplo.
 - ¿Cuál es el opuesto del 0?
 - ¿El opuesto de un número natural es también un número natural?
 - ¿Cuándo es un número natural el valor absoluto de un número entero?
- Todos los números naturales son enteros (ya que son enteros positivos) pero no todos los números enteros son naturales, porque los números enteros negativos no lo son.
 - Es ese mismo número. Así, por ejemplo, $op(+5) = -5$ y $op(-5) = +5$.
 - El 0 no tiene opuesto, no puede ser ni negativo ni positivo.
 - No, es un número entero, al ser negativo.
 - Cuando es un número entero negativo.

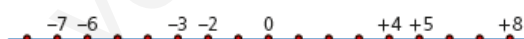
8*. La tabla indica el número de clientes que entró en una tienda por la mañana y por la tarde durante una semana. Cópiala en tu cuaderno y añade otra fila en la que añadas la variación de cada día.

	L	M	X	J	V	S
Mañana	10	12	15	20	22	59
Tarde	25	30	35	49	56	40
Variación	+15	+18	+20	+29	+34	-19

2 REPRESENTACIÓN Y ORDEN DEL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

9. Representa en la recta numérica los siguientes números enteros:

$-3, +4, -7, -2, +5, +8, -6, 0$

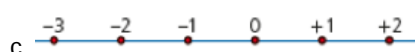
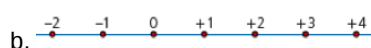


10. Escribe todos los números enteros comprendidos entre cada uno de estos pares y represéntalos en la recta numérica:

a. -5 y 0

b. $+4$ y -2

c. 2 y -3

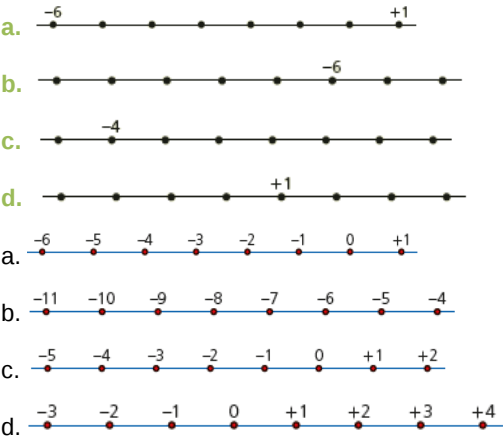


11. Indica los números enteros que representan las letras en esta recta:



A = -8 ; B = -5 ; C = -1 ; D = 0 ; E = 2 ; F = 5

12. Copia en tu cuaderno e indica qué números enteros están representados en las siguientes rectas numéricas:



13. Ordena de mayor a menor estos números enteros:

- a. $-33, -73, +26, +46, -28, +92, +47$
- b. $+56, -43, -88, +35, -34, -55, +87, +67$
- c. $-746\ 240, -756\ 946, -228\ 337, -34\ 999$
- d. $+899\ 274, -728\ 929, +472\ 928, -838\ 999$
- a. $+92 > +47 > +46 > +26 > -28 > -33 > -73$
- b. $+87 > +67 > +56 > +35 > -34 > -43 > -55 > -88$
- c. $-34\ 999 > -228\ 337 > -746\ 240 > -756\ 946$
- d. $+899\ 274 > +472\ 928 > -728\ 929 > -838\ 999$

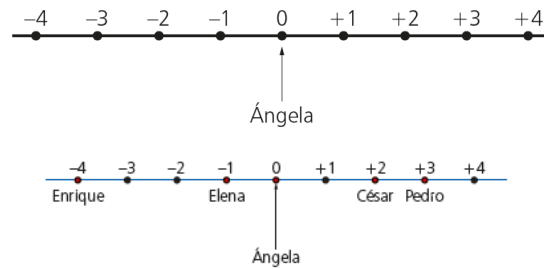
14. Sustituye en tu cuaderno la letra R por el signo < o >, según corresponda.

- | | | |
|-----------------------|----------------------|---------------------|
| a. $-47 \boxed{R} -8$ | c. $+4 \boxed{R} -3$ | e. $0 \boxed{R} +5$ |
| b. $-24 \boxed{R} +6$ | d. $+3 \boxed{R} +2$ | f. $0 \boxed{R} -4$ |
| a. $-47 \boxed{>} -8$ | c. $+4 \boxed{>} -3$ | e. $0 \boxed{>} +5$ |
| b. $-24 \boxed{>} +6$ | d. $+3 \boxed{>} +2$ | f. $0 \boxed{>} -4$ |

15*. Seis amigos están jugando en el patio de la casa de uno de ellos con sus cromos. Al comenzar el juego, todos tenían el mismo número de cromos. Durante el desarrollo de la partida, Juan pierde tres cromos, Eva gana uno, Iván se queda igual, Félix pierde cinco cromos, Laura gana cuatro y Luisa gana tres.

- a. Expresa estas variaciones de cromos en forma de números enteros.
- b. Ordena a los amigos de mayor a menor según el número de cromos que tengan al terminar la partida.
- a. Juan, -3 ; Eva, $+1$; Iván, 0 ; Félix, -5 ; Laura, $+4$; Luisa, $+3$.
- b. $Laura > Luisa > Eva > Iván > Juan > Félix$.

16*. Enrique tiene 4 € menos que Ángela. Pedro tiene 7 € más que Enrique, y César tiene 2 € más que Ángela. Elena tiene 3 € más que Enrique. Si asignamos al dinero que tiene Ángela el valor cero, indica en qué posición de la recta se encuentra el dinero de los demás.



PÁGINA 66

17. Dibuja una línea de tiempo y representa en ella el año de nacimiento de los siguientes matemáticos:

- Ada Lovelace: 1815 d. C.
- Arquímedes de Siracusa: 287 a. C.
- David Hilbert: 1862 d. C.
- Eratóstenes: 276 a. C.
- Kurt Gödel: 1906 d. C.
- Leonardo Fibonacci: 1170 d. C.
- Pierre de Fermat: 1601 d. C.
- Pitágoras de Samos: 580 a. C.
- Sophie Germain: 1776 d. C.
- Tales de Mileto: 625 a. C.

El orden de menor a mayor es:

Tales < Pitágoras < Arquímedes < Eratóstenes < Fibonacci < Fermat < Germain < Lovelace < Hilbert < Gödel

-625 < -580 < -287 < -276 < 1170 < 1601 < 1776 < 1815 < 1862 < 1906

3 SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

18. Realiza las siguientes sumas de números enteros:

- | | |
|-------------------|--------------------|
| a. $(+5) + (-3)$ | d. $(-8) + (-5)$ |
| b. $(-10) + (+3)$ | e. $(-6) + (-2)$ |
| c. $(+4) + (+5)$ | f. $(+12) + (-15)$ |
| a. 2 | d. -13 |
| b. -7 | e. -8 |
| c. +9 | f. -3 |

19. Efectúa estas restas de números enteros:

a. $(-3) - (+5)$

b. $(+6) - (-8)$

c. $(+9) - (+12)$

a. -8

b. $+14$

c. -3

d. $(+8) - (+10)$

e. $(+23) - (+12)$

f. $-(-6) - (-2)$

d. -2

e. $+11$

f. $+8$

20. Con los valores de a y b realiza, en cada caso, las operaciones que se indican.

a. $a + b$; $a - b$

a	-20	+54	+845	-427
b	+68	-74	-442	-84

b. $-a + b$; $-a - b$

a	-20	+54	+845	-427
b	+68	-74	-442	-84

a.

$a + b$	+48	-20	+403	-511
$a - b$	-88	+128	+1 287	-343

b.

$-a + b$	+88	-128	-1 287	+343
$-a - b$	-48	+20	-403	+511

21. Utiliza los siguientes números para comprobar si se cumplen las propiedades especificadas para la suma y para la resta de números enteros:

a. Los números 4 y -5 para comprobar la propiedad conmutativa.

b. Los números -3 , $+7$ y -2 para comprobar la propiedad asociativa.

Explica los resultados obtenidos.

a. $4 + (-5) = -1$

$(-5) + 4 = -1$

$4 - (-5) = +9$

$(-5) - 4 = -9$

La suma cumple la propiedad conmutativa, pero la resta no.

b. $[(-3) + (+7)] + (-2) = +4 - 2 = +2$

$(-3) + [(+7) + (-2)] = -3 + 5 = +2$

$[(-3) - (+7)] - (-2) = -10 + 2 = -8$

$(-3) - [(+7) - (-2)] = -3 + 9 = +6$

La suma cumple la propiedad asociativa, pero la resta no.

22. Realiza las siguientes operaciones con números enteros:

a. $|-6| - |+10|$

d. $op(+7) - |op(-8)|$

b. $|+2| - op(|-8|)$

e. $-op(+3) - (+10)$

c. $| -(-7)| - op(op(-3))$

f. $(-14) + op(-14)$

- a. $6 - 10 = -4$ d. $-7 - |+8| = -7 - 8 = -15$
 b. $2 - \text{op}(+8) = 2 - (-8) = 2 + 8 = 10$ e. $-(-3) - 10 = 3 - 10 = -7$
 c. $|+7| - \text{op}(+3) = 7 - (-3) = 7 + 3 = 10$ f. $-14 + 14 = 0$

23. Copia en tu cuaderno estas expresiones y averigua el valor que han de tener las letras para que se cumplan:

- a. $\text{op}(A) + |-5| = 12$ c. $\text{op}(C) + \text{op}(+6) = 1$
 b. $|B| + 5 = \text{op}(-4)$ d. $-\text{op}(D) - |-4| = 3$
- a. $\text{op}(A) + 5 = 12 \Rightarrow \text{op}(A) = 12 - 5 = 7 \Rightarrow A = -7$
 b. $|B| + 5 = 4 \Rightarrow |B| = 4 - 5 = -1 \Rightarrow B$ puede ser $+1$ o -1
 c. $\text{op}(C) - 6 = 1 \Rightarrow \text{op}(C) = 1 + 6 = 7 \Rightarrow C = -7$
 d. $-\text{op}(D) - 4 = 3 \Rightarrow -\text{op}(D) = 3 + 4 = 7 \Rightarrow \text{op}(D) = -7 \Rightarrow D = 7$

24. Calcula las operaciones reduciendo primero los paréntesis. Sigue el ejemplo.

$$\begin{aligned} (-5) + (+8) - (+10) - (-3) &= \\ = -5 + 8 - 10 + 3 &= +3 - 7 = -4 \end{aligned}$$

- a. $(+12) + (+53) - (-44) - (+65) + (-67)$
 b. $(-390) + (-475) - (-635) + (+52) - (+774)$
 c. $- (+1\ 430) + (+7\ 860) - (-548) + (-6\ 443)$
 d. $(-44\ 454) - (-975\ 362) + (+56\ 327) - (+1\ 095)$
 e. $-(-648\ 437) + (-84\ 421) + (+76\ 532\ 956)$
- a. $12 + 53 + 44 - 65 - 67 = 109 - 132 = -23$
 b. $-390 - 475 + 635 + 52 - 774 = -865 - 87 = -952$
 c. $-1\ 430 + 7\ 860 + 548 - 6\ 443 = 6\ 430 - 5\ 895 = 535$
 d. $-44\ 454 + 975\ 362 + 56\ 327 - 1\ 095 = 930\ 908 + 55\ 232 = 986\ 140$
 e. $648\ 437 - 84\ 421 + 76\ 532\ 956 = 564\ 016 + 76\ 532\ 956 = 77\ 096\ 972$

25. Copia en tu cuaderno y encuentra el valor de las letras para que las siguientes sumas de números enteros sean correctas. Fíjate en el ejemplo.

$$\begin{aligned} (-9) + (R) + (+12) - (+4) + (-3) &= 15 \\ -9 + R + 12 - 4 - 3 &= 15 \Rightarrow R - 9 + 12 - 4 - 3 = 15 \\ R - 4 &= 15 \Rightarrow R = 15 + 4 \Rightarrow R = +20 \end{aligned}$$

- a. $(-5) + (-3) + (A) + (-28) + (+29) = -19$
 b. $(-12) + (+8) + (-1) + (B) + (-8) = +7$
 c. $(+37) + (-87) + (C) + (+55) = +2$
 d. $(-3) - (-9) + (A) - (+20) + (+15) = -11$
 e. $(-5) + (+3) - (+8) - B + (-22) = -14$
 f. $- (+17) + (-45) - (C) + (+34) = +28$

$$a. -5 - 3 + A - 28 + 29 = -19 \Rightarrow A - 5 - 3 - 28 + 29 = -19$$

$$A - 36 + 29 = -19 \Rightarrow A - 7 = -19 \Rightarrow A = -19 + 7 \Rightarrow A = -12$$

$$b. -12 + 8 - 1 + B - 8 = +7 \Rightarrow B - 12 - 1 - 8 + 8 = +7$$

$$B - 13 = +7 \Rightarrow B = +7 + 13 \Rightarrow B = +20$$

$$c. +37 - 87 + C + 55 = +2$$

$$C + 37 + 55 - 87 = +2$$

$$C + 5 = +2 \Rightarrow C = +2 - 5 \Rightarrow C = -3$$

$$d. -3 + 9 + A - 20 + 15 = -11 \Rightarrow A - 3 - 20 + 9 + 15 = -11$$

$$A + 1 = -11 \Rightarrow A = -11 - 1 \Rightarrow A = -12$$

$$e. -5 + 3 - 8 - B - 22 = -14 \Rightarrow -B - 35 + 3 = -14$$

$$-B - 32 = -14 \Rightarrow -B = -14 + 32 = 18 \Rightarrow B = -18$$

$$f. -17 - 45 - C + 34 = +28 \Rightarrow -C - 62 + 34 = +28$$

$$-C - 28 = +28 \Rightarrow -C = +28 + 28 = +56 \Rightarrow C = -56$$

26. Contesta a las siguientes preguntas:

a. ¿Es posible encontrar un número entero tal que, al sumarle su opuesto, se obtenga el número -10 ?

b. ¿Y hallar un número entero tal que, al restarle su opuesto, resulte el número $+12$?

a. No es posible. Un número más su opuesto es igual a 0.

b. El número es $+6$.

27*. El padre de Fermina tiene 42 años. Si se resta a la edad de Fermina la de su padre, se obtiene el número -29 .

a. ¿Cuántos años tiene Fermina?

b. ¿Qué significa el signo negativo en el resultado obtenido al restar?

c. Si se hubiera restado a la edad del padre la de su hija, ¿se habría obtenido también un resultado negativo? ¿Por qué?

a. A = edad de Fermina; $A - 42 = -29$; $A = -29 + 42 = +13$

Fermina tiene 13 años.

b. El signo negativo significa que Fermina tiene menos edad que su padre al ser la edad de Fermina el minuendo.

c. No, hubiera sido positiva, ya que el minuendo sería mayor que el sustraendo.

PÁGINA 67

28*. Un avión está volando a 10 000 m de altura, mientras que un submarino navega a 300 m de profundidad. ¿Qué distancia los separa? Expresa el problema con números enteros.

$$10\,000 - (-300) = 10\,000 + 300 = 10\,300$$

Los separa 10 300 m de distancia.

29*. El problema anterior se puede realizar mediante dos operaciones distintas.

a. Realiza el problema anterior mediante una operación distinta.

b. ¿Qué tienen en común en cuanto al resultado?

c. ¿Y en qué se diferencian?

d. ¿Qué operación hemos estudiado en esta unidad que nos da el resultado independientemente de la operación elegida?

a. La otra forma de resolver el problema sería con la siguiente operación:

$$-300 - 10\,000 = -10\,300$$

Les separaría 10 300 m.

b. Tienen en común el valor absoluto.

c. Tienen distinto signo.

d. El valor absoluto, ya que es lo que nos importa:

$$|10\,000 - (-300)| = |-300 - 10\,000| = 10\,300$$

30*. Aristóteles fue un filósofo y científico griego que murió en el año 322 a.C. Expresa dicho año como un número entero. Si vivió 62 años, ¿en qué año nació Aristóteles? Exprésalo también como un número entero.

Murió en el año -322.

$$-322 - 62 = -384 \Rightarrow \text{Nació en el año } 384 \text{ a. C.}$$

31*. Enrique, que tenía ya una deuda de 3 000 €, acaba de adquirir otra de 2 000 €.

a. ¿Cuánto dinero debe Enrique ahora?

b. Si devuelve 4 000 €, ¿cuánto dinero le quedará aún por pagar?

Expresa todos los resultados utilizando números enteros.

a. Ahora deberá $3\,000 \text{ €} + 2\,000 \text{ €} = 5\,000 \text{ €}$, -5 000.

b. Le quedará por pagar $5\,000 \text{ €} - 4\,000 \text{ €} = 1\,000 \text{ €}$, -1 000.

32*. El martes a primera hora de la mañana, el termómetro marcaba tres grados bajo cero. A las doce del mediodía, la temperatura había subido cinco grados. A las cinco de la tarde se había elevado otros tres grados. Sin embargo, a las once de la noche la temperatura había experimentado un descenso de diez grados. Indica cuál era la temperatura en cada una de las horas indicadas, calculándola con operaciones de números enteros.

El martes a primera hora de la mañana: -3 °C

A las doce del mediodía: $-3 + 5 = +2 \text{ °C}$

A las cinco de la tarde: $+2 + 3 = +5 \text{ °C}$

A las once de la noche: $+5 - 10 = -5 \text{ °C}$

4 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

33. Realiza las siguientes multiplicaciones con números enteros:

- | | | |
|----------------------|------------------------|----------------------|
| a. $(+7) \cdot (-2)$ | c. $(-18) \cdot (+5)$ | e. $(+3) \cdot (+8)$ |
| b. $(-9) \cdot (-7)$ | d. $(+12) \cdot (-11)$ | f. $(+3) \cdot (-2)$ |
| a. -14 | c. -90 | e. +24 |
| b. +63 | d. -132 | f. -6 |

34. Calcula estas divisiones de números enteros:

- | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|
| a. $(+45) : (-3)$ | c. $(-636) : (+2)$ | e. $(+363) : (+11)$ |
| b. $(-90) : (-6)$ | d. $(+210) : (-7)$ | f. $(+738) : (-9)$ |
| a. -15 | c. -318 | e. +33 |
| b. +15 | d. -30 | f. -82 |

35. Resuelve las siguientes expresiones extrayendo primero factor común:

- a. $-5 \cdot (-3) + 6 \cdot (-5) - (-5) \cdot 5 + (-5)$
- b. $+7 \cdot (-7) - (-2) \cdot 7 + 7 \cdot (-9) - 7 \cdot (+4)$
- c. $-(-3) \cdot (-4) - 5 \cdot (-4) + (-4) \cdot 10 + (-4)$
- d. $12 \cdot 6 - 7 \cdot 6 + (-5) \cdot 6 - 6 \cdot (-5) - (-6) \cdot (+6)$
- a. $-5 \cdot (-3 + 6 - 5 + 1) = -5 \cdot (-1) = 5$
- b. $7 \cdot (-7 + 2 - 9 - 4) = 7 \cdot (-18) = -126$
- c. $-4 \cdot (+3 - 5 + 10 + 1) = -4 \cdot (+9) = -36$
- d. $6 \cdot (12 - 7 - 5 + 5 + 6) = 6 \cdot 11 = 66$

36. Realiza las operaciones propuestas, que combinan multiplicaciones y divisiones con números enteros. Recuerda que, al tener la misma jerarquía, se efectúan de izquierda a derecha.

- a. $-(-35) \cdot (+7) \cdot (+6) : (+70) : (-3)$
- b. $(+525) : (-3) : (+5) \cdot (+10) : (-14)$
- c. $(-5) \cdot (+60) : (-50) \cdot (+8) : (-4)$
- d. $(-3) \cdot (+7) \cdot (-10) \cdot (+5) \cdot (-6)$
- e. $(-5) \cdot (-4) \cdot (-11) \cdot (+2) \cdot (-2)$
- a. $245 \cdot (+6) : (+70) : (-3) = 1\,470 : (+70) : (-3) = 21 : (-3) = -7$
- b. $-175 : (+5) \cdot (+10) : (-14) = -35 \cdot (+10) : (-14) = -350 : (-14) = 25$
- c. $-300 : (-50) \cdot (+8) : (-4) = 6 \cdot (+8) : (-4) = 48 : (-4) = -12$
- d. $-21 \cdot (-10) \cdot (+5) \cdot (-6) = 210 \cdot (+5) \cdot (-6) = 1\,050 \cdot (-6) = -6\,300$
- e. $20 \cdot (-11) \cdot (+2) \cdot (-2) = -220 \cdot (+2) \cdot (-2) = -440 \cdot (-2) = +880$

37. Copia en tu cuaderno y averigua el valor de las letras para que las siguientes operaciones con números enteros sean correctas:

a. $(+414) : (A) = -23$

d. $(D) : (+6) = -174$

b. $-(B) \cdot (-42) = -336$

e. $(+32) \cdot (-E) = 2\ 208$

c. $27 \cdot (-C) = -324$

f. $-425 : (F) = 25$

a. $A = (+414) : (-23) = -18$

d. $D = -174 \cdot 6 = -1\ 044$

b. $-(B) = -336 : (-42) = 8 \Rightarrow B = -8$

e. $(-E) = 2\ 208 : (+32) = 69 \Rightarrow E = -69$

c. $(-C) = -324 : 27 = -12 \Rightarrow C = 12$

f. $F = -425 : 25 = -17$

38. Realiza las operaciones:

$a \cdot b$

$a \cdot (-b)$

$a : b$

$a : (-b)$

Utiliza para ello los siguientes pares de números:

a. $a = -12; b = 3$

c. $a = 33; b = -11$

b. $a = -57; b = 19$

d. $a = -60; b = -15$

	$a \cdot b$	$a \cdot (-b)$	$a : b$	$a : (-b)$
a = -12; b = 3	$-12 \cdot 3 = -36$	$-12 \cdot (-3) = 36$	$-12 : 3 = -4$	$-12 : (-3) = 4$
a = -57; b = 19	$-57 \cdot 19 = -1\ 083$	$-57 \cdot (-19) = 1\ 083$	$-57 : 19 = -3$	$-57 : (-19) = 3$
a = 33; b = -11	$33 \cdot (-11) = -363$	$33 \cdot 11 = 363$	$33 : (-11) = -3$	$33 : 11 = +3$
a = -60; b = -15	$-60 \cdot (-15) = 900$	$-60 \cdot 15 = -900$	$-60 : (-15) = 4$	$-60 : 15 = -4$

39*. ¿Por qué número hay que multiplicar a cualquier número entero para obtener su opuesto? Pon un ejemplo. ¿Y entre qué número habría que dividirlo?

En ambos casos sería el (-1) .

Por ejemplo, $(+4) \cdot (-1) = -4$; $(+4) : (-1) = -4$

40*. Si un buzo está a 5 m de profundidad y un submarino navega a una profundidad 50 veces mayor, ¿a cuántos metros bajo el nivel del mar se encuentra este último?

$+5 \cdot (+50) = +250$

El submarino está a 250 m bajo el nivel del mar.

PÁGINA 68

41*. Una empresa pidió un préstamo de 50 000 € para comenzar su proyecto. El primer año tuvo 5 000 € de pérdidas. El segundo año remontó y consiguió que las ganancias fueran el doble de las pérdidas del año anterior. El tercer año triplicó las ganancias del segundo año, mientras que el cuarto año las ganancias ascendieron al triple de la suma de las ganancias anteriores.

a. Expresa todas estas cantidades como números enteros.

b. ¿Ha podido la empresa devolver en estos años el préstamo del banco con las ganancias obtenidas y solventar las pérdidas iniciales?

c. ¿A cuánto asciende el beneficio o la pérdida final?

a. Préstamo = $-50\,000\text{ €}$

Primer año = $-5\,000\text{ €}$

Segundo año = $2 \cdot 5\,000 = 10\,000\text{ €}$

Tercer año = $3 \cdot 10\,000 = 30\,000\text{ €}$

Cuarto año = $3 \cdot (10\,000 + 30\,000) = 3 \cdot 40\,000 = 120\,000\text{ €}$

b. $120\,000 + 30\,000 + 10\,000 - 5\,000 = 155\,000\text{ €}$

Si lo ha podido devolver.

c. $155\,000 - 50\,000 = 105\,000\text{ €}$ de beneficio.

42*. Una ciudad tiene una temperatura de tres grados bajo cero, mientras que en otra se registra el doble de grados.

a. ¿A cuánto asciende la temperatura de la segunda ciudad?

b. Si la primera localidad experimenta a lo largo del día una subida de las temperaturas del triple de grados que tenía registrados bajo cero la segunda, ¿qué valor marcaría el termómetro?

Indica todos los resultados con números enteros.

a. $2 \cdot (-3) = -6\text{ °C}$

b. $-3 + 3 \cdot 6 = -3 + 18 = +15\text{ °C}$

5 POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS ENTEROS

43. Indica qué signo tendrán las siguientes potencias sin calcularlas previamente:

a. $(-1\,904)^{33}$

b. $(-7\,338)^{42}$

c. $(-1\,550)^1$

Si el exponente de la potencia es par, el resultado es positivo; en caso contrario, es negativo.

a. Negativo.

b. Positivo.

c. Negativo.

44. Resuelve las potencias y observa las diferencias en los resultados obtenidos.

a. $(-3)^2$, -3^2 y $(+3)^2$

b. $(+7)^3$, $(-7)^3$ y -7^3

a. $(-3)^2 = 9$

$-3^2 = -9$

$(+3)^2 = 9$

b. $(+7)^3 = 343$

$(-7)^3 = -343$

$-7^3 = -343$

Si el exponente es par el resultado siempre es positivo.

Si el exponente es impar el resultado es positivo si la base es positiva y negativo si la base es negativa.

Si hay un signo negativo fuera de la potencia, la misma quedará multiplicada por dicho signo.

45. Escribe estas expresiones como potencia única y halla su valor (con ayuda de la calculadora si fuera preciso):

a. $(-15)^4 : (-15)^3$

b. $(-24)^0 \cdot (-24)^2$

c. $(+150)^2 : (-5)^2$

d. $(-3)^9 : (-3)^5$

e. $[(-10)^3]^2$

a. $(-15)^1 = -15$

b. $(-24)^{0+2} = (-24)^2 = 576$

c. $[(+150) : (-5)]^2 = (-30)^2 = 900$

d. $(-3)^{9-5} = (-3)^4 = 81$

e. $(-10)^6 = 1\,000\,000$

f. $(-4)^3 \cdot (+5)^3$

g. $(-8)^2 \cdot (-2)^2$

h. $[(-6)^3]^0$

i. $(+240)^4 : (-12)^4$

j. $(-35)^{13} : (-35)^{10}$

f. $[(-4) \cdot (+5)]^3 = (-20)^3 = -8\,000$

g. $[(-8) \cdot (-2)]^2 = 16^2 = 256$

h. $(-6)^0 = 1$

i. $[(+240) : (-12)]^4 = (-20)^4 = 160\,000$

j. $(-35)^{13-10} = (-35)^3 = -42\,875$

46. Indica si las siguientes igualdades son o no verdaderas, justificando tu respuesta:

a. $(-3)^6 \cdot (-3)^2 = (-3)^{12}$

b. $(-4)^{36} : (-4)^{23} = (-4)^{13}$

c. $(-5)^4 \cdot 7^4 = -35^4$

d. $(-12)^3 \cdot (-5)^3 = -60^3$

a. $(-3)^{6+2} \neq (-3)^{12} \Rightarrow (-3)^8 \neq (-3)^{12} \Rightarrow \text{No.}$

b. $(-4)^{36-23} = (-4)^{13} \Rightarrow (-4)^{13} = (-4)^{13} \Rightarrow \text{Sí.}$

c. $(-5 \cdot 7)^4 = -35^4 \Rightarrow (-35)^4 \neq -35^4 \Rightarrow \text{No.}$

d. $[(-12) \cdot (-5)]^3 = -60^3 \Rightarrow 60^3 \neq -60^3 \Rightarrow \text{No.}$

e. $[(-5)^3]^7 = (+5)^{21}$

f. $[(-9)^2]^0 = (-9)^2$

g. $[(-7)^0]^5 = 1$

h. $[(-3)^3]^3 = (-3)^9$

e. $(-5)^{21} \neq (+5)^{21} \Rightarrow \text{No.}$

f. $(-9)^0 \neq (-9)^2 \Rightarrow 1 \neq (-9)^2 \Rightarrow \text{No.}$

g. $(-7)^0 = 1 \Rightarrow 1 = 1 \Rightarrow \text{Sí.}$

h. $(-3)^9 = (-3)^9 \Rightarrow \text{Sí.}$

47. Simplifica estas expresiones, indicando el resultado en forma de potencia única:

a. $[(-2)^2 \cdot (-2)^4]^5 \cdot [(+3)^3]^{10}$

b. $(-7)^6 : (-7)^3 \cdot (-7)^{12} \cdot [(-7)^2]^5$

c. $(+6) \cdot (+6)^4 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

d. $(-8)^{10} : (-8)^4 \cdot (5^2)^3 : (10^3 \cdot 10 \cdot 10^2)$

a. $[(-2)^6]^5 \cdot (+3)^{30} = (-2)^{30} \cdot (+3)^{30} = (-6)^{30} = 6^{30}$

b. $(-7)^{6-3} \cdot (-7)^{12} \cdot (-7)^{10} = (-7)^{3+12+10} = (-7)^{25} = -7^{25}$

c. $(+6)^5 : (-3)^5 = (-2)^5 = -2^5$

d. $(-8)^6 \cdot 5^6 : 10^6 = (-40)^6 : 10^6 = (-4)^6 = 4^6$

48. ¿Es posible hallar las siguientes raíces? Justifica tu respuesta calculando el resultado.

a. $\sqrt{+25}$

d. $\sqrt{+169}$

g. $\sqrt{-81}$

b. $\sqrt{-36}$

e. $\sqrt{+400}$

h. $\sqrt{+64}$

c. $\sqrt{-121}$

f. $\sqrt{+625}$

i. $\sqrt{-9}$

- a. $\sqrt{+25} = \pm 5$ d. $\sqrt{+169} = \pm 13$ g. $\sqrt{-81} \Rightarrow$ No es posible.
 b. $\sqrt{-36} \Rightarrow$ No es posible. e. $\sqrt{+400} = \pm 20$ h. $\sqrt{+64} = \pm 8$
 c. $\sqrt{-121} \Rightarrow$ No es posible. f. $\sqrt{+625} = \pm 25$ i. $\sqrt{-9} \Rightarrow$ No es posible.

49*. Realiza estas operaciones con potencias y raíces de números enteros:

a. $\sqrt{64} \cdot (2^9 : 2^6) - 18^2 : 3^2 + \sqrt{121} \cdot [(-2)^3]^2$

b. $\sqrt{+625} : (-5^2) + \sqrt{25} \cdot (2^3 \cdot 5^3)^2$

c. $\sqrt{+25} \cdot (-3)^2 + (-2^3)^2 : \sqrt{16}$

d. $\sqrt{(-128) : (-2)} + (-10)^5 : (-5)^5 : 2^5$

a. $8 \cdot 2^3 - (18 : 3)^2 + 11 \cdot (-2)^6 = 8 \cdot 2^3 - 6^2 + 11 \cdot 64 = 8 \cdot 8 - 36 + 704 = 64 - 36 + 704 = 732$

b. $25 : 25 + 5 \cdot [(10)^3]^2 = 1 + 5 \cdot 10^6 = 1 + 5\,000\,000 = 5\,000\,001$

c. $5 \cdot 9 + 2^6 : 4 = 45 + 64 : 4 = 45 + 16 = 61$

d. $8 + 2^5 : 2^5 = 8 + 1 = 9$

6 OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS ENTEROS

50. Efectúa las operaciones propuestas de dos formas distintas: aplicando la propiedad distributiva del producto y utilizando la jerarquía de operaciones.

a. $3 \cdot (-5 - 2 + 9)$

c. $5 \cdot [(-1) - (-6) - (-9)]$

b. $(-5 - 7 - 10) \cdot 4$

d. $(-4) \cdot [(-4) + 2 - (-4)]$

a. Propiedad distributiva:

$$3 \cdot (-5 - 2 + 9) = 3 \cdot (-5) + 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 9 = -15 - 6 + 27 = 6$$

Jerarquía de operaciones:

$$3 \cdot (-5 - 2 + 9) = 3 \cdot 2 = 6$$

b. Propiedad distributiva:

$$(-5 - 7 - 10) \cdot 4 = (-5) \cdot 4 - 7 \cdot 4 - 10 \cdot 4 = -20 - 28 - 40 = -88$$

Jerarquía de operaciones:

$$(-5 - 7 - 10) \cdot 4 = -22 \cdot 4 = -88$$

c. Propiedad distributiva:

$$5 \cdot [-1 - (-6) - (-9)] = 5 \cdot (-1) - 5 \cdot (-6) - 5 \cdot (-9) = -5 + 30 + 45 = 70$$

Jerarquía operaciones:

$$5 \cdot [-1 - (-6) - (-9)] = 5 \cdot 14 = 70$$

d. Propiedad distributiva:

$$(-4) \cdot [(-4) + 2 - (-4)] = (-4) \cdot (-4) + 2 \cdot (-4) - (-4) \cdot (-4) = 16 - 8 - 16 = -8$$

Jerarquía operaciones:

$$(-4) \cdot [(-4) + 2 - (-4)] = (-4) \cdot 2 = -8$$

51. Realiza estas operaciones combinadas de números enteros:

a. $22 - (-4) \cdot [6 - (-3)]$

b. $-12 - [38 - (-4)] : (-7)$

c. $44 + (-35) : 5 + (-7) - 6$

d. $(-2) - (-3) \cdot (-5) \cdot (-6)$

e. $22 - (-18) \cdot 2 + 13 \cdot (-6)$

f. $-(-5) - 8 - 2 \cdot [(-12) : (-4)]$

a. $22 - (-4) \cdot (6 + 3) = 22 - (-4) \cdot 9 = 22 - (-36) = 22 + 36 = +58$

b. $-12 - (38 + 4) : (-7) = -12 - [42 : (-7)] = -12 - (-6) = -12 + 6 = -6$

c. $44 - 7 - 7 - 6 = +24$

d. $-2 - (-90) = -2 + 90 = +88$

e. $22 + 36 - 78 = 58 - 78 = -20$

f. $5 - 8 - 2 \cdot 3 = -3 - 6 = -9$

PÁGINA 69

52*. Halla el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones:

a. $7 \cdot (-5) + 8 \cdot 2 - 9 \cdot 7 + 3 \cdot (-10)$

b. $8 \cdot (-6) : (-12) + 28 : (-4) - 6 \cdot [12 : (-4)]$

c. $15 - 82 - 6 \cdot (-4) + 90 : (-15)$

d. $-(-6) + (-9) - (+12) : 2 + (-8) \cdot (-3)$

e. $(-3) \cdot (-6) - [(-4 - 10) : 2] - (-4)$

f. $7 - [(-9) : (-4 + 1) \cdot 3 + 9] \cdot (-4) + 10$

g. $(-34) : (-2) + 8 \cdot [(-6) + 4 \cdot (-8)]$

h. $[(-20) - (-7)] \cdot 2 + 18 : [(-2 - 6) : (-4)]$

a. $-35 + 16 - 63 - 30 = -112$

b. $-48 : (-12) - 7 - 6 \cdot (-3) = 4 - 7 + 18 = 15$

c. $15 - 82 + 24 - 6 = -49$

d. $+6 - 9 - 6 + 24 = +15$

e. $18 - (-9 + 4) = 18 - (-5) = 18 + 5 = 23$

f. $7 - [(-9) : (-3) \cdot 3 + 9] \cdot (-4) + 10 = 7 - [3 \cdot 3 + 9] \cdot (-4) + 10 = 7 - 18 \cdot (-4) + 10 = 7 + 72 + 10 = 89$

g. $17 + 8 \cdot (-6 - 32) = 17 + 8 \cdot (-38) = 17 - 304 = -287$

h. $(-20 + 7) \cdot 2 + 18 : [(-8) : (-4)] = -13 \cdot 2 + 18 : 2 = -26 + 9 = -17$

53.** Realiza estas operaciones combinadas, en las que aparecen potencias y raíces de números enteros:

a. $(-7) \cdot 4^2 + (-9) \cdot (-5) - 6^3 : 2^3$

b. $-(-5) \cdot \sqrt{25} + \sqrt{1296} : (-6) + 4^5 : 4^3$

c. $(+8) \cdot (-4) - 7^5 : 7^2 + \sqrt{361}$

d. $(-5) \cdot (-3)^3 - 7 \cdot (-2)^4$

e. $3 + \sqrt{49} \cdot \sqrt{64} - (-8)^2 + 15^3 : (-5)^3$

a. $(-7) \cdot 16 + 45 - 3^3 = -112 + 45 - 27 = -94$

b. $5 \cdot 5 + 36 : (-6) + 4^2 = 25 - 6 + 16 = +35$

c. $-32 - 7^3 + 19 = -32 - 343 + 19 = -356$

d. $(-5) \cdot (-27) - 7 \cdot 16 = 135 - 112 = +23$

e. $3 + 7 \cdot 8 - 64 - 3^3 = 3 + 56 - 64 - 27 = -32$

54*. En la resolución de estas operaciones se han cometido algunos errores. Realízalas de forma correcta.

a. $-6 + 4 \cdot [(-4) \cdot 3 - (-5)] = +14$

b. $(-12) : 3 \cdot 2 + (-6) \cdot (-3) = +16$

c. $(+5 - 7) \cdot (-5) + (26 + 4) : 5 = -10$

d. $(-39) : 3 + 7 \cdot (-22) - (-10) = -97$

e. $-3 + 2 \cdot (26 + 92) - (-8 - 42) : 2 = -575$

f. $(9 - 12) \cdot (75 : 5) : (-15) = +15$

a. $-6 + 4 \cdot (-12 + 5) = -6 + 4 \cdot (-7) = -6 - 28 = -34$

b. $-4 \cdot 2 + 18 = -8 + 18 = +10$

c. $(-2) \cdot (-5) + 30 : 5 = 10 + 6 = +16$

d. $-13 - 154 + 10 = -157$

e. $-3 + 2 \cdot 118 - (-50) : 2 = -3 + 236 + 25 = +258$

f. $-3 \cdot 15 : (-15) = -3 \cdot (-1) = +3$

55*. Ángel vive en un rascacielos. Acaba de salir de su piso y bajar tres pisos para ir a visitar a un amigo. A continuación, sube el triple de lo que ha bajado menos dos pisos para pedirle un favor a una vecina. Tiene luego que coger el coche y baja el doble de pisos de los que había subido, con lo que llega al cuarto sótano, donde tiene la plaza de garaje. ¿En qué planta vive Ángel? Resuelve el enunciado empleando operaciones combinadas de números enteros.

$$-3 + 3 \cdot 3 - 2 - 2 \cdot (3 \cdot 3 - 2) = -3 + 9 - 2 - 10 = -6$$

$$x - 10 = -4, \text{ con lo que } x = -4 + 10 = 6$$

Ángel vive en el 6.º piso

56. Escribe la operación combinada que represente cada enunciado y resuélvelo.

- a.** ¿Cuántos pisos hay entre la cuarta planta y el segundo sótano?
- b.** El termómetro ha descendido de 3°C a -6°C . ¿Cuántos grados ha bajado la temperatura?
- c.** Edu le debía 12 € a un amigo y le ha devuelto 7 €. ¿Cuántos euros le quedan por devolver?
- d.** ¿Cuántos años han pasado desde el 43 a. C. hasta el 67 d. C.?
- a. $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$ pisos.
- b. $3 - (-6) = 3 + 6 = 9^{\circ}\text{C}$ ha bajado.
- c. $-12 + 7 = -5$; le quedan 5 € por devolver.
- d. $67 - (-43) = 67 + 43 = 110$; han pasado 110 años.

57*. En un concurso televisivo de preguntas de cultura general se premian las respuestas acertadas con +5 puntos y se penalizan con -2 puntos las incorrectas.

- a.** ¿Cuántas preguntas tienes que acertar si has fallado tres y necesitas obtener más de 35 puntos?
- b.** Elena ha contestado bien cuatro preguntas y ha fallado una, Manuel ha fallado dos y contestado bien a seis, y Felipe ha contestado bien a tres preguntas. ¿Quién ha ganado el concurso?

a. $x \cdot 5 - 3 \cdot 2$ tiene que ser mayor que 35.

$$35 + 3 \cdot 2 = 35 + 6 = 41$$

Como cada pregunta acertada tiene que ser múltiplo de 5 tendríamos que tener 45 puntos, con lo que:

$45 : 5 = 9$; tendríamos que acertar 9 preguntas.

b. Elena: $4 \cdot 5 + 1 \cdot (-2) = 20 - 2 = 18$ puntos.

Manuel: $6 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) = 30 - 4 = 26$ puntos.

Felipe: $3 \cdot 5 = 15$ puntos.

Ha ganado Manuel.

58*. Expresa las situaciones mediante una operación combinada y resuélvelas.

- a.** Pedro tenía tres cromos y le devolvió a Jaime cuatro que le debía; ganó cinco en el recreo y perdió cuatro de camino a casa. ¿Con cuántos cromos llegó?
- b.** Ayer hacía 3°C a primera hora de la mañana; a lo largo del día, la temperatura subió 8°C y durante la noche experimentó un descenso de 15°C . ¿Cuántos grados se registrarán hoy por la mañana temprano?
- c.** Fátima tiene 50 € ahorrados y quiere invitar a sus amigos al cine por su cumpleaños. Si tiene seis amigos y el cine cuesta 8 €, ¿cuánto dinero le tendrá que pedir Fátima a su madre para poder pagar la invitación?

a. $+3 - 4 + 5 - 4 = 0$

Llegó con 0 cromos.

b. $+3 + 8 - 15 = -4$

Se registrarán -4 °C.

c. $50 - (6 + 1) \cdot 8 = 50 - 56 = -6$

Tendrá que pedir 6 €.

59*. Andrés tiene ahorrados 30 €. Ha anotado en una libreta los gastos e ingresos que tendrá la semana que viene.



¿Dispondrá de dinero suficiente para afrontar sus gastos? Expresa el enunciado en forma de operación combinada y calcula el resultado.

$$30 + 10 + 20 - 4 - 7 - 40 = 60 - 51 = 9$$

Sí podría afrontar los gastos, le sobrarían 9 €.