

6 Magnitudes proporcionales.

Porcentajes

1. Elige la respuesta correcta en cada caso.

a) La razón entre 8 y 12 es: A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$

b) La razón entre 15 y 20 es: A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$

a) Opción B

b) Opción C

2. Escribe tres parejas de números cuya razón sea $\frac{3}{5}$.

Respuesta modelo: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20}$

3. Indica qué colecciones de números forman proporción.

A. 2, 5, 12, 30

B. 4, 12, 12, 36

C. 13, 14, 26, 27

D. 6; 3; 1; 0,5

Forman proporción: A. 2, 5, 12, 30; B. 4, 12, 12, 36 y D. 6, 3, 1, 0,5.

4. Encuentra el valor de la x en las siguientes proporciones.

a) $\frac{2}{x} = \frac{3}{15}$

b) $\frac{x}{14} = \frac{3}{21}$

c) $\frac{13}{11} = \frac{39}{x}$

d) $\frac{3}{16} = \frac{x+5}{32}$

a) 10

b) 2

c) 33

d) 1

5. Calcula el valor de x para que los siguientes números formen una proporción.

a) 7, 5, x, 20

b) 6, x, 18, 15

a) x = 28

b) x = 5

6. La razón entre las edades de Juan y de su padre es $\frac{2}{7}$. La razón entre las edades del padre y de la madre de Juan es $\frac{6}{5}$. Si Juan tiene 12 años, ¿cuántos años tiene su padre? ¿Y su madre?

Edad del padre $\frac{12}{x} = \frac{2}{7}$ x = 42 años. Edad de la madre $\frac{6}{5} = \frac{42}{x}$ x = 35 años.

7. Un ciclista lleva en su bici un plato de 42 y un piñón de 22 dientes. Otro lleva un plato de 50 y un piñón de 26 dientes. Si la razón entre el número de dientes del plato y del piñón indica el número de vueltas que da la rueda trasera por cada pedalada, ¿cuál avanza más en cada pedalada?

Ciclista 1: $\frac{42}{22} = 1,909$ vueltas por pedalada. Ciclista 2: $\frac{50}{26} = 1,923$ vueltas por pedalada.

Si las ruedas traseras tienen el mismo radio, avanzaría más el 2.

8. ¿Estas relaciones son de proporcionalidad directa?

a) El número de chicles comprados y el dinero que cuestan.

b) El número de calzado de una persona y su estatura.

c) El número de máquinas que asfaltan una carretera y el tiempo que tardan en hacerlo.

a) Sí

b) No

c) No

9. Actividad resuelta

10. Las magnitudes A y B son directamente proporcionales. Copia y completa la tabla.

A	2	4	6	10	12
B	•	1	1,5	•	3

A	2	4	6	10	12
B	0,5	1	1,5	2,5	3

11. De cada 4 bombones de una caja, 3 son de chocolate con leche. Si en la caja hay 36 bombones, ¿cuántos son de chocolate con leche?

$$\frac{4}{3} = \frac{36}{x}; x = 36 \cdot 3 : 4 = 27 \text{ de chocolate con leche.}$$

12. Si 4 kg de manzanas cuestan 4,60 €, ¿cuánto cuesta un kilo? ¿Y 5 kg?

$$\text{Un kilo cuesta: } \frac{4}{4,60} = \frac{1}{x}; x = 4,60 \cdot 1 : 4 = 1,15 \text{ €}.$$

$$\text{Cinco kilos cuestan: } \frac{4}{4,60} = \frac{5}{x}; x = 4,60 \cdot 5 : 4 = 5,75 \text{ €}.$$

13. Una rueda gira 1500 veces en 10 minutos.

a) ¿Cuántas vueltas dará en 7 minutos?

b) ¿Cuánto tardará en girar 2000 veces?

$$\text{a) En 7 minutos: } \frac{1500}{10} = \frac{x}{7}; x = 1500 \cdot 7 : 10 = 1050 \text{ vueltas.}$$

$$\text{b) En girar 2000 veces tardará: } \frac{1500}{10} = \frac{2000}{x}; x = 13,33 \text{ minutos.}$$

14. Un coche gasta 6,4 L de gasolina cada 100 km.

a) ¿Cuántos litros de gasolina gastará en 300 km?

b) Calcula los kilómetros que puede recorrer si solo le quedan 1,6 L de gasolina en el depósito.

$$\text{a) En 300 km gastará: } \frac{6,4}{100} = \frac{x}{300}; x = 6,4 \cdot 300 : 100 = 19,2 \text{ litros.}$$

$$\text{b) Con 1,6 L recorrerá: } \frac{6,4}{100} = \frac{1,6}{x}; x = 1,6 \cdot 100 : 6,4 = 25 \text{ km.}$$

15. Actividad interactiva

16. Completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

Porcentaje	5 %	12,5 %	55 %	•••	250 %
Fracción irreducible	$\frac{1}{20}$	•••	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{5}$	•••
Decimal	•••	0,125	•••	•••	2,5

Porcentaje	5 %	12,5 %	55 %	60 %	250 %
Fracción irreducible	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{2}$
Decimal	0,05	0,125	0,55	0,6	2,5

17. Calcula mentalmente los siguientes porcentajes.

a) 10 % de 120

c) 25 % de 12

e) 50 % de 13

b) 10 % de 34

d) 50 % de 36

f) 75 % de 12

a) 12

c) 3

e) 6,5

b) 3,4

d) 18

f) 9

18. Calcula en tu cuaderno estos porcentajes.

a) 5 % de 325

c) 36 % de 415

e) 85 % de 55

b) 12 % de 25

d) 65 % de 1450

f) 99 % de 1000

a) $325 \cdot 5 : 100 = 16,25$

c) 149,4

e) 46,75

b) 3

d) 942,5

f) 990

19. Calcula el total en las siguientes expresiones.

a) El 20 % de un número es 15.

c) El 8 % de un número es 1030.

b) El 50 % de un número es 235.

d) El 80 % de un número es 43.

a) $15 \cdot 100 : 20 = 75$

c) 12 875

b) 470

d) 53,75

20. Calcula el tanto por ciento correspondiente a las siguientes razones.

a) 7 de cada 10 fumadores quieren dejar de fumar.

b) En un colegio hay 328 alumnas de un total de 630 alumnos.

c) Una sudadera costaba 65 € y en las rebajas cuesta 9,75 € menos.

d) En un paquete de galletas de 350 g te regalan 70 g más.

a) $\frac{7}{10} = \frac{x}{100}$; $x = 100 \cdot 7 : 10 = 70$ %

b) 52,06 %.

c) Cuesta el 15 % menos.

d) Te regalan el 20 %.

21. Copia en tu cuaderno y completa con los números que faltan en cada caso.

Porcentaje	Total	Parte
60 %	25	...
...	500	85
33 %	...	297
55 %	475	...
...	400	14
16 %	...	534

Porcentaje	Total	Parte
60 %	25	15
17 %	500	85
33 %	900	297
55 %	475	261,25
3,5 %	400	14
16 %	3337,5	534

22. Un camión que transporta fruta ha tenido una avería y se ha estropeado el 20 % de la carga. Si transportaba 2300 kg de fruta en total, ¿cuántos kilos de fruta se han salvado?

Se han salvado: $2300 \text{ kg} - (20 \% \text{ de } 2300 \text{ kg}) = 2300 - 460 = 1840 \text{ kg}$.

23. Una familia dedica el 30 % de sus ingresos mensuales a pagar la hipoteca de su casa. Calcula cuánto pagan de hipoteca si sus ingresos son de 2700 €.

Pagan de hipoteca: $30 \% \text{ de } 2700 \text{ €} = 2700 : 100 \cdot 30 = 810 \text{ €}$.

24. En un paquete de caramelos el 30 % son de menta. Si hay 5 caramelos de menta, ¿cuántos caramelos tiene la bolsa?

La bolsa tiene: $\frac{30}{100} = \frac{5}{x}$; $x = 100 \cdot 5 : 30 = 16,6$ caramelos.

25. Me han descontado 10 € en unos pantalones que estaban rebajados un 20 %. ¿Cuánto costaban los pantalones? ¿Cuánto he pagado por ellos?

Los pantalones costaban: $\frac{100}{20} = \frac{x}{10}$; $x = 100 \cdot 10 : 20 = 50$ €. He pagado por ellos 40 €.

26. María ha invitado a 18 de sus compañeros de clase a su fiesta de cumpleaños. Si en total tiene 30 compañeros, ¿qué porcentaje de la clase ha ido a su fiesta?

$\frac{18}{30} = \frac{x}{100}$; $x = 18 \cdot 100 : 30 = 60 \Rightarrow$ A la fiesta han ido el 60 % de los compañeros.

27. Ha aparecido esta noticia en el periódico: "De cada 10 perros adoptados, 2 acaban siendo abandonados por sus dueños."

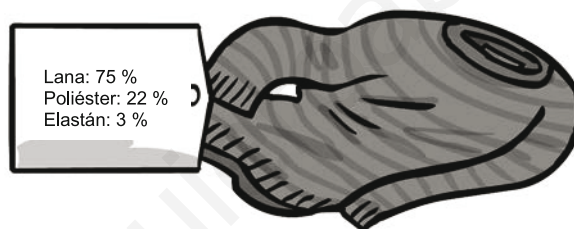
a) Calcula el porcentaje de perros que son abandonados.

b) ¿Qué te parece esta noticia?

a) Perros abandonados: $\frac{10}{2} = \frac{100}{x}$; $x = 2 \cdot 100 : 10 = 20$ %

b) Respuesta modelo: Es un porcentaje muy elevado porque supone que la quinta parte de perros son abandonados.

28. En la etiqueta de un suéter figura la información sobre su composición.



El suéter pesa 350 g. Calcula la cantidad de lana, de poliéster y de elastán que contiene.

Lana: 75 % de 350 g = $350 : 100 \cdot 75 = 262,5$ g; poliéster: 22 % de 350 g = $350 : 100 \cdot 22 = 77$ g; elastán: 3 % de 350 g = $350 : 100 \cdot 3 = 10,5$ g.

29. Para preparar 150 kg de tierra para unas jardineras se mezcla arena (82,5 kg), arcilla (10,5 kg) y limos (restos orgánicos). Calcula el porcentaje de cada elemento de la mezcla.

Arena: $\frac{150}{82,5} = \frac{100}{x}$; $x = 55$ % Arcilla: $\frac{150}{10,5} = \frac{100}{x}$; $x = 7$ % Limos: $100 \% - (55 \% + 7 \%) = 100 - 62 = 38$ %.

30. La masa media de una hormiga es de 3 mg y puede llegar a levantar una masa de 100 mg. ¿Cuánta masa debería levantar un hombre de 70 kg para ser tan fuerte como la hormiga?

$\frac{3}{100} = \frac{70}{x}$; $x = 70 \cdot 100 : 3 = 2333,3$ kg.

31. Una botella de aceite cuesta 2,59 €. En una tienda hay una oferta 3×2 , y en un supermercado, si compras 3 botellas, te hacen un descuento del 30 %. ¿Qué oferta es mejor?

En el supermercado si compro 3 botellas cuestan $2,59 \cdot 3 = 7,77$ €. Me descuentan el 30 % de 7,77 €, es decir:

$7,77 \cdot 30 : 100 = 2,33$ €. En la tienda solo pago 2, con lo que me ahorro 2,59 €. Como $2,59 > 2,33$, me ahorro más en la tienda. Su oferta es mejor.

32. Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

Si aumentas una cantidad un...	La multiplicas por...
15 %	1,15
21 %	...
...	1,07
75 %	...

Si aumentas una cantidad un...	La multiplicas por...
15 %	1,15
21 %	1,21
7 %	1,07
75 %	1,75

33. Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

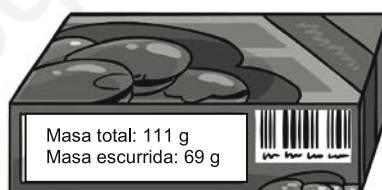
Si disminuyes una cantidad un..	La multiplicas por ...
15 %	0,85
24 %	...
...	0,75
70 %	...

Si disminuyes una cantidad un..	La multiplicas por ...
15 %	0,85
24 %	0,76
25 %	0,75
70 %	0,30

34. El consumo eléctrico de una lavadora de clase A+ es el 42 % del de una lavadora de clase C. Si la lavadora de clase C consume 654 kWh en un año, calcula el consumo anual de una de clase A+.

El 42 % de 654 kW/año = $654 : 100 \cdot 42 = 274,68$ kW/año consume la clase A.

35. En la etiqueta de una lata de mejillones se lee:



¿Qué porcentaje de líquido tiene la lata?

La cantidad de líquido: $111 \text{ g} - 69 \text{ g} = 42 \text{ g}$. Porcentaje de líquido: $\frac{111}{42} = \frac{100}{x}$; $x = 42 \cdot 100 : 111 = 37,8 \%$

36. Actividad resuelta

37. Una camisa que estaba marcada a 27 € cuesta 20 € en rebajas. ¿Qué porcentaje la han rebajado?

Rebaja: $27 \text{ €} - 20 \text{ €} = 7 \text{ €}$. Porcentaje de rebaja: $\frac{27}{7} = \frac{100}{x}$; $x = 25,9 \%$.

38. La población de una ciudad ha pasado de 28 200 habitantes en el año 2000 a 28 764 en 2010. ¿Cuál es el porcentaje de incremento de la población en esa década?

Crecimiento total: $28\,764 - 28\,200 = 564$ habitantes. Porcentaje de incremento de la población:

$\frac{28\,200}{564} = \frac{100}{x}$; $x = 564 \cdot 100 : 28\,200 = 2 \%$.

39. Un tipo de queso pierde un 17 % de su peso después del secado. ¿Cuál debe ser el peso inicial para obtener un queso de 250 g?

Cada 100 g pierde 17 g (17 %), quedan 83 g de queso. Para que queden 250 g de queso:

$$\frac{100}{83} = \frac{x}{250}; x = 250 \cdot 100 : 83 = 301,2 \text{ g.}$$

40. Este año, en el municipio de Villanubla, el número de usuarios de las redes sociales ha alcanzado la cifra de 2604 lo que supone un aumento del 24 % respecto del año pasado. ¿Cuántos usuarios había el año pasado?

Proporción: $\frac{100}{124} = \frac{x}{2604}$; $x = 2604 \cdot 100 : 124 = 2100$ usuarios el año pasado.

41. Actividad resuelta

42. Explica por qué en el problema anterior no obtenemos el mismo precio al aplicar primero un incremento del 30 % y luego una rebaja del 10 %, que al aplicar un incremento global del 20 %.

No obtenemos el mismo precio porque:

- En el problema, está calculado directamente: $720 \cdot (0,9 \cdot 1,30) = 842,40$.
- En el caso expuesto, el 20 % supone: $720 \cdot 1,20 = 864$.

El resultado $842,40 < 864$, porque $(0,90 \cdot 1,30) < 1,20$, por lo tanto no puede obtenerse el mismo resultado.

43. El porcentaje de inmigrantes en una ciudad de 120 000 habitantes es del 14 %. El 40 % de los inmigrantes son asiáticos.

a) ¿Cuántos asiáticos viven en la ciudad?

b) ¿Qué porcentaje de la población es asiática?

Habitantes inmigrantes: $120\,000 \cdot 0,14 = 16\,800$ habitantes inmigrantes.

a) Asiáticos: 40 % de 16 800 = $16\,800 \cdot 0,40 = 6720$ habitantes.

b) Porcentaje asiáticos: $\frac{120\,000}{6720} = \frac{100}{x}$; $x = 6720 \cdot 100 : 120\,000 = 5,6$ %.

44. Actividad interactiva

45. La razón entre 5 y 4 es 1,25. Escribe otros tres pares de números cuya razón sea también 1,25.

Respuesta modelo: razón 1,25: $\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16}$; 10 y 8, 15 y 12, 20 y 16.

46. La razón entre 15 y un número a es $\frac{15}{a} = 0,8$. ¿De qué número se trata?

El número es: $15 : 0,8 = 18,75$.

47. La razón entre un número n y 8 es 2,5. ¿Cuánto vale n ?

$$n = 2,5 \cdot 8 = 20$$

48. Calcula el valor de x en cada caso.

a) $\frac{x}{5} = 5,4$

b) $\frac{x}{1,4} = \frac{1,2}{9}$

c) $\frac{0,75}{x} = 0,25$

d) $\frac{2,7}{x} = \frac{6,6}{14}$

a) $x = 5,4 \cdot 5 = 27$

b) $x = \frac{1,2 \cdot 1,4}{9} = 0,18\bar{6}$

c) $x = \frac{0,75}{0,25} = 3$

d) $x = \frac{2,7 \cdot 14}{6,6} = 5,7\bar{2}$

49. Indica qué tablas de las siguientes forman proporción.

A.

A	6	9
B	4	6

B.

A	7	6
B	3	4

C.

A	6	9
B	8	12

D.

A	1	3
B	2	4

Las tablas que forman proporción son: A y C.

50. Completa en tu cuaderno los huecos para que las siguientes tablas formen proporción.

a)

A	12	54
B	96	...

c)

A	9	...
B	...	4

b)

A	18	54
B	...	21

d)

A	...	22
B	1	4

a)

A	12	54
B	96	432

c)

A	9	6
B	6	4

b)

A	18	54
B	7	21

d)

A	5,5	22
B	1	4

51. Entre las siguientes parejas de magnitudes, di cuáles son directamente proporcionales y cuáles no.

- La velocidad de un coche y el tiempo del viaje.
- Los kilos de peras que compras y el precio total.
- La edad de una persona y su peso.
- La distancia caminada y el tiempo que se tarda en recorrerla.

Son magnitudes directamente proporcionales: b) y d) si la velocidad es constante.

No son magnitudes directamente proporcionales: a) y c).

52. Indica si en las siguientes tablas las magnitudes son directamente proporcionales.

A.

A	5	10	15
B	10	15	20

C.

A	1,5	2	2,4
B	7,5	100	117

B.

A	12	18	15
B	8,4	12,6	10,5

D.

A	1,2	5,4	6,6
B	9,6	45,6	52,8

Directamente proporcionales: tabla B. No lo son las tablas A, C y D.

53. Copia y completa las siguientes tablas para que las magnitudes A y B sean directamente proporcionales.

a)

A	1	2	3	...	10
B	...	6	...	15	

b)

A	1	4	...	...	16
B	...	6	9	12	...

a)

A	1	2	3	5	10
B	3	6	9	15	30

b)

A	1	4	6	8	16
B	1,5	6	9	12	24

54. Actividad resuelta

55. Calcula cuánto cuesta una merluza que pesa 2,3 kg si el precio es de 10,20 € el kilo.

La merluza cuesta. $2,3 \text{ kg} \cdot 10,20 = 23,46 \text{ €}$.

56. Por 300 g de jamón me han cobrado 5,34 €. ¿Cuánto cuesta un kilogramo?

La proporción es: $\frac{300}{5,34} = \frac{1000}{x} \Rightarrow x = 5,34 \cdot 1000 : 300 = 17,8 \text{ € el kg}$.

57. Una modista ha utilizado 2,25 m de tela para hacer 3 faldas. Ahora le han encargado otras 7 faldas. ¿Cuántos metros de tela necesitará?

La proporción es: $\frac{2,25}{3} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = 2,25 \cdot 7 : 3 = 5,25 \text{ m de tela necesitará}$.

58. En un supermercado por cada 5 € de compra dan 3 puntos. Para conseguir una sartén se necesitan 42 puntos. ¿Cuánto hay que gastar para conseguir la sartén?

La proporción es: $\frac{5}{3} = \frac{x}{42} \Rightarrow x = 42 \cdot 5 : 3 = 70 \text{ € hay que gastar}$.

59. Mi amigo Samuel dice que ha comprado 5 chicles por 0,70 € en la tienda de la esquina de su casa. Yo tengo 1,10 €, ¿cuántos podré comprar?

La proporción es: $\frac{5}{0,70} = \frac{x}{1,10} \Rightarrow x = 1,10 \cdot 5 : 0,70 = 7,85$, es decir, compraré 7 chicles.

60. Por 5 bolsas de palomitas se han pagado 3,50 €.

a) Calcula el precio de 3 bolsas.

b) ¿Cuántas bolsas puedes comprar con 5 €?

a) Precio de 3 bolsas: $\frac{5}{3,50} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 3,5 \cdot 3 : 5 = 2,10 \text{ €}$

b) Con 5 € se pueden comprar: $\frac{5}{3,50} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot 5 : 3,50 = 7,14$. Es decir, se pueden comprar 7 bolsas.

61. El precio de un aparcamiento es de 2,50 € la hora, pero cobran por minutos de estancia. ¿Cuánto costará tener el coche aparcado durante 35 minutos?

Como $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$; $\frac{60}{2,50} = \frac{35}{x} \Rightarrow x = 35 \cdot 2,50 : 60 = 1,45 \text{ € costará}$.

62. Calcula los siguientes porcentajes.

a) 10 % de 240

b) 150 % de 36

c) 0,75 % de 1200

a) $240 \cdot 0,1 = 24$

b) 54

c) 900

d) 10 % de 84

e) 50 % de 132

f) 7,5 % de 24

d) 8,4

e) 66

f) 1,8

63. Expresa en forma decimal y en forma de porcentaje las siguientes razones.

a) $\frac{5}{12}$

b) $\frac{22}{15}$

c) $\frac{1}{25}$

d) $\frac{1}{250}$

a) $0,41 \rightarrow 41 \%$

b) $1,46 \rightarrow 146 \%$

c) $0,04 \rightarrow 4 \%$

d) $0,004 \rightarrow 0,4 \%$

64. Completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

Porcentaje	15 %	24 %	...	...
Fracción irreducible	$\frac{3}{20}$	...	$\frac{11}{25}$	...
Decimal	0,15	...	...	0,35

Porcentaje	15 %	24 %	44 %	35 %
Fracción irreducible	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{11}{25}$	$\frac{7}{20}$
Decimal	0,15	0,24	0,44	0,35

65. Completa en tu cuaderno.

- a) El 15 % de 320 es ...
- b) El 18 % de ... es 81.
- c) El ... % de 650 es 247.
- d) 725 es el ... % de 580.
- a) 48
- b) 450
- c) 38
- d) 125

66. Completa la siguiente tabla en tu cuaderno

Total	Porcentaje	Parte
30	15 %	4,5
52	27 %	...
74	80 %	...
44	...	10
110	...	40
50	...	63
...	10 %	15
...	31 %	20
...	62 %	34

Total	Porcentaje	Parte
30	15 %	4,5
52	27 %	14,04
74	80 %	59,2
44	22,73 %	10
110	36,36 %	40
50	126 %	63
150	10 %	15
64,51	31 %	20
54,83	62 %	34

67. Asocia en tu cuaderno cada razón con una expresión equivalente.

$\frac{3}{5}$	0,625
$\frac{5}{9}$	60 %
$\frac{2,5}{4}$	$\frac{20}{36}$

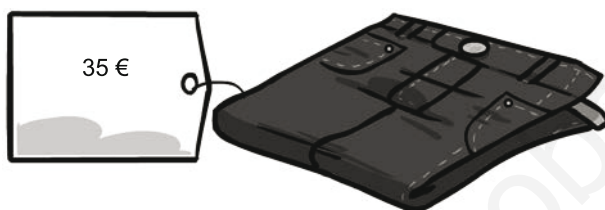
Corresponden:

$$\frac{3}{5} = 60 \%$$

$$\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$$

$$\frac{2,5}{4} = 0,625$$

68. Este pantalón tiene una rebaja del 15 %.



Calcula su precio después del descuento.

$$35 \cdot 0,85 = 29,75 \text{ €}.$$

69. El director de una pequeña empresa de cuatro trabajadores les anuncia que para mantener todos los empleos debe rebajarles el sueldo un 12 %. Calcula los nuevos salarios si dos de los trabajadores cobran ahora 1050 €, y los otros dos, 1457 €.

- Salario de los dos primeros trabajadores: $1050 \cdot 0,88 = 924 \text{ €}$.
- Salario de los segundos trabajadores: $1457 \cdot 0,88 = 1282,16 \text{ €}$.

70. Una persona deposita en un banco 6000 € a un interés del 2 % anual. ¿Cuánto dinero tendrá cuando termine el año?

$$\text{Cuando termine el año, tendrá: } 6000 \cdot 1,02 = 6120 \text{ €}.$$

71. Tras un descuento de un 15 %, un artículo cuesta 114,75 €. ¿Qué costaba al principio?

$$\text{La proporción es: } \frac{85}{114,75} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 114,75 \cdot 100 : 85 = 135 \text{ € costaba.}$$

72. Tras un aumento de un 15 %, un artículo cuesta 1035 €

¿Cuál era su precio antes del aumento?

$$\text{La proporción es: } \frac{115}{1035} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 1035 \cdot 100 : 115 = 900 \text{ € costaba.}$$

73. Actividad resuelta

74. Observa el precio de un litro de gasolina en el mes de mayo. En junio aumentó un 2 % y en agosto aumentó un 1,5 %.

Calcula el precio del litro de gasolina después de estos aumentos.

$$\text{Junio: } 1,47 \cdot 1,02 = 1,50 \text{ €}.$$

$$\text{Agosto: } 1,50 \cdot 1,015 = 1,52 \text{ €}.$$



75. En una encuesta se pregunta a 1500 personas por el tipo de yogur que prefieren. De ellas, 120 dicen que no les gusta el yogur y 725 contestan que toman yogures desnatados.

a) ¿A qué porcentaje del total de encuestados les gusta el yogur?

b) ¿Qué porcentaje de los que consumen yogur lo prefieren desnatado?

a) $\frac{1500}{1380} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 1380 \cdot 100 : 1500 = 92 \%$

b) $\frac{725}{1380} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 725 \cdot 100 : 1380 = 52,5 \%$

76. Problema resuelto

77. En esta tabla figuran las dimensiones de algunos billetes de euro.

Valor (€)	Largo (mm)	Ancho (mm)
5 €	120	62
10 €	127	67
20 €	133	72

Averigua si existe proporcionalidad entre las magnitudes:

a) Valor y largo

b) Valor y ancho

c) Largo y ancho

No existe proporcionalidad.

78. Una impresora puede imprimir 21 páginas por minuto. Calcula el tiempo que tardará en imprimir un texto de 231 páginas.

La proporción es: $\frac{1}{21} = \frac{x}{231}$; $x = 231 \cdot 1 : 21 = 11$ minutos

79. En un comercio, por cada 25 € de gasto te dan dos cupones descuento de 3 € cada uno.

a) ¿Cuántos cupones te darán si te gastas en tu compra 150 €?

b) ¿Cuánto tienes que gastar para tener 15 € en cupones?

a) $\frac{25}{2} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = 150 \cdot 2 : 25 = 12$ cupones me darán.

b) $\frac{25}{2} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 25 \cdot 15 : 2 = 187,50$ € tendré que gastar

80. En una empresa 3 de cada 8 empleados utiliza el transporte público para ir al trabajo y el resto va en su propio coche. Si hay 720 empleados, ¿cuántos van en su coche?

Empleados que utilizan el transporte: $\frac{8}{3} = \frac{720}{x} \Rightarrow x = 720 \cdot 3 : 8 = 270$

Van en coche: $720 - 270 = 450$ empleados.

81. Los tamaños de los televisores se refieren a la longitud de la diagonal de la pantalla en pulgadas. Un televisor de 32 pulgadas (32") tiene una pantalla cuya diagonal mide 81,28 cm.

a) ¿Cuántos centímetros mide una pulgada?

b) ¿Cuánto mide en centímetros la diagonal de la pantalla de un televisor de 42"?

a) Un pulgada mide: $81,28 : 32 = 2,54$ cm.

b) La diagonal mide: $42 \cdot 2,54 = 106,68$ cm.

82. Un trabajador cobra por horas trabajadas. La semana pasada trabajó 18 horas y le pagaron 162 €.

a) ¿Cuánto ganará esta semana si ha trabajado 23 horas?

b) ¿Cuántas horas tiene que trabajar para ganar 270 €?

a) Esta semana ganará: $\frac{18}{162} = \frac{23}{x} \Rightarrow x = 162 \cdot 23 : 18 = 207 \text{ €}$

b) $\frac{18}{162} = \frac{x}{270} \Rightarrow x = 270 \cdot 18 : 162 = 30$ horas tendrá que trabajar.

83. En el concurso de fotografía han participado 120 alumnos de los 600 que hay en el colegio.

a) ¿Qué porcentaje de alumnos no ha participado?

b) Un 8 % de los participantes han tenido premio. ¿Cuántos son los premiados?

a) No han participado: $600 - 120 = 480$ alumnos. En porcentaje es: $\frac{480}{600} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 480 \cdot 100 : 600 = 80 \%$

b) Han tenido el premio: el 8 % de 120 = $120 \cdot 8 : 100 = 9,6$, es decir, 9 han sido los premiados.

84. Una tienda lanza una oferta de 3×2 , es decir, por cada dos productos que compres te regalan uno.

¿Qué porcentaje de descuento te están aplicando?

Aplican un descuento de: $\frac{3}{1} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 100 \cdot 1 : 3 = 33,33 \%$.

85. Una lata de refresco que costaba 0,51 € ha bajado de precio. ¿Cuál ha sido el porcentaje de rebaja?

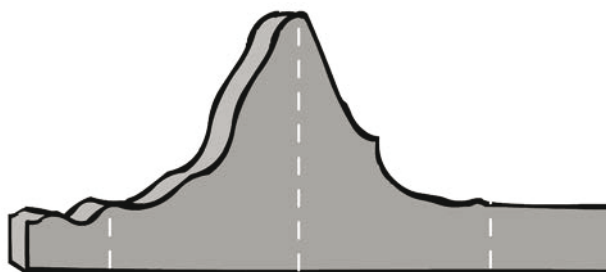


Rebaja de precio: $0,51 \text{ €} - 0,42 \text{ €} = 0,09 \text{ €}$. Porcentaje de la rebaja: $\frac{0,51}{0,09} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 0,09 \cdot 100 : 0,51 = 17,65 \%$.

86. En tres momentos de una etapa, (una subida, un descenso y un llano), un ciclista ha utilizado estos tres desarrollos:

$$\frac{44}{28} \quad \frac{44}{18} \quad \frac{32}{28}$$

Cuanto mayor es la razón, más avanza en cada pedalada, pero ha de hacer mayor esfuerzo. Asocia en tu cuaderno cada desarrollo con cada momento de la etapa.



Razones ordenadas de mayor a menor valor: $\frac{44}{18} > \frac{44}{28} > \frac{32}{28}$

Desarrollos que utilizará: En subida: $\frac{32}{28}$ En descenso: $\frac{44}{18}$ En el llano: $\frac{44}{28}$

87. Una máquina fabrica 305 tornillos en 3 horas. ¿Cuántos tornillos hará en 6 días trabajando 8 horas cada día?

Total de horas: 6 días · 8 horas = 48 horas. Proporción: $\frac{305}{3} = \frac{x}{48} \Rightarrow x = 305 \cdot 48 : 3 = 4880$ tornillos

88. En una fábrica de refrescos una máquina llena 450 botellas en media hora.

a) ¿Cuántos segundos tarda en llenar una botella?

b) ¿Cuánto tiempo necesita para llenar 10 000 botellas?

a) En llenar una botella tarda: como media hora son 30 min · 60 seg = 1800 seg.

La proporción es: $\frac{450}{1800} = \frac{1}{x}$; $x = 1800 : 450 = 4$ seg.

b) Para llenar 10 000 botellas necesita: $10\,000 \cdot 4 = 40\,000$ seg.

89. Un potito de 150 g de alimento para bebés contiene un 45 % de zanahorias.

a) ¿Cuántos kilos de zanahorias son necesarios para fabricar 1000 potitos?

b) ¿Cuántos potitos hay que consumir para comer 250 g de zanahorias?

a) Zanahorias que contiene un potito: 45 % de 150 g = $150 : 100 \cdot 45 = 67,5$ g.

Para fabricar 1000 potitos: $67,5 \cdot 1000 = 67\,500$ g, es decir, 67,5 kg de zanahorias.

b) Hay que consumir: $250 : 67,5 = 3,7$ potitos.

90. Problema resuelto

91. Para hacer limonada, Julia mezcla 2 partes de zumo de limón por 5 partes de agua y Andrés mezcla 5 partes de zumo de limón por 9 de agua. Cada uno ha hecho un litro de limonada.

a) ¿Cuál de las dos tiene más zumo?

b) Calcula el porcentaje de agua de cada una de las limonadas.

c) ¿Qué diferencia en porcentaje hay entre la cantidad de agua de las dos limonadas?

a) Andrés tiene más zumo de limón porque $\frac{2}{7} < \frac{5}{14}$.

b) Limonada de Julia: $2 + 5 = 7$ partes. $\frac{7}{5} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 100 : 5 : 7 = 71,43$ % de agua.

Limonada de Andrés: $5 + 9 = 14$ partes. $\frac{14}{9} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 9 \cdot 100 : 14 = 64,28$ % de agua.

c) Diferencia de porcentaje de agua: $71,43\% - 64,28\% = 7,15\%$ más de agua en la limonada de Julia.

92. Eugenio cultiva un huerto en el que tiene 140 matas de distintas hortalizas. El 20 % son plantas de tomates, y de estas, el 25 % son de tomates cherry.

a) ¿Cuántas matas de tomates ha plantado?

b) ¿Qué porcentaje del total de matas son tomates cherry?

a) Matas de tomate: 20 % de 140 = $140 \cdot 20 : 100 = 28$ matas.

b) Matas de tomates cherry: 25 % de 28 = $28 \cdot 25 : 100 = 7$ matas.

En porcentaje: $\frac{140}{7} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 100 : 7 : 140 = 5\%$ del total.

93. EMPRENDE

En tu clase vais a organizar una recogida de alimentos no perecederos para donarlos a un banco de alimentos. Para ello hay que dividir a la clase en grupos y cada grupo recogerá alimentos de un tipo.

a) ¿Cuántos grupos se forman? ¿Qué tipo de alimentos va a recoger cada grupo?

b) Si los grupos se forman teniendo en cuenta la importancia en una dieta equilibrada de cada tipo de alimento, ¿qué porcentaje de alumnos forma cada grupo?

c) Pon en común tu propuesta de organización con un compañero. ¿Cuál crees que es mejor? ¿Por qué?

Respuesta libre

94. Una determinada marca de leche contiene un 13 % de su masa en nata. ¿Cuánta nata obtendremos con 20 L de esa leche? (Un litro de leche tiene una masa de 1,040 kg).

Masa de 20 L de leche: $20 \cdot 1,040 = 20,8$ kg. Nata que obtendremos: 13 % de 20,8 kg: $20,8 \cdot 13 : 100 = 2,704$ kg de nata.

95. Un bote de detergente para lavadoras de 4 kg cuesta 6 €.

a) ¿Cuánto costará otro bote de 3 kg de detergente si el precio y la cantidad son proporcionales?

b) Otro bote igual al anterior anuncia un 20 % adicional de producto y se vende a 5,60 €. ¿Es una buena oferta?

a) 3 kg de detergente costarán: $\frac{4}{6} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 6 \cdot 3 : 4 = 4,5$ €.

b) El nuevo bote contendrá: 3 kg + 20 % de 3 kg = 3 kg + 0,6 kg = 3,6 kg.

A precio normal costaría: $\frac{4}{6} = \frac{3,6}{x} \Rightarrow x = 6 \cdot 3,6 : 4 = 5,4$ €. Como se vende a 5,60 € > 5,40 €, no es una buena oferta.

96. Problema resuelto

97. La tasa de natalidad en España ha caído un 3,5 % en 2012 respecto de 2011. En 2012 nacieron 468 430 bebés. ¿Cuántas personas nacieron en 2011?

Total de bebés en 2011: 100 %. Bebés en 2012: 100 % – 3,5 % = 96,5 %.

Proporción: $\frac{96,5}{468\,430} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 468\,430 \cdot 100 : 96,5 = 485\,420$ personas nacieron en el año 2011.

98. En una región el 14 % de la población es inmigrante. En total hay 2 356 000 habitantes.

a) ¿Cuántos son inmigrantes?

b) El número de inmigrantes se ha reducido un 2 % con respecto al año pasado. ¿Cuántos inmigrantes había el año anterior?

a) Número de inmigrantes: 14 % de 2 356 000 = 2 356 000 · 14 : 100 = 329 840 personas.

b) Inmigrantes del año anterior: Este año hay 329 840 inmigrantes, que supone el 100 % – 2 % = 98 % del año

anterior. La proporción es: $\frac{98}{329\,840} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 329\,840 \cdot 100 : 98 = 336\,571$ inmigrantes el año anterior.

99. Luis Alberto trabaja como vendedor en unos grandes almacenes. Una parte de su sueldo depende de las ventas que consiga:

- Por cada 100 € que consiga vender, le corresponde una comisión de 2,5 €.
- Cuando las ventas superan los 500 €, la comisión es de 3,5 € por cada 100 € extra de ventas.

a) ¿Qué comisión recibe si las ventas son de 450 €?

b) ¿Y si las ventas ascienden a 750 €?

c) Si ha cobrado 8,50 € de comisión, ¿cuánto ha vendido?

d) El día de mayor venta recibió una comisión de 22 €. ¿Cuánto vendió?

a) Comisión por 450 € de venta: 450 : 100 · 2,5 = 11,25.

b) Por los primeros 500 €: 500 : 100 · 2,5 = 12,5 €. Por los 250 € restantes: 250 : 100 · 3,5 = 8,75 €.

Total comisión: 12,5 + 8,75 = 21,25 €.

c) Proporción: $\frac{100}{2,5} = \frac{x}{8,5} \Rightarrow x = 8,5 \cdot 100 : 2,5 = 340$ € ha vendido.

d) Por los primeros 500 € recibirá: 12,50 €. Del total de la comisión: 22 € – 12,50 € = 10,50 € comisión que corresponderá a: 10,50 : 3,50 = 3 comisiones por 300 € de venta. En total vendió: 500 + 300 = 800 €.

100. En un supermercado, se anuncia la siguiente oferta de un producto:

Una unidad 4,39 €. Comprando 3 unidades, cada unidad sale a 2,93 €.

¿Qué porcentaje de descuento se obtiene con esta oferta?

Valor a precio normal: 4,39 · 3 = 13,17 €. A precio reducido: 2,93 · 3 = 8,79. Descuento: 13,17 – 8,79 = 4,38 €.

Proporción: $\frac{13,17}{4,38} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 4,38 \cdot 100 : 13,17 = 33,25$ %

101. Un pantano tiene una capacidad de 258 hm^3 . En febrero estaba lleno hasta el 60 % de su capacidad. En marzo llovió mucho y al terminar el mes el agua embalsada había aumentado un 10 % respecto del mes anterior, pero abril fue seco y el agua embalsada disminuyó un 4 %.

a) Calcula los metros cúbicos de agua embalsada que había a finales de marzo.

b) ¿En cuántos hectómetros cúbicos aumentó el agua embalsada en abril respecto de la que había en el mes de febrero?

a) Agua embalsada en febrero: 60 % de $258 \text{ hm}^3 = 154,8 \text{ hm}^3$. Agua embalsada a finales de marzo: $154,8 \text{ hm}^3 + 10\%$ de $154,8 \text{ hm}^3 = 154,8 + 15,48 = 170,28 \text{ hm}^3$, en m^3 : $170,28 \cdot 1\,000\,000 = 170\,280\,000 \text{ m}^3$.

b) En febrero había $154,8 \text{ hm}^3$. En abril había: $170,28 \text{ hm}^3$ de marzo menos el 4 % de $170,28$:

$170,28 - 6,81 = 163,47 \text{ hm}^3$. Por tanto, de febrero hasta abril aumentó en: $163,47 - 154,8 = 8,67 \text{ hm}^3$.

102. Si partimos de la proporción y sustituimos los términos superiores por la suma de los términos de cada una de las razones, obtenemos:

$$\frac{7+4}{4} = \frac{14+8}{8} \Rightarrow \frac{11}{4} = \frac{22}{8}$$

Observa que también es una proporción ya que:

$$11 \cdot 8 = 4 \cdot 22 = 88$$

a) Prueba con otras proporciones. ¿Ocurrirá con cualquier proporción? ¿Será cierta esta afirmación?

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

b) ¿Y si en lugar de sumar, restamos los dos términos de cada razón? ¿Será cierta esta afirmación?

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

Argumenta y justifica tus respuestas.

Respuesta libre

103. El velocímetro de mi coche marca un 10 % más de la velocidad que realmente llevo. Si en un determinado momento marca 132 kilómetros por hora (km/h), ¿a qué velocidad voy realmente?

A. 118 km/h

B. 120 km/h

C. 122 km/h

D. 145,2 km/h

B. 120 km/h

104. En una clase de 30 estudiantes el 40 % lleva gafas y de estos, tres son zurdos. ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes zurdos entre los que llevan gafas?

A. 10 %

B. 25 %

C. 7,5 %

D. 3 %

B. 25 %

105. En una tienda han subido los precios un 25 %. ¿Qué porcentaje tienen que bajarlos para volver al precio inicial?

A. 12,5 %

B. 25 %

C. 50 %

D. 20 %

D. 20 %

106. Una bolsa contiene 100 bolas de las cuales un 95 % son rojas. Quitamos algunas bolas rojas, resultando que después de esto, el porcentaje de bolas rojas que hay en la bolsa es ahora el 75 %.

¿Cuántas bolas rojas hemos quitado?

A. 25

B. 50

C. 75

D. 80

D. 80

107. Un tren de mercancías de 1 km de largo circula a 20 kilómetros por hora (km/h). Si entra en un túnel de 1 km de largo a las 10 de la mañana, ¿a qué hora sale la cola del último vagón?

A. 10.03

B. 10.05

C. 10.06

D. 10.20

A. 10.06

108. Ante la bajada de los precios de la vivienda, Jesús decide comprar un piso. Los precios disminuyeron en los tres últimos años, según la siguiente tabla:

Año	2012	2013	2014
Disminución (%)	7	6,5	5,5

El precio del piso que le interesa a Juan era en 2011 de 180 000 €.

Juan ofrece al vendedor una cantidad equivalente al precio de 2011 rebajado un 19 %, argumentando que es la suma de las disminuciones acumuladas de los tres años. Es decir: $180\,000 \cdot 0,81 = 145\,800$ €.

El vendedor le dice que el precio correspondiente a los descensos de esos años no es ese. Que el verdadero valor del piso es de 147 910,50 €.

a) ¿Cómo ha hecho el vendedor sus cálculos?

b) ¿Quién lleva razón? ¿Por qué?

a) Cálculos del vendedor: Precio en 2011 = 180 000 €.

Precio en 2012 = $180\,000 \cdot 0,93 = 167\,400$ €.

Precio en 2013: $167\,400 \cdot 0,935 = 156\,519$ €.

Precio en 2014: $156\,519 \cdot 0,945 = 147\,910,46$ €.

b) Lleva razón el vendedor, porque ha aplicado bien los descuentos.

PONTE A PRUEBA

La factura del gas

Actividad resuelta

De excursión

Nuestro tutor nos ha propuesto hacer una excursión a un embalse que está a 115 Km del colegio. Nos ha pedido que busquemos en Internet la empresa de autocares más ventajosa y que calculemos cuánto tendrá que pagar cada alumno. En la tabla se muestran las tarifas que hemos encontrado.

Tarifas para viajes de un día (máximo 12 horas)				
Distancia	Número de plazas			
	25	35	55	70
200 km	305 €	325 €	389 €	469 €
250 km	345 €	362 €	420 €	535 €
300 km	374 €	388 €	471 €	583 €

En clase somos 27 alumnos y nos van a acompañar el tutor y el profesor de matemáticas.

En la empresa nos han dicho que el cálculo del coste por distancia se hace aplicando la tabla y sumando. Cuando la distancia esté entre dos tramos de la tabla, se añade la parte proporcional correspondiente a la diferencia entre esos tramos de distancia. No nos descuentan nada si queda alguna plaza vacía.

1. ¿Cuál es el coste total de la excursión?

2. Si el coste total del autobús lo asumen los alumnos, ¿cuánto tiene que pagar cada uno?

3. ¿Qué porcentaje del precio por alumno es para pagar la parte de los profesores?

1. Distancia de ida y vuelta: $115 + 115 = 230$ km. Número de viajeros: $27 + 2 = 29$ personas, se necesita un autobús de 35 plazas. Como 230 km está entre 200 km y 230 km, se pagará lo proporcional entre 325 € y 362 €.

Por una diferencia de $(250 - 200)$ 50 km, se paga una diferencia de $(362 - 325)$ 37 €. Por una diferencia de $(230 - 200)$ 30 km, se pagarán: $\frac{50}{37} = \frac{30}{x}$; $x = 22,2$ € más. Es decir, el viaje costará: $325 + 22,2 = 347,2$ € en total.

2. Cada alumno pagará: $347,2 : 27 = 12,86$ €.

3. Si pagaran todos saldrían a: $347,2 : 29 = 11,97$ € por persona. Diferencia: $12,86 - 11,97 = 0,89$ €.

Porcentaje: $\frac{12,86}{0,89} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{0,89 \cdot 100}{12,86} = 6,92$ %

Gigantes o molinos

En el capítulo VIII del Quijote aparecen los gigantes más populares de la literatura universal.

La envergadura (la longitud total de mano a mano con los brazos extendidos) suele coincidir con la altura de la persona, a eso se refiere Don Quijote cuando habla de dos leguas. La envergadura real de las aspas de los molinos de la Mancha suele ser de 8,5 m y una legua castellana equivalía a 4,19 km.

1. ¿Cuántas veces es aproximadamente más alto un gigante que un molino real?

- A. 2 veces B. 50 veces C. 500 veces D. 1000 veces

2. Si la envergadura media de una persona es de 1,70 m:

a) ¿Cuántas veces es más alto un molino que una persona?

b) ¿Y un gigante?

3. ¿Has leído la novela “El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha”? ¿Qué sabes de ella? Ponlo en común con tus compañeros.

1. D. 1000 veces.

2. a) Un molino es más alto que una persona: $8,5 : 1,7 = 5$ veces.

b) 5000 veces.

3. Respuesta libre.

AUTOEVALUACIÓN

1. Completa las tablas en tu cuaderno para que las magnitudes sean proporcionales.

a)

A	2	...	7
B	8	12	...

b)

A	4	3,5	...
B	5	...	7,5

a)

A	2	3	7
B	8	12	28

b)

A	4	3,5	6
B	5	4,375	7,5

2. En una librería anuncian:

“2 cómics por 15 €, 5 por 35 €”.

a) ¿Es el precio proporcional al número de cómics?

b) Si no lo es, ¿cuál debería ser para ser proporcional?

a) No es proporcional, porque $\frac{2}{15} \neq \frac{5}{35}$.

b) Para ser proporcional sería: 2 cómics por 15 € y 5 por 37,5 €.

3. Juan ha pagado 5,10 € por 1,5 kg de mejillones.

a) ¿Cuánto deberá pagar Ana por 2,8 kg de los mismos mejillones?

b) Calcula la cantidad de mejillones que se podrá comprar con 1,5 €.

a) Ana deberá pagar: $\frac{5,10}{1,5} = \frac{x}{2,8}$; $x = 5,10 \cdot 2,8 : 1,5 = 9,52$ €.

b) Se podrá comprar: $\frac{5,10}{1,5} = \frac{1,5}{x}$; $x = 1,5 \cdot 1,5 : 5,10 = 0,44$ kg

4. En un periódico de 60 páginas, el 15 % son de informaciones internacionales, el 20 %, de publicidad, y el resto, de acontecimientos nacionales.

a) Calcula el número de páginas de la sección de internacional.

b) Calcula la razón entre las páginas de noticias nacionales y las de noticias internacionales.

a) Internacional: 15 % de 60 páginas: $60 \cdot 15 : 100 = 9$ páginas.

b) Nacionales son el resto $100 - (15 + 20) = 65$. El 65 % de 60 páginas: $60 \cdot 65 : 100 = 39$ páginas.

La razón es $\frac{65}{15} = \frac{13}{3}$.

5. Al comprar unos pantalones cuyo precio era de 46 € nos han hecho un descuento y al final hemos pagado 39,10 €. ¿Qué descuento nos han aplicado?

Han descontado: $46 \text{ €} - 39,10 \text{ €} = 6,9 \text{ €}$. Porcentaje: $\frac{46}{6,9} = \frac{100}{x}$; $x = 6,9 \cdot 100 : 46 = 15$ % de descuento.

6. El precio del barril de petróleo en los primeros meses de 2014 fue:

– Enero: 106,40 \$

– Febrero: aumentó un 2,5 %

– Marzo: 107,76 \$

a) Calcula el precio del barril en febrero.

b) Calcula el porcentaje de bajada entre febrero y marzo.

a) Precio en febrero: $106,40 \cdot 1,025 = 109,06$ \$

b) Porcentaje: $\frac{109,06}{107,76} = \frac{100}{x}$; $x = 100 \cdot 107,76 : 109,06 = 1,01192 \Rightarrow$ Ha bajado un 1,19 % entre febrero y marzo.