

1 Números naturales. Divisibilidad

1. Escribe estos números en el sistema decimal.

a) MMXIV

c) CMLXXXVII

e) MDCCCVIII

b) XXXIX

d) CXLIX

f) MCMXCII

a) MM = 2000, X = 10, IV = 4 $\Rightarrow$ 2014

b) XXX = 30, IX = 9 $\Rightarrow$ 39

c) CM = 900, LXXX = 80, VII = 7 $\Rightarrow$ 987

d) C = 100, XL = 40, IX = 9 $\Rightarrow$ 149

e) M = 1000, DCCC = 800, VIII = 8 $\Rightarrow$ 1808

f) M = 1000, CM = 900, XC = 90, II = 2 $\Rightarrow$ 1992

2. Escribe con números romanos.

a) 28

c) 257

e) 4900

b) 59

d) 825

f) 3456

a) XXVIII

c) CCLVII

e) $\overline{\text{IV}}$ CM

b) LIX

d) DCCCXXV

f) MMMCDLVI

3. Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

Número	DM	UM	C	D	U
65034	•	•	•	•	•
2008	•	•	•	•	•
•••	5	0	7	4	1

Número	DM	UM	C	D	U
65034	6	5	0	3	4
2008	0	2	0	0	8
50741	5	0	7	4	1

4. En los siguientes números, indica qué valor representa la cifra 4 en cada caso.

a) 4251

b) 4 207 003

c) 104 045 041

a) 4 unidades de millar

b) 4 millones

c) 4 millones, 4 decenas de millar, 4 decenas

5. Escribe cada número utilizando unidades de otro orden.

a) 200 U

b) 120 C

c) 12 D

a) 2C

b) 12 UM

c) 120 U

6. Dos personas tienen los siguientes números de cuenta bancarios:

ES46 5306 1651 05 0200133254

ES32 5306 1561 32 0200135868

¿Corresponden al mismo banco? ¿Y a la misma oficina?

Sí corresponden al mismo banco, coincide el código de la entidad, 5306.

No corresponden a la misma oficina, el código de oficina es distinto, 1651 y 1561.

7. En el mapa aparecen las dos primeras cifras de los códigos postales de las provincias españolas. ¿A qué provincias pertenecen estos códigos?

a) 05006

c) 08080

e) 01016

b) 14001

d) 16001

f) 39700

a) Ávila

c) Barcelona

e) Álava

b) Córdoba

d) Cuenca

f) Cantabria

8. Puede haber dos matrículas de coche en España que tengan exactamente el mismo número de cuatro cifras?

Sí, porque la matrícula consta de números y letras y lo que variará en este caso serán las letras.

9. Averigua el número a partir de las siguientes pistas:

- Es un número de cinco cifras.

- Es capicúa, es decir, se lee igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha.

- La suma de sus cifras es 17.

- Ninguna cifra se repite más de dos veces.

¿Hay más de una solución?

Sí, algunos números podrían ser: 13931, 14741, etc.

10. En Copia y completa en tu cuaderno, indicando en cada caso la propiedad que has utilizado.

a) $23 + 14 = \bullet + 23 = \bullet$

b) $12 \cdot \bullet = \bullet \cdot 12 = 60$

c) $(4 + 3) + 9 = 4 + (\bullet + \bullet) = \bullet$

a) $23 + 14 = 14 + 23 = 37$. Propiedad conmutativa

b) $12 \cdot 5 = 5 \cdot 12 = 60$. Propiedad conmutativa

c) $(4 + 3) + 9 = 4 + (3 + 9) = 16$. Propiedad asociativa

11. Realiza cada operación de dos formas distintas, comprobando que se cumple la propiedad distributiva.

a) $10 \cdot (25 + 13)$

c) $7 \cdot (12 - 5)$

b) $(15 + 6) \cdot 4$

d) $100 \cdot (58 - 49)$

a) $10 \cdot (25 + 13) = 10 \cdot 38 = 380$ y $10 \cdot (25 + 13) = 10 \cdot 25 + 10 \cdot 13 = 250 + 130 = 380$

b) $(15 + 6) \cdot 4 = 21 \cdot 4 = 84$ y $(15 + 6) \cdot 4 = 15 \cdot 4 + 6 \cdot 4 = 60 + 24 = 84$

c) $7 \cdot (12 - 5) = 7 \cdot 7 = 49$ y $7 \cdot (12 - 5) = 7 \cdot 12 - 7 \cdot 5 = 84 - 35 = 49$

d) $100 \cdot (58 - 49) = 100 \cdot 9 = 900$ y $100 \cdot (58 - 49) = 100 \cdot 58 - 100 \cdot 49 = 5800 - 4900 = 900$

12. ¿Cuáles de las siguientes igualdades son incorrectas? Corrígelas en tu cuaderno.

a) $12 + 7 \cdot 5 = 19 \cdot 5$

b) $(12 + 7) \cdot 5 = 12 \cdot 5 + 7 \cdot 5$

c) $12 + (7 \cdot 5) = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5$

a) Es incorrecta. $12 + 7 \cdot 5 = 12 + 35 = 47$ y $19 \cdot 5 = 95$

b) $(12 + 7) \cdot 5 = 12 \cdot 5 + 7 \cdot 5$ Cierta (propiedad distributiva)

c) Es incorrecta. $12 + (7 \cdot 5) = 12 + 35 = 47$ y $2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 14 + 10 = 24$

13. Comprueba las divisiones usando la propiedad de la división y corrige las incorrectas.

D	d	c	R
38	9	3	1
234	6	39	0

$9 \cdot 3 = 27 + 1 = 28$ Incorrecta.

$39 \cdot 6 = 234$ Correcta.

La primera división es incorrecta. Los valores correctos son $c = 4$ y $r = 2$.

14. Calcula los datos que faltan en cada división a partir de los datos indicados.

a) $D = 425$, $d = 31$, $c = 13$

b) $d = 13$, $c = 8$, $r = 4$

a) $r = 22$

b) $D = 108$

15. Realiza las siguientes operaciones.

a) $13 + 5 - 12 - 4 + 9 - 3$

c) $80 - 43 - 15 - 6 + 9 - 4$

b) $61 - 37 + 45 - 22 + 12$

d) $100 - 40 + 90 + 35 - 85 - 20$

a) $13 + 5 - 12 - 4 + 9 - 3 = 8$

c) $80 - 43 - 15 - 6 + 9 - 4 = 21$

b) $61 - 37 + 45 - 22 + 12 = 59$

d) $100 - 40 + 90 + 35 - 85 - 20 = 80$

16. Efectúa las siguientes operaciones combinadas.

a) $3 + 2 \cdot 5 - 4 + 9$

d) $(3 + 2) \cdot 5 - 4 + 9$

b) $3 + 2 \cdot (5 - 4) + 9$

e) $(3 + 2) \cdot (5 - 4) + 9$

c) $3 + 2 \cdot (5 - 4 + 9)$

f) $(3 + 2) \cdot 5 - (4 + 9)$

a) $3 + 2 \cdot 5 - 4 + 9 = 3 + 10 - 4 + 9 = 18$

b) $3 + 2 \cdot (5 - 4) + 9 = 3 + 2 \cdot 1 + 9 = 3 + 2 + 9 = 14$

c) $3 + 2 \cdot (5 - 4 + 9) = 3 + 2 \cdot 10 = 3 + 20 = 23$

d) $(3 + 2) \cdot 5 - 4 + 9 = 5 \cdot 5 - 4 + 9 = 25 - 4 + 9 = 30$

e) $(3 + 2) \cdot (5 - 4) + 9 = 5 \cdot 1 + 9 = 5 + 9 = 14$

f) $(3 + 2) \cdot 5 - (4 + 9) = 5 \cdot 5 - 13 = 25 - 13 = 12$

17. Realiza las siguientes operaciones.

a) $[12 - 3 \cdot (17 - 4 \cdot 3)] + 15 - 4 \cdot 3$

d) $21 - (16 - 11) \cdot 2 + (8 + 5)$

b) $(12 - 5) \cdot (14 - 6) : (8 - 6)$

e) $[31 - 5 \cdot (27 - 8 \cdot 3)] + 25 - 8 : 2$

c) $16 : 2 \cdot 4 - 3 \cdot (10 - 3 \cdot 3)$

f) $18 : 3 \cdot 2 - 4 \cdot (12 - 3 \cdot 4)$

a) $[12 - 3 \cdot (17 - 4 \cdot 3)] + 15 - 4 \cdot 3 = [12 - 3 \cdot (17 - 12)] + 15 - 12 = [12 - 3 \cdot 5] + 3 = 12 - 15 + 3 = 0$

b) $(12 - 5) \cdot (14 - 6) : (8 - 6) = 7 \cdot 8 : 2 = 56 : 2 = 28$

c) $16 : 2 \cdot 4 - 3 \cdot (10 - 3 \cdot 3) = 8 \cdot 4 - 3 \cdot (10 - 9) = 32 - 3 \cdot 1 = 32 - 3 = 29$

d) $21 - (16 - 11) \cdot 2 + (8 + 5) = 21 - 5 \cdot 2 + 13 = 21 - 10 + 13 = 34 - 10 = 24$

e) $[31 - 5 \cdot (27 - 8 \cdot 3)] + 25 - 8 : 2 = 31 - 5 \cdot (27 - 24) + 25 - 4 = 31 - 5 \cdot 3 + 21 = 31 - 15 + 21 = 52 - 15 = 37$

f) $18 : 3 \cdot 2 - 4 \cdot (12 - 3 \cdot 4) = 6 \cdot 2 - 4 \cdot (12 - 12) = 12 - 4 \cdot (12 - 12) = 12 - 4 \cdot 0 = 12$

18. Copia y coloca en tu cuaderno los paréntesis necesarios para que las operaciones sean correctas.

a) $7 - 3 \cdot 4 + 6 = 1$

c) $18 : 2 \cdot 9 = 1$

b) $7 - 3 \cdot 4 + 6 = 22$

d) $3 + 12 : 2 \cdot 6 = 39$

a) $7 - 3 \cdot 4 + 6 = 1$. No son necesarios.

b) $(7 - 3) \cdot 4 + 6 = 22$

c) $18 : (2 \cdot 9) = 1$

d) $3 + 12 : 2 \cdot 6 = 39$. No son necesarios.

19. Actividad interactiva

20. Escribe los diez primeros múltiplos de cada uno de estos números.

a) 5

b) 9

c) 11

d) 13

a) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

b) 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

c) 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110

d) 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130

21. Escribe tres múltiplos comprendidos entre 30 y 200 de cada uno de los siguientes números.

a) 7

b) 22

c) 45

a) 35, 42, 49

b) 44, 66, 88

c) 90, 135, 180

22. Encuentra el primer múltiplo de 21 que tenga tres cifras.

$21 \cdot 5 = 105$

23. Averigua un número que cumpla:

- Es múltiplo de 7.
- Tiene tres cifras distintas.
- Sus cifras están ordenadas de mayor a menor.

Por ejemplo, $721 = 7 \cdot 103$

24. Comprueba en cada caso si el primer número es múltiplo del segundo.

a) 87 y 7

b) 126 y 9

c) 1234 y 12

a) No es múltiplo.

b) Sí, $126 = 14 \cdot 9$

c) No es múltiplo.

25. Comprueba en cada caso si el primer número es divisor del segundo.

a) 3 y 28

b) 8 y 424

c) 16 y 400

a) No

b) Sí, $424 : 8 = 53$

c) Sí, $400 : 16 = 25$

26. Indica cuáles de las siguientes expresiones son ciertas y corrige las falsas en tu cuaderno.

- a) 325 es múltiplo de 5.
- b) 25 es múltiplo de 450.
- c) 4500 no es múltiplo de 50.
- d) 48 es divisor de 6.
- a) Cierta, $5 \cdot 65 = 325$.
- b) Falsa, 25 es divisor de 450.
- c) Falsa, sí es múltiplo $50 \cdot 90 = 4500$.
- d) Falsa, 48 es múltiplo de 6.

27. Encuentra todos los divisores de los siguientes números.

- a) 20 b) 28 c) 41 d) 55
- a) 1, 2, 4, 5, 10, 20
- b) 1, 2, 4, 7, 14, 28
- c) 1, 41
- d) 1, 5, 11, 55

28. Escribe todos los divisores de 12.

- a) ¿Cuántos hay?
- b) Sabiendo que 36 es igual a $3 \cdot 12$, ¿cuántos divisores crees que tendrá? Comprueba si es cierto.
- a) 1, 2, 3, 4, 6, 12. Hay 6 divisores.
- b) 9 divisores. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

29. Señala cuáles de los siguientes números tienen exactamente dos divisores.

- a) 5 b) 55 c) 48 d) 6
- Si tienen solo dos divisores son primos.
- a) Sí b) No c) No d) No

30. Los alumnos de una clase han colocado sus mesas separadas, formando un rectángulo. Si la clase tiene 30 alumnos, ¿de cuántas formas distintas se pueden colocar?

Calculamos los divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Hay 8 posibilidades:

- 1 fila de 30 30 filas de 1
- 2 filas de 15 15 filas de 2
- 3 filas de 10 10 filas de 3
- 5 filas de 6 6 filas de 5

31. Un grupo de amigos va de excursión. Antes de reservar el autobús, han visto que pueden ir de 3 en 3 o de 5 en 5, sin que sobre ninguno.

- a) ¿Es posible que sean en total 24 amigos?
- b) ¿Y 40 amigos?
- c) Encuentra al menos tres valores que cumplan esas condiciones.
- d) En otra excursión han intentado contar de la misma forma, pero al hacer grupos de 2 en 2, de 3 en 3 o de 5 en 5 siempre sobraba una persona. ¿Cuál puede ser el número de amigos que forman este grupo?
- a) No, 24 no es múltiplo de 5.
- b) No, 40 no es múltiplo de 3.
- c) 30, 60, 90, ...
- d) 31, 61, 91, ...

32. Aplica los criterios de divisibilidad y completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
88	•	•	•	•	•	•	•	•	•
249	•	•	•	•	•	•	•	•	•
429	•	•	•	•	•	•	•	•	•
2700	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
88	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	NO	NO
249	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO
429	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	NO
2700	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO	SÍ	SÍ

33. Escribe un número de cuatro cifras que sea divisible por 2 y por 3 y no lo sea por 5.

Por ejemplo, 6666

34. Escribe un número capicúa de seis cifras. Comprueba si el número es divisible por 11.

Respuesta libre. El número es siempre múltiplo de 11.

35. Aplicando los criterios de divisibilidad, comprueba que 86 328 es múltiplo de 3 y 11. Haciendo la división, comprueba que también es múltiplo de $11 \cdot 3 = 33$.

Es múltiplo de 3, ya que $8 + 6 + 3 + 2 + 8 = 27$ es múltiplo de 3.

Es múltiplo de 11, ya que $(8 + 3 + 8) - (6 + 2) = 11$ es múltiplo de 11.

Es múltiplo de 33, ya que $86\,328 : 33 = 2616$.

36. Actividad resuelta

37. Halla todos los números primos menores que 50. Puedes usar la criba de Eratóstenes.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

38. Comprueba si 101 y 397 son números primos.

Ambos son primos.

39. ¿Cuántos números primos pares hay? Razona la respuesta.

Solo uno, 2. Todos los demás números pares son compuestos, ya que son múltiplos de 2.

40. Escribe un número que sea igual al producto de tres números primos distintos, y calcula todos sus divisores.

Respuesta libre. Tendrá exactamente 8 divisores. Por ejemplo, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, y sus divisores son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

41. Al multiplicar un número por 9, Carolina ha obtenido el siguiente resultado:

$$337 \bullet 65$$

Por desgracia, una mancha de tinta tapa una de las cifras, que no se distingue. ¿Podrías decir cuál es?

Como es múltiplo de 9, la suma de sus cifras tiene que ser múltiplo de 9. $3 + 3 + 7 + 6 + 5 = 24$. El siguiente múltiplo de 9 es 27, así que la cifra que falta es un 3.

42. Halla en cada caso todos los valores de A para los que el número indicado cumpla la propiedad pedida.

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) 26A es divisible por 4. | b) 32A es divisible por 5. | c) A0A es divisible por 11. |
| a) 0, 4, 8 | b) 0, 5 | c) No existe |

43. Escribe tu altura en centímetros y averigua si es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 y 11. ¿Es un número primo?

Respuesta libre

44. Encuentra tres números primos mayores que 450.

Respuesta modelo: 457, 461, 463

45. El número 37 es primo. ¿Cómo es el número 3737?

Es compuesto, $3737 = 37 \cdot 101$.

46. Escribe todos los divisores de los siguientes números y encuentra su máximo común divisor.

- | | |
|-----------|----------------|
| a) 8 y 12 | d) 9, 12 y 15 |
| b) 3 y 18 | e) 20, 24 y 32 |
| c) 9 y 15 | f) 18, 12 y 42 |
- a) 1, 2, 4, 8 y 1, 2, 3, 4, 6, 12. m.c.d. (8, 12) = 4
- b) 1, 3 y 1, 2, 3, 6, 9, 18. m.c.d. (3, 18) = 3
- c) 1, 3, 9 y 1, 3, 5, 15. m.c.d. (9, 15) = 3
- d) 1, 3, 9; 1, 2, 3, 4, 6, 12 y 1, 3, 5, 15. m.c.d. (9, 12, 15) = 3
- e) 1, 2, 4, 5, 10, 20; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 y 1, 2, 4, 8, 16, 32. m.c.d. (20, 24, 32) = 4
- f) 1, 2, 3, 6, 9, 18; 1, 2, 3, 4, 6, 12 y 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42. m.c.d. (18, 12, 42) = 6

47. Comprueba si los siguientes pares de números son primos entre sí.

- | | | |
|------------|-----------------------------|----------------------------|
| a) 48 y 49 | b) 110 y 33 | c) 36 y 81 |
| a) Sí | b) No, son múltiplos de 11. | c) No, son múltiplos de 3. |

48. Isabel quiere calcular el m.c.d. de 120, 240 y 360. Se ha dado cuenta de que los tres números son múltiplos de 10, así que decide dividirlos todos entre 10 y hallar el m.c.d. de 12, 24 y 36.

- a) ¿Cuál es el m.c.d. (12, 24 y 36)?
- b) ¿Cuál es el m.c.d. de 120, 240 y 360?
- c) A partir de los resultados anteriores, ¿cuál será el m.c.d. de 12 000, 24 000 y 36 000?
- a) 12
- b) 120
- c) 12 000

49. Calcula el m.c.d. de los siguientes pares de números, en los que el segundo es siempre múltiplo del primero.

a) 12 y 24

b) 25 y 50

c) 15 y 45

¿Qué ocurre en todos los casos? Copia y completa la frase en tu cuaderno:

“Si un número es múltiplo de otro, el máximo común divisor de ambos números es...”

a) 12, 25 y 15, en cada caso respectivamente.

b) El máximo común divisor es el primer número.

c) Si un número es múltiplo de otro, el máximo común divisor de ambos números es igual al menor número.

50. En una frutería quieren colocar 48 aguacates y 60 caquis en bandejas iguales, sin mezclar las frutas y sin que sobre ninguna. ¿Cuál es el mayor tamaño que pueden tener las bandejas?

El m.c.d. $(48 \text{ y } 60) = 12$. $48 : 12 = 4$ y $60 : 12 = 5$. 4 bandejas de 12 aguacates y 5 bandejas de 12 caquis.

51. Calcula el m.c.m. de los siguientes grupos de números.

a) 15 y 24

d) 14, 21 y 35

b) 20 y 25

e) 3, 4 y 5

c) 2, 3 y 18

f) 15, 20 y 25

a) 120

d) 210

b) 100

e) 60

c) 18

f) 300

52. Calcula el m.c.m. de los números 2, 3, 5 y 30. ¿Qué observas?

Como 30 es múltiplo de 2, 3 y 5, es el m.c.m.

53. Tres músicos locos tocan sus instrumentos de forma curiosa. El primero toca una tecla del piano cada 4 segundos, el segundo toca los platillos cada 6 segundos, y el tercero toca el silbato cada 15 segundos. Si tocan la primera nota a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir los tres?

m.c.m. $(4, 6, 15) = 60$. Coinciden cada 60 segundos, es decir, cada minuto.

54. La profesora de Educación Física agrupa a sus alumnos por parejas, sin que sobre ninguno. Para otro ejercicio hace grupos de tres, y sigue sin sobrar ninguno. Finalmente, hace grupos de cuatro, y sigue sin sobrar ningún alumno.

a) ¿Cuántos alumnos tiene la clase, como mínimo?

b) ¿Es posible que haya entre 20 y 30 alumnos?

a) m.c.m. $(2, 3, 4) = 12$. Como mínimo hay 12 alumnos.

b) Sí, si la clase tiene 24 alumnos.

55. Un póster gigante mide 240 cm de largo y 180 cm de alto. Para transportarlo mejor se decide cortarlo en cuadrados, que deben ser del mayor tamaño posible. Calcula la longitud que debe tener el lado de cada cuadrado.

m.c.d. $(240, 180) = 60$. El lado del cuadrado medirá 60 centímetros.

56. Varios amigos preparan un mosaico cuadrado, uniendo piezas de 10 cm de largo y 12 cm de alto. No quieren romper ninguna pieza, y los colocan siempre en la misma posición, con el lado mayor en la base.
- ¿Cuáles serán sus dimensiones mínimas?
 - ¿Cuántas piezas tendrá la base? ¿Y la altura?
 - ¿Cuántas piezas habrá en total?
- a) m.c.m. (10, 12) = 60. El cuadrado tendrá 60 cm de lado.
 b) En la base habrá $60 : 12 = 5$ piezas, y tendrá $60 : 10 = 6$ piezas de alto.
 c) Habrá $5 \cdot 6 = 30$ piezas
57. Comprueba si los números 8 y 9 son primos entre sí y calcula su m.c.m. A continuación, haz lo mismo con los números 6 y 8.
- ¿Cuándo coincide el m.c.m. de dos números con su producto?
 - ¿Ocurre así siempre? Prueba con más pares de números primos entre sí y con otros que no lo sean, y comprueba lo que ocurre en cada caso.
- 8 y 9 son primos entre sí, pero 6 y 8 no. m.c.m. (8, 9) = 72. m.c.m. (6, 8) = 24
- Cuando son primos entre sí.
 - Sí, cuando son primos entre sí. m.c.m. (7, 3) = 21; m.c.m. (5, 13) = 65; m.c.m. (8, 12) = 24; m.c.m. (10, 15) = 30
58. Descompón en factores primos los siguientes números.
- | | | | |
|-----------------------|-------|--------------------------------|--------|
| a) 18 | b) 56 | c) 120 | d) 144 |
| a) $18 = 2 \cdot 3^2$ | | c) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ | |
| b) $56 = 2^3 \cdot 7$ | | d) $144 = 2^4 \cdot 3^2$ | |
59. Actividad resuelta.
60. Descompón mentalmente en factores primos los siguientes números.
- | | | | |
|---|--------|---------------------------------------|-----------|
| a) 81 | b) 360 | c) 2000 | d) 110000 |
| a) $81 = 9 \cdot 9 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4$ | | c) $2000 = 2^4 \cdot 5^3$ | |
| b) $360 = 4 \cdot 9 \cdot 10 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ | | d) $11\,000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 11$ | |
61. Descompón los siguientes números en factores primos y calcula su m.c.d.
- | | |
|--------------|-------------------|
| a) 320 y 180 | d) 72, 81 y 126 |
| b) 400 y 125 | e) 100, 150 y 325 |
| c) 56 y 156 | f) 63, 49 y 57 |
- a) $320 = 2^6 \cdot 5$ y $180 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ m.c.d. = $2^2 \cdot 5 = 20$
 b) $400 = 2^4 \cdot 5^2$ y $125 = 5^3$ m.c.d. = $5^2 = 25$
 c) $56 = 2^3 \cdot 7$ y $156 = 2^3 \cdot 3 \cdot 13$ m.c.d. = $2^3 = 8$
 d) $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $81 = 3^4$ y $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ m.c.d. = $3^2 = 9$
 e) $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ y $325 = 5^2 \cdot 13$ m.c.d. = 25
 f) $63 = 3^2 \cdot 7$, $49 = 7^2$ y $57 = 3 \cdot 19$ m.c.d. = 1
62. Halla el m.c.m. de los siguientes números.
- | | |
|-------------|-------------------|
| a) 32 y 18 | d) 72, 81 y 90 |
| b) 40 y 25 | e) 100, 150 y 300 |
| c) 52 y 156 | f) 63, 49 y 57 |
- a) 288
 b) 200
 c) 156
 d) 3240
 e) 300
 f) 8379

63. Copia y completa en tu cuaderno la descomposición en factores primos de los siguientes números.

825	•	208	•	•	2
275	5	104	•	244	2
•	5	52	•	•	2
•	•	•	•	•	•
1	•	•	13	•	•
		1			

Calcula el m.c.d. y m.c.m. de los tres números.

825	3	208	2	488	2
275	5	104	2	244	2
55	5	52	2	122	2
11	11	26	2	61	61
1		13	13	1	
		1			

$$\text{m.c.d.} = 1; \text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 61 = 10\,467\,600$$

64. Los siguientes pares de números ya están descompuestos en factores primos. Escribe la descomposición en factores primos del m.c.d. y el m.c.m. en cada caso.

a) $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$ y $2^2 \cdot 3^3$

b) $2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^4$ y $2^{21} \cdot 5^3$

a) $\text{m.c.d.} = 2^2 \cdot 3^3$, $\text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$

b) $\text{m.c.d.} = 2^7 \cdot 5^3$, $\text{m.c.m.} = 2^{21} \cdot 3^6 \cdot 5^4$

65. Un número se descompone en factores primos de la siguiente forma:

$$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Indica si estos números son múltiplos, divisores o ninguna de las dos cosas del número dado.

a) $2 \cdot 5^2$

c) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$

b) $2^5 \cdot 3 \cdot 5^4 \cdot 7$

d) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

a) Divisor

c) Ni múltiplo ni divisor

b) Múltiplo

d) Ni múltiplo ni divisor

66. Inés está haciendo un solitario con cartas. Ha juntado naipes de varias barajas y ha perdido la cuenta del número de cartas que tiene.

Para determinarlo, en lugar de contar todas, las ha ido agrupando en montones.

- Si las separa en cuatro montones iguales, no le sobra ninguna carta.
- Si en lugar de cuatro montones forma cinco, tampoco le sobra ninguna.
- Si hace seis montones, también coloca todas sin que sobre ninguna.

a) ¿Cuántas cartas puede tener?

b) Si sabe que por lo menos tiene 100 cartas, ¿cuántas tendrá, como mínimo?

a) $\text{m.c.m.} (4, 5, 6) = 60$. Como mínimo tiene 60 cartas.

b) Los múltiplos de 60 son 60, 120, 180,... El primero mayor que 100 es 120. Como mínimo tiene 120 cartas.

67. Un coche tarda 70 segundos en dar una vuelta completa a un circuito, y otro 80 segundos en realizar el mismo trayecto.

a) Si salen a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?

b) ¿Cuándo coincidirán por segunda vez?

a) m.c.m. (70, 80) = 560. Tardan 560 segundos.

b) El primer múltiplo de 560 es 1120, así tardarán 1120 segundos en coincidir por segunda vez.

68. Actividad interactiva

69. Escribe las siguientes cantidades utilizando números romanos.

a) 35

d) 128

g) 820

b) 76

e) 192

h) 901

c) 87

f) 451

i) 2349

a) XXXV

d) CXXVIII

g) DCCCXX

b) LXXVI

e) CXCII

h) CMI

c) LXXXVII

f) CDLI

i) MMCCCXLIX

70. Escribe Las siguientes cantidades usando el sistema de numeración decimal.

a) XXXIX

e) DCCXXXI

b) LIX

f) DCCCXCIV

c) LXXIV

g) MMDCXXXVII

d) CLXVIII

h) MMMCMXCIX

a) 39

e) 731

b) 59 000

f) 894

c) 74

g) 2637

d) 168

h) 3999

71. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

Número	DM	UM	C	D	U
4008	•	•	•	•	•
56 061	•	•	•	•	•
•	12	3	5	7	4
•	•	48	1	0	5
99 009	•	•	•	•	•

Número	DM	UM	C	D	U
4008		4	0	0	8
56 061	5	6	0	6	1
123574	12	3	5	7	4
48105	4	8	1	0	5
99 009	9	9	0	0	9

72. Escribe las siguientes cantidades usando el sistema de numeración decimal.

- a) Quince mil cuatrocientos dos
- b) Trescientos dos mil dieciséis
- c) Siete millones cuarenta y dos mil uno
- d) Veinte millones cuarenta
- a) 15 402
- b) 302 016
- c) 7 042 001
- d) 20 000 040

73. Escribe como se leen los siguientes números.

- a) 23 577
- b) 18 002
- c) 2 400 035
- a) Veintitrés mil quinientos setenta y siete
- b) Dieciocho mil dos
- c) Dos millones cuatrocientos mil treinta y cinco
- d) 79 105
- e) 2 002 100
- f) 20 021 001
- d) Setenta y nueve mil ciento cinco
- e) Dos millones dos mil cien
- f) Veinte millones veintiún mil uno

74. Indica el valor de la cifra 9 cada vez que aparece en cada uno de los siguientes números.

- a) 925
- b) 10 091
- c) 297 451
- a) Centenas
- b) Decenas
- c) Decenas de millar
- d) Centenas y unidades
- e) Decenas de millón y centenas
- f) Decenas de millón, centenas de millar, unidades de millar, centenas y unidades
- d) 232 909
- e) 90 001 987
- f) 90 919 929

75. Comprueba si las siguientes divisiones son correctas sin realizarlas.

<i>D</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>r</i>
340	20	15	4
15 004	47	32	1
784	112	7	0
14 223	31	458	23

$20 \cdot 15 + 4 = 304$. No es correcta.

$47 \cdot 32 + 1 = 1505$. No es correcta.

$112 \cdot 7 = 784$. Correcta.

$3 \cdot 458 + 23 = 14 221$. No es correcta.

76. Actividad resuelta

77. Indica la propiedad que se aplica en cada caso.

- a) $226 + 378 = 378 + 226$
- b) $45 \cdot 5 \cdot 15 = 15 \cdot 5 \cdot 45$
- c) $32 + (58 + 49) = (32 + 58) + 49$
- d) $6 \cdot (5 \cdot 23) = (6 \cdot 5) \cdot 23$
- a) Propiedad conmutativa de la suma
- b) Propiedad conmutativa de la multiplicación
- c) Propiedad asociativa de la suma
- d) Propiedad asociativa de la multiplicación

78. Utiliza las propiedades de la resta para calcular las siguientes diferencias mentalmente.

- a) $325 - 75$
- b) $802 - 43$
- a) $325 - 75 = 330 - 80 = 250$
- b) $802 - 43 = 809 - 50 = 759$
- c) $129 - 61$
- d) $433 - 105$
- c) $129 - 61 = 128 - 60 = 68$
- d) $433 - 105 = 438 - 110 = 328$

79. Realiza las operaciones aplicando la propiedad distributiva.

- a) $25 \cdot (16 + 40)$
- b) $16 \cdot (40 - 12)$
- a) $25 \cdot (16 + 40) = 25 \cdot 16 + 25 \cdot 40 = 400 + 1000 = 1400$
- b) $16 \cdot (40 - 12) = 16 \cdot 40 - 16 \cdot 12 = 640 - 192 = 448$
- c) $30 \cdot (75 - 17) = 30 \cdot 75 - 30 \cdot 17 = 2250 - 510 = 1740$
- d) $100 \cdot (21 + 79) = 100 \cdot 21 + 100 \cdot 79 = 2100 + 7900 = 10000$

80. Saca factor común en las siguientes expresiones.

- a) $5 \cdot 7 + 5 \cdot 8$
- b) $3 \cdot 6 - 3 \cdot 2$
- a) $5 \cdot 7 + 5 \cdot 8 = 5 \cdot (7 + 8)$
- b) $3 \cdot 6 - 3 \cdot 2 = 3 \cdot (6 - 2)$
- c) $8 \cdot 7 - 6 \cdot 8 = 8 \cdot (7 - 6)$
- d) $5 \cdot 9 + 25 = 5 \cdot 9 + 5 \cdot 5 = 5 \cdot (9 + 5)$

81. Efectúa las siguientes operaciones teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

- a) $32 + 8 \cdot 40 - 10 \cdot 7$
- b) $((43 + 15) \cdot 2 - 74) \cdot 5 - 9$
- c) $11 \cdot (36 + 4 - 2 \cdot (24 : 3))$
- a) $32 + 8 \cdot 40 - 10 \cdot 7 = 32 + 320 - 70 = 282$
- b) $((43 + 15) \cdot 2 - 74) \cdot 5 - 9 = (58 \cdot 2 - 74) \cdot 5 - 9 = (116 - 74) \cdot 5 - 9 = 42 \cdot 5 - 9 = 210 - 9 = 201$
- c) $11 \cdot (36 + 4 - 2 \cdot (24 : 3)) = 11 \cdot (36 + 4 - 2 \cdot 8) = 11 \cdot (36 + 4 - 16) = 11 \cdot 24 = 264$
- d) $48 : 6 \cdot (15 - (6 + 3)) = 8 \cdot (15 - 9) = 8 \cdot 6 = 48$
- e) $21 + 13 \cdot (6 - 2 \cdot 2) = 21 + 13 \cdot (6 - 4) = 21 + 13 \cdot 2 = 21 + 26 = 47$
- f) $(9 + 6 \cdot 3 - 17) : 5 \cdot 5 = (9 + 18 - 17) : 5 \cdot 5 = 10 : 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5 = 10$

82. Copia en tu cuaderno y coloca los paréntesis que sean necesarios para que se cumplan las igualdades.

a) $3 \cdot 6 + 8 : 2 - 18 : 3 = 24$

c) $18 : 9 : 3 + 15 \cdot 7 - 5 = 36$

b) $7 - 2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 31$

d) $5 - 2 \cdot 2 \cdot 12 - 3 \cdot 3 + 15 - 4 = 14$

a) $3 \cdot (6 + 8 : 2) - 18 : 3 = 24$

b) $(7 - 2) \cdot 5 - 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 31$

c) $18 : (9 : 3) + 1 \cdot (7 - 5) = 36$

d) $(5 - 2 \cdot 2) \cdot (12 - 3 \cdot 3) + 15 - 4 = 14$

83. Escribe cinco múltiplos de cada número.

a) 12

c) 25

e) 48

b) 16

d) 50

f) 124

a) 12, 24, 36, 48, 60

c) 25, 50, 75, 100, 125

e) 48, 96, 144, 192, 240

b) 16, 32, 48, 64, 80

d) 50, 100, 150, 200, 250

f) 124, 248, 372, 496, 620

84. Comprueba que 217 es múltiplo de 7.

$7 \cdot 31 = 217$

85. Encuentra todos los divisores de cada uno de los siguientes números.

a) 13

c) 30

e) 48

b) 24

d) 32

f) 96

a) 1, 13

c) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

e) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

d) 1, 2, 4, 8, 16, 32

f) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96

86. Encuentra los cinco primeros múltiplos de 7 mayores que 1000.

1001, 1008, 1015, 1022, 1029

87. Escribe tres números que solo tengan cuatro divisores y otros tres que solo tengan tres divisores.

Solo cuatro divisores, por ejemplo 6, 8 y 10

Solo tres divisores, por ejemplo 4, 9 y 25

88. Encuentra algún divisor de 1056 que tenga dos cifras iguales.

Por ejemplo, 11, 22, 33, 66

89. Actividad resuelta

90. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla, utilizando los criterios de divisibilidad.

Divisible por	72	253	628	888	901
2	•	•	•	•	•
3	•	•	•	•	•
4	•	•	•	•	•
5	•	•	•	•	•
9	•	•	•	•	•
10	•	•	•	•	•
11	•	•	•	•	•

Divisible por	72	253	628	888	901
2	SÍ	NO	SÍ	SÍ	NO
3	SÍ	NO	NO	SÍ	NO
4	SÍ	NO	SÍ	SÍ	NO
5	NO	NO	NO	NO	NO
9	SÍ	NO	NO	NO	NO
10	NO	NO	NO	NO	NO
11	NO	SÍ	NO	NO	NO

91. Indica si los siguientes números son primos o compuestos.

- | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) 57 | c) 107 | e) 347 |
| b) 91 | d) 117 | f) 803 |
| a) $57 = 3 \cdot 19$, compuesto | c) 107, primo | e) 347, primo |
| b) $91 = 7 \cdot 13$, compuesto | d) $117 = 9 \cdot 13$, compuesto | f) $803 = 11 \cdot 73$, compuesto |

92. Encuentra todos los números primos menores que 100.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

93. Halla en cada caso los posibles valores de A para que se cumpla la condición pedida.

- 23A4 es divisible entre 3 y 4
 - A28 es múltiplo de 11
 - 140A es divisible entre 6
 - 34A es divisible por 2 y 3, pero no por 5
- A debe ser múltiplo de 3 y A4, múltiplo de 4. A puede ser 0,6.
 - $(A + 8) - 2$ debe ser 0 o múltiplo de 11. A puede ser 5.
 - $1 + 4 + A$ debe ser múltiplo de 3 y A debe ser par. A puede ser 4.
 - A debe ser par, $3 + 4 + A$ múltiplo de 3 y A distinto de 0, 5. A puede ser 2,8.

94. Escribe todos los divisores de los siguientes números y calcula el máximo común divisor.

- | | |
|------------|----------------|
| a) 27 y 80 | c) 18, 28 y 48 |
| b) 36 y 48 | d) 40, 56 y 60 |
- 1, 3, 9, 27 y 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80. m.c.d. = 1
 - 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 y 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. m.c.d. = 12
 - 1, 2, 3, 6, 9, 18; 1, 2, 4, 7, 14, 28 y 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. m.c.d. = 2
 - 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40; 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56 y 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. m.c.d. = 4

95. Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes números sin utilizar la descomposición en factores primos.

- | | |
|------------|---------------|
| a) 24 y 80 | d) 8, 12 y 28 |
| b) 36 y 48 | e) 9, 12 y 24 |
| c) 30 y 42 | f) 5, 8 y 40 |
| a) 240 | d) 168 |
| b) 144 | e) 72 |
| c) 210 | f) 40 |

96. Actividad resuelta

97. Escribe la descomposición en factores primos de los siguientes números.

- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| a) 48 | d) 96 | g) 495 |
| b) 54 | e) 128 | h) 729 |
| c) 84 | f) 154 | i) 1024 |
| a) $48 = 2^4 \cdot 3$ | d) $96 = 2^5 \cdot 3$ | g) $495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ |
| b) $54 = 2 \cdot 3^3$ | e) $128 = 2^7$ | h) $729 = 3^6$ |
| c) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ | f) $154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$ | i) $1024 = 2^{10}$ |

98. Factoriza los números comprendidos entre 200 y 210, e indica cuáles de ellos son primos.

$$200 = 2^3 \cdot 5^2, \quad 201 = 3 \cdot 67, \quad 202 = 2 \cdot 101, \quad 203 = 7 \cdot 29, \quad 204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17, \quad 205 = 5 \cdot 41,$$

$$206 = 2 \cdot 103, \quad 207 = 3^2 \cdot 23, \quad 208 = 2^4 \cdot 13, \quad 209 = 11 \cdot 19, \quad 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Ninguno de ellos es primo.

99. A partir de la descomposición en factores primos de estos números, calcula su m.c.d. y su m.c.m.

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $2^2 \cdot 5^2$

b) $3^3 \cdot 5$ y $2 \cdot 5^3$

c) $2^3 \cdot 3^2$ y $2^4 \cdot 3^2$

a) m.c.d.: $2^2 \cdot 5$ y m.c.m.: $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

b) m.c.d.: 5 y m.c.m.: $2 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

c) m.c.d.: $2^3 \cdot 3^2$ y m.c.m.: $2^4 \cdot 3^2$

100. Usando la descomposición en factores primos, calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes números.

a) 16, 28 y 48

c) 33, 88 y 121

b) 160, 280 y 480

d) 14, 21 y 35

a) $16 = 2^4$, $28 = 2^2 \cdot 7$ y $48 = 2^4 \cdot 3$. m.c.d.: $2^2 = 4$. m.c.m.: $2^4 \cdot 3 \cdot 7 = 336$

b) $160 = 2^5 \cdot 5$, $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$ y $480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$. m.c.d.: $2^3 \cdot 5 = 40$. m.c.m.: $2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 3360$

c) $33 = 3 \cdot 11$, $88 = 2^3 \cdot 11$ y $121 = 11^2$. m.c.d.: 11. m.c.m.: $2^3 \cdot 3 \cdot 11^2 = 2904$

d) $14 = 2 \cdot 7$, $21 = 3 \cdot 7$ y $35 = 5 \cdot 7$. m.c.d.: 7. m.c.m.: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

101. Comprueba si los siguientes números son primos entre sí.

a) 48 y 84

d) 72 y 385

b) 11 y 482

e) 243 y 256

c) 11 484

f) 324 y 675

a) Tienen divisores comunes, por ejemplo 2.

d) Primos entre sí.

b) Son primos entre sí.

e) Primos entre sí.

c) Tienen divisores comunes, el 11.

f) Tienen divisores comunes, por ejemplo 3.

102. Escribe dos números cuyo m.c.m. sea 210. ¿Puedes encontrar más de una solución?

Hay más de una solución. Por ejemplo 21 y 10 o 30 y 7.

103. Escribe dos números cuyo m.c.d. sea 210 y que estén entre 10 000 y 10 100.

Entre 10 000 y 10 100 solo hay un múltiplo de 210, 10 080. No es posible encontrar dos números.

104. La descomposición en factores primos de un número es la siguiente.

$$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Encuentra en cada caso otro número de forma que se cumpla la condición pedida.

a) m.c.d. = 10

c) m.c.d. = 1

b) m.c.m. = $2^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

d) m.c.m. = $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

a) Por ejemplo, 10.

b) Por ejemplo, $2^4 \cdot 7^2$

c) Por ejemplo, 3

d) Cualquiera de sus divisores: 2, 4, 15, etc.

105. El mínimo común múltiplo de tres números es 1200. Copia y completa en tu cuaderno los términos que faltan en cada número.

$$2^{\bullet} \cdot 5^2$$

$$2^3 \cdot 3^{\bullet} \cdot 5$$

$$2^{\bullet} \cdot \bullet^2$$

¿Cuál es su máximo común divisor?

Si $1200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$ que es el m.c.m. Los números pueden ser:

$$2^4 \cdot 5^2$$

$$2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$2^1 \cdot 5^2$$

Hay varias soluciones. Y el m.c.d. = 2

106. ¿Hay algún número capicúa entre 200 y 300 que sea primo? ¿Y entre 500 y 600?

Encuentra u número capicúa entre 100 y 200.

Entre 200 y 300: capicúa solo está el 202 y no es primo.

Entre 500 y 600: capicúa solo está el 505 y no es primo.

Entre 100 y 200: está el 101, sí que es primo.

107. Si dos números distintos son primos, ¿son también primos entre sí? ¿Por qué?

Si dos números son primos, el único divisor que ambos tienen en común es el 1, por tanto son primos entre sí.

108. ¿La suma de dos números primos es siempre un número primo? ¿Y su diferencia?

No. Por ejemplo, 11 y 5 son primos, $11 + 5 = 16$, es compuesto y $11 - 5 = 6$, es compuesto.

109. Dos números tienen un divisor común, 8.

a) ¿Su suma es múltiplo de 8?

b) ¿Su diferencia es múltiplo de 8?

c) ¿Podemos asegurar que su suma es múltiplo de 16? Escribe los primeros múltiplos de 8 y busca dos cuya suma no sea múltiplo de 16.

a) Sí, ya que se puede sacar 8 como factor común.

b) Sí, por la misma razón.

c) No. Por ejemplo, 8 y 16 son múltiplos de 8 y $8 + 16 = 24$, no es múltiplo de 16.
8, 16, 24, 32, 48... 16 y 24; 24 y 32.

110. Estudia qué números puedes añadir a la derecha de 135 para obtener uno de cuatro cifras que cumpla en cada caso la condición pedida.

a) Que sea múltiplo de 4.

b) Que sea divisible entre 6.

c) Que sea múltiplo de 11.

a) 2, 6

b) 0, 6

c) 3

111. Estudia qué números puedes añadir a la izquierda de 235 para obtener uno de cuatro cifras que cumpla en cada caso la condición pedida.

a) Que sea múltiplo de 4.

b) Que sea divisible entre 6.

c) Que sea múltiplo de 11 y 2.

a) No es posible, ya que la última es 5, impar.

b) No es posible por la misma razón.

c) No es posible por la misma razón.

112. Al dividir 26 entre un número natural n , el resto es 2. ¿Cuáles son los posibles valores de n ?

$n = 3, 4, 6, 8, 12, 24$

113. El producto de cualquier par de números naturales es igual al resultado de multiplicar su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo.

Sabiendo que el m.c.d. de dos números es 12, su m.c.m. es 144 y uno de ellos es 36, calcula el otro número.

El otro número es 48.

114. Se dice que un número es perfecto si es igual a la suma de sus divisores propios (menores que él). Por ejemplo, 6 es perfecto, ya que es igual a la suma de 1, 2 y 3.

a) Encuentra un número perfecto entre 20 y 30.

b) Comprueba si el número 36 es perfecto.

c) Comprueba que 496 es un número perfecto.

a) $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

b) No, la suma de sus divisores propios es $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 = 55$

c) $496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$. Es un número perfecto.

115. Se dice que dos números son amigos si cada uno es igual a la suma de los divisores propios (menores que él) del otro.

a) Comprueba que 220 y 284 son números amigos.

b) Comprueba si 84 y 48 son números amigos.

c) Los números perfectos de la actividad anterior, ¿son amigos de ellos mismos?

a) Los divisores propios de 220 son 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, que suman 284. Los de 284 son 1, 2, 4, 71, 142, que suman 220. Son amigos.

b) Los divisores propios de 84 son 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, que suman 140, no 48. No son amigos.

c) Sí, un número perfecto es amigo de sí mismo.

116. Problema resuelto

117. Una banda de música está formada por 40 personas. Durante las fiestas del pueblo van a desfilar por las calles, de forma que en todas las filas haya el mismo número de músicos.

¿De cuántas formas distintas podrán desfilar?

Músicos en cada fila	N.º de filas	Producto
1	40	40
2	20	40
4	10	40
5	8	40
8	5	40
10	4	40
20	2	40
40	1	40

Hay ocho formas distintas.

118. Álex ha calculado todos los divisores de 58 y de 84:

58: 1, 2, 29, 58

84: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

¿Alguna de estas tres afirmaciones es falsa?

a) Cuanto mayor es el número, más divisores tiene.

b) 58 tiene tres divisores primos y 84 tiene 4.

c) 58 y 84 solo tienen dos divisores comunes.

a) Es falso. Por ejemplo, 89 es primo, tiene solo dos divisores, menos que 84.

b) Cierto

c) Cierto

119. Una empresa elabora aceites de tres calidades distintas. Del primer aceite se elaboran 4800 litros; del segundo, 1350 litros, y del tercero, 2646 litros.

Si se quiere envasar el aceite en contenedores del mismo tamaño, sin mezclar los de distinto tipo, ¿cuál será el mayor tamaño que puede tener el contenedor?

m.c.d. (4800, 1350, 2646) = 6. El contenedor tendrá una capacidad de 6 litros.

120. El planeta Mercurio tarda 88 días terrestres en dar una vuelta completa alrededor del Sol. El planeta Venus tarda 225 días en completar su órbita.

a) Si Mercurio y Venus están alineados con el Sol, ¿cuánto tardará en volver a producirse esta alineación?

b) Si Venus y la Tierra están alineados, ¿dentro de cuántos días volverán a estarlo?

c) Si los tres planetas están alineados en un momento dado ¿cuánto tiempo pasará hasta que los tres planetas vuelvan a coincidir?

a) m.c.m. (88, 225) = 19 800 días

b) m.c.m. (365, 225) = 16425 días

c) m.c.m. (88, 225, 365) = 1 445 400 días

121. En un instituto hay 64 alumnos y 80 alumnas en 1.º de E.S.O. Se quiere organizar a esos alumnos en varios grupos, de forma que en cada grupo haya el mismo número de chicos y el mismo número de chicas sin que sobre ningún alumno.

a) ¿Qué tamaño puede tener como mínimo cada grupo?

b) ¿Cuántos grupos de ese tamaño se pueden hacer?

a) m.c.d. (64, 80) = 16. Como mínimo habrá $64 : 16 = 4$ alumnos y $80 : 16 = 5$ alumnas, en total 9 en cada grupo.

b) 16 grupos

122. Tres atletas entrenan todas las semanas en la misma pista. Carmen tarda 60 segundos en dar una vuelta completa, Javier tarda 75 segundos en completar la vuelta, y Rosa emplea 85 segundos.

a) Si salen los tres a la vez, ¿cada cuánto tiempo coincidirán todos?

b) ¿Cuántas vueltas a la pista habrá dado cada uno de ellos?

a) m.c.m. (60, 75, 85) = 5100. Cada 5100 segundos

b) Carmen dará $5100 : 60 = 85$ vueltas; Javier dará $5100 : 75 = 68$ vueltas, y Rosa dará $5100 : 85 = 60$ vueltas.

123. Una parcela mide 180 metros de largo por 160 metros de ancho. El agricultor decide dividirla en parcelas iguales, de forma cuadrada y del máximo tamaño posible.

- a) ¿Cuánto medirán los lados de cada parcela pequeña?
- b) ¿Cuántas parcelas pequeñas quedarán?
- a) m.c.d. (180, 160) = 20. El lado medirá 20 metros.
- b) $180 : 20 = 9$ de largo, $160 : 20 = 8$ de ancho. En total, $9 \cdot 8 = 72$ parcelas

124. Problema resuelto

125. Rubén ha comprado flores para regalárselas a sus amigas. Puede hacer ramos de 4 flores, de 6 y de 9, sin que le sobre ninguna. Al hacer los ramos se da cuenta de que si hubiera comprado dos flores más, podría hacer ramos de 10 sin que le sobrara ninguno.

¿Cuántas flores compró?

m.c.m. (4, 6, 9) = 36. Buscamos un múltiplo de 36 al que le falten dos unidades para ser múltiplo de 10, es decir, un múltiplo de 36 que acabe en 8.

El número es $36 \cdot 3 = 108$.

126. Los alumnos de una clase se colocan en filas. Si en cada fila hay 3 alumnos, quedan 2 sin colocar. En cambio, si en cada fila se colocan 4 alumnos, solamente sobra 1.

- a) ¿Cuál es el número mínimo de alumnos de esa clase?
- b) ¿Es posible encontrar más números menores que 30 que cumplan esa condición?
- a) Los números menores que 30 que cumplen la primera condición son 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 y 29. Entre ellos, los que cumplen la segunda son 5, 17, 29. El menor es 5.
- b) Sí, 17 y 29.

127. ¿De cuántas formas puedes escribir el número 2009 como suma de dos números primos?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. De ninguna
- D. De ninguna

128. Cuando sumamos los números de tres cifras $6a3$ y $2b5$, el resultado es un número divisible entre 9. ¿Cuál es el mayor valor posible para $a + b$?

- A. 20
- B. 12
- C. 11
- D. 9
- C. 11

129. El año 2002 fue el primer año del siglo XXI en el que el número del año fue capicúa. ¿En cuántos otros años del siglo XXI volverá a ocurrir esto?

- A. Ninguno
- B. 1
- C. 9
- D. 81
- A. Ninguno

- Como no está seguro de haberla hecho bien, comprueba la división.**

$$d \cdot c + r = 68 \cdot 36 + 12 = 2448 + 12 = 2460 = D$$

¿Es correcta la división?

No es correcta, ya que en la división inicial $D = 24600$ y $c = 360$, y $360 \cdot 68 + 12$ no es igual a 24600.

El resto correcto es 120. Al dividir dividendo y divisor entre 10, el resto queda dividido también entre 10.

- Como el fontanero ha estado en total dos horas, Marta hace el siguiente cálculo: $60 + 30 \cdot 2 = 90 \cdot 2 = 180$

Marta pagará en total 180 euros.

¿Es correcto?

No, porque no ha aplicado bien la jerarquía de las operaciones. Lo correcto sería: $60 + 30 \cdot 2 = 60 + 60 = 120$.

El estadio de Maracaná

Actividad resuelta

Los números mayas

Los mayas utilizaban un sistema de numeración de base 20. La unidad se representaba con un punto y cada grupo de 5 unidades con una raya. También usaban un símbolo para el cero, el “caracol”.

0	1	2	3	4
				
5	6	7	8	9
				
10	11	12	13	14
				
15	16	17	18	19
				

Para representar números mayores, utilizaban varios niveles. De esta forma, el valor de cada unidad del segundo nivel estaba multiplicado por 20 y cada una del tercer nivel valía $20 \cdot 20 = 400$.

Por ejemplo, el número 427 se representaría así:



1. Copia en tu cuaderno la primera tabla y escribe la equivalencia en números romanos. ¿Qué observas?
2. Escribe los números 84, 816 y 1200 usando ambos sistemas de numeración.
3. Escribe tu fecha de nacimiento usando la numeración maya.

1. En el sistema romano no existe el 0.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19

	I	II	III	IV
V	VI	VII	VIII	VIX
X	XI	XII	XIII	XIV
XV	XVI	XVII	XVIII	XIX

- 2.

	84	816	1200
Números romanos	LXXXIV	DCCCXVI	MCC
Números mayas			

3. Respuesta libre

Números capicúas

Los números capicúas se leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 12321 es capicúa. La palabra capicúa viene del catalán *cap i cua*, cabeza y cola.

También se utiliza el término palíndromo, válido para números y palabras que se leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

- En una rifa se venden billetes del 000 al 999. ¿Cuántos son capicúas?
 - 18
 - 90
 - 27
 - 99
 - ¿Cuántos capicúas de esa rifa son números primos?
 - En España se usa más la palabra palíndromo para palabras o frases. Así, son palíndromos Ana, sanas, reconocer, etc. En psiquiatría, la fobia a los palíndromos se llama aibofobia. ¿Qué tiene de especial esa palabra? ¿Conoces más palíndromos?
- D. 99
 - Descartando todos los que acaban por 0, 2, 4, 6, 8 (pares) o 5 (múltiplos de 5), quedan 40 números por estudiar. Son primos 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929. En total son 15 números.
 - Aibofobia es un palíndromo. Hay muchos en español. Por ejemplo, el clásico "Dábale arroz a la zorra el abad".

AUTOEVALUACIÓN

1. **Calcula el número y escríbelo con palabras.**

- a) 27 centenas y 42 unidades
- b) 13 millares, 77 centenas y 123 unidades
- c) 20 millares, 40 decenas y 2 unidades
- a) 2742. Dos mil setecientos cuarenta y dos
- b) $13 \cdot 1000 + 77 \cdot 100 + 123 = 20\ 823$. Veinte mil ochocientos veintitrés
- c) 20 402. Veinte mil cuatrocientos dos

2. **Escribe en el sistema de numeración romano.**

- | | | | |
|-------------|------------|----------|-----------|
| a) 1582 | b) 735 | c) 403 | d) 523 |
| a) MDLXXXII | b) DCCXXXV | c) CDIII | d) DXXIII |

3. **Copia y completa las siguientes operaciones en tu cuaderno, indicando en cada caso la propiedad que se aplica.**

- a) $48 + 99 = 99 + \dots$
- b) $3 \cdot 8 \cdot 15 = 3 \cdot (\dots \cdot \dots)$
- c) $4 \cdot (\dots - 9) = 52 - 36$
- d) $121 - 49 = (121 + \dots) - (49 + \dots) = 122 - 50$
- a) $48 + 99 = 99 + 48$ Propiedad conmutativa
- b) $3 \cdot 8 \cdot 15 = 3 \cdot (8 \cdot 15)$ Propiedad asociativa
- c) $4 \cdot (13 - 9) = 52 - 36$ Propiedad distributiva
- d) $121 - 49 = (121 + 1) - (49 + 1) = 122 - 50$ Propiedad de la resta

4. **Realiza las siguientes operaciones.**

- | | |
|--------------------------------------|----------------------|
| a) $94 - 14 \cdot (8 - 2 \cdot 3)$ | c) $128 : 4 \cdot 8$ |
| b) $(94 - 14) \cdot (8 - 2) \cdot 3$ | d) $128 : 8 \cdot 4$ |
- a) $94 - 14 \cdot (8 - 2 \cdot 3) = 94 - 14 \cdot (8 - 6) = 94 - 14 \cdot 2 = 94 - 28 = 66$
 - b) $(94 - 14) \cdot (8 - 2) \cdot 3 = 80 \cdot 6 \cdot 3 = 1440$
 - c) $128 : 4 \cdot 8 = 32 \cdot 8 = 256$
 - d) $128 : 8 \cdot 4 = 16 \cdot 4 = 64$

5. **Escribe todos los múltiplos de 6 comprendidos entre 200 y 250.**

204, 210, 216, 222, 228, 234, 240, 246

6. **Escribe todos los divisores de 60.**

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

7. Aplica los criterios de divisibilidad y completa la tabla en tu cuaderno.

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
124	•	•	•	•	•	•	•	•	•
165	•	•	•	•	•	•	•	•	•
2348	•	•	•	•	•	•	•	•	•
90 915	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
124	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO
165	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO
2348	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO
90 915	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO

8. Escribe la descomposición en factores primos de los siguientes números.

- a) 80 b) 124 c) 384 d) 2520
a) $80 = 2^4 \cdot 5$ b) $124 = 2^2 \cdot 31$ c) $384 = 2^7 \cdot 3$ d) $2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

9. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

- a) 48 y 90 b) 220 y 284 c) 320, 242 y 400
a) m.c.d.: 6, m.c.m.: 720 b) m.c.d.: 4, m.c.m.: 15 620 c) m.c.d.: 2, m.c.m.: 193 600

10. El perro de Roque está enfermo. El veterinario ha prescrito un tratamiento combinando tres pastillas. La primera se toma cada 45 minutos, la segunda, cada 72 minutos, y la tercera, cada dos horas. A las doce del mediodía Roque le da las tres pastillas. ¿A qué hora volverán a coincidir las tres?

Calculamos m.c.m. $(45, 72, 120) = 360$. Coinciden dentro de 360 minutos, es decir, 6 horas. Coincidirán a las 6 de la tarde.