1 Números naturales. Divisibilidad

1. Escribe estos números en el sistema decimal.

a) MMXIV **c) CMLXXXVII** **e) MDCCCVIII**

b) XXXIX **d) CXLIX** **f) MCMXCII**

a) MM = 2000, X = 10, IV = 4 ⇨ 2014

b) XXX = 30, IX = 9 ⇨39

c) CM = 900, LXXX = 80, VII = 7 ⇨987

d) C = 100, XL = 40, IX = 9 ⇨149

e) M = 1000, DCCC = 800, VIII = 8 ⇨1808

f) M = 1000, CM = 900, XC = 90, II = 2 ⇨1992

2. Escribe con números romanos.

a) 28 **c) 257** **e) 4900**

b) 59 **d) 825** **f) 3456**

a) XXVIII **c)** CCLVII **e)** $\overline{\text{IV}}$CM

b) LIX **d)** DCCCXXV **f)** MMMCDLVI

3. Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

Número	DM	UM	C	D	U
65034	•	•	•	•	•
2008	•	•	•	•	•
•••	**5**	**0**	**7**	**4**	**1**

Número	DM	UM	C	D	U
65034	6	5	0	3	4
2008	0	2	0	0	8
50741	5	0	7	4	1

4. En los siguientes números, indica qué valor representa la cifra 4 en cada caso.

a) 4251 **b) 4 207 003** **c) 104 045 041**

a) 4 unidades de millar

b) 4 millones

c) 4 millones, 4 decenas de millar, 4 decenas

5. Escribe cada número utilizando unidades de otro orden.

a) 200 U **b) 120 C** **c) 12 D**

a) 2C **b)** 12 UM **c)** 120 U

www.yoquieroaprobar.es

6. Dos personas tienen los siguientes números de cuenta bancarios:

ES46 5306 1651 05 0200133254

ES32 5306 1561 32 0200135868

¿Corresponden al mismo banco? ¿Y a la misma oficina?

Sí corresponden al mismo banco, coincide el código de la entidad, 5306.

No corresponden a la misma oficina, el código de oficina es distinto, 1651 y 1561.

7. En el mapa aparecen las dos primeras cifras de los códigos postales de las provincias españolas. ¿A qué provincias pertenecen estos códigos?

a) 05006	**c) 08080**	**e) 01016**
b) 14001	**d) 16001**	**f) 39700**
a) Ávila	**c)** Barcelona	**e)** Álava
b) Córdoba	**d)** Cuenca	**f)** Cantabria

8. Puede haber dos matrículas de coche en España que tengan exactamente el mismo número de cuatro cifras?

Sí, porque la matrícula consta de números y letras y lo que variará en este caso serán las letras.

9. Averigua el número a partir de las siguientes pistas:

- **Es un número de cinco cifras.**
- **Es capicúa, es decir, se lee igual de derecha a izquierda que de izquierda a derecha.**
- **La suma de sus cifras es 17.**
- **Ninguna cifra se repite más de dos veces.**

¿Hay más de una solución?

Sí, algunos números podrían ser: 13931, 14741, etc.

10. En Copia y completa en tu cuaderno, indicando en cada caso la propiedad que has utilizado.

a) 23 + 14 = ● + 23 = ●

b) 12 · ● = ● · 12 = 60

c) (4 + 3) + 9 = 4 + (● + ●) = ●

a) 23 + 14 = 14 + 23 = 37. Propiedad conmutativa

b) 12 · 5 = 5 · 12 = 60. Propiedad conmutativa

c) (4 + 3) + 9 = 4 + (3 + 9) = 16. Propiedad asociativa

11. Realiza cada operación de dos formas distintas, comprobando que se cumple la propiedad distributiva.

a) 10 · (25 + 13)	**c) 7 · (12 – 5)**
b) (15 + 6) · 4	**d) 100 · (58 – 49)**

a) 10 · (25 + 13) = 10 · 38 = 380 y 10 · (25 + 13) = 10 · 25 + 10 · 13 = 250 + 130 = 380

b) (15 + 6) · 4 = 21 · 4 = 84 y (15 + 6) · 4 = 15 · 4 + 6 · 4 = 60 + 24 = 84

c) 7 · (12 – 5) = 7 · 7 = 49 y 7 · (12 – 5) = 7 · 12 – 7 · 5 = 84 – 35 = 49

d) 100 · (58 – 49) = 100 · 9 = 900 y 100 · (58 – 49) = 100 · 58 – 100 · 49 = 5800 – 4900 = 900

www.yoquieroaprobar.es

12. ¿Cuáles de las siguientes igualdades son incorrectas? Corrígelas en tu cuaderno.

a) $12 + 7 \cdot 5 = 19 \cdot 5$

b) $(12 + 7) \cdot 5 = 12 \cdot 5 + 7 \cdot 5$

c) $12 + (7 \cdot 5) = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5$

a) Es incorrecta. $12 + 7 \cdot 5 = 12 + 35 = 47$ y $19 \cdot 5 = 95$

b) $(12 + 7) \cdot 5 = 12 \cdot 5 + 7 \cdot 5$ Cierta (propiedad distributiva)

c) Es incorrecta. $12 + (7 \cdot 5) = 12 + 35 = 47$ y $2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 14 + 10 = 24$

13. Comprueba las divisiones usando la propiedad de la división y corrige las incorrectas.

D	*d*	*c*	*R*
38	**9**	**3**	**1**
234	**6**	**39**	**0**

$9 \cdot 3 = 27 + 1 = 28$ Incorrecta.

$39 \cdot 6 = 234$ Correcta.

La primera división es incorrecta. Los valores correctos son $c = 4$ y $r = 2$.

14. Calcula los datos que faltan en cada división a partir de los datos indicados.

a) $D = 425$, $d = 31$, $c = 13$

a) $r = 22$

b) $d = 13$, $c = 8$, $r = 4$

b) $D = 108$

15. Realiza las siguientes operaciones.

a) a) $13 + 5 - 12 - 4 + 9 - 3$

b) b) $61 - 37 + 45 - 22 + 12$

a) $13 + 5 - 12 - 4 + 9 - 3 = 8$

b) $61 - 37 + 45 - 22 + 12 = 59$

c) $80 - 43 - 15 - 6 + 9 - 4$

d) $100 - 40 + 90 + 35 - 85 - 20$

c) $80 - 43 - 15 - 6 + 9 - 4 = 21$

d) $100 - 40 + 90 + 35 - 85 - 20 = 80$

16. Efectúa las siguientes operaciones combinadas.

a) $3 + 2 \cdot 5 - 4 + 9$

b) $3 + 2 \cdot (5 - 4) + 9$

c) $3 + 2 \cdot (5 - 4 + 9)$

d) $(3 + 2) \cdot 5 - 4 + 9$

e) $(3 + 2) \cdot (5 - 4) + 9$

f) $(3 + 2) \cdot 5 - (4 + 9)$

a) $3 + 2 \cdot 5 - 4 + 9 = 3 + 10 - 4 + 9 = 18$

b) $3 + 2 \cdot (5 - 4) + 9 = 3 + 2 \cdot 1 + 9 = 3 + 2 + 9 = 14$

c) $3 + 2 \cdot (5 - 4 + 9) = 3 + 2 \cdot 10 = 3 + 20 = 23$

d) $(3 + 2) \cdot 5 - 4 + 9 = 5 \cdot 5 - 4 + 9 = 25 - 4 + 9 = 30$

e) $(3 + 2) \cdot (5 - 4) + 9 = 5 \cdot 1 + 9 = 5 + 9 = 14$

f) $(3 + 2) \cdot 5 - (4 + 9) = 5 \cdot 5 - 13 = 25 - 13 = 12$

17. Realiza las siguientes operaciones.

a) $[12 - 3 \cdot (17 - 4 \cdot 3)] + 15 - 4 \cdot 3$

b) $(12 - 5) \cdot (14 - 6) : (8 - 6)$

c) $16 : 2 \cdot 4 - 3 \cdot (10 - 3 \cdot 3)$

d) $21 - (16 - 11) \cdot 2 + (8 + 5)$

e) $[31 - 5 \cdot (27 - 8 \cdot 3)] + 25 - 8 : 2$

f) $18 : 3 \cdot 2 - 4 \cdot (12 - 3 \cdot 4)$

a) $[12 - 3 \cdot (17 - 4 \cdot 3)] + 15 - 4 \cdot 3 = [12 - 3 \cdot (17 - 12)] + 15 - 12 = [12 - 3 \cdot 5] + 3 = 12 - 15 + 3 = 0$

b) $(12 - 5) \cdot (14 - 6) : (8 - 6) = 7 \cdot 8 : 2 = 56 : 2 = 28$

c) $16 : 2 \cdot 4 - 3 \cdot (10 - 3 \cdot 3) = 8 \cdot 4 - 3 \cdot (10 - 9) = 32 - 3 \cdot 1 = 32 - 3 = 29$

d) $21 - (16 - 11) \cdot 2 + (8 + 5) = 21 - 5 \cdot 2 + 13 = 21 - 10 + 13 = 34 - 10 = 24$

e) $[31 - 5 \cdot (27 - 8 \cdot 3)] + 25 - 8 : 2 = 31 - 5 \cdot (27 - 24) + 25 - 4 = 31 - 5 \cdot 3 + 21 = 31 - 15 + 21 = 52 - 15 = 37$

f) $18 : 3 \cdot 2 - 4 \cdot (12 - 3 \cdot 4) = 6 \cdot 2 - 4 \cdot (12 - 12) = 12 - 4 \cdot (12 - 12) = 12 - 4 \cdot 0 = 12$

www.yoquieroaprobar.es

18. Copia y coloca en tu cuaderno los paréntesis necesarios para que las operaciones sean correctas.

a) 7–3 · 4 + 6 = 1 **c) 18 : 2 · 9= 1**

b) 7– 3 · 4 + 6 = 22 **d) 3 + 12 : 2 · 6 = 39**

a) 7 – 3 · 4 + 6 = 1. No son necesarios.

b) (7 – 3) · 4 + 6 = 22

c) 18 : (2 · 9) = 1

d) 3 + 12 : 2 · 6 = 39. No son necesarios.

19. Actividad interactiva

20. Escribe los diez primeros múltiplos de cada uno de estos números.

a) 5 **b) 9** **c) 11** **d) 13**

a) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

b) 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90

c) 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110

d) 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130

21. Escribe tres múltiplos comprendidos entre 30 y 200 de cada uno de los siguientes números.

a) 7 **b) 22** **c) 45**

a) 35, 42, 49 **b)** 44, 66, 88 **c)** 90, 135, 180

22. Encuentra el primer múltiplo de 21 que tenga tres cifras.

21 · 5 = 105

23. Averigua un número que cumpla:

- **Es múltiplo de 7.**
- **Tiene tres cifras distintas.**
- **Sus cifras están ordenadas de mayor a menor.**

Por ejemplo, 721 = 7 · 103

24. Comprueba en cada caso si el primer número es múltiplo del segundo.

a) 87 y 7 **b) 126 y 9** **c) 1234 y 12**

a) No es múltiplo.

b) Sí, 126 = 14 · 9

c) No es múltiplo.

25. Comprueba en cada caso si el primer número es divisor del segundo.

a) 3 y 28 **b) 8 y 424** **c) 16 y 400**

a) No **b)** Sí, 424 : 8 = 53 **c)** Sí, 400 : 16 = 25

www.yoquieroaprobar.es

26. Indica cuáles de las siguientes expresiones son ciertas y corrige las falsas en tu cuaderno.

a) 325 es múltiplo de 5.

b) 25 es múltiplo de 450.

c) 4500 no es múltiplo de 50.

d) 48 es divisor de 6.

a) Cierta, $5 \cdot 65 = 325$.

b) Falsa, 25 es divisor de 450.

c) Falsa, sí es múltiplo $50 \cdot 90 = 4500$.

d) Falsa, 48 es múltiplo de 6.

27. Encuentra todos los divisores de los siguientes números.

a) 20 **b) 28** **c) 41** **d) 55**

a) 1, 2, 4, 5, 10, 20

b) 1, 2, 4, 7, 14, 28

c) 1, 41

d) 1, 5, 11, 55

28. Escribe todos los divisores de 12.

a) ¿Cuántos hay?

b) Sabiendo que 36 es igual a $3 \cdot 12$, ¿cuántos divisores crees que tendrá? Comprueba si es cierto.

a) 1, 2, 3, 4, 6, 12. Hay 6 divisores.

b) 9 divisores. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

29. Señala cuáles de los siguientes números tienen exactamente dos divisores.

a) 5 **b) 55** **c) 48** **d) 6**

Si tienen solo dos divisores son primos.

a) Sí **b)** No **c)** No **d)** No

30. Los alumnos de una clase han colocado sus mesas separadas, formando un rectángulo. Si la clase tiene 30 alumnos, ¿de cuántas formas distintas se pueden colocar?

Calculamos los divisores de 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Hay 8 posibilidades:

1 fila de 30 30 filas de 1

2 filas de 15 15 filas de 2

3 filas de 10 10 filas de 3

5 filas de 6 6 filas de 5

31. Un grupo de amigos va de excursión. Antes de reservar el autobús, han visto que pueden ir de 3 en 3 o de 5 en 5, sin que sobre ninguno.

a) ¿Es posible que sean en total 24 amigos?

b) ¿Y 40 amigos?

c) Encuentra al menos tres valores que cumplan esas condiciones.

d) En otra excursión han intentado contar de la misma forma, pero al hacer grupos de 2 en 2, de 3 en 3 o de 5 en 5 siempre sobraba una persona. ¿Cuál puede ser el número de amigos que forman este grupo?

a) No, 24 no es múltiplo de 5.

b) No, 40 no es múltiplo de 3.

c) 30, 60, 90, …

d) 31, 61, 91, …

www.yoquieroaprobar.es

32. Aplica los criterios de divisibilidad y completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
88	•	•	•	•	•	•	•	•	•
249	•	•	•	•	•	•	•	•	•
429	•	•	•	•	•	•	•	•	•
2700	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
88	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	NO	NO
249	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO
429	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	SÍ	NO	NO
2700	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	NO	SÍ	SÍ

33. Escribe un número de cuatro cifras que sea divisible por 2 y por 3 y no lo sea por 5.

Por ejemplo, 6666

34. Escribe un número capicúa de seis cifras. Comprueba si el número es divisible por 11.

Respuesta libre. El número es siempre múltiplo de 11.

35. Aplicando los criterios de divisibilidad, comprueba que 86 328 es múltiplo de 3 y 11. Haciendo la división, comprueba que también es múltiplo de 11 · 3 = 33.

Es múltiplo de 3, ya que 8 + 6 + 3 + 2 + 8 = 27 es múltiplo de 3.

Es múltiplo de 11, ya que (8 + 3 + 8) – (6 + 2) = 11 es múltiplo de 11.

Es múltiplo de 33, ya que 86 328 : 33 = 2616.

36. Actividad resuelta

37. Halla todos los números primos menores que 50. Puedes usar la criba de Eratóstenes.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

38. Comprueba si 101 y 397 son números primos.

Ambos son primos.

39. ¿Cuántos números primos pares hay? Razona la respuesta.

Solo uno, 2. Todos los demás números pares son compuestos, ya que son múltiplos de 2.

40. Escribe un número que sea igual al producto de tres números primos distintos, y calcula todos sus divisores.

Respuesta libre. Tendrá exactamente 8 divisores. Por ejemplo, 30 = 2 · 3 · 5, y sus divisores son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

www.yoquieroaprobar.es

41. Al multiplicar un número por 9, Carolina ha obtenido el siguiente resultado:

3 3 7 • 6 5

Por desgracia, una mancha de tinta tapa una de las cifras, que no se distingue. ¿Podrías decir cuál es?

Como es múltiplo de 9, la suma de sus cifras tiene que ser múltiplo de 9. 3 + 3 + 7 + 6 + 5 = 24. El siguiente múltiplo de 9 es 27, así que la cifra que falta es un 3.

42. Halla en cada caso todos los valores de *A* para los que el número indicado cumpla la propiedad pedida.

a) 26*A* es divisible por 4. **b) 32A es divisible por 5.** **c) *A*0*A* es divisible por 11.**

a) 0, 4, 8 **b)** 0, 5 **c)** No existe

43. Escribe tu altura en centímetros y averigua si es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 y 11. ¿Es un número primo?

Respuesta libre

44. Encuentra tres números primos mayores que 450.

Respuesta modelo: 457, 461, 463

45. El número 37 es primo. ¿Cómo es el número 3737?

Es compuesto, 3737 = 37 · 101.

46. Escribe todos los divisores de los siguientes números y encuentra su máximo común divisor.

a) 8 y 12
b) 3 y 18
c) 9 y 15
d) 9, 12 y 15
e) 20, 24 y 32
f) 18, 12 y 42

a) 1, 2, 4, 8 y 1, 2, 3, 4, 6,12. m.c.d. (8, 12) = 4

b) 1, 3 y 1, 2, 3, 6, 9, 18. m.c.d. (3, 18) = 3

c) 1, 3, 9 y 1, 3, 5, 15. m.c.d. (9, 15) = 3

d) 1, 3, 9; 1, 2, 3, 4, 6, 12 y 1, 3, 5, 15. m.c.d. (9, 12, 15) = 3

e) 1, 2, 4, 5, 10, 20; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 y 1, 2, 4, 8, 16, 32. m.c.d. (20, 24, 32) = 4

f) 1, 2, 3, 6, 9, 18; 1, 2, 3, 4, 6, 12 y 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42. m.c.d. (18, 12, 42) = 6

47. Comprueba si los siguientes pares de números son primos entre sí.

a) 48 y 49 **b) 110 y 33** **c) 36 y 81**

a) Sí **b)** No, son múltiplos de 11. **c)** No, son múltiplos de 3.

48. Isabel quiere calcular el m.c.d. de 120, 240 y 360. Se ha dado cuenta de que los tres números son múltiplos de 10, así que decide dividirlos todos entre 10 y hallar el m.c.d. de 12, 24 y 36.

a) ¿Cuál es el m.c.d. (12, 24 y 36)?

b) ¿Cuál es el m.c.d. de 120, 240 y 360?

c) A partir de los resultados anteriores, ¿cuál será el m.c.d. de 12 000, 24 000 y 36 000?

a) 12

b) 120

c) 12 000

www.yoquieroaprobar.es

49. Calcula el m.c.d. de los siguientes pares de números, en los que el segundo es siempre múltiplo del primero.

a) 12 y 24 **b) 25 y 50** **c) 15 y 45**

¿Qué ocurre en todos los casos? Copia y completa la frase en tu cuaderno:

"Si un número es múltiplo de otro, el máximo común divisor de ambos números es…"

a) 12, 25 y 15, en cada caso respectivamente.

b) El máximo común divisor es el primer número.

c) Si un número es múltiplo de otro, el máximo común divisor de ambos números es igual al menor número.

50. En una frutería quieren colocar 48 aguacates y 60 caquis en bandejas iguales, sin mezclar las frutas y sin que sobre ninguna. ¿Cuál es el mayor tamaño que pueden tener las bandejas?

El m.c.d. (48 y 60) = 12. 48 : 12 = 4 y 60 : 12 = 5. 4 bandejas de 12 aguacates y 5 bandejas de 12 caquis.

51. Calcula el m.c.m. de los siguientes grupos de números.

a) 15 y 24

b) 20 y 25

c) 2, 3 y 18

d) 14, 21 y 35

e) 3, 4 y 5

f) 15, 20 y 25

a) 120

b) 100

c) 18

d) 210

e) 60

f) 300

52. Calcula el m.c.m. de los números 2, 3, 5 y 30. ¿Qué observas?

Como 30 es múltiplo de 2, 3 y 5, es el m.c.m.

53. Tres músicos locos tocan sus instrumentos de forma curiosa. El primero toca una tecla del piano cada 4 segundos, el segundo toca los platillos cada 6 segundos, y el tercero toca el silbato cada 15 segundos. Si tocan la primera nota a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir los tres?

m.c.m. (4, 6, 15) = 60. Coinciden cada 60 segundos, es decir, cada minuto.

54. La profesora de Educación Física agrupa a sus alumnos por parejas, sin que sobre ninguno. Para otro ejercicio hace grupos de tres, y sigue sin sobrar ninguno. Finalmente, hace grupos de cuatro, y sigue sin sobrar ningún alumno.

a) ¿Cuántos alumnos tiene la clase, como mínimo?

b) ¿Es posible que haya entre 20 y 30 alumnos?

a) m.c.m. (2, 3 ,4)=12. Como mínimo hay 12 alumnos.

b) Sí, si la clase tiene 24 alumnos.

55. Un póster gigante mide 240 cm de largo y 180 cm de alto. Para transportarlo mejor se decide cortarlo en cuadrados, que deben ser del mayor tamaño posible. Calcula la longitud que debe tener el lado de cada cuadrado.

m.c.d. (240,180) = 60. El lado del cuadrado medirá 60 centímetros.

www.yoquieroaprobar.es

56. Varios amigos preparan un mosaico cuadrado, uniendo piezas de 10 cm de largo y 12 cm de alto. No quieren romper ninguna pieza, y los colocan siempre en la misma posición, con el lado mayor en la base.

a) ¿Cuáles serán sus dimensiones mínimas?

b) ¿Cuántas piezas tendrá la base? ¿Y la altura?

c) ¿Cuántas piezas habrá en total?

a) m.c.m. (10, 12) = 60. El cuadrado tendrá 60 cm de lado.

b) En la base habrá 60 : 12 = 5 piezas, y tendrá 60 : 10 = 6 piezas de alto.

c) Habrá 5 · 6 = 30 piezas

57. Comprueba si los números 8 y 9 son primos entre sí y calcula su m.c.m. A continuación, haz lo mismo con los números 6 y 8.

a) ¿Cuándo coincide el m.c.m. de dos números con su producto?

b) ¿Ocurre así siempre? Prueba con más pares de números primos entre sí y con otros que no lo sean, y comprueba lo que ocurre en cada caso.

8 y 9 son primos entre sí, pero 6 y 8 no. m.c.m. (8, 9) = 72. m.c.m. (6, 8) = 24

a) Cuando son primos entre sí.

b) Sí, cuando son primos entre sí. m.c.m. (7, 3) = 21; m.c.m. (5, 13) = 65; m.c.m. (8, 12) = 24; m.c.m. (10, 15) = 30

58. Descompón en factores primos los siguientes números.

a) 18 **b) 56** **c) 120** **d) 144**

a) $18 = 2 \cdot 3^2$

b) $56 = 2^3 \cdot 7$

c) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

d) $144 = 2^4 \cdot 3^2$

59. Actividad resuelta.

60. Descompón mentalmente en factores primos los siguientes números.

a) 81 **b) 360** **c) 2000** **d) 110000**

a) $81 = 9 \cdot 9 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4$

b) $360 = 4 \cdot 9 \cdot 10 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

c) $2000 = 2^4 \cdot 5^3$

d) $11\,000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 11$

61. Descompón los siguientes números en factores primos y calcula su m.c.d.

a) 320 y 180

b) 400 y 125

c) 56 y 156

d) 72, 81 y 126

e) 100, 150 y 325

f) 63, 49 y 57

a) $320 = 2^6 \cdot 5$ y $180 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ m.c.d. $= 2^2 \cdot 5 = 20$

b) $400 = 2^4 \cdot 5^2$ y $125 = 5^3$ m.c.d. $= 5^2 = 25$

c) $56 = 2^3 \cdot 7$ y $156 = 2^3 \cdot 3 \cdot 13$ m.c.d. $= 2^2 = 4$

d) $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $81 = 3^4$ y $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ m.c.d. $= 3^2 = 9$

e) $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ y $325 = 5^2 \cdot 13$ m.c.d. $= 25$

f) $63 = 3^2 \cdot 7$, $49 = 7^2$ y $57 = 3 \cdot 19$ m.c.d. $= 1$

62. Halla el m.c.m. de los siguientes números.

a) 32 y 18

b) 40 y 25

c) 52 y 156

d) 72, 81 y 90

e) 100, 150 y 300

f) 63, 49 y 57

a) 288

b) 200

c) 156

d) 3240

e) 300

f) 8379

www.yoquieroaprobar.es

63. Copia y completa en tu cuaderno la descomposición en factores primos de los siguientes números.

825	•	208	•	•	2
275	5	104	•	244	2
•	5	52	•	•	2
•	•	•	•	•	•
1	•	•	13	•	•
		1			

Calcula el m.c.d. y m.c.m. de los tres números.

825	3	208	2	488	2
275	5	104	2	244	2
55	5	52	2	122	2
11	11	26	2	61	61
1		13	13	1	
		1			

m.c.d. = 1; m.c.m. = $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 61 = 10\,467\,600$

64. Los siguientes pares de números ya están descompuestos en factores primos. Escribe la descomposición en factores primos del m.c.d. y el m.c.m. en cada caso.

a) $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$ y $2^2 \cdot 3^3$

b) $2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^4$ y $2^{21} \cdot 5^3$

a) m.c.d. = $2^2 \cdot 3^3$, m.c.m. = $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$

b) m.c.d.= $2^7 \cdot 5^3$, m.c.m. = $2^{21} \cdot 3^6 \cdot 5^4$

65. Un número se descompone en factores primos de la siguiente forma:

$$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Indica si estos números son múltiplos, divisores o ninguna de las dos cosas del número dado.

a) $2 \cdot 5^2$

b) $2^5 \cdot 3 \cdot 5^4 \cdot 7$

c) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$

d) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

a) Divisor

b) Múltiplo

c) Ni múltiplo ni divisor

d) Ni múltiplo ni divisor

66. Inés está haciendo un solitario con cartas. Ha juntado naipes de varias barajas y ha perdido la cuenta del número de cartas que tiene.

Para determinarlo, en lugar de contar todas, las ha ido agrupando en montones.

- **Si las separa en cuatro montones iguales, no le sobra ninguna carta.**
- **Si en lugar de cuatro montones forma cinco, tampoco le sobra ninguna.**
- **Si hace seis montones, también coloca todas sin que sobre ninguna.**

a) ¿Cuántas cartas puede tener?

b) Si sabe que por lo menos tiene 100 cartas, ¿cuántas tendrá, como mínimo?

a) m.c.m. (4, 5, 6) = 60. Como mínimo tiene 60 cartas.

b) Los múltiplos de 60 son 60, 120, 180,… El primero mayor que 100 es 120. Como mínimo tiene 120 cartas.

www.yoquieroaprobar.es

67. Un coche tarda 70 segundos en dar una vuelta completa a un circuito, y otro 80 segundos en realizar el mismo trayecto.

a) Si salen a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?

b) ¿Cuándo coincidirán por segunda vez?

a) m.c.m. (70, 80) = 560. Tardan 560 segundos.

b) El primer múltiplo de 560 es 1120, así tardarán 1120 segundos en coincidir por segunda vez.

68. Actividad interactiva

69. Escribe las siguientes cantidades utilizando números romanos.

a) 35
b) 76
c) 87
d) 128
e) 192
f) 451
g) 820
h) 901
i) 2349

a) XXXV
b) LXXVI
c) LXXXVII
d) CXXVIII
e) CXCII
f) CDLI
g) DCCCXX
h) CMI
i) MMCCCXLIX

70. Escribe Las siguientes cantidades usando el sistema de numeración decimal.

a) XXXIX
b) $\overline{\text{LIX}}$
c) LXXIV
d) CLXVIII
e) DCCXXXI
f) DCCCXCIV
g) MMDCXXXVII
h) MMMCMXCIX

a) 39
b) 59 000
c) 74
d) 168
e) 731
f) 894
g) 2637
h) 3999

71. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

Número	DM	UM	C	D	U
4008	•	•	•	•	•
56 061	•	•	•	•	•
•	**12**	**3**	**5**	**7**	**4**
•	•	**48**	**1**	**0**	**5**
99 009	•	•	•	•	•

Número	DM	UM	C	D	U
4008		4	0	0	8
56 061	5	6	0	6	1
123574	12	3	5	7	4
48105	4	8	1	0	5
99 009	9	9	0	0	9

www.yoquieroaprobar.es

72. Escribe las siguientes cantidades usando el sistema de numeración decimal.

a) Quince mil cuatrocientos dos

b) Trescientos dos mil dieciséis

c) Siete millones cuarenta y dos mil uno

d) Veinte millones cuarenta

a) 15 402

b) 302 016

c) 7 042 001

d) 20 000 040

73. Escribe como se leen los siguientes números.

a) 23 577

b) 18 002

c) 2 400 035

d) 79 105

e) 2 002 100

f) 20 021 001

a) Veintitrés mil quinientos setenta y siete

b) Dieciocho mil dos

c) Dos millones cuatrocientos mil treinta y cinco

d) Setenta y nueve mil ciento cinco

e) Dos millones dos mil cien

f) Veinte millones veintiún mil uno

74. Indica el valor de la cifra 9 cada vez que aparece en cada uno de los siguientes números.

a) 925

b) 10 091

c) 297 451

d) 232 909

e) 90 001 987

f) 90 919 929

a) Centenas

b) Decenas

c) Decenas de millar

d) Centenas y unidades

e) Decenas de millón y centenas

f) Decenas de millón, centenas de millar, unidades de millar, centenas y unidades

75. Comprueba si las siguientes divisiones son correctas sin realizarlas.

D	*d*	*c*	*r*
340	**20**	**15**	**4**
15 004	**47**	**32**	**1**
784	**112**	**7**	**0**
14 223	**31**	**458**	**23**

$20 \cdot 15 + 4 = 304$. No es correcta.

$47 \cdot 32 + 1 = 1505$. No es correcta.

$112 \cdot 7 = 784$. Correcta.

$3 \cdot 458 + 23 = 14\,221$. No es correcta.

76. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

77. Indica la propiedad que se aplica en cada caso.

a) 226 + 378 = 378 + 226

b) 45 · 5 · 15 = 15 · 5 · 45

c) 32 + (58 + 49) = (32 + 58) + 49

d) 6 · (5 · 23) = (6 · 5) · 23

a) Propiedad conmutativa de la suma

b) Propiedad conmutativa de la multiplicación

c) Propiedad asociativa de la suma

d) Propiedad asociativa de la multiplicación

78. Utiliza las propiedades de la resta para calcular las siguientes diferencias mentalmente.

a) 325 – 75

b) 802 – 43

c) 129 – 61

d) 433 – 105

a) 325 – 75 = 330 – 80 = 250

b) 802 – 43 = 809 – 50 = 759

c) 129 – 61 = 128 – 60 = 68

d) 433 – 105 = 438 – 110 = 328

79. Realiza las operaciones aplicando la propiedad distributiva.

a) 25 · (16 + 40)

b) 16 · (40 – 12)

c) 30 · (75 – 17)

d) 100 · (21 + 79)

a) 25 · (16 + 40) = 25 · 16 + 25 · 40 = 400 + 1000 = 1400

b) 16 · (40 – 12) = 16 · 40 – 16 · 12 = 640 – 192 = 448

c) 30 · (75 – 17) = 30 · 75 – 30 · 17 = 2250 – 510 = 1740

d) 100 · (21 + 79) = 100 · 21 + 100 · 79 = 2100 + 7900 = 10000

80. Saca factor común en las siguientes expresiones.

a) 5 · 7 + 5 · 8

b) 3 · 6 – 3 · 2

c) 8 · 7 – 6 · 8

d) 5 · 9 + 25

a) 5 · 7 + 5 · 8 = 5 · (7 + 8)

b) 3 · 6 – 3 · 2 = 3 · (6 – 2)

c) 8 · 7 – 6 · 8 = 8 · (7 – 6)

d) 5 · 9 + 25 = 5 · 9 + 5 · 5 = 5 · (9 + 5)

81. Efectúa las siguientes operaciones teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

a) 32 + 8 · 40 – 10 · 7

b) ((43 + 15) · 2 – 74) · 5 – 9

c) 11 · (36 + 4 – 2 · (24 : 3))

d) 48 : 6 · (15 – (6 + 3))

e) 21 + 13 . (6 – 2 · 2)

f) (9 + 6 · 3 – 17) : 5 · 5

a) 32 + 8 · 40 – 10 · 7 = 32 + 320 – 70 = 282

b) ((43 + 15) · 2 – 74) · 5 – 9 = (58 · 2 – 74) · 5 – 9 = (116 – 74) · 5 – 9 = 42 · 5 – 9 = 210 – 9 = 201

c) 11 · (36 + 4 – 2 · (24 : 3)) = 11 · (36 + 4 – 2 · 8) = 11 · (36 + 4 – 16) = 11 · 24 = 264

d) 48 : 6 · (15 – (6 + 3)) = 8 · (15 – 9) = 8 · 6 = 48

e) 21 + 13 · (6 – 2 · 2) = 21 + 13 · (6 – 4) = 21 + 13 · 2 = 21 + 26 = 47

f) (9 + 6 · 3 – 17) : 5 · 5 = (9 + 18 – 17) : 5 · 5 = 10 : 5 · 5 = 2 · 5 = 10

www.yoquieroaprobar.es

82. Copia en tu cuaderno y coloca los paréntesis que sean necesarios para que se cumplan las igualdades.

a) $3 \cdot 6 + 8 : 2 - 18 : 3 = 24$ **c)** $18 : 9 : 3 + 15 \cdot 7 - 5 = 36$

b) $7 - 2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 31$ **d)** $5 - 2 \cdot 2 \cdot 12 - 3 \cdot 3 + 15 - 4 = 14$

a) $3 \cdot (6 + 8 : 2) - 18 : 3 = 24$

b) $(7 - 2) \cdot 5 - 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 31$

c) $18 : (9 : 3) + 1 \cdot (7 - 5) = 36$

d) $(5 - 2 \cdot 2) \cdot (12 - 3 \cdot 3) + 15 - 4 = 14$

83. Escribe cinco múltiplos de cada número.

a) 12 **c) 25** **e) 48**

b) 16 **d) 50** **f) 124**

a) 12, 24, 36, 48, 60 **c)** 25, 50, 75, 100,125 **e)** 48, 96, 144, 192, 240

b) 16, 32, 48, 64, 80 **d)** 50,100, 150, 200, 250 **f)** 124, 248, 372, 496, 620

84. Comprueba que 217 es múltiplo de 7.

$7 \cdot 31 = 217$

85. Encuentra todos los divisores de cada uno de los siguientes números.

a) 13 **c) 30** **e) 48**

b) 24 **d) 32** **f) 96**

a) 1,13 **c)** 1, 2, 3, 5, 6, 10,15, 30 **e)** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 **d)** 1, 2, 4, 8, 16, 32 **f)** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96

86. Encuentra los cinco primeros múltiplos de 7 mayores que 1000.

1001, 1008, 1015, 1022, 1029

87. Escribe tres números que solo tengan cuatro divisores y otros tres que solo tengan tres divisores.

Solo cuatro divisores, por ejemplo 6, 8 y 10

Solo tres divisores, por ejemplo 4, 9 y 25

88. Encuentra algún divisor de 1056 que tenga dos cifras iguales.

Por ejemplo, 11, 22, 33, 66

89. Actividad resuelta

90. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla, utilizando los criterios de divisibilidad.

Divisible por	72	253	628	888	901
2	•	•	•	•	•
3	•	•	•	•	•
4	•	•	•	•	•
5	•	•	•	•	•
9	•	•	•	•	•
10	•	•	•	•	•
11	•	•	•	•	•

Divisible por	72	253	628	888	901
2	SÍ	NO	SÍ	SÍ	NO
3	SÍ	NO	NO	SÍ	NO
4	SÍ	NO	SÍ	SÍ	NO
5	NO	NO	NO	NO	NO
9	SÍ	NO	NO	NO	NO
10	NO	NO	NO	NO	NO
11	NO	SÍ	NO	NO	NO

www.yoquieroaprobar.es

91. Indica si los siguientes números son primos o compuestos.

a) 57 **c) 107** **e) 347**

b) 91 **d) 117** **f) 803**

a) 57 = 3 · 19, compuesto **c)** 107, primo **e)** 347, primo

b) 91 = 7 · 13, compuesto **d)** 117 = 9 · 13, compuesto **f)** 803 = 11 · 73, compuesto

92. Encuentra todos los números primos menores que 100.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

93. Halla en cada caso los posibles valores de *A* para que se cumpla la condición pedida.

a) 23*A*4 es divisible entre 3 y 4

b) *A*28 es múltiplo de 11

c) 140*A* es divisible entre 6

d) 34*A* es divisible por 2 y 3, pero no por 5

a) *A* debe ser múltiplo de 3 y *A*4, múltiplo de 4. *A* puede ser 0,6.

b) (*A* + 8) – 2 debe ser 0 o múltiplo de 11. *A* puede ser 5.

c) 1 + 4 + *A* debe ser múltiplo de 3 y *A* debe ser par. *A* puede ser 4.

d) *A* debe ser par, 3 + 4 + *A* múltiplo de 3 y *A* distinto de 0, 5. *A* puede ser 2,8.

94. Escribe todos los divisores de los siguientes números y calcula el máximo común divisor.

a) 27 y 80 **c) 18, 28 y 48**

b) 36 y 48 **d) 40, 56 y 60**

a) 1, 3, 9, 27 y 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80. m.c.d. = 1

b) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 y 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. m.c.d. = 12

c) 1, 2, 3, 6, 9, 18; 1, 2, 4, 7, 14, 28 y 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. m.c.d. = 2

d) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40; 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56 y 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. m.c.d. = 4

95. Calcula el mínimo común múltiplo de los siguientes números sin utilizar la descomposición en factores primos.

a) 24 y 80 **d) 8, 12 y 28**

b) 36 y 48 **e) 9, 12 y 24**

c) 30 y 42 **f) 5, 8 y 40**

a) 240 **d)** 168

b) 144 **e)** 72

c) 210 **f)** 40

96. Actividad resuelta

97. Escribe la descomposición en factores primos de los siguientes números.

a) 48 **d) 96** **g) 495**

b) 54 **e) 128** **h) 729**

c) 84 **f) 154** **i) 1024**

a) $48 = 2^4 \cdot 3$ **d)** $96 = 2^5 \cdot 3$ **g)** $495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$

b) $54 = 2 \cdot 3^3$ **e)** $128 = 2^7$ **h)** $729 = 3^6$

c) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ **f)** $154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$ **i)** $1024 = 2^{10}$

www.yoquieroaprobar.es

98. Factoriza los números comprendidos entre 200 y 210, e indica cuáles de ellos son primos.

$200 = 2^3 \cdot 5^2$, $201 = 3 \cdot 67$, $202 = 2 \cdot 101$, $203 = 7 \cdot 29$, $204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$, $205 = 5 \cdot 41$,

$206 = 2 \cdot 103$, $207 = 3^2 \cdot 23$, $208 = 2^4 \cdot 13$, $209 = 11 \cdot 19$, $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

Ninguno de ellos es primo.

99. A partir de la descomposición en factores primos de estos números, calcula su m.c.d. y su m.c.m.

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $2^2 \cdot 5^2$

b) $3^3 \cdot 5$ y $2 \cdot 5^3$

c) $2^3 \cdot 3^2$ y $2^4 \cdot 3^2$

a) m.c.d.: $2^2 \cdot 5$ y m.c.m.:$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

b) m.c.d.: 5 y m.c.m.: $2 \cdot 3^3 \cdot 5^3$

c) m.c.d.: $2^3 \cdot 3^2$ y m.c.m.: $2^4 \cdot 3^2$

100. Usando la descomposición en factores primos, calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes números.

a) 16, 28 y 48

b) 160, 280 y 480

c) 33, 88 y 121

d) 14, 21 y 35

a) $16 = 2^4$, $28 = 2^2 \cdot 7$ y $48 = 2^4 \cdot 3$. m.c.d.: $2^2 = 4$. m.c.m.: $2^4 \cdot 3 \cdot 7 = 336$

b) $160 = 2^5 \cdot 5$, $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$ y $480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$. m.c.d.: $2^3 \cdot 5 = 40$. m.c.m.: $2^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 3360$

c) $33 = 3 \cdot 11$, $88 = 2^3 \cdot 11$ y $121 = 11^2$. m.c.d.: 11. m.c.m.: $2^3 \cdot 3 \cdot 11^2 = 2904$

d) $14 = 2 \cdot 7$, $21 = 3 \cdot 7$ y $35 = 5 \cdot 7$. m.c.d.: 7. m.c.m.: $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

101. Comprueba si los siguientes números son primos entre sí.

a) 48 y 84

b) 11 y 482

c) 11 484

d) 72 y 385

e) 243 y 256

f) 324 y 675

a) Tienen divisores comunes, por ejemplo 2.

b) Son primos entre sí.

c) Tienen divisores comunes, el 11.

d) Primos entre sí.

e) Primos entre sí.

f) Tienen divisores comunes, por ejemplo 3.

102. Escribe dos números cuyo m.c.m. sea 210. ¿Puedes encontrar más de una solución?

Hay más de una solución. Por ejemplo 21 y 10 o 30 y 7.

103. Escribe dos números cuyo m.c.d. sea 210 y que estén entre 10 000 y 10 100.

Entre 10 000 y 10 100 solo hay un múltiplo de 210, 10 080. No es posible encontrar dos números.

104. La descomposición en factores primos de un número es la siguiente.

$$2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Encuentra en cada caso otro número de forma que se cumpla la condición pedida.

a) m.c.d.= 10

b) m.c.m.= $2^4 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

c) m.c.d. = 1

d) m.c.m. = $2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

a) Por ejemplo, 10.

b) Por ejemplo, $2^4 \cdot 7^2$

c) Por ejemplo, 3

d) Cualquiera de sus divisores: 2, 4, 15, etc.

www.yoquieroaprobar.es

105. El mínimo común múltiplo de tres números es 1200. Copia y completa en tu cuaderno los términos que faltan en cada número.

$2^{\bullet} \cdot 5^2$ $\quad$ $2^3 \cdot 3^{\bullet} \cdot 5$ $\quad$ $2^{\bullet} \cdot \bullet^2$

¿Cuál es su máximo común divisor?

Si $1200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$ que es el m.c.m. Los números pueden ser:

$2^4 \cdot 5^2$ $\quad$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad$ $2^1 \cdot 5^2$

Hay varias soluciones. Y el m.c.d. = 2

106. ¿Hay algún número capicúa entre 200 y 300 que sea primo? ¿Y entre 500 y 600?

Encuentra u número capicúa entre 100 y 200.

Entre 200 y 300: capicúa solo está el 202 y no es primo.

Entre 500 y 600: capicúa solo está el 505 y no es primo.

Entre 100 y 200: está el 101, sí que es primo.

107. Si dos números distintos son primos, ¿son también primos entre sí? ¿Por qué?

Si dos números son primos, el único divisor que ambos tienen en común es el 1, por tanto son primos entre sí.

108. ¿La suma de dos números primos es siempre un número primo? ¿Y su diferencia?

No. Por ejemplo, 11 y 5 son primos, 11 + 5 = 16, es compuesto y 11 – 5 = 6, es compuesto.

109. Dos números tienen un divisor común, 8.

a) ¿Su suma es múltiplo de 8?

b) ¿Su diferencia es múltiplo de 8?

c) ¿Podemos asegurar que su suma es múltiplo de 16? Escribe los primeros múltiplos de 8 y busca dos cuya suma no sea múltiplo de 16.

a) Sí, ya que se puede sacar 8 como factor común.

b) Sí, por la misma razón.

c) No. Por ejemplo, 8 y 16 son múltiplos de 8 y 8 + 16 = 24, no es múltiplo de 16.
8, 16, 24, 32, 48... 16 y 24; 24 y 32.

110. Estudia qué números puedes añadir a la derecha de 135 para obtener uno de cuatro cifras que cumpla en cada caso la condición pedida.

a) Que sea múltiplo de 4.

b) Que sea divisible entre 6.

c) Que sea múltiplo de 11.

a) 2, 6 $\quad$ **b)** 0, 6 $\quad$ **c)** 3

111. Estudia qué números puedes añadir a la izquierda de 235 para obtener uno de cuatro cifras que cumpla en cada caso la condición pedida.

a) Que sea múltiplo de 4.

b) Que sea divisible entre 6.

c) Que sea múltiplo de 11 y 2.

a) No es posible, ya que la última es 5, impar.

b) No es posible por la misma razón.

c) No es posible por la misma razón.

www.yoquieroaprobar.es

112. Al dividir 26 entre un número natural *n*, el resto es 2. ¿Cuáles son los posibles valores de *n*?

n = 3, 4, 6, 8, 12, 24

113. El producto de cualquier par de números naturales es igual al resultado de multiplicar su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo.

Sabiendo que el m.c.d. de dos números es 12, su m.c.m. es 144 y uno de ellos es 36, calcula el otro número.

El otro número es 48.

114. Se dice que un número es perfecto si es igual a la suma de sus divisores propios (menores que él). Por ejemplo, 6 es perfecto, ya que es igual a la suma de 1, 2 y 3.

a) Encuentra un número perfecto entre 20 y 30.

b) Comprueba si el número 36 es perfecto.

c) Comprueba que 496 es un número perfecto.

a) 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14

b) No, la suma de sus divisores propios es 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 = 55

c) 496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248. Es un número perfecto.

115. Se dice que dos números son amigos si cada uno es igual a la suma de los divisores propios (menores que él) del otro.

a) Comprueba que 220 y 284 son números amigos.

b) Comprueba si 84 y 48 son números amigos.

c) Los números perfectos de la actividad anterior, ¿son amigos de ellos mismos?

a) Los divisores propios de 220 son 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, que suman 284. Los de 284 son 1, 2, 4, 71, 142, que suman 220. Son amigos.

b) Los divisores propios de 84 son 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, que suman 140, no 48. No son amigos.

c) Sí, un número perfecto es amigo de sí mismo.

116. Problema resuelto

117. Una banda de música está formada por 40 personas. Durante las fiestas del pueblo van a desfilar por las calles, de forma que en todas las filas haya el mismo número de músicos.

¿De cuántas formas distintas podrán desfilar?

Músicos en cada fila	N.º de filas	Producto
1	40	40
2	20	40
4	10	40
5	8	40
8	5	40
10	4	40
20	2	40
40	1	40

Hay ocho formas distintas.

www.yoquieroaprobar.es

118. Álex ha calculado todos los divisores de 58 y de 84:

58: 1, 2, 29, 58

84: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

¿Alguna de estas tres afirmaciones es falsa?

a) Cuanto mayor es el número, más divisores tiene.

b) 58 tiene tres divisores primos y 84 tiene 4.

c) 58 y 84 solo tienen dos divisores comunes.

a) Es falso. Por ejemplo, 89 es primo, tiene solo dos divisores, menos que 84.

b) Cierto

c) Cierto

119. Una empresa elabora aceites de tres calidades distintas. Del primer aceite se elaboran 4800 litros; del segundo, 1350 litros, y del tercero, 2646 litros.

Si se quiere envasar el aceite en contenedores del mismo tamaño, sin mezclar los de distinto tipo, ¿cuál será el mayor tamaño que puede tener el contenedor?

m.c.d. (4800, 1350, 2646) = 6. El contenedor tendrá una capacidad de 6 litros.

120. El planeta Mercurio tarda 88 días terrestres en dar una vuelta completa alrededor del Sol. El planeta Venus tarda 225 días en completar su órbita.

a) Si Mercurio y Venus están alineados con el Sol, ¿cuánto tardará en volver a producirse esta alineación?

b) Si Venus y la Tierra están alineados, ¿dentro de cuántos días volverán a estarlo?

c) Si los tres planetas están alineados en un momento dado ¿cuánto tiempo pasará hasta que los tres planetas vuelvan a coincidir?

a) m.c.m. (88, 225) = 19 800 días

b) m.c.m. (365, 225) = 16425 días

c) m.c.m. (88, 225, 365) = 1 445 400 días

121. En un instituto hay 64 alumnos y 80 alumnas en 1.º de E.S.O. Se quiere organizar a esos alumnos en varios grupos, de forma que en cada grupo haya el mismo número de chicos y el mismo número de chicas sin que sobre ningún alumno.

a) ¿Qué tamaño puede tener como mínimo cada grupo?

b) ¿Cuántos grupos de ese tamaño se pueden hacer?

a) m.c.d. (64,80) = 16. Como mínimo habrá 64 : 16 = 4 alumnos y 80 : 16 = 5 alumnas, en total 9 en cada grupo.

b) 16 grupos

122. Tres atletas entrenan todas las semanas en la misma pista. Carmen tarda 60 segundos en dar una vuelta completa, Javier tarda 75 segundos en completar la vuelta, y Rosa emplea 85 segundos.

a) Si salen los tres a la vez, ¿cada cuánto tiempo coincidirán todos?

b) ¿Cuántas vueltas a la pista habrá dado cada uno de ellos?

a) m.c.m. (60, 75, 85) = 5100. Cada 5100 segundos

b) Carmen dará 5100 : 60 = 85 vueltas; Javier dará 5100 : 75 = 68 vueltas, y Rosa dará 5100 : 85 = 60 vueltas.

www.yoquieroaprobar.es

123. Una parcela mide 180 metros de largo por 160 metros de ancho. El agricultor decide dividirla en parcelas iguales, de forma cuadrada y del máximo tamaño posible.

a) ¿Cuánto medirán los lados de cada parcela pequeña?

b) ¿Cuántas parcelas pequeñas quedarán?

a) m.c.d. (180, 160) = 20. El lado medirá 20 metros.

b) 180 : 20 = 9 de largo, 160 : 20 = 8 de ancho. En total, 9 · 8 = 72 parcelas

124. Problema resuelto

125. Rubén ha comprado flores para regalárselas a sus amigas. Puede hacer ramos de 4 flores, de 6 y de 9, sin que le sobre ninguna. Al hacer los ramos se da cuenta de que si hubiera comprado dos flores más, podría hacer ramos de 10 sin que le sobrara ninguno.

¿Cuántas flores compró?

m.c.m. (4, 6, 9) = 36. Buscamos un múltiplo de 36 al que le falten dos unidades para ser múltiplo de 10, es decir, un múltiplo de 36 que acabe en 8.

El número es 36 · 3 = 108.

126. Los alumnos de una clase se colocan en filas. Si en cada fila hay 3 alumnos, quedan 2 sin colocar. En cambio, si en cada fila se colocan 4 alumnos, solamente sobra 1.

a) ¿Cuál es el número mínimo de alumnos de esa clase?

b) ¿Es posible encontrar más números menores que 30 que cumplan esa condición?

a) Los números menores que 30 que cumplen la primera condición son 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 y 29. Entre ellos, los que cumplen la segunda son 5, 17, 29. El menor es 5.

b) Sí, 17 y 29.

127. ¿De cuántas formas puedes escribir el número 2009 como suma de dos números primos?

A. 1 **B. 2** **C. 3** **D. De ninguna**

D. De ninguna

128. Cuando sumamos los números de tres cifras 6*a*3 y 2*b*5, el resultado es un número divisible entre 9. ¿Cuál es el mayor valor posible para *a* + *b*?

A. 20 **B. 12** **C. 11** **D. 9**

C. 11

129. El año 2002 fue el primer año del siglo XXI en el que el número del año fue capicúa. ¿En cuántos otros años del siglo XXI volverá a ocurrir esto?

A. Ninguno **B. 1** **C. 9** **D. 81**

A. Ninguno

www.yoquieroaprobar.es

130. Lorenzo tiene que dividir 24 600 entre 360. Para que la división sea más sencilla, decide quitar un 0 del dividendo y del divisor, y calcula 2460 entre 36.

Como no está seguro de haberla hecho bien, comprueba la división.

$$d \cdot c + r = 68 \cdot 36 + 12 = 2448 + 12 = 2460 = D$$

¿Es correcta la división?

No es correcta, ya que en la división inicial $D = 24600$ y $c = 360$, y $360 \cdot 68 + 12$ no es igual a 24600.

El resto correcto es 120. Al dividir dividendo y divisor entre 10, el resto queda dividido también entre 10.

131. Marta va a pagar una reparación al fontanero. La factura consta de dos partes: 60 euros de desplazamiento y otros 30 euros por hora trabajada.

Como el fontanero ha estado en total dos horas, Marta hace el siguiente cálculo: $60 + 30 \cdot 2 = 90 \cdot 2 = 180$

Marta pagará en total 180 euros.

¿Es correcto?

No, porque no ha aplicado bien la jerarquía de las operaciones. Lo correcto sería: $60 + 30 \cdot 2 = 60 + 60 = 120$.

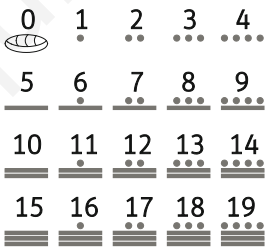
PONTE A PRUEBA

El estadio de Maracaná

Actividad resuelta

Los números mayas

Los mayas utilizaban un sistema de numeración de base 20. La unidad se representaba con un punto y cada grupo de 5 unidades con una raya. También usaban un símbolo para el cero, el "caracol".



Para representar números mayores, utilizaban varios niveles. De esta forma, el valor de cada unidad del segundo nivel estaba multiplicado por 20 y cada una del tercer nivel valía $20 \cdot 20 = 400$.

Por ejemplo, el número 427 se representaría así:



1. **Copia en tu cuaderno la primera tabla y escribe la equivalencia en números romanos. ¿Qué observas?**
2. **Escribe los números 84, 816 y 1200 usando ambos sistemas de numeración.**
3. **Escribe tu fecha de nacimiento usando la numeración maya.**

www.yoquieroaprobar.es

1. En el sistema romano no existe el 0.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19

	I	II	III	IV
V	VI	VII	VIII	VIX
X	XI	XII	XIII	XIV
XV	XVI	XVII	XVIII	XIX

2.

	84	**816**	**1200**
Números romanos	LXXXIV	DCCCXVI	MCC
Números mayas			

3. Respuesta libre

Números capicúas

Los números capicúas se leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 12321 es capicúa. La palabra capicúa viene del catalán *cap i cua*, cabeza y cola.

También se utiliza el término palíndromo, válido para números y palabras que se leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.

1. En una rifa se venden billetes del 000 al 999. ¿Cuántos son capicúas?

A. 18 **C. 27**

B. 90 **D. 99**

2. ¿Cuántos capicúas de esa rifa son números primos?

3. En España se usa más la palabra palíndromo para palabras o frases. Así, son palíndromos Ana, sanas, reconocer, etc. En psiquiatría, la fobia a los palíndromos se llama aibofobia. ¿Qué tiene de especial esa palabra? ¿Conoces más palíndromos?

1. D. 99

2. Descartando todos los que acaban por 0, 2, 4, 6, 8 (pares) o 5 (múltiplos de 5), quedan 40 números por estudiar.

Son primos 101, 131, 151, 181, 191, 313, 353, 373, 383, 727, 757, 787, 797, 919, 929. En total son 15 números.

3. Aibofobia es un palíndromo. Hay muchos en español. Por ejemplo, el clásico “Dábale arroz a la zorra el abad”.

www.yoquieroaprobar.es

AUTOEVALUACIÓN

1. Calcula el número y escríbelo con palabras.

a) 27 centenas y 42 unidades

b) 13 millares, 77 centenas y 123 unidades

c) 20 millares, 40 decenas y 2 unidades

a) 2742. Dos mil setecientos cuarenta y dos

b) 13·1000 + 77·100 + 123 = 20 823. Veinte mil ochocientos veintitrés

c) 20 402. Veinte mil cuatrocientos dos

2. Escribe en el sistema de numeración romano.

a) 1582	**b) 735**	**c) 403**	**d) 523**
a) MDLXXXII	**b)** DCCXXXV	**c)** CDIII	**d)** DXXIII

3. Copia y completa las siguientes operaciones en tu cuaderno, indicando en cada caso la propiedad que se aplica.

a) 48 + 99 = 99 + …

b) 3 · 8 · 15 = 3 · (… · …)

c) 4 · (… – 9) = 52 – 36

d) 121 – 49 = (121 + …) – (49 + …) = 122 – 50

a) 48 + 99 = 99 + 48 Propiedad conmutativa

b) 3 · 8 · 15 = 3 · (8 · 15) Propiedad asociativa

c) 4 · (13 – 9) = 52 – 36 Propiedad distributiva

d) 121 – 49 = (121 + 1) – (49 + 1) = 122 – 50 Propiedad de la resta

4. Realiza las siguientes operaciones.

a) 94 – 14 · (8 – 2 · 3)	**c) 128 : 4 · 8**
b) (94 – 14) · (8 – 2) · 3	**d) 128 : 8 · 4**

a) 94 – 14 · (8 – 2 · 3) = 94 – 14 · (8 – 6) = 94 – 14 · 2 = 94 – 28 = 66

b) (94 – 14) · (8 – 2) · 3 = 80 · 6 · 3 = 1440

c) 128 : 4 · 8 = 32 · 8 = 256

d) 128 : 8 · 4 = 16 · 4 = 64

5. Escribe todos los múltiplos de 6 comprendidos entre 200 y 250.

204, 210, 216, 222, 228, 234, 240, 246

6. Escribe todos los divisores de 60.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

www.yoquieroaprobar.es

7. Aplica los criterios de divisibilidad y completa la tabla en tu cuaderno.

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
124	•	•	•	•	•	•	•	•	•
165	•	•	•	•	•	•	•	•	•
2348	•	•	•	•	•	•	•	•	•
90 915	•	•	•	•	•	•	•	•	•

Número	Divisible por								
	2	3	4	5	9	10	11	25	100
124	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO
165	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO
2348	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	NO	NO	NO
90 915	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	NO

8. Escribe la descomposición en factores primos de los siguientes números.

a) 80 **b) 124** **c) 384** **d) 2520**

a) $80 = 2^4 \cdot 5$ **b)** $124 = 2^2 \cdot 31$ **c)** $384 = 2^7 \cdot 3$ **d)** $2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

9. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números.

a) 48 y 90 **b) 220 y 284** **c) 320, 242 y 400**

a) m.c.d.: 6, m.c.m.: 720 **b)** m.c.d.: 4, m.c.m.: 15 620 **c)** m.c.d.: 2, m.c.m: 193 600

10. El perro de Roque está enfermo. El veterinario ha prescrito un tratamiento combinando tres pastillas. La primera se toma cada 45 minutos, la segunda, cada 72 minutos, y la tercera, cada dos horas. A las doce del mediodía Roque le da las tres pastillas. ¿A qué hora volverán a coincidir las tres?

Calculamos m.c.m. (45, 72, 120) = 360. Coinciden dentro de 360 minutos, es decir, 6 horas. Coincidirán a las 6 de la tarde.

www.yoquieroaprobar.es

2 Números enteros

1. Expresa estos datos usando números enteros.

a) Luis debe 55 € a un amigo.

b) El pueblo está al nivel del mar.

c) El agua hierve a 100 °C.

d) La fosa de las Marianas tiene unos 11 000 m de profundidad.

a) –55 €

b) 0 m

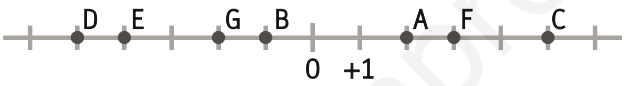
c) +100 ºC

d) –11 000 m

2. Representa 0, +4, +2, −5, −3, +3 en la recta.



3. Escribe en tu cuaderno los números representados.



A = +2, *B* = –1, *C* = +5, *D* = –5, *E* = –4, *F* = +3, *G* = –2

4. Calcula el valor absoluto de estos números.

a) +9	**b) −8**	**c) −4**	**d) −32**	**e) 0**
a) 9	**b)** 8	**c)** 4	**d)** 32	**e)** 0

5. Los números 5 y −5 son opuestos.

a) Halla sus valores absolutos.

b) ¿A qué distancia está cada uno del 0?

c) ¿A qué distancia se encuentra el 5 del −5?

a) Tienen el mismo valor absoluto, 5.

b) A cinco unidades

c) A 10 unidades

6. Actividad resuelta

7. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes expresiones usando los signos < y >.

a) 12 • 7	**c) −3 • −8**	**e) 4 • −3**
b) −12 • 7	**d) −5 • 0**	**f) 4 • 0**
a) 12 > 7	**c)** −3 > −8	**e)** 4 > −3
b) −12 < 7	**d)** −5 < 0	**f)** 4 > 0

www.yoquieroaprobar.es

8. Ordena de menor a mayor los números enteros.

6, −5, 2, 0, −3, −4, 3, 1 y −200.

–200 < –5 < –4 < –3 < 0 < 1 < 2 < 3 < 6

9. Escribe tres números enteros comprendidos entre −5 y 2.

Sin contar –5 y 2 hay seis posibles: –4, –3, –2, –1, 0 y 1.

10. Escribe tres números enteros negativos cuyo valor absoluto sea menor que 5.

Hay cuatro posibles: –4, –3, –2 y –1.

11. Halla todos los números enteros *a* que cumplen que $|a| < 4$.

Los números son –3, –2, –1, 0, 1, 2 y 3.

12. Calcula el opuesto del opuesto de −9.

El opuesto del opuesto de –9 es 9.

13. Carolina está en un ascensor con su abuela y va apuntando las plantas en las que va parando.

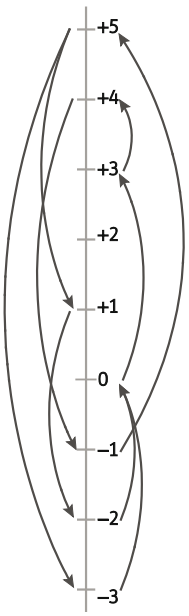
5, 1, −2, 0, 3, 4, −1, 5, −3, 0

a) ¿Cuál es la planta más alta en la que ha estado? ¿Y la más baja?

b) ¿Cuántas plantas hay de diferencia entre ambas plantas?

c) Dibuja una recta numérica vertical y traza en ella los trayectos de Carolina. ¿Cuál ha sido el más largo? ¿Y el más corto?

d) Ordena de mayor a menor los números de las plantas visitadas.



a) La planta más alta ha sido la 5, y la más baja, la –3.

b) Entre la planta 5 y la –3 hay 8 plantas de distancia.

c) El trayecto más largo ha sido de la planta 5 a la planta –3, y el más corto, de la planta 3 a la 4.

d) 5, 4, 3, 1, 0, –1, –2, –3

14. Realiza las siguientes sumas de números enteros.

a) (+5) + (+4)

b) (−6) + (−3)

c) (+12) + (−5)

d) (−8) + (+3)

e) (+15) + (+7) + (+8)

f) (−16) + (−30) + (−9)

g) (−7) + (−43) + (+65)

h) (−8) + (+3) + (+5)

a) (+5) + (+4) = +9

b) (−6) + (−3) = –9

c) (+12) + (−5) = 7

d) (−8) + (+3) = –5

e) (+15) + (+7) + (+8) = +30

f) (−16) + (−30) + (−9) = –55

g) (−7) + (−43) + (+65) = 15

h) (−8) + (+3) + (+5) = 0

15. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

16. Realiza las siguientes restas de números enteros.

a) (+15) − (+4)

b) (−6) − (−8)

c) (+12) − (+25)

d) (+12) − (−35)

e) (−12) − (+35)

f) (+48) − (+48)

a) (+15) − (+4) = 15 − 4 = 11

b) (−6) − (−8) = −6 + 8 = 2

c) (+12) − (+25) = 12 − 25 = −13

d) (+12) − (−35) = 12 + 35 = 47

e) (−12) − (+35) = −12 − 35 = −47

f) (+48) − (+48) = 48 − 48 = 0

17. Efectúa gráficamente estas sumas y restas.

a) (+5) + (+4)

b) (−6) + (−3)

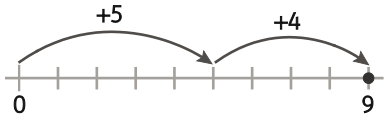
c) (+2) + (−5)

d) (−2) − (+5)

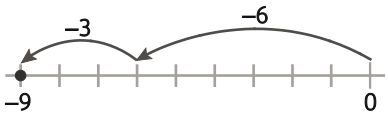
e) (−3) − (−4)

f) (+4) − (+4)

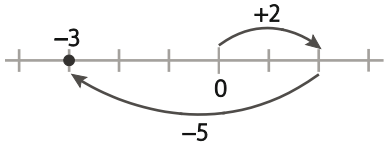
a) (+5) + (+4) = +9



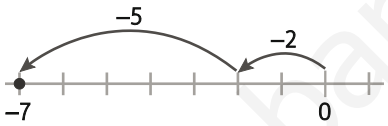
b) (−6) + (−3) = −9



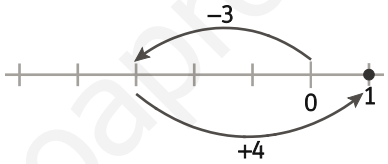
c) (+2) + (−5) = −3



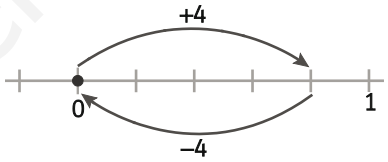
d) (−2) − (+5) = −7



e) (−3) − (−4) = 1



f) (+4) − (+4) = 0



18. Escribe las operaciones sin paréntesis y calcula.

a) (+3) − (+5) − (−9) + (−23) + (+4)

b) −(−7) − (+45) − (+8) + (−7) + (+6)

a) (+3) − (+5) − (−9) + (−23) + (+4) = 3 − 5 + 9 − 23 + 4 = −12

b) −(−7) − (+45) − (+8) + (−7) + (+6) = 7 − 45 − 8 − 7 + 6 = −47

19. Realiza las siguientes operaciones.

a) 7 − (32 − 45) − 6 + (12 − 45)

b) −(−5 + 7) − (4 − (−6)) + 12

c) (9 − 4) − (6 − 2) + (12 − 4) − (7 − 9)

d) (3 − 6) + (4 − 3) − (8 − 5) − 3

e) 20 − (30 − 37) + (18 − 25) − (−7) − (+20)

a) 7 − (32 − 45) − 6 + (12 − 45) = 7 − 32 + 45 − 6 + 12 − 45 = −19

b) −(−5 + 7) − (4 − (−6)) + 12 = −2 − (4 + 6) + 12 = −2 − 10 + 12 = 0

c) (9 − 4) − (6 − 2) + (12 − 4) − (7 − 9) = 5 − 4 + 8 − (−2) = 9 + 2 = 11

d) (3 − 6) + (4 − 3) − (8 − 5) − 3 = − 3 + 1 − 3 − 3 = − 8

e) 20 − (30 − 37) + (18 − 25) − (−7) − (+20) = 20 − (−7) + (−7) + 7 − 20 = 20 +7 − 7 + 7 − 20 = 7

www.yoquieroaprobar.es

20. Actividad resuelta

21. El pico Aneto tiene 3404 m de altitud y la Torca del Cerro, en los Picos de Europa, tiene la entrada a 2019 m de altitud y tiene 1589 m de profundidad. ¿Qué diferencia de altitud hay entre ambos puntos?

Entre el pico Aneto y el punto más profundo de la Torca del Cerro hay 3404 – 2019 + 1589 = 2974 m.

22. Realiza las siguientes multiplicaciones.

a) **(+3) · (+8)**

b) **(−2) · (+5)**

c) **(+7) · (−3)**

d) **(+3) · (+8) · (+20)**

e) **(+5) · (−20) · (+5)**

f) **(−7) · (−8) · (−5)**

a) (+3) · (+8) = 24

b) (−2) · (+5) = –10

c) (+7) · (−3) = –21

d) (+3) · (+8) · (+20) = 480

e) (+5) · (−20) · (+5) = –500

f) (−7) · (−8) · (−5) = –280

23. Indica, sin realizar cálculos, el signo que tiene el resultado de cada operación.

a) **(−3) · 345 · (−222) · (−11)**

b) **5 · (−2) · (−32) · (−222) · (−23) · 7**

a) Negativo (hay tres factores negativos)

b) Positivo (hay cuatro factores negativos)

24. Averigua el término que falta en cada una de estas igualdades.

a) **(−3) · ● = 24**

b) **5 · ● = 40**

c) **7 · ● = −35**

d) **(−2) · ● = 2**

e) **(−3) · ● · (−4) = −24**

f) **(−3) · (+8) · ● = 24**

a) –8, ya que 24 : (–3) = –8

b) 8

c) –5

d) –1

e) –2

f) –1

25. Realiza las siguientes divisiones.

a) **(+30) : (+2)**

b) **(−20) : (+5)**

c) **(+72) : (−3)**

d) **(+20) : (+5)**

e) **(−45) : (+15)**

f) **(−400) : (−25)**

a) (+30) : (+2) = 15

b) (−20) : (+5) = –4

c) (+72) : (−3) = –24

d) (+20) : (+5) = 4

e) (−45) : (+15) = –3

f) (−400) : (−25) = 16

26. Actividad resuelta

27. Indica en cada caso el número que falta en estas divisiones exactas.

a) **30 : ● = 5**

b) **● : 5 = −20**

c) **● : (−3) = −15**

d) **(−84) : ● = 7**

e) **(−45) : ● = −5**

f) **● : (−15) = 1**

a) 6

b) –100

c) 45

d) –12

e) 9

f) –15

28. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

29. Escribe cada uno de estos números como producto de dos números enteros. Busca para cada uno dos formas distintas.

a) 48 **b) −36** **c) −6** **d) 29**

a) 48 = 2 · 24 = (−3) · (−16)

b) −36 = −4 · 9 = 6 · (−6)

c) −6 = −2 · 3 = 2 · (−3)

d) 29 = 29 · 1= (−29) · (−1)

30. Escribe cada uno de estos números como cociente de dos números enteros.

a) 4 **b) −8** **c) −25** **d) 1**

a) 4 = 8 : 2 **b)** −8 = 80 : (−10) **c)** −25 = −50 : 2 **d)** 1 = −3 : (−3)

31. Realiza estas operaciones combinadas.

a) −28 : (−4) · (−5)

b) −30 · (−4) : (−5)

c) 20 · (−4) : (−5)

d) 20 : (−4) : (−5)

e) (−16) · (−2) : (−2)

f) (−16) : (−2) : (−2)

a) −28 : (−4) · (−5) = 7 · (−5) = −35

b) −30 · (−4) : (−5) = 120 : (−5) = –24

c) 20 · (−4) : (−5) = –80 : (−5) = 16

d) 20 : (−4) : (−5) = (−5) : (−5) = 1

e) (−16) · (−2) : (−2) = 32 : (−2) = −16

f) (−16) : (−2) : (−2) = 8 : (−2) = −4

32. Un buzo desciende a una velocidad de 3 m por minuto. ¿Cuánto habrá descendido después de 8 minutos? Expresa el resultado con un número entero.

Desciende 3 · 8 = 24 m. El número entero es –24.

33. Un avión vuela a 30 000 pies de altura sobre el nivel del mar. Al aproximarse a su destino, desciende a una velocidad de 1500 pies por minuto.

a) ¿A qué altura se encontrará dentro de 7 minutos?

b) Si el aeropuerto se encuentra a nivel del mar, ¿cuánto tiempo tardará el avión en tomar tierra?

a) A 30 000 – 7 · 1500 = 30 000 – 10 500 = 19 500 pies.

b) 19 500 : 1500 = 13. Tardará 13 minutos más en tomar tierra.

34. Actividad interactiva

35. Realiza las siguientes operaciones aplicando la propiedad distributiva.

a) (−5) · [−7 − (−3)]

b) 8 · [10 − (−5)]

c) (−3) · [−6 + (−4)]

d) 9 · (−1 + 2)

e) (−11) · [25 − 17 − (−12)]

f) [−(−20) + (−52) − 41] · (−3)

a) (−5) · [−7 − (−3)] = (−5) · (−7) – (−5) · (−3) = 35 – 15 = 20

b) 8 · [10 − (−5)] = 8 · 10 – 8 · (–5) = 80 + 40 = 120

c) (−3) · [−6 + (−4)] = (−3) · (−6) + (−3) · (−4) = 18 + 12 = 30

d) 9 · (−1 + 2) = 9 · (–1) + 9 · 2 = –9 + 18 = 9

e) (−11) · [25 − 17 − (−12)] = (−11) · 25 − (−11) · 17 − (−11) · (−12) = – 275 + 187 – 132 = – 220

f) [− (−20) + (−52) − 41] · (−3) = −(−20) · (−3) + (−52) · (−3) − 41· (−3) = – 60 + 156 + 123 = 219

www.yoquieroaprobar.es

36. Realiza estas operaciones de dos formas.

a) 5 · (−4) + 3 · (−4)

b) 12 · (−7) + (−7) · (−10)

c) 3 · (−9) + 3 · (−5) − 3 · (−4)

d) (−1) · 3 − (−1) · (−8) + (−1) · (+4) − (−1) · 5

a) 5 · (−4) + 3 · (−4) = –20 – 12 = –32

5 · (−4) + 3 · (−4) = [5 + 3] · (–4) = –32

b) 12 · (−7) + (−7) · (−10) = –84 + 70 = –14

12 · (−7) + (−7) · (−10) = [12 – 10] · (–7) = –14

c) 3 · (−9) + 3 · (−5) − 3 · (−4) = –27 –15 +12 = –30

3 · (−9) + 3 · (−5) − 3 · (−4) = [–9 –5 – (–4)] · 3 = –30

d) (−1) · 3 − (−1) · (−8) + (−1) · (+4) − (−1) · 5 = – 3 – 8 – 4 + 5 = –10

(−1) · 3 − (−1) · (−8) + (−1) · (+4) − (−1) · 5 = –1 · [3 − (−8) + (+4) – 5] = –10

37. Copia y completa en tu cuaderno.

a) (−3) · [● − 7] = (−3) · (20) = ●

b) 5 · [12 − ●] = ● + 15 = ●

c) ● · [−5 + ●] = 30 − 12 = ●

d) [● + ●] · (−9) = 27 + ● = −45

e) [−15 + ● − ●] · (−2) = ● + 20 − 16 = ●

a) (−3) · [27 – 7] = (−3) · (20) = –60

b) 5 · [12 – (–3)] = 60 + 15 = 75

c) (–6) · [−5 + 2] = 30 − 12 = 18

d) [(–3) + 8] · (−9) = 27 + (–72) = −45

e) [−15 + (–10) – (–8)] · (−2) = 30 + 20 − 16 = 34

38. Extrae factor común y calcula el resultado.

a) (−5) · 14 + (−5) · 6

b) 3 · (−5) − 3 · (+9)

c) (−2) · (−4) − (−3) · (−4)

d) (−6) · 5 + (−6) · 9 − (−6) · (−10)

a) (−5) · 14 + (−5) · 6 = (−5) · [14 + 6] = −5 · 20 = −100

b) 3 · (−5) − 3 · (+9) = 3 · [−5 – (+9)] = 3 · (−14) = −42

c) (−2) · (−4) − (−3) · (−4) = [−2 – (−3)] · (−4) = 1 · (−4) = −4

d) (−6) · 5 + (−6) · 9 − (−6) · (−10) = (−6) · [5 + 9 – (−10)] = −6 · 24 = –144

39. Actividad resuelta

40. Extrae factor común y calcula el resultado.

a) (−5) · 15 + 10 · (−11)

b) (−3) · (−5) − 6 · (+7)

c) (−5) · (−8) − (−3) · (−4)

d) 6 · 5 + (−12) · 9 − (−6) · (−17)

a) (−5) · 15 + 10 · (−11) = 5 · [(−5) · 3 + 2 · (−11)] = 5 · [−15 – 22] = 5 · (−37) = –185

b) (−3) · (−5) − 6 · (+7) = (−3) · [−5 + 2 · 7] = (−3) · 9 = −27

c) (−5) · (−8) − (−3) · (−4) = [(−5) · 2 − (−3)] · (−4) = (−7) · (−4) = 28

d) 6 · 5 + (−12) · 9 − (−6) · (−17) = 6 · [5 + (−2) · 9 + (−17)] = 6 · (−30) = −180

41. Escribe un producto de un número por una suma de tres sumandos, de forma que el resultado de la operación sea −40.

Respuesta modelo: –5 · [1 + 3 + 4]

www.yoquieroaprobar.es

42. Actividad resuelta

43. La multiplicación de un número entero por la suma de varios es −24. Halla los valores que puede tomar el número y los correspondientes de la suma.

El número debe ser divisor de 24.

Número	1	2	3	4	6	8	12	24	–1	–2	–3	–4	–6	–8	–12	–24
Suma	–24	–12	–8	–6	–4	–3	–2	–1	24	12	8	6	4	3	2	1

44. Encuentra todos los divisores enteros de los números.

a) 48 **c) 36** **e) 27** **g) 45**

b) 20 **d) 56** **f) 180** **h) 72**

a) 1, −1, 2, −2, 3, −3, 4, −4, 6, −6, 8, −8, 12, −12, 16, −16, 24, −24, 48, −48

b) 1, −1, 2, −2, 4, −4, 5, −5, 10, −10, 20, −20

c) 1, −1, 2, −2, 3, −3, 4, −4, 6, −6, 9, −9, 12, −12, 18, −18, 36, −36

d) 1, −1, 2, −2, 4, −4, 7, −7, 8, −8, 14, −14, 28, −28, 56, −56

e) 1, −1, 3, −3, 9, −9, 27, −27

f) 1, −1, 2, −2, 3, −3, 4, −4, 5, –5, 6, −6, 9, −9, 10, −10, 12, −12, 15, −15, 18, −18, 20, −20, 30, −30, 36, −36, 45, −45, 60, −60, 90, −90, 180, −180

g) 1, −1, 3, −3, 5, −5, 9, −9, 15, −15, 45, −45

h) 1, −1, 2, −2, 3, –3, 4, −4, 6, −6, 8, −8, 9, −9, 12, −12, 18, −18, 24, −24, 36, −36, 72, −72

45. Observa las siguientes sumas y restas. Conviértelas en productos extrayendo el mayor factor común posible.

a) 48 − 36 + (−20) − 56

b) 27 − 36 + 90 − (−45)

c) 72 − (−48) − 180 − (−18)

a) 48 − 36 + (−20) – 56 = 4 · [12 – 9 + (–5) – 14] = 4 · (−16) = −64

b) 27 − 36 + 90 − (−45) = 9 · [3 – 4 + 10 – (–5)] = 9 · 14 = 126

c) 72 − (−48) − 180 − (−18) = 6 · [12 – (–8) – 30 – (–3)] = 6 · (−7) = –42

46. Busca en cada caso tres factores comunes distintos y realiza cada operación extrayendo el mayor factor común posible.

a) 40 · 15 − (−20) · 7 + (−32) · (−13)

b) (−6) · (−7) − (−12) · (−1) + (−18) · 35

c) −64 + 48 − (−120) − 40 + (−20)

a) 40 · 15 − (−20) · 7 + (−32) · (−13) = 2 · [20 · 15 – (–10) · 7 + (−16) · (−13)] = –2 · [−20 · 15 + (–10) · 7+ 16 · (−13)] = = 4 · [10 · 15 – (–5) · 7 + (–8) · (–13)] = 4 · 289 = 1156

b) (−6) · (−7) − (−12) · (−1) + (−18) · 35 = 2 · [(−3) · (−7) − (−6) · (−1) + (−9) · 35] = – 2 · [3 · (−7) – 6 · (−1) + 9 · 35] = = 6 · [(−1) · (−7) − (−2) · (−1) + (−3) · 35] = –600

c) −64 + 48 − (−120) − 40 + (−20) = 2 · [−32 + 24 − (−60) − 20 + (−10)] = –2 · [32 – 24 − 60 + 20 – 10] = = 4 · [−16 + 12 − (−30) − 10 + (−5)] = 44

www.yoquieroaprobar.es

47. David ha comprado esta mañana 7 paquetes de cromos, pero de vuelta a casa ha perdido 2. Por la tarde, su madre le ha regalado 12 paquetes más y, por la noche, su tío ha llegado con 6 paquetes más para que David y su hermana se los repartan.

Si hay 6 cromos en cada paquete, ¿cuántos cromos tiene David al final de la jornada? Calcúlalo de dos formas distintas.

Primera forma: Calculando primero el número de paquetes que se lleva David y averiguando a partir de ahí el número de cromos.

$(7 - 2 + 12 + 6 : 2) \cdot 6 = 20 \cdot 6 = 120$ cromos

Segunda forma: calculando cuántos cromos gana o pierde cada vez y sumando los resultados.

$7 \cdot 6 - 2 \cdot 6 + 12 \cdot 6 + 6 \cdot 6 : 2 = 42 - 12 + 72 + 18 = 120$ cromos

48. Realiza las siguientes operaciones.

a) $(-2) + (-3) \cdot (-4)$

b) $5 - 2 \cdot (-8)$

c) $-(-4) - (-16) : 2$

d) $25 - 20 : (-5)$

e) $-(-30) + 20 \cdot (-4)$

f) $(-6) \cdot 3 - 3$

g) $48 : (-4) - (-8)$

h) $(-4) - (-8) \cdot 3$

a) $(-2) + (-3) \cdot (-4) = -2 + 12 = 10$

b) $5 - 2 \cdot (-8) = 5 + 16 = 21$

c) $-(-4) - (-16) : 2 = 4 + 8 = 12$

d) $25 - 20 : (-5) = 25 + 4 = 29$

e) $-(-30) + 20 \cdot (-4) = 30 - 80 = -50$

f) $(-6) \cdot 3 - 3 = -18 - 3 = -21$

g) $48 : (-4) - (-8) = -12 + 8 = -4$

h) $(-4) - (-8) \cdot 3 = -4 + 24 = 20$

49. Resuelve las operaciones siguientes.

a) $2 - (-3) \cdot 5 + 4 \cdot (-7)$

b) $-4 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-2) - 12 : (-3)$

c) $(-1) \cdot (-12) - 12 \cdot (-3) + 20$

d) $32 - (-27) \cdot 3 + (-48) : 6$

e) $45 : (-5) - 6 \cdot (-4) - (-5) \cdot (-3)$

a) $2 - (-3) \cdot 5 + 4 \cdot (-7) = 2 + 15 - 28 = -11$

b) $-4 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-2) - 12 : (-3) = 12 + 6 + 4 = 22$

c) $(-1) \cdot (-12) - 12 \cdot (-3) + 20 = 12 + 36 + 20 = 68$

d) $32 - (-27) \cdot 3 + (-48) : 6 = 32 + 81 - 8 = 105$

e) $45 : (-5) - 6 \cdot (-4) - (-5) \cdot (-3) = -9 + 24 - 15 = 0$

50. Comprueba los resultados y corrige en tu cuaderno los que tengan errores.

a) $[(-2) + (-3)] \cdot (-4) = +20$

b) $12 - 5 \cdot [30 - 28 : 2] = -78$

c) $[3 - (4 - 3 \cdot (-5))] - 12 : (-3) = -12$

d) $(10 - 3) \cdot [28 + (-20) \cdot 4] = -264$

e) $[(-2) - (-5)] \cdot (-3) - (-3) = +6$

f) $[(-2) - (-5) \cdot (-3)] - (-3) = -14$

a) $[(-2) + (-3)] \cdot (-4) = (-5) \cdot (-4) = 20$. Correcto

b) $12 - 5 \cdot [30 - 28 : 2] = 12 - 5 \cdot (30 - 14) = 12 - 5 \cdot 16 = 12 - 80 = -68$. Incorrecto

c) $[3 - (4 - 3 \cdot (-5))] - 12 : (-3) = [3 - (4 + 15)] + 4 = 3 - 19 + 4 = -12$. Correcto

d) $(10 - 3) \cdot [28 + (-20) \cdot 4] = 7 \cdot (28 - 80) = 7 \cdot (-52) = -364$. Incorrecto

e) $[(-2) - (-5)] \cdot (-3) - (-3) = 3 \cdot (-3) + 3 = -6$. Incorrecto

f) $[(-2) - (-5) \cdot (-3)] - (-3) = -14$. Correcto

www.yoquieroaprobar.es

51. Realiza las siguientes operaciones.

a) $-3 - (-2) \cdot 4 + 20 : (-4) + (-1) \cdot [28 + 3 \cdot (-6)]$

b) $[-3 - (-2)] \cdot [4 + 20] : (-4) + (-1) \cdot 28 + 3 \cdot (-6)$

c) $24 : (-4) : 2 - (-5) \cdot (-10) : 2 - [6 - (-4) \cdot (-9)]$

d) $(-7 - 3 \cdot 2) - [26 - (-3) \cdot (-12)] - (-1) \cdot (-8)$

e) $[(-49) : 7 - (-6)] - [50 - (-6) \cdot (-8)] - [-3 - (-7)]$

f) $33 : (-3) \cdot 2 + (-7) \cdot (-8) : 2 - [13 - (-9) \cdot (-5)]$

a) $-3 - (-2) \cdot 4 + 20 : (-4) + (-1) \cdot [28 + 3 \cdot (-6)] = -3 + 8 - 5 - 10 = -10$

b) $[-3 - (-2)] \cdot [4 + 20] : (-4) + (-1) \cdot 28 + 3 \cdot (-6) = -1 \cdot 24 : (-4) - 28 - 18 = 6 - 46 = -40$

c) $24 : (-4) : 2 - (-5) \cdot (-10) : 2 - [6 - (-4) \cdot (-9)] = -6 : 2 - 50 : 2 - (6 - 36) = -3 - 25 + 30 = 2$

d) $(-7 - 3 \cdot 2) - [26 - (-3) \cdot (-12)] - (-1) \cdot (-8) = (-7 - 6) - [26 - 36] - 8 = -13 + 10 - 8 = -11$

e) $[(-49) : 7 - (-6)] - [50 - (-6) \cdot (-8)] - [-3 - (-7)] = (-7 + 6) - (50 - 48) - (-3 + 7) = -1 - 2 - 4 = -7$

f) $33 : (-3) \cdot 2 + (-7) \cdot (-8) : 2 - [13 - (-9) \cdot (-5)] = -11 \cdot 2 + 56 : 2 - (13 - 45) = -22 + 28 + 32 = 38$

52. En estas operaciones falta uno de los números. Copia cada una en tu cuaderno y complétala.

a) $(-4) \cdot 6 + \bullet \cdot 3 = -9$

b) $[5 - (-3) \cdot (-7)] + \bullet = 0$

c) $[-8 - 3 \cdot (+6)] - [(-5) - \bullet] = -20$

d) $(-28) : \bullet + (-42) : (-6) = 3$

e) $8 - 4 \cdot (-7) = 16 - \bullet \cdot 2$

f) $(-2) \cdot [(-7) + (-3) \cdot \bullet] = 50$

g) $13 + 24 \cdot (-3) = - 25 \cdot \bullet - 9$

h) $[7 - 5 \cdot (-3)] - [8 - \bullet] = 9$

a) $(-4) \cdot 6 + 5 \cdot 3 = -9$

b) $[5 - (-3) \cdot (-7)] + 16 = 0$

c) $[-8 - 3 \cdot (+6)] - [(-5) - 1] = -20$

d) $(-28) : 7 + (-42) : (-6) = 3$

e) $8 - 4 \cdot (-7) = 16 - (-10) \cdot 2$

f) $(-2) \cdot [(-7) + (-3) \cdot 6] = 50$

g) $13 + 24 \cdot (-3) = - 25 \cdot 2 - 9$

h) $[7 - 5 \cdot (-3)] - [8 - (-5)] = 9$

53. Los dos miembros de estas igualdades se diferencian únicamente en los paréntesis. Comprueba si es cierta cada una de ellas.

a) $-[5 - (-3) \cdot 2] = -5 - (-3) \cdot 2$

b) $48 : (-6) : (-2) = 48 : [(-6) : (-2)]$

c) $48 : (-6) : (-2) = [48 : (-6)] : (-2)$

d) $[-26 + 15 \cdot (-2)] - (-7) = -26 + 15 \cdot (-2) - (-7)$

e) $-[-26 + 15 \cdot (-2)] - (-7) = -26 + 15 \cdot (-2) - (-7)$

a) $-[5 - (-3) \cdot 2] = -5 - (-3) \cdot 2$ Falsa. La operación de la izquierda da –11 y la de la derecha da 1.

b) $48 : (-6) : (-2) = 48 : [(-6) : (-2)]$ Falsa. La operación de la izquierda da 4 y la de la derecha da 16.

c) $48 : (-6) : (-2) = [48 : (-6)] : (-2)$ Cierta.

d) $[-26 + 15 \cdot (-2)] - (-7) = -26 + 15 \cdot (-2) - (-7)$ Cierta (el corchete es innecesario).

e) $-[-26 + 15 \cdot (-2)] - (-7) = -26 + 15 \cdot (-2) - (-7)$ Falsa. La operación de la izquierda da 63 y la de la derecha da -49.

www.yoquieroaprobar.es

54. Coloca los paréntesis necesarios para que estas igualdades sean ciertas.

a) (−8) · (−5) + (−4) = 72

b) 4 − 9 · (6 − 7) = 5

a) (−8) · [(−5) + (−4)] = 72

b) (4 – 9) · (6 − 7) = 5

c) 4 − 9 · 6 − 7 = −57

d) 5 − 8 − (−3) + 4 = −4

c) [4 − 9 · 6] − 7 = −57

d) 5 − 8 – [(−3) + 4] = −4

55. Alfonso tenía 100 sellos en su colección, pero ha estado cambiando sellos con cuatro amigos. Le dio 15 sellos a cada amigo y a cambio recibió 20 de cada uno. Hoy su abuelo le ha dado 50 sellos más, de los que 10 son para su hermana. Escribe las operaciones combinadas necesarias para hallar los sellos que tiene ahora y calcúlalos.

100 – 15 · 4 + 20 · 4 + 50 – 10 = 160 sellos

56. Escribe en tu cuaderno las operaciones combinadas para obtener cada resultado, según las condiciones.

Condiciones	Resultado	Operaciones
Utiliza las 4 operaciones aritméticas.	**−5**	• • •
Hay al menos dos paréntesis y tres operaciones distintas.	**−6**	• • •
Hay una división y un paréntesis dentro de un corchete.	**0**	• • •
Solo hay enteros negativos y, como mínimo, cuatro operaciones y dos corchetes.	**36**	• • •

Respuesta modelo:

Condiciones	Resultado	Operaciones
Utiliza las 4 operaciones aritméticas.	−5	2 – 3 · 2 + 4 : (–4)
Hay al menos dos paréntesis y tres operaciones distintas.	−6	(2 – 5) · (1 + 1)
Hay una división y un paréntesis dentro de un corchete.	0	5 – [20 : (8 – 4)]
Solo hay enteros negativos y, como mínimo, cuatro operaciones y dos corchetes.	36	[–1 – (–1) · (–3)] · [–1 + (–20) : (–2)] · (–1)

57. Actividad interactiva

58. Asocia un número entero a cada situación.

a) Debo 20 € a Carlos.

b) La temperatura en invierno bajó hasta los 10 grados bajo cero.

c) He subido a la quinta planta a ver a Paloma.

d) Veraneamos en un pueblo al nivel del mar.

a) –20 **b)** –10 **c)** +5 **d)** 0

www.yoquieroaprobar.es

59. Describe estas situaciones utilizando números enteros.



a) La señora ha sacado 100 euros: – 100 €

b) La atleta supera un listón colocado a 2 m: +2 m

c) El espeleólogo desciende 20 metros: –20 m

d) La temperatura es de 1 grado bajo cero: – 1 ºC

60. Explica el significado del signo menos en estas situaciones.

a) La temperatura en Teruel fue de −8 °C.

b) El saldo de mi tarjeta es −43 €.

c) El coche está aparcado en la planta −3.

a) La temperatura es inferior a 0 ºC.

b) Debo 43 euros.

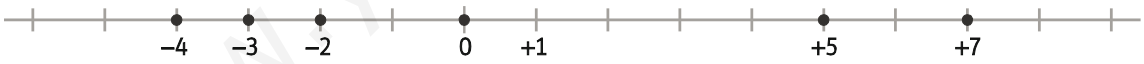
c) El coche está en un sótano, por debajo de la planta principal.

61. Actividad resuelta

62. Representa en la misma recta los siguientes números y calcula su valor absoluto.

a) −4 **c) 0** **e) −3**

b) +7 **d) +5** **f) −2**



Sus valores absolutos son:

a) |−4| = 4 **c)** |0| = 0 **e)** |−3| = 3

b) |+7| = 7 **d)** |+5| = 5 **f)** |−2| = 2

63. Escribe los números enteros que tienen por valor absoluto los siguientes números.

a) 5 **c) 0** **e) 10 000**

b) 3 **d) 128** **f) −1**

a) 5 y −5

b) 3 y −3

c) 0

d) 128 y −128

e) 10 000 y −10 000

f) No hay ningún número entero cuyo valor absoluto sea negativo.

www.yoquieroaprobar.es

64. Representa en la recta estos números y sus opuestos.

a) 3 **c)** −6 **e)** 1

b) −2 **d)** 4 **f)** 0



El 0 coincide con su opuesto.

65. ¿Cuál es el número que es igual a su opuesto?

El cero

66. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes expresiones usando los signos < y >.

a) 2 • 8 **c)** 2 • −8 **e)** 14 • −25

b) −2 • 8 **d)** −2 • −8 **f)** −12 • 0

a) 2 < 8 **c)** 2 > −8 **e)** 14 > −25

b) −2 < 8 **d)** −2 > −8 **f)** −12 < 0

67. Ordena estos enteros de menor a mayor.

−3, 5, 6, −2, 2, 0, 3, −4, 1

–4 < –3 < –2 < 0 < 1 < 2 < 3 < 5 < 6

68. Escribe tres números enteros comprendidos entre −5 y su opuesto.

Hay nueve: –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4.

69. Representa los siguientes pares de números y halla la distancia entre ellos.

a) 8 y 5

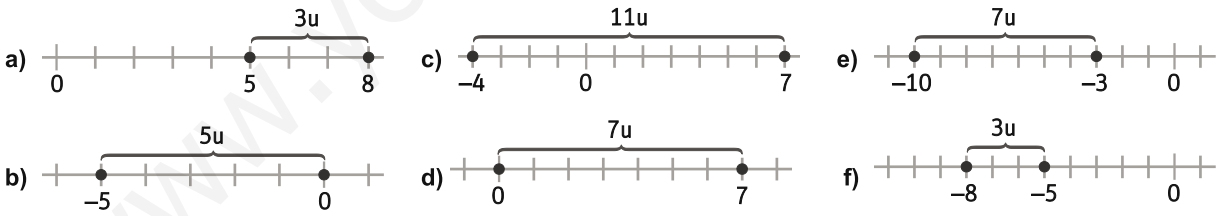
b) −5 y 0

c) −4 y 7

d) 0 y 7

e) −3 y −10

f) −8 y −5



70. Actividad resuelta

71. Escribe todos los números enteros que cumplen cada una de estas condiciones.

a) $-3 < a < 0$

b) $0 < a < 4$

c) $-3 < a < 4$

d) $-5 < a < -1$

e) $-11 < a < -4$

f) $-5 < a < 0$

a) −2, −1

b) 1, 2, 3

c) −2, −1, 0, 1, 2, 3

d) −4, −3, −2

e) −10, −9, −8, −7, −6, −5

f) −4, −3, −2, −1

www.yoquieroaprobar.es

72. Halla los números enteros *a* que cumplen que $|a| < 6$.

a) Da tres ejemplos de números enteros que cumplen que $|a| > 6$.

b) ¿Cuántos números enteros *a* cumplen que $|a| < 0$?

Los números enteros que cumplen que $|a| < 6$ son 5, 4, 3, 2, 1, 0, –1, –2, –3, –4, –5.

a) Por ejemplo, 7, 8 y –9

b) Ninguno. El valor absoluto de un número no puede ser negativo.

73. Realiza las siguientes sumas.

a) (+8) + (+22)

b) (−16) + (−5)

c) (+11) + (+11)

d) (−16) + (−23)

e) (+15) + (−15)

f) (−12) + (+12)

g) (−9) + (+14)

h) (−8) + (+4)

a) (+8) + (+22) = 30

b) (−16) + (−5) = –21

c) (+11) + (+11) = 22

d) (−16) + (−23) = –39

e) (+15) + (−15) = 0

f) (−12) + (+12) = 0

g) (−9) + (+14) = 5

h) (−8) + (+4) = –4

74. Resuelve las siguientes restas, escribiéndolas previamente como sumas de números enteros.

a) (+8) − (+22)

b) (−16) − (−5)

c) (+11) − (+11)

d) (−16) − (−23)

e) (+15) − (−15)

f) (−12) − (+12)

g) (−9) − (+14)

h) (−8) − (+4)

a) (+8) − (+22) = (+8) + (–22) = –14

b) (−16) − (−5) = (–16) + (+5) = –11

c) (+11) − (+11) = (+11) + (–11) = 0

d) (−16) − (−23) = (–16) + (+23) = 7

e) (+15) − (−15) = (+15) + (+15) = 30

f) (−12) − (+12) = (–12) + (–12) = –24

g) (−9) − (+14) = (–9) + (–14) = –23

h) (−8) − (+4) = (–8) + (–4) = –12

75. Realiza las operaciones, eliminando previamente los paréntesis.

a) (−12) + (−5) − (−7) + (−10)

b) (+5) − (−8) − (+16) + (−3)

c) (−25) + (−49) − (−88) + (−36)

d) (−3) − (−7) + (−9) − (−8) − (+25) − (−34)

a) (−12) + (−5) − (−7) + (−10) = − 12 – 5 + 7 – 10 = −20

b) (+5) − (−8) − (+16) + (−3) = 5 + 8 – 16 – 3 = −6

c) (−25) + (−49) − (−88) + (−36) = − 25 – 49 + 88 – 36 = −22

d) (−3) − (−7) + (−9) − (−8) − (+25) − (−34) = − 3 + 7 – 9 + 8 – 25 + 34 = 12

76. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

77. Realiza las operaciones gráficamente.

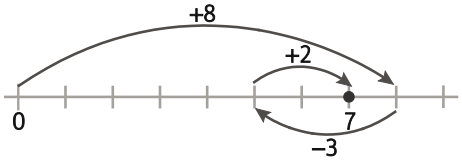
a) (+8) + (−3) − (−2)

b) (−3) − (−9) + (−4)

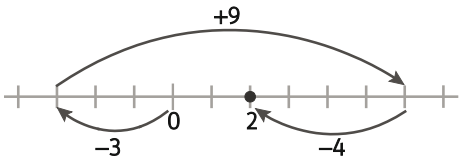
c) (−2) − (−5) − (+3)

d) (−3) − (−7) + (−6) − (−5)

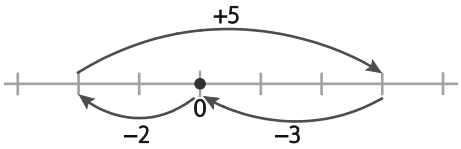
a) (+8) + (–3) + (+2) = +7



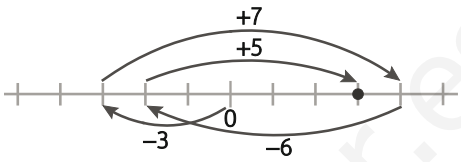
b) (−3) + (+9) + (−4) = +2



c) (−2) + (+5) + (–3) = 0



d) (−3) + (+7) + (−6) + (+5) = +3



78. Opera eliminando los paréntesis y corchetes.

a) [(−8) + (−5)] − [(−3) − (+5)]

b) (+7) − [(−12) + (−24) − (−16)]

c) (−26) − [(−45) + (+82)] + [(−6) − (−54)]

d) [(+54) − [(−12) − (+6)] − (−9)] − (+63)

e) [(−16) − [(+6) − (−4) + (−9)] + 12]

a) [(−8) + (−5)] − [(−3) − (+5)] = – 8 – 5 + 3 + 5 = –5

b) (+7) − [(−12) + (−24) − (−16)] = 7 + 12 + 24 – 16 = 27

c) (−26) − [(−45) + (+82)] + [(−6) − (−54)] = – 26 + 45 – 82 – 6 + 54 = –15

d) [(+54) − [(−12) − (+6)] − (−9)] − (+63) = 54 + 12 + 6 + 9 – 63 = 18

e) [(−16) − [(+6) − (−4) + (−9)] + 12] = – 16 – 6 – 4 + 9 + 12 = –5

79. Resuelve las operaciones del ejercicio anterior, efectuando primero las operaciones de los corchetes.

a) [(−8) + (−5)] − [(−3) − (+5)] = – 13 – (–8) = –5

b) (+7) − [(−12) + (−24) − (−16)] = 7 – (–20) = 27

c) (−26) − [(−45) + (+82)] + [(−6) − (−54)] = – 26 – 37 + 48 = –15

d) [(+54) − [(−12) − (+6)] − (−9)] − (+63) = [54 – (–18) + 9] – 63 = 81 – 63 = 18

e) [(−16) − [(+6) − (−4) + (−9)] + 12] = – 16 – 1 + 12 = –5

80. Calcula el resultado de estas operaciones.

a) 20 · (+5)

b) (−45) · 32

c) 28 · (−15)

d) (−40) · (−122)

e) 5 · (−4) · (−9) · (−1)

f) 6 · (−1) · (−2) · 50 · (−1)

g) (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1)

a) 20 · (+5) = 100

b) (−45) · 32 = –1440

c) 28 · (−15) = –420

d) (−40) · (−122) = 4880

e) 5 · (−4) · (−9) · (−1) = –180

f) 6 · (−1) · (−2) · 50 · (−1) = –600

g) (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1) · (−1) = 1

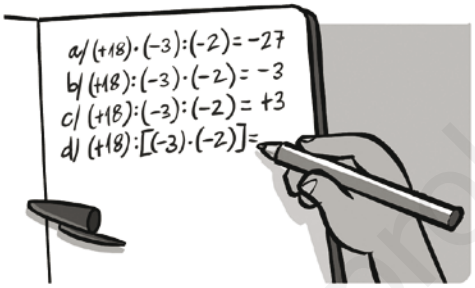
www.yoquieroaprobar.es

81. Realiza las siguientes operaciones.

a) (−24) : 3
b) (−100) : (−10)
c) 48 : (−4)
d) (−154) : 7
e) 22 : 2
f) 45 : (−9)
g) (−1200) : (−16)
h) (−347) : 347

a) (−24) : 3 = –8
b) (−100) : (−10) = 10
c) 48 : (−4) = –12
d) (−154) : 7 = –22
e) 22 : 2 = 11
f) 45 : (−9) = –5
g) (−1200) : (−16) = 75
h) (−347) : 347 = –1

82. Completa y corrige en tu cuaderno los deberes que está haciendo Luís.



a) (+18) · (–3) : (–2) = – 54 : (–2) = +27
b) (+18) : (–3) · (–2) = –6 · (–2) = +12
c) (+18) : (–3) : (–2) = –6 : (–2) = +3
d) (+18) : [(–3) · (–2)] = 18 : 6 = +3

83. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes multiplicaciones.

a) (−10) · 5 = ●
b) 10 · ● = −70
c) (−7) · ● = 56
d) 2 · ● = 16
e) (−20) · ● = 0
f) (−17) · (−23) = ●
g) (−11) · ● = 121
h) 13 · ● = −1300

a) (−10) · 5 = –50
b) 10 · (–7) = −70
c) (−7) · (–8) = 56
d) 2 · 8 = 16
e) (−20) · 0 = 0
f) (−17) · (−23) = 391
g) (−11) · (–11) = 121
h) 13 · (–100) = −1300

84. Copia en tu cuaderno y completa.

a) (−10) : 5 = ●
b) 60 : ● = −5
c) (−56) : ● = 7
d) 28 : ● = −1
e) ● : (−6) = 0
f) (−100) : ● = −4
g) (−132) : ● = 12
h) 130 : ● = −130

a) (−10) : 5 = –2
b) 60 : (–12) = −5
c) (−56) : (–8) = 7
d) 28 : (–28) = −1
e) 0 : (−6) = 0
f) (−100) : 25 = −4
g) (−132) : (–11) = 12
h) 130 : (–1) = −130

www.yoquieroaprobar.es

85. Escribe en tu cuaderno el número 8 como producto de tres factores enteros de cuatro formas distintas.

a) ¿Pueden ser todos los factores negativos?

b) ¿Cuántos factores positivos hay en cada una de esas descomposiciones? ¿Es siempre un número par o impar? ¿Por qué?

Hay varias formas. Por ejemplo, $8 = 8 \cdot 1 \cdot 1 = 4 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot (-2) \cdot (-2) = 2 \cdot 2 \cdot 2$

a) No, ya que el producto de tres números negativos es negativo.

b) Es siempre un número impar. Como el resultado es positivo, el número de factores negativos debe ser par (0 o 2).

86. Realiza las siguientes operaciones de dos formas distintas.

a) $(-3) \cdot [(-5) - (-4)]$

b) $10 \cdot [3 - (-4)]$

c) $10 \cdot [3 - (-4) + (-2)]$

d) $(-5) \cdot [(-4) - 9 + 13]$

a) $(-3) \cdot [(-5) - (-4)] = (-3) \cdot (-5) - (-3) \cdot (-4) = 15 - 12 = 3$
$(-3) \cdot [(-5) - (-4)] = (-3) \cdot (-1) = 3$

b) $10 \cdot [3 - (-4)] = 10 \cdot 3 - 10 \cdot (-4) = 30 + 40 = 70$
$10 \cdot [3 - (-4)] = 10 \cdot 7 = 70$

c) $10 \cdot [3 - (-4) + (-2)] = 10 \cdot 3 - 10 \cdot (-4) + 10 \cdot (-2) = 30 + 40 - 20 = 50$
$10 \cdot [3 - (-4) + (-2)] = 10 \cdot 5 = 50$

d) $(-5) \cdot [(-4) - 9 + 13] = (-5) \cdot (-4) - (-5) \cdot 9 + (-5) \cdot 13 = 20 + 45 - 65 = 0$
$(-5) \cdot [(-4) - 9 + 13] = (-5) \cdot 0 = 0$

87. Extrae factor común y calcula el resultado.

a) $60 \cdot (-3) - (-7) \cdot (-3)$

b) $4 \cdot (-8) - 4 \cdot 9$

c) $(-25) \cdot (-16) - (-15) \cdot (-16)$

d) $(-1) \cdot 7 - (-1) \cdot (-5)$

a) $60 \cdot (-3) - (-7) \cdot (-3) = [60 - (-7)] \cdot (-3) = 67 \cdot (-3) = -201$

b) $4 \cdot (-8) - 4 \cdot 9 = 4 \cdot [-8 - 9] = 4 \cdot (-17) = -68$

c) $(-25) \cdot (-16) - (-15) \cdot (-16) = [-25 - (-15)] \cdot (-16) = (-10) \cdot (-16) = 160$

d) $(-1) \cdot 7 - (-1) \cdot (-5) = (-1) \cdot [7 - (-5)] = (-1) \cdot 12 = -12$

88. Copia en tu cuaderno y completa.

a) $10 \cdot [\bullet - 5] = 10 \cdot (-20) = \bullet$

b) $6 \cdot [30 - \bullet] = \bullet + 54 = \bullet$

c) $\bullet \cdot [-15 + \bullet] = 30 - 2 = \bullet$

d) $[\bullet + \bullet] \cdot (-9) = 27 + (-63) = \bullet$

a) $10 \cdot [-15 - 5] = 10 \cdot (-20) = -200$

b) $6 \cdot [30 - (-9)] = 180 + 54 = 234$

c) $(-2) \cdot [-15 + 1] = 30 - 2 = 28$

d) $[-3 + 7] \cdot (-9) = 27 + (-63) = -36$

89. Actividad resuelta

90. Extrae factor común y calcula cada una de las siguientes operaciones.

a) $(-1) \cdot (-32) + (-16) \cdot 5$

b) $14 \cdot 4 - 7 \cdot 16$

c) $36 \cdot 5 - 18 \cdot 7 + 45$

d) $15 \cdot (-6) - (-25) \cdot (-13)$

e) $22 \cdot (-5) + (-121) \cdot 2 - 99$

a) $(-1) \cdot (-32) + (-16) \cdot 5 = (-16) \cdot [(-1) \cdot 2 + 5] = (-16) \cdot 3 = -48$

b) $14 \cdot 4 - 7 \cdot 16 = 7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot [1 - 2] = 56 \cdot (-1) = -56$

c) $36 \cdot 5 - 18 \cdot 7 + 45 = 9 \cdot [4 \cdot 5 - 2 \cdot 7 + 5] = 9 \cdot 11 = 99$

d) $15 \cdot (-6) - (-25) \cdot (-13) = 5 \cdot [3 \cdot (-6) - (-5) \cdot (-13)] = 5 \cdot (-83) = -415$

e) $22 \cdot (-5) + (-121) \cdot 2 - 99 = 11 \cdot [2 \cdot (-5) + (-11) \cdot 2 - 9] = 11 \cdot (-41) = -451$

www.yoquieroaprobar.es

91. Extrae todos los factores comunes y halla el resultado. Compara tus resultados con un compañero.

a) $+20 \cdot (-21) - (-16) \cdot (-49)$ **c)** $15 \cdot 6 - 10 \cdot 9$

b) $-100 \cdot 11 + (-75) \cdot 33$ **d)** $200 \cdot 7 - 300 \cdot (-14) + (-400) \cdot (-21)$

a) $+20 \cdot (-21) - (-16) \cdot (-49) = 4 \cdot 7 \cdot [5 \cdot (-3) - (-4) \cdot (-7)] = 28 \cdot (-43) = -1204$

b) $-100 \cdot 11 + (-75) \cdot 33 = 25 \cdot 11 \cdot [-4 + (-3) \cdot 3] = 265 \cdot (-13) = -3445$

c) $15 \cdot 6 - 10 \cdot 9 = 5 \cdot 3 \cdot [3 \cdot 2 - 2 \cdot 3] = 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot [1 - 1] = 90 \cdot 0 = 0$

d) $200 \cdot 7 - 300 \cdot (-14) + (-400) \cdot (-21) = 100 \cdot 7 \cdot [2 - 3 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-3)] = 700 \cdot 2 \cdot [1 - 3 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-3)] =$
$= 1400 \cdot 10 = 14000$

92. Actividad resuelta

93. Realiza las siguientes operaciones.

a) $(-3) \cdot 7 - 3 \cdot (-2)$ **c)** $(7 - (-2)) \cdot [6 + (-2) \cdot (-8 + 7)]$

b) $8 + 2 \cdot [-(-5) - 3 \cdot (-2)]$ **d)** $15 : (-3) \cdot [6 - (-2) \cdot (-1)]$

a) $(-3) \cdot 7 - 3 \cdot (-2) = -21 + 6 = -15$

b) $8 + 2 \cdot [-(-5) - 3 \cdot (-2)] = 8 + 2 \cdot [5 + 6] = 8 + 2 \cdot 11 = 8 + 22 = 30$

c) $(7 - (-2)) \cdot [6 + (-2) \cdot (-8 + 7)] = (7+2) \cdot [6 + (-2) \cdot (-1)] = 9 \cdot (6 + 2) = 9 \cdot 8 = 72$

d) $15 : (-3) \cdot [6 - (-2) \cdot (-1)] = -5 \cdot [6 - 2] = -5 \cdot 4 = -20$

94. Indica si estas igualdades son correctas.

a) $-5 + 5 \cdot 6 = (-5 + 5) \cdot 6$ **c)** $-18 : (-3) \cdot 2 = [(-18) : (-3)] \cdot 2$

b) $15 - [(-6) + 9] = 15 + 6 + 9$ **d)** $-[(-5) + (-3)] + (-4) = 5 + 3 + 4$

a) $-5 + 5 \cdot 6 = (-5 + 5) \cdot 6$ Falsa. $-5 + 5 \cdot 6 = 25$ y $(-5 + 5) \cdot 6 = 0$

b) $15 - [(-6) + 9] = 15 + 6 + 9$ Falsa. $15 - [(-6) + 9] = 12$ y $15 + 6 + 9 = 30$

c) $-18 : (-3) \cdot 2 = [(-18) : (-3)] \cdot 2$ Cierta.

d) $-[(-5) + (-3)] + (-4) = 5 + 3 + 4$ Falsa. $-[(-5) + (-3)] + (-4) = 5 + 3 - 4 = 4$ y $5 + 3 + 4 = 12$

95. Actividad resuelta

96. Coloca los paréntesis necesarios para que las igualdades sean ciertas.

a) $-3 + 4 \cdot 5 = 5$ **d)** $5 - 2 \cdot 6 - 4 : 2 = 16$

b) $-3 + 4 \cdot 5 = -35$ **e)** $5 - 2 \cdot 6 - 4 : 2 = 3$

c) $5 - 2 \cdot 6 - 4 : 2 = -5$ **f)** $4 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = -12$

a) $(-3 + 4) \cdot 5 = 5$ **d)** $(5 - 2) \cdot 6 - 4 : 2 = 16$

b) $-(3 + 4) \cdot 5 = -35$ **e)** $(5 - 2) \cdot (6 - 4) : 2 = 3$

c) $5 - (2 \cdot 6 - 4 : 2) = -5$ **f)** $4 \cdot (5 - 2 \cdot 4) = -12$

97. En las siguientes expresiones sobran algunos paréntesis. Cópialas en tu cuaderno e indica los paréntesis que no son necesarios.

a) $((-5) - (-6)) + (4 \cdot 2)$ **c)** $(+3) + (5 - (-7)) - (-6) : [3 \cdot 2]$

b) $(-3) + [(-4) \cdot (2 \cdot 5)] - (5 - 1)$ **d)** $(+3) - (5 + (6 - 7)) - [(-6) : 3] \cdot 2$

a) $-5 - (-6) + 4 \cdot 2$ **c)** $+3 + 5 - (-7) - (-6) : [3 \cdot 2]$

b) $-3 + [-4 \cdot 2 \cdot 5] - (5 - 1)$ **d)** $+3 - (5 + 6 - 7) - [-6 : 3] \cdot 2$

www.yoquieroaprobar.es

98. El opuesto de la suma es igual a la suma de los opuestos de los sumandos. Pon ejemplos en los que se cumpla esta propiedad:

a) Con dos sumandos positivos.

b) Con dos sumandos negativos.

c) Con dos sumandos de distinto signo.

d) Con varios sumandos de ambos signos.

a) op (3+5) = op (8) = –8 y op (3) + op (5) = (–3) + (–5) = –8

b) op [(–3)+(–5)] = op (–8) = 8 y op(–3) + op (–5) = 3 + 5 = 8

c) op [(+3)+(–5)] = op (–2) = 2 y op (+3) + op (–5) = –3 + 5 = 2

d) op [(–3)+(–5)+(+2) + (+4)] = op (–2) = 2 y op (–3) + op (–5) + op (+2) + op (+4) = 3 + 5 – 2 – 4 = 2

99. Encuentra en cada caso el número o los números que cumplen la condición especificada.

a) Está a 7 unidades de distancia del 4 y es negativo.

b) Está dos unidades a la derecha del −6.

c) Su valor absoluto es igual a su opuesto y es dos unidades menor que un número cuyo valor absoluto es 5100.

a) –3

b) –4

c) –5102

100. Dos números tienen distinto signo, uno de ellos está a tres unidades del 0 y la distancia entre ellos es 10.

¿Qué números pueden ser?

3 y –7 o 7 y –3

101. Copia en tu cuaderno las siguientes expresiones y asocia cada una con el número al que se refiere.

El opuesto de este número es el mismo número.	0
La distancia de este número a su opuesto es de 8 unidades y la distancia de este número al 2 es de 6 unidades.	–4
El valor absoluto del número menos su opuesto es 10.	5
Al multiplicar el número por el valor absoluto de su opuesto el resultado es −36.	–6
Al sumar 10 al opuesto de este número se obtiene −1.	11

102. El producto de dos números enteros es −16 y el negativo tiene mayor valor absoluto que el positivo. ¿Cuáles pueden ser esos números? Halla todas las soluciones posibles.

Pueden ser –16 y 1 o –8 y 2.

103. Busca cuatro números distintos tales que al multiplicar el primero por la suma de los otros tres, el resultado sea el opuesto del primero. ¿Puede haber más de una posibilidad?

La suma de los tres últimos debe ser –1. Hay infinitas posibilidades. Por ejemplo: 3 · [2 + 4 + (–7)]

www.noquieroaprobar.es

104. En el fútbol se tiene en cuenta la diferencia entre los goles a favor y goles en contra de un equipo. Si un equipo tiene una diferencia de goles de +28 y otro tiene −13, ¿qué significan estos números?

	Puntos	Goles a favor	Goles en contra	Dif. de goles
1. Las marmotas	47	43	15	+28
2. Los manatíes	42	34	22	+12
3. Los suricatos	38	35	20	+15
4. Las mangostas	24	21	28	–7
5. Los pangolines	23	18	31	–13

El primer equipo ha marcado 28 goles más que los que ha recibido. En cambio, al segundo le metieron 13 goles más que los que marcó.

105. Un comerciante está revisando sus cuentas. Empezó el mes con 3000 €, pagó 1200 € de alquiler del local, y otros 200 € de luz. Después, tuvo que pagar a sus proveedores 1900 € y, más tarde, cobró una factura de 900 € y pagó 1200 € de impuestos. Al final, ingresó 8200 € por unas ventas.

a) Halla cuánto tiene al acabar ese periodo.

b) ¿Ha estado alguna vez en números rojos?

a) 3000 – 1200 – 200 – 1900 + 900 – 1200 + 8200 = 7600 €

b) Después de pagar a sus proveedores tenía –300 euros. Después de pagar impuestos, su saldo era de –600 €.

106. Problema resuelto

107. Lola se ha preparado un café, pero está demasiado caliente. El café se enfría 3 °C cada minuto. Si inicialmente el café estaba a 85 °C, y a Lola le gusta a menos de 60 °C, ¿cuánto tendrá que esperar?

La temperatura debe bajar 25 ºC como mínimo. Como baja 3 ºC por minuto, deberá esperar 9 minutos.

108. Manuel tiene ahorrados 2500 €. Cada mes tiene que pagar 300 € de varios recibos.

a) ¿Cuántos recibos puede pagar sin tener un saldo negativo?

b) ¿Cuál será su saldo dentro de un año?

c) Si cada mes mete en esa cuenta 100 €, ¿cómo será su saldo dentro de un año, positivo o negativo?

a) Si cada mes resta 300 €, podrá restar como máximo 300 · 8 = 2400 € antes de tener números rojos.

Puede pagar recibos durante ocho meses.

b) Será 2500 – 300 · 12 = 2500 – 3600 = –1100 €

c) Habrá metido 1200 € más, por lo que su saldo será de 1200 – 1100 = 100 €.

109. Para indicar la temperatura utilizamos los grados Celsius (°C), pero podemos usar otra unidad: el grado Kelvin (K). Una diferencia de temperatura de 1 Kelvin equivale a una de 1 °C. Solo se distinguen porque la temperatura 0 K equivale a −273 °C, aproximadamente.

a) ¿A qué temperatura en grados Kelvin equivalen 35 °C? ¿Y 100 °C?

b) ¿A qué temperatura en grados Celsius equivalen 100 K? ¿Y 200 K?

c) Un hielo después de descongelarse, se calienta a un ritmo de 2 °C por minuto, hasta alcanzar la temperatura ambiente. Si su temperatura inicial era 0 °C, ¿cuánto tardará en alcanzar los 293 K que hay de temperatura ambiente?

a) 35 º C son 308 K, y 100 ºC son 373 K.

b) 100 K son –173 ºC, y 200 K son –73 ºC.

c) 293 K son 20 ºC. Tardará 10 minutos.

www.yoquieroaprobar.es

110. Emprende

Un examen tipo test tiene 10 preguntas. Cada respuesta correcta suma 3 puntos, cada respuesta errónea resta 2 puntos y cada pregunta sin contestar resta 1 punto.

a) Analiza la nota mínima y la nota máxima que se puede obtener en el examen.

b) ¿Es posible obtener 0 puntos?

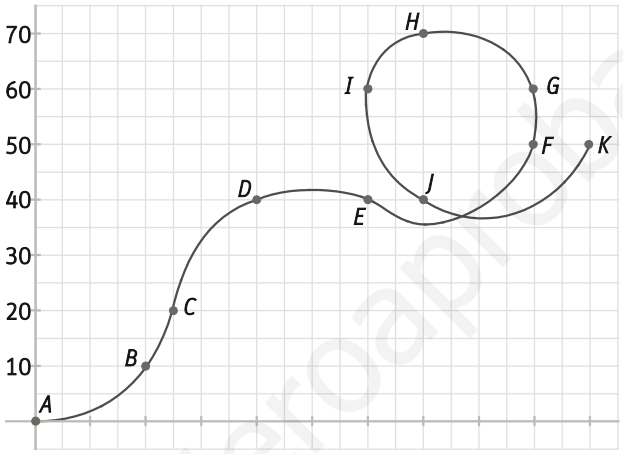
c) Elabora una estrategia para obtener más de 15 puntos y aprobar el examen.

a) Se puede sacar 30 puntos, acertando todas las preguntas, y –20 puntos, fallando todas.

b) Sí. Por ejemplo, acertando 4 preguntas y fallando 6.

c) Para conseguir más de 15 puntos, habrá que acertar más de 5 preguntas. Acertando 6 se obtendrían 18 puntos, pero quedarían 4 preguntas que restarían al menos un punto cada una, y no se llegaría a la puntuación pedida. Acertando 7 y dejando 3 en blanco se obtendrían $7 \cdot 3 - 3 = 18$ puntos.

111. Durante una exhibición aérea, una avioneta ha volado a diferentes alturas. La gráfica muestra su recorrido.



a) Describe su recorrido, desde cada punto al siguiente, usando números enteros.

b) Calcula la diferencia de altitud del punto *E* al punto *K* usando sumas de números enteros, y comprueba el resultado en el gráfico.

a) La diferencia de altitud de cada punto al siguiente es +10, +10, +20, 0, +10, +10, +10, –10, –20, +10.

b) Del punto E al punto K, la altitud varía + 10 + 10 + 10 – 10 – 20 + 10 = 10 metros.

112. ¿Qué signos hay que cambiar para que el resultado de la operación 17 + 31 + 14 + 23 + 50 sea lo más cercano al 0?

A. 1.°, 2.° y 4.°
B. 2.°, 3.° y 4.°
C. 1.°, 3.° y 4.°
D. 1.°, 2.° y 3.°

D. 1.°, 2.° y 3.°

113. Si *p* es un entero positivo y *q* es un entero negativo, ¿cuál de los siguientes números es el mayor?

A. $p - q$
B. $q - p$
C. $p + q$
D. $-p - q$

A. $p - q$

www.yoquieroaprobar.es

114. Calcula el resultado de la siguiente operación con números enteros:

1 − 2 + 3 − 4 + … − 2008 + 2009 – 2010

A. 1005
B. −1005
C. 1010
D. −1010

B. −1005

115. Los números *x*, *y*, *z* son enteros tales que:

- **$x \cdot z$ e $y \cdot z$ son del mismo signo.**
- **x y $x \cdot y \cdot z$ son de signo distinto.**
- **x e $y \cdot z$ son de signo distinto.**

Entonces, los signos de *x, y, z* son, respectivamente:

A. + − +
B. + + +
C. + + −
D. + − −

C. + + −

116. Tres amigos realizan esta operación: 5 + (−4) · [7 − (−3) · (−2)]

Nacho	Andrea	Roberto
$5 + (-4) \cdot [7 - (-3) \cdot (-2)] =$	$5 + (-4) \cdot [7 - (-3) \cdot (-2)] =$	$5 + (-4) \cdot [7 - (-3) \cdot (-2)] =$
$=5 + (-4) \cdot [7 - 6] =$	$=5 + (-4) \cdot [7 - 6] =$	$= 1 \cdot [7 - (-3) \cdot (-2)] =$
$=5 + (-4) \cdot 7 + 4 \quad (-6) =$	$=5 + (-4) \cdot 1 =$	$= 7 - (-3) \cdot (-2) =$
$=5 - 28 + 24 = 1$	$=5 - 4 = 1$	$= 7 - 6 = 1$

Los tres obtienen el mismo resultado, que coincide con el que aparece en el solucionario, así que están seguros de haber resuelto bien el ejercicio. ¿Alguno de los amigos ha cometido algún error?

Nacho tiene un error en la tercera línea. Donde escribe +4 debería poner + (–4). En el último paso ha operado como si tuviera (–4), y por eso llega al resultado correcto.

Andrea ha operado correctamente.

Roberto cometió un grave error en el primer paso, ya que no operó en el orden correcto. Ha sumado antes de multiplicar. Aunque el resultado es correcto, ha sido por casualidad, y el ejercicio está mal hecho.

www.yoquieroaprobar.es

PONTE A PRUEBA

Husos horarios

Actividad resuelta

El examen

El profesor de Virginia ha puesto un examen. A cada pregunta le asigna una puntuación positiva, si se responde bien, o negativa, en caso de fallo. En la tabla aparecen las puntuaciones.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Acierto	+12	+15	+8	+6	+9	+10	+10	+15	+8	+7
Fallo	–4	–5	–2	–2	–3	–3	–3	–5	–2	–2

1. **Calcula la puntuación máxima y la puntuación mínima que se pueden obtener en este examen.**
2. **Para aprobar, el profesor pide que la nota final sea como mínimo de 50 puntos. Virginia contestó bien a 7 preguntas, pero falló en las 3 que más puntuaban. ¿Consiguió aprobar?**
3. **Su compañera Victoria falló en las 4 preguntas que menos puntuaban. ¿Consiguió aprobar?**

1. La puntuación máxima es la suma de las puntuaciones, +100. La puntuación mínima es, si se fallan todas las preguntas, –31 puntos.
2. Virginia consiguió: –4 – 5 + 8 + 6 + 9 + 10 + 10 – 5 + 8 + 7 = 37 puntos, insuficiente para aprobar.
3. Victoria obtuvo: +12 + 15 – 2 – 2 + 9 + 10 + 10 + 15 – 2 – 2 = 63 puntos. Aprobó.

Beneficios y pérdidas

Ricardo tiene una tienda de venta por Internet. Sus beneficios han variado en los últimos tres años.

- **Creó su empresa con 50 000 €, pero empezó perdiendo 3000 € cada mes durante el primer semestre.**
- **En el segundo semestre, la empresa empezó a dar beneficios, y cerró el año con una ganancia total de 10 000 €.**
- **Durante el siguiente año, sus beneficios fueron de 45 000 € al trimestre.**
- **En este último año han descendido sus beneficios. Durante el primer cuatrimestre perdió 8000 € al mes, pero después se recuperó, y ganó 2000 € al mes durante el resto del año.**

1. **Calcula los beneficios o pérdidas que tiene la tienda cada año.**
2. **¿Cuál ha sido el resultado total después de estos tres años? Hállalo con operaciones combinadas.**

1. En el primer año empezó con 50 000 € y terminó con una ganancia total de 10 000 €.
   En el segundo año ganó 45 000 € al trimestre (ganó 180 000 €).
   En el último año perdió 8000 · 4 = 32 000 € en el primer cuatrimestre y ganó 2000 · 8 = 16 000 € en los ocho meses restantes, por lo que en total perdió 16 000 €.
2. En total, tiene 50 000 + 10 000 + 4 · 45 000 – 4 · 8000 + 8 · 2000 = 224 000 €.

www.yoquieroaprobar.es

Prominencias

Los escaladores usan el término prominencia para comparar la altura de una montaña con las de su alrededor. Este término indica cuánto hay que descender desde la cima para ascender a la montaña más cercana que sea más alta. En el gráfico siguiente puedes ver representada la prominencia de tres montañas. Por ejemplo, el monte Lhotse tiene 8516 m de altura, pero una prominencia de solo 610 m, ya que es vecino del Everest.

1. **Bajando desde el monte Lhotse, ¿a qué altura comenzará la ascensión al Everest?**
2. **El K2 es la segunda montaña más alta del mundo, con 8611 m. Para ascender al Everest, hay que bajar hasta una altura de 3216 m. ¿Cuál es la prominencia del K2?**
3. **Busca la altura de las 5 montañas más altas del mundo después del Everest y halla su prominencia.**

1. 8516–610=7906. La ascensión se inicia a 7906 m.
2. La prominencia es 8611–3216=5395 m.
3. Las montañas más altas después del Everest y el K2 están todas en el Himalaya.

Montaña	Altura	Prominencia
K2	8611	5395
Kanchenjunga	8586	3922
Lhotse	8516	610
Makalu	8485	2386
Cho Oyu	8188	2340

AUTOEVALUACIÓN

1. **Expresa estas cantidades usando enteros.**

   a) **Debo 200 €.**

   b) **El barco está hundido a 200 m de la superficie.**

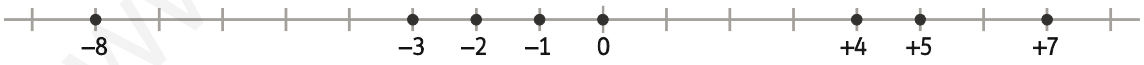
   c) **La temperatura era de 10 grados bajo cero.**

   a) –200 € **b)** –200 m **c)** –10 ºC

2. **Ordena de menor a mayor los siguientes números y represéntalos en la recta.**

   +4, −1, 0, +5, −3, −8, +7, −2

   –8 < –3 < –2 < –1 < 0 < +4 < +5 < +7



3. **Un número es cinco unidades menor que −2. Escribe su valor absoluto y su opuesto.**

   El número es –7. Su opuesto y su valor absoluto coinciden, 7.

4. **Resuelve estas operaciones.**

   a) **(−3) − (+5) − (−4)** b) **6 − (−7) − [−3 + (−2) − (−5)]** c) **−[−6 − (−7)] − [(−9) − (−2) − 5]**

   a) (−3) − (+5) − (−4) = – 3 – 5 + 4 = – 4

   b) 6 − (−7) − [−3 + (−2) − (−5)] = 6 + 7 – [– 3 – 2 + 5] = 6 + 7 – 0 = 13

   c) −[−6 − (−7)] − [(−9) − (−2) − 5] = –[– 6 + 7] – [– 9 + 2 – 5] = – 1 – (–12) = – 1 + 12 = 11

www.yoquieroaprobar.es

5. Resuelve estas operaciones.

a) (−4) · (+3) · (−5)

b) −60 : (+12) : (−5)

c) 48 : (−2) · (−3)

d) 40 · 12 : (−6)

a) (−4) · (+3) · (−5) = 60

b) −60 : (+12) : (−5) = 1

c) 48 : (−2) · (−3) = 72

d) 40 · 12 : (−6) = –80

6. Calcula estos productos de dos formas distintas.

a) 12 · [(−5) + (−4)]

b) (−6) · [25 − 19]

c) (−7) · [6 − 9 + 14]

d) [−4 + 5 − (−20)] · (−3)

a) 12 · [(−5) + (−4)] = 12 · (–9) = –108

12 · [(−5) + (−4)] = 12 · (–5) + 12 · (–4) = –60 + (–48) = –108

b) (−6) · [25 − 19] = (–6) · 6 = –36

(−6) · [25 − 19] = (–6) · 25 – (–6) · 19 = –150 + 114 = –36

c) (−7) · [6 − 9 + 14] = (–7) · 11 = –77

(−7) · [6 − 9 + 14] = (–7) · 6 + (–7) · (–9) + (–7) · 14 = –42 + 63 – 98 = –77

d) [−4 + 5 − (−20)] · (−3) = 21 · (–3) = –63

[−4 + 5 − (−20)] · (−3) = −4 · (−3) + 5 · (−3) − (−20) · (−3) = 12 – 15 – 60 = –63

7. Saca factor común y realiza las operaciones.

a) 4 · (−45) − 4 · (+43) **b) (−3) · 70 − 3 · (−73)** **c) 12 · (−3) + 16 · (−3) − 3 · 21**

a) 4 · (−45) − 4 · (+43) = 4 · [–45 – (+43)] = 4 · (–88) = –352

b) (−3) · 70 − 3 · (−73) = 3 · [–70 – (–73)] = 3 · 3 = 9

c) 12 · (−3) + 16 · (−3) − 3 · 21 = –3 · [12 + 16 + 21] = –3 · 49 = –147

8. Realiza las siguientes operaciones combinadas.

a) 12 : [−5 + 3 − (−4)]

b) 60 : (−3) · [10 − 40 : 4 · 2]

c) (−2) · (5 + 3 − 7) − (−4) · [−6 + 9 : (−3)]

a) 12 : [−5 + 3 − (−4)] =12 : [−5 + 3 +4] =12 : 2 = 6

b) 60 : (−3) · [10 − 40 : 4 · 2] = –20 · [10 − 10 · 2] = –20 · [10 − 20] = –20 · (–10) = 200

c) (−2) · (5 + 3 − 7) − (−4) · [−6 + 9 : (−3)] = –2 · 1 + 4 · [−6 – 3] = –2 + 4 · (–9) = –2 – 36 = –38

9. Una piscina tiene una fuga por la que pierde 12 L por minuto y otra por la que pierde 9 L por minuto. El técnico cierra la primera fuga en 10 minutos, pero la segunda sigue perdiendo agua durante 15 minutos más. Si la piscina tenía 30 000 L, ¿cuánta agua le queda al terminar la reparación?

La primera fuga duró 10 minutos, y la segunda duró 10 + 15 = 25 minutos.

Quedarán 30 000 – 12 · 10 – 9 · 25 = 30 000 – 120 – 225 = 29 655 L.

www.yoquieroaprobar.es

3 Potencias y raíz cuadrada

Analiza y saca conclusiones

En cada fila del tablero de ajedrez hay 8 casillas. ¿Cuántos granos de trigo habrá en la primera fila del tablero de ajedrez? ¿Y en la segunda? Mucho más del doble, ¿verdad?

1.ª fila: 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 255 granos de trigo

2.ª fila: 256 + 512 + 1024 + 2048 + 4096 + 8192 + 16 384 + 32 768 = 65 280 granos de trigo

Es mucho más del doble.

Si tuviésemos un minitablero de 4 × 4 casillas, es decir, la cuarta parte del tablero de ajedrez, ¿cuántos granos habría en la última casilla? ¿Y en todo el tablero?

En la última casilla: 2^{15} = 32 768 granos de trigo

En todo el tablero: 255 + 65 280 = 65 535 granos de trigo

Actividades

1. Expresa en forma de potencia estas multiplicaciones.

a) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$
b) $37 \cdot 37 \cdot 37$
c) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$
d) $a \cdot a$
e) $(-b) \cdot (-b) \cdot (-b) \cdot (-b)$
f) $c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$

a) 6^6
b) 37^3
c) $(-5)^3$
d) a^2
e) $(-b)^4$
f) c^5

2. Indica la base y el exponente de estas potencias.

a) 2^5
b) $(-2)^3$
c) 4^7
d) 5^1
e) a^3
f) $(-m)^n$

a) Base: 2; exponente: 5
b) Base: –2; exponente: 3
c) Base: 4; exponente: 7
d) Base:5; exponente:1
e) Base: a; exponente: 3
f) Base: $-m$; exponente: n

3. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a) 2^3
b) 5^2
c) 10^6
d) $(-2)^3$
e) $(-5)^4$
f) $(-1)^{30}$

a) $2^3 = 8$
b) $5^2 = 25$
c) $10^6 = 1\,000\,000$
d) $(-2)^3 = -8$
e) $(-5)^4 = 625$
f) $(-1)^{30} = 1$

4. Copia y completa.

a) $2^{\bullet} = 16$
b) $2^5 = \bullet$
c) $10^{\bullet} = 100\,000$
d) $(-3)^{\bullet} = 81$
e) $(-4)^{\bullet} = 16$
f) $(-2)^{\bullet} = 64$
g) $-2^{\bullet} = -32$
h) $5^{\bullet} = 125$

a) $2^4 = 16$
b) $2^5 = 32$
c) $10^5 = 100\,000$
d) $(-3)^4 = 81$
e) $(-4)^2 = 16$
f) $(-2)^6 = 64$
g) $-2^5 = -32$
h) $5^3 = 125$

www.yoquieroaprobar.es

5. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Potencia	Base	Exponente	Resultado
3^4	• • •	• • •	• • •
• • •	−2	9	• • •
• • •	• • •	3	125
• • •	$-a$	5	•••

Potencia	Base	Exponente	Resultado
3^4	3	4	81
$(-2)^9$	−2	9	–512
5^3	5	3	125
$(-a)^5$	$-a$	5	$-a^5$

6. Sin realizar la operación, indica el signo del resultado.

a) $(-2)^5$ **c)** 6^8 **e)** x^{100}

b) 5^2 **d)** $(-9)^{37}$ **f)** y^{1001}

a) Negativo **c)** Positivo **e)** Positivo

b) Positivo **d)** Negativo **f)** Positivo

7. Actividad resuelta

8. Escribe en forma de potencia de todas las formas que puedas los siguientes números.

a) 81 **c) 10 000** **e) 1**

b) 64 **d) −27** **f) 625**

a) $81 = 3^4 = (-3)^4 = 9^2 = (-9)^2 = 81^1$

b) $64 = 8^2 = (-8)^2 = 4^3 = 2^6 = (-2)^6 = 64^1$

c) $10\,000 = 10^4 = (-10)^4 = 100^2 = (-100)^2 = 10000^1$

d) $-27 = (-3)^3 = (-27)^1$

e) Cualquier potencia de base 1 y cualquier potencia de base –1 y exponente par.

f) $625 = 25^2 = (-25)^2 = 5^4 = (-5)^4 = 625^1$

9. Un peligroso virus informático se propaga a través de Internet. Se calcula que cada minuto el número de ordenadores infectados se multiplica por 3.

a) Inicialmente hay un solo ordenador infectado. ¿Cuántos habrá después de 2 minutos? ¿Y de 3 minutos? ¿Y de 5?

b) Escribe la potencia que utilizarías para calcular el número de ordenadores infectados después de 9 minutos. Copia y completa la tabla en tu cuaderno para ayudarte.

Tiempo (min)	0	1	2	3	5
Número de virus	1	3	•	•	•

a) $3^2 = 9$, $3^3 = 27$ y $3^5 = 243$, respectivamente

b) 3^9

Tiempo (min)	0	1	2	3	5
Número de virus	1	3	3^2	3^3	3^5

www.yoquieroaprobar.es

10. Calcula $(2 \cdot 5)^6$ y $(40 : 4)^3$ de dos formas distintas.

$(2 \cdot 5)^6 = 10^6 = 1\,000\,000$

$(2 \cdot 5)^6 = 2^6 \cdot 5^6 = 64 \cdot 15\,625 = 1\,000\,000$

$(40 : 4)^3 = 10^3 = 1\,000$

$(40 : 4)^3 = 40^3 : 4^3 = 64\,000 : 64 = 1\,000$

11. Realiza estas operaciones.

a) $(5 \cdot 2 \cdot 4)^4$

b) $[2 \cdot (-3) \cdot 5]^3$

c) $[(-16) : 8]^3$

d) $[6 : (-3)]^5$

a) $(5 \cdot 2 \cdot 4)^4 = 40^4 = 2\,560\,000$

b) $[2 \cdot (-3) \cdot 5]^3 = (-30)^3 = -27\,000$

c) $[(-16) : 8]^3 = (-2)^3 = -8$

d) $[6 : (-3)]^5 = (-2)^5 = -32$

12. Copia y completa estas igualdades.

a) $(2 \cdot 5)^3 = \bullet \quad ^3 \cdot 5^{\bullet} = 8 \cdot \bullet \quad = \bullet$

b) $[(-3) \cdot 10]^{\bullet} = \bullet \quad \cdot 10^3 = -27 \cdot \bullet \quad = \bullet$

c) $[(-12) : (-2)]^3 = (-12)^{\bullet} : \bullet \quad = \bullet \quad : \bullet \quad = \bullet$

a) $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125 = 1\,000$

b) $[(-3) \cdot 10]^3 = (-3)^3 \cdot 10^3 = -27 \cdot 1000 = -27\,000$

c) $[(-12) : (-2)]^3 = (-12)^3 : (-2)^3 = -1728 : (-8) = 216$

13. Reduce a una sola potencia y calcula.

a) $7^3 \cdot 5^3 \cdot 4^3$

b) $15^3 \cdot 6^3 : (-9)^3$

c) $[10^4 : 2^4] : [20^4 : (-4)^4]$

d) $[(-24) : 6]^5 \cdot 3^5$

a) $7^3 \cdot 5^3 \cdot 4^3 = (7 \cdot 5 \cdot 4)^3 = 140^3 = 2\,744\,000$

b) $15^3 \cdot 6^3 : (-9)^3 = [15 \cdot 6 : (-9)]^3 = (-10)^3 = -1000$

c) $[10^4 : 2^4] : [20^4 : (-4)^4] = 5^4 : (-5)^4 = [5 : (-5)]^4 = (-1)^4 = 1$

d) $[(-24) : 6]^5 \cdot 3^5 = (-4)^5 \cdot 3^5 = (-12)^5 = -248\,832$

14. Actividad resuelta

15. Expresa los números como producto de factores y reduce a una única potencia.

a) $8 \cdot 27 \cdot 125$

b) $32 \cdot 7^5$

c) $49 \cdot 9 \cdot 25$

d) $625 \cdot 16 \cdot 7^4$

e) $(-5)^2 \cdot 36 \cdot 100$

f) $(-6)^3 \cdot (-27) \cdot 1000$

a) $8 \cdot 27 \cdot 125 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = 30^3$

b) $32 \cdot 7^5 = 2^5 \cdot 7^5 = 14^5$

c) $49 \cdot 9 \cdot 25 = 7^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 105^2$

d) $625 \cdot 16 \cdot 7^4 = 5^4 \cdot 2^4 \cdot 7^4 = 70^4$

e) $(-5)^2 \cdot 36 \cdot 100 = (-5)^2 \cdot 6^2 \cdot 10^2 = (-300)^2$

f) $(-6)^3 \cdot (-27) \cdot 1000 = (-6)^3 \cdot (-3)^3 \cdot 10^3 = 180^3$

16. Escribe los siguientes productos de potencias como una única potencia.

a) $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^4$

b) $3^4 \cdot 3^7 \cdot 3$

c) $(-5)^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^2$

d) $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$

a) $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$

b) $3^4 \cdot 3^7 \cdot 3 = 3^{12}$

c) $(-5)^3 \cdot (-5) \cdot (-5)^2 = (-5)^6$

d) $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = 3^8$

www.yoquieroaprobar.es

17. Calcula de dos formas diferentes estos productos de potencias.

a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2$ **c)** $10^3 \cdot 10^4 \cdot 10$

b) $(-5)^4 \cdot (-5)$ **d)** $(-1)^6 \cdot (-1)^9 \cdot (-1)^8$

a) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 = 4 \cdot 8 \cdot 2 = 64$ $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 = 2^6 = 64$

b) $(-5)^4 \cdot (-5) = 625 \cdot (-5) = -3125$ $(-5)^4 \cdot (-5) = (-5)^5 = -3125$

c) $10^3 \cdot 10^4 \cdot 10 = 1\,000 \cdot 10\,000 \cdot 10 = 100\,000\,000$ $10^3 \cdot 10^4 \cdot 10 = 10^8 = 100\,000\,000$

d) $(-1)^6 \cdot (-1)^9 \cdot (-1)^8 = 1 \cdot (-1) \cdot 1 = -1$ $(-1)^6 \cdot (-1)^9 \cdot (-1)^8 = (-1)^{23} = -1$

18. Escribe como una única potencia los siguientes cocientes.

a) $2^{25} : 2^5$ **c)** $(-5)^4 : (-5)$

b) $3^{16} : 3^8$ **d)** $9^9 : 9^3$

a) 2^{20} **c)** $(-5)^3$

b) 3^8 **d)** 9^6

19. Calcula estos cocientes de potencias de dos formas diferentes.

a) $2^8 : 2^2$ **c)** $10^6 : 10$

b) $(-5)^3 : (-5)^2$ **d)** $(-10)^5 : (-10)^3$

a) $2^8 : 2^2 = 256 : 4 = 64$ $2^8 : 2^2 = 2^6 = 64$

b) $(-5)^3 : (-5)^2 = -125 : 25 = -5$ $(-5)^3 : (-5)^2 = (-5)^1 = -5$

c) $10^6 : 10 = 1\,000\,000 : 10 = 100\,000$ $10^6 : 10 = 10^5 = 100\,000$

d) $(-10)^5 : (-10)^3 = -100\,000 : (-1\,000) = 100$ $(-10)^5 : (-10)^3 = (-10)^2 = 100$

20. Escribe como una única potencia.

a) $(2^3)^4$ **e)** $(3^2)^5$

b) $((-5)^3)^7$ **f)** $((-2)^3)^7$

c) $((-1)^{10})^5$ **g)** $((3^4)^5)^2$

d) $((-2)^3)^0$ **h)** $((-2)^3)^3)^3$

a) $(2^3)^4 = 2^{12}$ **e)** $(3^2)^5 = 3^{10}$

b) $((-5)^3)^7 = (-5)^{21}$ **f)** $((-2)^3)^7 = (-2)^{21}$

c) $((-1)^{10})^5 = (-1)^{50}$ **g)** $((3^4)^5)^2 = 3^{40}$

d) $((-2)^3)^0 = (-2)^0 = 1$ **h)** $((-2)^3)^3)^3 = (-2)^{27}$

21. Corrige en tu cuaderno los resultados que sean incorrectos.

a) $(2^3)^2 = 2^5$ **c)** $((-2)^3)^4 = 2^{12}$

b) $(10^4)^2 = 10^8$ **d)** $((-1)^6)^4 = -1$

a) $(2^3)^2 = 2^5$ Incorrecto: $(2^3)^2 = 2^6$ **c)** $((-2)^3)^4 = 2^{12}$ Correcto

b) $(10^4)^2 = 10^8$ Correcto **d)** $((-1)^6)^4 = -1$ Incorrecto: $((-1)^6)^4 = (-1)^{24} = 1$

22. Expresa cada una de las siguientes potencias como potencia de potencias.

a) 16^5 **c)** 1000^4 **e)** 64^3

b) 27^3 **d)** 25^8 **f)** 8^5

a) $16^5 = (2^4)^5$ **c)** $1000^4 = (10^3)^4$ **e)** $64^3 = (2^6)^3$

b) $27^3 = (3^3)^3$ **d)** $25^8 = (5^2)^8$ **f)** $8^5 = (2^3)^5$

www.yoquieroaprobar.es

23. Escribe como una única potencia y calcula.

a) $2^2 \cdot 4^3$

b) $(2^3)^2 \cdot 2^4$

c) $((-5)^3)^2 : (-5)^4$

d) $4^6 : 2^5$

a) $2^2 \cdot 4^3 = 2^2 \cdot (2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^6 = 2^8 = 256$

b) $(2^3)^2 \cdot 2^4 = 2^6 \cdot 2^4 = 2^{10} = 1\,024$

c) $((-5)^3)^2 : (-5)^4 = (-5)^6 : (-5)^4 = (-5)^2 = 25$

d) $4^6 : 2^5 = (2^2)^6 : 2^5 = 2^{12} : 2^5 = 2^7 = 128$

24. Copia y completa las siguientes igualdades.

a) $3^{\bullet} = 81$

b) $2^{\bullet} \cdot 2^3 = 2^8$

c) $5^{\bullet} : 5^7 = 5$

d) $3^6 : 3^{\bullet} = 3^6$

e) $(3^{\bullet})^3 = 3^6$

f) $((2^3)^*)^5 = 2^{45}$

a) $3^4 = 81$

b) $2^5 \cdot 2^3 = 2^8$

c) $5^8 : 5^7 = 5$

d) $3^6 : 3^0 = 3^6$

e) $(3^2)^3 = 3^6$

f) $((2^3)^3)^5 = 2^{45}$

25. Actividad resuelta

26. Reduce a una sola potencia.

a) $(3^2 - 5)^3 \cdot 2^7$

b) $(2^3 + 2)^2 \cdot 10^4$

c) $(5^2 - 4^2)^6 \cdot 3^2$

d) $(3^3 - 25)^5 \cdot 16^3$

a) $(3^2 - 5)^3 \cdot 2^7 = (9 - 5)^3 \cdot 2^7 = 4^3 \cdot 2^7 = 2^6 \cdot 2^7 = 2^{13}$

b) $(2^3 + 2)^2 \cdot 10^4 = (8 + 2)^2 \cdot 10^4 = 10^2 \cdot 10^4 = 10^6$

c) $(5^2 - 4^2)^6 \cdot 3^2 = (25 - 16)^6 \cdot 3^2 = 9^6 \cdot 3^2 = 3^{12} \cdot 3^2 = 3^{14}$

d) $(3^3 - 25)^5 \cdot 16^3 = (27 - 25)^5 \cdot (2^4)^3 = 2^5 \cdot 2^{12} = 2^{17}$

27. Reduce a una sola potencia.

a) $a^5 \cdot a^3 \cdot a^7$

b) $a^9 \cdot a \cdot a^6$

c) $(a^6 \cdot a^3) : a^8$

d) $(a^{12} \cdot a^7)^3 : (a^4 \cdot a)^{11}$

a) $a^5 \cdot a^3 \cdot a^7 = a^{15}$

b) $a^9 \cdot a \cdot a^6 = a^{16}$

c) $(a^6 \cdot a^3) : a^8 = a^9 : a^8 = a$

d) $(a^{12} \cdot a^7)^3 : (a^4 \cdot a)^{11} = (a^{19})^3 : (a^5)^{11} = a^{57} : a^{55} = a^2$

28. Actividad resuelta

29. Factoriza y escribe el resultado como producto, agrupando las potencias con la misma base.

a) $6^2 \cdot 15^3$

b) $40^3 : 16^2$

c) $100^3 \cdot 10^7 \cdot 1000^2$

d) $15^2 \cdot 10^3 \cdot 18^4$

e) $(12^3 \cdot 18)^5 : 9^6$

f) $(32 : 16)^4 : (16 : 8)^3$

a) $6^2 \cdot 15^3 = (2 \cdot 3)^2 \cdot (5 \cdot 3)^3 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 3^3 = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^3$

b) $40^3 : 16^2 = (2^3 \cdot 5)^3 : (2^4)^2 = 2^9 \cdot 5^3 : 2^8 = 2 \cdot 5^3$

c) $100^3 \cdot 10^7 \cdot 1000^2 = (2^2 \cdot 5^2)^3 \cdot (2 \cdot 5)^7 \cdot (2^3 \cdot 5^3)^2 = 2^6 \cdot 5^6 \cdot 2^7 \cdot 5^7 \cdot 2^6 \cdot 5^6 = 2^{19} \cdot 5^{19}$

d) $15^2 \cdot 10^3 \cdot 18^4 = (3 \cdot 5)^2 \cdot (2 \cdot 5)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)^4 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 3^8 = 2^7 \cdot 3^{10} \cdot 5^5$

e) $(12^3 \cdot 18)^5 : 9^6 = [(2^2 \cdot 3)^3 \cdot (2 \cdot 3^2)]^5 : (3^2)^6 = [2^6 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 3^2]^5 : 3^{12} = [2^7 \cdot 3^5]^5 : 3^{12} = 2^{35} \cdot 3^{25} : 3^{12} = 2^{35} \cdot 3^{13}$

f) $(32 : 16)^4 : (16 : 8)^3 = (2^5 : 2^4)^4 : (2^4 : 2^3)^3 = 2^4 : 2^3 = 2$

30. Actividad interactiva

www.yoquieroaprobar.es

31. Escribe los cuadrados de los diez primeros números naturales.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

32. Encuentra los números de la lista que son cuadrados perfectos y cópialos en tu cuaderno.

111, 121, 135, 144, 158, 169, 188, 196, 200

Son cuadrados perfectos: $121 = 11^2$, $144 = 12^2$, $169 = 13^2$ y $196 = 14^2$.

33. Los invitados al concierto son entre 30 y 45 personas. Si las sillas se han colocado formando un cuadrado, ¿cuántos invitados asistirán?

El único cuadrado comprendido entre 30 y 45 es 36. Asistirán 36 invitados.

34. Copia y completa en tu cuaderno.

a)	**$\bullet < 157 < \bullet$**	**La raíz entera de 157 es $\bullet$.**	**El resto es $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$.**
b)	**$\bullet < 875 < \bullet$**	**La raíz entera de $\bullet$ es $\bullet$.**	**El resto es $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$.**
c)	**$\bullet < 950 < \bullet$**	**La raíz entera de $\bullet$ es $\bullet$.**	**El resto es $\bullet - \bullet = \bullet - \bullet = \bullet$.**
d)	**$32^2 < \bullet < 33^2$**	**La raíz entera de $\bullet$ es 32.**	**El resto es $\bullet - 32^2 = \bullet - 1024 = 26$.**
a)	$12^2 < 157 < 13^2$	La raíz entera de 157 es 12.	El resto es $157 - 12^2 = 157 - 144 = 13$.
b)	$29^2 < 875 < 30^2$	La raíz entera de 875 es 29.	El resto es $875 - 29^2 = 875 - 841 = 34$.
c)	$30^2 < 950 < 31^2$	La raíz entera de 950 es 30.	El resto es $950 - 30^2 = 950 - 900 = 50$.
d)	$32^2 < 1050 < 33^2$	La raíz entera de 1050 es 32.	El resto es $1050 - 32^2 = 1050 - 1024 = 26$.

35. Calcula las raíces cuadradas de los siguientes números. Indicar el resto si no son exactas.

a) 19	**d) 56**	**g) 150**
b) 25	**e) 81**	**h) 625**
c) 45	**f) 131**	**i) 908**
a) Raíz entera: 4. Resto: 3	**d)** Raíz entera: 7. Resto: 7	**g)** Raíz entera: 12. Resto: 6
b) Raíz exacta: 5	**e)** Raíz exacta: 9	**h)** Raíz exacta: 25
c) Raíz entera: 6. Resto: 9	**f)** Raíz entera 11. Resto: 10	**i)** Raíz entera: 30. Resto: 8

36. Fíjate en la actividad anterior y contesta: ¿cuántas cifras puede tener la raíz cuadrada de un número de dos cifras? ¿Y de tres cifras? ¿Y los de 4 cifras?

La raíz cuadrada entera de un número de dos cifras tiene una cifra. La raíz cuadrada entera de un número de tres o de cuatro cifras tiene dos cifras.

37. Actividad resuelta

38. Calcula la raíz cuadrada entera y el resto.

a) 1385	**c) 2345**	**e) 6478**
b) 2600	**d) 4390**	**f) 16 214**
a) Raíz entera: 37. Resto: 16.	**c)** Raíz entera 48. Resto: 41.	**e)** Raíz entera: 80. Resto: 78.
b) Raíz entera: 50. Resto: 100.	**d)** Raíz entera: 66. Resto: 34.	**f)** Raíz entera: 127. Resto: 85.

39. Si la raíz cuadrada entera de un número es 15, ¿qué valores puede tener dicho número? ¿Cuánto puede valer, como máximo, el resto?

Si la raíz es entera y no exacta, el número podrá ser $15^2 + 1 = 226$, $15^2 + 2 = 227$, … , $15^2 + 30 = 255$.

El resto puede valer, como máximo, el doble de la raíz cuadrada entera, es decir, $r = 2 \cdot 15 = 30$.

40. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

41. Resuelve las siguientes operaciones, escribiendo las potencias como base positiva, si es necesario.

a) $(-3)^2 \cdot 3^2$

b) $-5^2 \cdot 5^3$

c) $[(-6)^2]^3 : (-6^2)$

d) $(-12^6)^5 : 12^{10}$

e) $(-12^3)^5 \cdot (-12^0)$

f) $[-(-2^4)]^5 : (2^5)^3$

a) $(-3)^2 \cdot 3^2 = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4$

b) $-5^2 \cdot 5^3 = -5^5$

c) $[(-6)^2]^3 : (-6^2) = 6^6 : 6^2 = 6^4$

d) $(-12^6)^5 : 12^{10} = -12^{30} : 12^{10} = -12^{20}$

e) $(-12^3)^5 \cdot (-12^0) = -12^{15} \cdot (-1) = 12^{15}$

f) $[-(-2^4)]^5 : (2^5)^3 = 2^{20} : 2^{15} = 2^5$

42. Calcula las siguientes expresiones.

a) $6 \cdot (-1)^3 - 3^2 \cdot 2 : \sqrt{6^2}$

b) $(4 - 3)^2 - 5 \cdot (2^2 - 7)$

c) $[(\sqrt{9} - \sqrt{25})^4]^5$

d) $5^2 \cdot (\sqrt{64} + 8 : 2)$

e) $(9^2 - 7^2) : \sqrt{64}$

f) $(-\sqrt{49} + 3^4 : 3^2)^5$

a) $6 \cdot (-1)^3 - 3^2 \cdot 2 : \sqrt{6^2} = 6 \cdot (-1) - 9 \cdot 2 : 6 = -6 - 18 : 6 = -6 - 3 = -9$

b) $(4 - 3)^2 - 5 \cdot (2^2 - 7) = 1^2 - 5 \cdot (-3) = 1 + 15 = 16$

c) $[(\sqrt{9} - \sqrt{25})^4]^5 = [(3 - 5)^4]^5 = [(-2)^4]^5 = 2^{20}$

d) $5^2 \cdot (\sqrt{64} + 8 : 2) = 25 \cdot (8 + 4) = 25 \cdot 12 = 300$

e) $(9^2 - 7^2) : \sqrt{64} = (81 - 49) : 8 = 32 : 8 = 4$

f) $(-\sqrt{49} + 3^4 : 3^2)^5 = (-7 + 3^2)^5 = (-7 + 9)^5 = 2^5 = 32$

43. Resuelve las siguientes operaciones.

a) $6^2 - 5^2 \cdot 4^2 + 7^2$

b) $(3 - 5)^2 : (-1) \cdot 6 - 5^2$

c) $3^4 - 2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 3^0$

d) $5 - 3 \cdot (4 - 12 : (-6))^2$

e) $-(-2^3) - 3 \cdot [5^2 - (4^2 - 2^2)]$

a) $6^2 - 5^2 \cdot 4^2 + 7^2 = 36 - 25 \cdot 16 + 49 = 36 - 400 + 49 = -315$

b) $(3 - 5)^2 : (-1) \cdot 6 - 5^2 = (-2)^2 : (-1) \cdot 6 - 25 = 4 : (-1) \cdot 6 - 25 = -4 \cdot 6 - 25 = -24 - 25 = -49$

c) $3^4 - 2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 3^0 = 81 - 2 \cdot 27 + 5 \cdot 9 - 18 + 1 = 81 - 54 + 45 - 18 + 1 = 55$

d) $5 - 3 \cdot (4 - 12 : (-6))^2 = 5 - 3 \cdot (4+2)^2 = 5 - 3 \cdot 6^2 = 5 - 3 \cdot 36 = 5 - 108 = -103$

e) $-(-2^3) - 3 \cdot [5^2 - (4^2 - 2^2)] = 8 - 3 \cdot [25 - (16 - 4)] = 8 - 3 \cdot [25 - 12] = 8 - 3 \cdot 13 = 8 - 39 = -31$

44. Copia en tu cuaderno y añade los paréntesis necesarios para que se cumplan las igualdades.

a) $5^2 - 2^4 \cdot 2^3 - 3^2 = -9$

b) $-2^2 - 2^4 + (-2)^3 = -12$

c) $7^2 - (2^6 - 5^2) + 8 = 18$

a) $(5^2 - 2^4) \cdot (2^3 - 3^2) = -9$

b) $-2^2 - (2^4 + (-2)^3) = -12$

c) $7^2 - (2^6 - 5^2) + 8 = 18 \rightarrow$ No hace falta añadir ningún paréntesis.

www.yoquieroaprobar.es

45. Realiza las siguientes operaciones.

a) $3^2 - \sqrt{(5-3)^4} \cdot (-2^2)$

b) $\sqrt{(-8)^2} : (-2)^2 \cdot (-1^6)$

c) $3 \cdot \sqrt{5^2} - 3^2 + 4^3 : (1^{23} + 3^0)^4$

d) $3^2 \cdot \sqrt{49} - \sqrt{36} \cdot (6^2 - 4^2)$

e) $\sqrt{10^2} - [2 \cdot (-2)^2]^2 - 2 \cdot 5^2$

f) $(6 - 2^2) - (-2)^3 \cdot [2^4 - 4^2 \cdot (5 - 3)^2]$

g) $5 - 2 \cdot 7 - (-1^4) \cdot [3^2 - (-2)^2 \cdot (-5) : (-2^2)]$

h) $[-2 \cdot (4 - 5)]^4 : (-4) - 2 \cdot [- (-1^3) \cdot (2 \cdot 3 - \sqrt{9})^2 - 4^2]$

a) $3^2 - \sqrt{(5-3)^4} \cdot (-2^2) = 9 - \sqrt{2^4} \cdot (-4) = 9 - \sqrt{16} \cdot (-4) = 9 - 4 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$

b) $\sqrt{(-8)^2} : (-2)^2 \cdot (-1^6) = \sqrt{64} : 4 \cdot 1 = 8 : 4 \cdot 1 = 2 \cdot 1 = 2$

c) $3 \cdot \sqrt{5^2} - 3^2 + 4^3 : (1^{23} + 3^0)^4 = 3 \cdot 5 - 9 + 64 : (1 + 1)^4 = 15 - 9 + 64 : 2^4 = 6 + 64 : 16 = 6 + 4 = 10$

d) $3^2 \cdot \sqrt{49} - \sqrt{36} \cdot (6^2 - 4^2) = 9 \cdot 7 - 6 \cdot (36 - 16) = 63 - 6 \cdot 20 = 63 - 120 = -57$

e) $\sqrt{10^2} - [2 \cdot (-2)^2]^2 - 2 \cdot 5^2 = 10 - [2 \cdot 4]^2 - 2 \cdot 25 = 10 - 8^2 - 50 = 10 - 64 - 50 = -104$

f) $(6 - 2^2) - (-2)^3 \cdot [2^4 - 4^2 \cdot (5 - 3)^2] = (6 - 4) - (-8) \cdot [16 - 16 \cdot 2^2] = 2 + 8 \cdot [16 - 16 \cdot 4] = 2 + 8 \cdot [16 - 64] =$
$= 2 + 8 \cdot [-48] = 2 - 384 = -382$

g) $5 - 2 \cdot 7 - (-1^4) \cdot [3^2 - (-2)^2 \cdot (-5) : (-2^2)] = 5 - 14 - (-1) \cdot [9 - 4 \cdot (-5) : (-4)] = -9 + 1 \cdot [9 + 20 : (-4)] =$
$= -9 + 1 \cdot [9 - 5)] = -9 + 1 \cdot 4 = -9 + 4 = -5$

h) $[-2 \cdot (4 - 5)]^4 : (-4) - 2 \cdot [- (-1^3) \cdot (2 \cdot 3 - \sqrt{9})^2 - 4^2] = [-2 \cdot (-1)]^4 : (-4) - 2 \cdot [1 \cdot (6 - 3)^2 - 16] =$
$= 2^4 : (-4) - 2 \cdot [1 \cdot 3^2 - 16] = 16 : (-4) - 2 \cdot [9 - 16] = -4 - 2 \cdot (-7) = -4 + 14 = 10$

46. Actividad resuelta

47. En estas operaciones faltan algunos números. Cópialas en tu cuaderno y complétalas.

a) $\bullet^3 - (-1^3) = -8 + \bullet = \bullet$

b) $\sqrt{\bullet^2 - 17} = \sqrt{64} = \bullet$

a) $(-2)^3 - (-1^3) = -8 + 1 = -7$

b) $\sqrt{9^2 - 17} = \sqrt{64} = 8$

c) $5 - \bullet^3 \cdot (3^2 - 2^2 \cdot 4)^2 = 5 - 8 \cdot \bullet = \bullet$

d) $10 - \bullet^3 : (-4) = 10 - \bullet = 8$

c) $5 - 2^3 \cdot (3^2 - 2^2 \cdot 4)^2 = 5 - 8 \cdot 49 = -387$

d) $10 - (-2)^3 : (-4) = 10 - 2 = 8$

48. En estas operaciones faltan algunos números. Cópialas en tu cuaderno y complétalas.

a) $\bullet^3 - 2 \cdot 3 = 64 - \bullet = \bullet$

b) $\bullet^2 - (5 - \sqrt{\bullet})^3 = \bullet - (-1)^3 = 10$

a) $4^3 - 2 \cdot 3 = 64 - 6 = 58$

b) $3^2 - (5 - \sqrt{36})^3 = 9 - (-1)^3 = 10$

c) $\bullet^4 - (-\bullet^2)^3 = 1 - (-2^\bullet) = \bullet$

d) $(-2^2)^\bullet + (\bullet^2)^3 = \bullet + 64 = 0$

c) $1^4 - (-2^2)^3 = 1 - (-2^6) = 65$

d) $(-2^2)^3 + (2^2)^3 = -64 + 64 = 0$

49. Actividad interactiva.

50. Escribe en forma de potencia los siguientes productos.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

d) $(-3) \cdot (-3)$

e) $100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100$

a) 3^5 **b)** $(-5)^7$ **c)** 10^4 **d)** $(-3)^2$ **e)** 100^6

www.yoquieroaprobar.es

51. Desarrolla en forma de producto y calcula las siguientes potencias.

a) 2^6 **d)** $(-1)^{10}$

b) $(-3)^5$ **e)** $(-1)^9$

c) 10^7 **f)** 6^3

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000\,000$

d) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$

e) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

f) $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

52. Indica la base, el exponente y el valor de cada una de las siguientes potencias.

a) 2^4 **d)** $(-1)^{21}$

b) $(-3)^3$ **e)** $(-10)^4$

c) 5^2 **f)** 6^1

a) Base: 2. Exponente: 4. Valor: 16

b) Base: –3. Exponente: 3. Valor: –27

c) Base: 5. Exponente: 2. Valor: 25

d) Base: –1. Exponente: 21. Valor: –1

e) Base: –10. Exponente: 4. Valor: 10 000

f) Base: 6. Exponente: 1. Valor: 6

53. Completa la tabla en tu cuaderno.

Potencia	Base	Exponente	Resultado
$(-1)^5$	• • •	• • •	• • •
• • •	3	4	• • •
• • •	−2	• • •	16
• • •	• • •	3	−1000
• • •	–5	2	• • •
• • •	100	• • •	**1**

Potencia	Base	Exponente	Resultado
$(-1)^5$	–1	5	–1
3^4	3	4	81
$(-2)^4$	−2	4	16
$(-10)^3$	–10	3	−1000
$(-5)^2$	–5	2	25
100^0	100	0	**1**

54. Calcula la base de cada potencia en tu cuaderno.

a) $\bullet^2 = 49$ **c)** $\bullet^4 = 10000$ **e)** $\bullet^5 = 1024$

b) $\bullet^3 = -125$ **d)** $\bullet^3 = 8000$ **f)** $\bullet^0 = 1$

a) 7 **c)** 10 **e)** 4

b) –5 **d)** 20 **f)** Cualquiera distinta de 0.

55. Halla los exponentes de estas potencias y completa en tu cuaderno.

a) $8^\bullet = 64$ **c)** $(-8)^\bullet = 64$ **e)** $4^\bullet = 64$

b) $3^\bullet = 9$ **d)** $5^\bullet = 25$ **f)** $(-4)^\bullet = -64$

a) 2 **c)** 2 **e)** 3

b) 2 **d)** 2 **f)** 3

www.yoquieroaprobar.es

56. Copia en tu cuaderno y completa las igualdades.

a) $2^5 = \bullet$

b) $(-2)^5 = \bullet$

c) $3^{\bullet} = 81$

d) $3^{\bullet} = 27$

e) $\bullet^5 = -1$

f) $\bullet^9 = 1$

g) $23^{\bullet} = 23$

h) $12^{\bullet} = 1$

a) $2^5 = 32$

b) $(-2)^5 = -32$

c) $3^4 = 81$

d) $3^3 = 27$

e) $(-1)^5 = -1$

f) $1^9 = 1$

g) $23^1 = 23$

h) $12^0 = 1$

57. Averigua el valor de *m*, *n*, *p* y *q*.

a) $11^m = 121$

b) $(-14)^2 = n$

c) $p^5 = -243$

d) $q^{10} = 1$

a) $m = 2$

b) $n = 196$

c) $p = -3$

d) $q = 1$ o $q = -1$

58. Sin hallar su valor, indica el signo de las siguientes potencias.

a) $(-2)^{17}$ **b)** 2^{17} **c)** 2^{16} **d)** $(-2)^{16}$

a) Negativo **b)** Positivo **c)** Positivo **d)** Positivo

59. Escribe los siguientes números en forma de potencia de dos formas distintas.

a) **100**

b) **49**

c) **4**

d) **125**

e) **256**

f) **1 000 000**

a) $100 = 10^2 = (-10)^2$

b) $49 = 7^2 = (-7)^2$

c) $4 = 2^2 = (-2)^2$

d) $125 = 5^3 = -(-5)^3$

e) $256 = 2^8 = (-2)^8$

f) $1\,000\,000 = 10^6 = (-10)^6$

60. Calcula las siguientes potencias.

a) $(2 \cdot 3)^2$

b) $(3 \cdot 2 \cdot 7)^2$

c) $(20 : 4)^3$

d) $[(-2) \cdot 7]^2$

e) $3^2 \cdot 7^2$

f) $6^4 : 3^4 \cdot 2^4$

g) $(-2)^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3$

h) $(-5)^4 \cdot (-5)^4 \cdot (-1)^4$

a) $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$

b) $(3 \cdot 2 \cdot 7)^2 = 42^2 = 1764$

c) $(20 : 4)^3 = 5^3 = 125$

d) $[(-2) \cdot 7]^2 = (-14)^2 = 196$

e) $3^2 \cdot 7^2 = 9 \cdot 49 = 441$

f) $6^4 : 3^4 \cdot 2^4 = 2^4 \cdot 2^4 = 4^4 = 256$

g) $(-2)^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3 = (-20)^3 = -8000$

h) $(-5)^4 \cdot (-5)^4 \cdot (-1)^4 = (-5)^8 \cdot (-1)^4 = 390\,625$

61. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

62. Realiza estas operaciones de dos formas distintas.

a) $(2 \cdot 3)^3$

b) $(16 : 8)^5$

c) $(2 \cdot 5 \cdot 3)^3$

d) $[(-2) \cdot (-3) \cdot (-1)]^5$

e) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

f) $10^3 : 5^3 \cdot 2^3$

g) $(-2)^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3$

h) $5^4 \cdot 2^4 : 10^3$

a) $(2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$ $\quad (2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$

b) $(16 : 8)^5 = 2^5 = 32$ $\quad (16 : 8)^5 = 16^5 : 8^5 = 1\,048\,576 : 32\,768 = 32$

c) $(2 \cdot 5 \cdot 3)^3 = 30^3 = 27\,000$ $\quad (2 \cdot 5 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 125 \cdot 27 = 27\,000$

d) $[(-2) \cdot (-3) \cdot (-1)]^5 = (-6)^5 = -7776$ $\quad [(-2) \cdot (-3) \cdot (-1)]^5 = (-2)^5 \cdot (-3)^5 \cdot (-1)^5 = -32 \cdot (-243) \cdot (-1) = -7776$

e) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^2 = 30^2 = 900$ $\quad 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 9 \cdot 25 = 900$

f) $10^3 : 5^3 \cdot 2^3 = (10 : 5 \cdot 2)^3 = 4^3 = 64$ $\quad 10^3 : 5^3 \cdot 2^3 = 1\,000 : 125 \cdot 8 = 8 \cdot 8 = 64$

g) $(-2)^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = -2^9 = -512$ $\quad (-2)^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = -8 \cdot 8 \cdot 8 = -512$

h) $5^4 \cdot 2^4 : 10^3 = (5 \cdot 2)^4 : 10^3 = 10^4 : 10^3 = 10$ $\quad 5^4 \cdot 2^4 : 10^3 = 625 \cdot 16 : 1\,000 = 10$

63. Expresa en forma de potencia.

a) $(2^2)^3$

b) $(-10^3)^5$

c) $[(-1)^6]^3$

d) $(5^7)^3$

e) $[(-3)^3]^5$

f) $[(-3^2)^2]^3$

a) $(2^2)^3 = 2^6$

b) $(-10^3)^5 = (-10)^{15}$

c) $[(-1)^6]^3 = (-1)^{18}$

d) $(5^7)^3 = 5^{21}$

e) $[(-3)^3]^5 = (-3)^{15}$

f) $[(-3^2)^2]^3 = (-3)^{12}$

64. Actividad resuelta

65. Escribe como una única potencia.

a) $2^5 \cdot 2^{10} \cdot 2$

b) $(-3)^4 \cdot (-3)^9$

c) $(-3)^9 : (-3)^5$

d) $(-2)^{10} : (-2)^5$

e) $(2^6)^7 \cdot 2^3$

f) $[(-3)^4]^4 \cdot (-3)$

g) $(2^4)^3 : (2^2)^3$

h) $(((-5)^3)^1)^3 : (-5)^2$

a) $2^5 \cdot 2^{10} \cdot 2 = 2^{16}$

b) $(-3)^4 \cdot (-3)^9 = (-3)^{13}$

c) $(-3)^9 : (-3)^5 = (-3)^4$

d) $(-2)^{10} : (-2)^5 = (-2)^5$

e) $(2^6)^7 \cdot 2^3 = 2^{42} \cdot 2^3 = 2^{45}$

f) $[(-3)^4]^4 \cdot (-3) = (-3)^{16} \cdot (-3) = (-3)^{17}$

g) $(2^4)^3 : (2^2)^3 = 2^{12} : 2^6 = 2^6$

h) $(((-5)^3)^1)^3 : (-5)^2 = (-5)^9 : (-5)^2 = (-5)^7$

66. Reduce a una sola potencia.

a) $2^5 \cdot (2^2)^7 : 2^{12}$

b) $(-3)^3 \cdot (-3)^5 : (-3)^6$

c) $3^5 \cdot (3^4 \cdot 3^3)^6$

d) $(5^6 : 5^3)^7 : (5^5 \cdot 5)^3$

e) $(7^2)^3 \cdot 7^5 : 7^7$

f) $2^{10} : (2^2)^4 \cdot 2^7 \cdot (2^5 \cdot 2)^3$

a) $2^5 \cdot (2^2)^7 : 2^{12} = 2^5 \cdot 2^{14} : 2^{12} = 2^{5+14-12} = 2^7$

b) $(-3)^3 \cdot (-3)^5 : (-3)^6 = (-3)^{3+5-6} = (-3)^2$

c) $3^5 \cdot (3^4 \cdot 3^3)^6 = 3^5 \cdot (3^7)^6 = 3^5 \cdot 3^{42} = 3^{47}$

d) $(5^6 : 5^3)^7 : (5^5 \cdot 5)^3 = (5^3)^7 : (5^6)^3 = 5^{21} : 5^{18} = 5^3$

e) $(7^2)^3 \cdot 7^5 : 7^7 = 7^6 \cdot 7^5 : 7^7 = 7^{6+5-7} = 7^4$

f) $2^{10} : (2^2)^4 \cdot 2^7 \cdot (2^5 \cdot 2)^3 = 2^{10} : 2^8 \cdot 2^7 \cdot (2^6)^3 = 2^2 \cdot 2^7 \cdot 2^{18} = 2^{27}$

www.yoquieroaprobar.es

67. Reduce a una sola potencia.

a) $a^3 \cdot (a^5 \cdot a^4)^6$

b) $(a^2 \cdot a^3)^4 : a^{17}$

c) $a^9 : (a^{12} : a^4)$

d) $a^2 \cdot (a^3 \cdot a^2)^2$

a) $a^3 \cdot (a^5 \cdot a^4)^6 = a^3 \cdot (a^9)^6 = a^3 \cdot a^{54} = a^{57}$

b) $(a^2 \cdot a^3)^4 : a^{17} = (a^5)^4 : a^{17} = a^{20} : a^{17} = a^3$

c) $a^9 : (a^{12} : a^4) = a^9 : a^8 = a$

d) $a^2 \cdot (a^3 \cdot a^2)^2 = a^2 \cdot (a^5)^2 = a^2 \cdot a^{10} = a^{12}$

68. Factoriza las bases de las potencias y opera las que tengan la misma base.

a) $24^5 : 12^4$

b) $100^5 \cdot (5^2)^2$

c) $40^5 : 8^4 \cdot 5^6$

d) $27^6 \cdot 2^5 : 54^4$

a) $24^5 : 12^4 = (2^3 \cdot 3)^5 : (2^2 \cdot 3)^4 = (2^{15} \cdot 3^5) : (2^8 \cdot 3^4) = 2^7 \cdot 3$

b) $100^5 \cdot (5^2)^2 = (2^2 \cdot 5^2)^5 \cdot 5^4 = 2^{10} \cdot 5^{10} \cdot 5^4 = 2^{10} \cdot 5^{14}$

c) $40^5 : 8^4 \cdot 5^6 = (2^3 \cdot 5)^5 : (2^3)^4 \cdot 5^6 = 2^{15} \cdot 5^5 : 2^{12} \cdot 5^6 = 2^3 \cdot 5^{11}$

d) $27^6 \cdot 2^5 : 54^4 = (3^3)^6 \cdot 2^5 : (2 \cdot 3^3)^4 = 3^{18} \cdot 2^5 : (2^4 \cdot 3^{12}) = 3^6 \cdot 2$

69. Escribe como una sola potencia y después calcula el resultado.

a) $[(-2)^2 \cdot (-2)^4] : (-2)^5$

b) $(8^3 : 4^3) : (6^2 : 3^2)$

c) $(-2)^4 \cdot [(-8)^2 : (-4)^2]$

d) $[3^3 \cdot (3^2)^5]^2 : (3^6)^4$

e) $(27 \cdot 3^4) : (3^3)^2$

f) $(-25)^3 \cdot 5^4 : 5^2$

a) $[(-2)^2 \cdot (-2)^4] : (-2)^5 = (-2)^6 : (-2)^5 = -2$

b) $(8^3 : 4^3) : (6^2 : 3^2) = 2^3 : 2^2 = 2$

c) $(-2)^4 \cdot [(-8)^2 : (-4)^2] = (-2)^4 \cdot 2^2 = 2^4 \cdot 2^2 = 2^6$

d) $[3^3 \cdot (3^2)^5]^2 : (3^6)^4 = [3^3 \cdot 3^{10}]^2 : 3^{24} = [3^{13}]^2 : 3^{24} = 3^{26} : 3^{24} = 3^2$

e) $(27 \cdot 3^4) : (3^3)^2 = (3^3 \cdot 3^4) : (3^3)^2 = 3^7 : 3^6 = 3$

f) $(-5^2)^3 \cdot 5^4 : 5^2 = -5^6 \cdot 5^4 : 5^2 = -5^8$

70. Calcula la raíz cuadrada exacta.

a) 100	**b)** 144	**c)** 10 000	**d)** 256
a) 10	**b)** 12	**c)** 100	**d)** 16

71. Al calcular las raíces cuadradas exactas de varios números se han obtenido los resultados que aparecen a continuación. ¿Cuáles eran esos números?

a) 24	**c)** 30	**e)** 50
b) 27	**d)** 36	**f)** 81
a) 576	**c)** 900	**e)** 2500
b) 729	**d)** 1296	**f)** 6561

72. Actividad resuelta

73. Halla la raíz cuadrada entera de los siguientes números, indicando el resto en cada caso.

a) 77

b) 99

c) 101

d) 125

e) 918

f) 1000

a) Raíz entera: 8. Resto: 13

b) Raíz entera: 9. Resto: 18

c) Raíz entera: 10. Resto: 1

d) Raíz entera: 11. Resto: 4

e) Raíz entera: 30. Resto: 18

f) Raíz entera: 31. Resto: 39

www.yoquieroaprobar.es

74. Actividad resuelta

75. Halla el número conociendo su raíz cuadrada entera y su resto.

a) Raíz = 20; resto = 10

b) Raíz = 12; resto = 10

c) Raíz = 35; resto = 19

d) Raíz = 48; resto = 47

a) $20^2 + 10 = 410$

b) $12^2 + 10 = 154$

c) $35^2 + 19 = 1244$

d) $48^2 + 47 = 2351$

76. Observa los cuadrados de los números comprendidos entre 0 y el 9.

a) ¿En qué cifras terminan?

b) Calcula los cuadrados de 14, 24, 34 y 44. ¿En qué acaban los cuadrados de los números terminados en 4? ¿Y los de los números terminados en 7?

c) ¿Qué terminaciones puede tener un cuadrado perfecto?

d) ¿Puede ser 31 629 377 un cuadrado perfecto?

a) Terminan en 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, respectivamente.

b) $14^2 = 196$; $24^2 = 576$; $34^2 = 1156$; $44^2 = 1936$. Terminan en 6, igual que el cuadrado de 4. El cuadrado de un número terminado en 7 acaba en 9.

c) 0, 1, 4, 5, 6 o 9.

d) No, ya que termina en 7.

77. Sin realizar la operación, indica en qué cifra acaban los siguientes cuadrados.

a) 70^2

b) 89^2

c) 123^2

d) 224^2

e) 455^2

f) $87\,368^2$

a) En 0

b) En 1

c) En 9

d) En 6

e) En 5

f) En 4

78. Indica cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos, razonando la respuesta.

a) 15

b) 10 000

c) 484

d) 99

a) No lo es, ya que $3^2 < 15 < 4^2$

b) $10\,000 = 100^2$ es un cuadrado perfecto

c) $484 = 22^2$ es un cuadrado perfecto

d) No lo es, ya que $9^2 < 99 < 10^2$

79. Escribe todos los números cuya raíz cuadrada (exacta o entera) vale 17. Indica en cada caso cuál es el resto de la raíz.

$17^2 = 289$. Los números cuya raíz cuadrada exacta o entera vale 17 van desde 289 hasta $289 + 2 \cdot 17 = 323$.
Sus restos son, respectivamente, 0, 1, 2, …, 34.

80. Actividad resuelta

81. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a) $3^2 + 4 \cdot 5 - \sqrt{36}$

b) $-3^4 + (4 - 5 \cdot 2)^2$

c) $3 \cdot (4^2 - 3^2) : (-\sqrt{49})$

d) $[2 \cdot (-4^2 - 3^2)] \cdot (-5)$

e) $[\sqrt{5^2} \cdot (-1)^3 + 3]^2 - 28 : (-2^2)$

f) $(-(-10^2)^3)^1 : (11^4 \cdot 11^2)$

a) $3^2 + 4 \cdot 5 - \sqrt{36} = 9 + 20 - 6 = 23$

b) $-3^4 + (4 - 5 \cdot 2)^2 = -81 + (4 - 10)^2 = -81 + (-6)^2 = -81 + 36 = -45$

c) $3 \cdot (4^2 - 3^2) : (-\sqrt{49}) = 3 \cdot (16 - 9) : (-7) = 3 \cdot 7 : (-7) = -3$

d) $[2 \cdot (-4^2 - 3^2)] \cdot (-5) = [2 \cdot (-16 - 9)] \cdot (-5) = [2 \cdot (-25)] \cdot (-5) = -50 \cdot (-5) = 250$

e) $[\sqrt{5^2} \cdot (-1)^3 + 3]^2 - 28 : (-2^2) = [5 \cdot (-1) + 3]^2 - 28 : (-4) = [-5 + 3]^2 + 7 = (-2)^2 + 7 = 4 + 7 = 11$

f) $(-(-10^2)^3)^1 : (11^4 \cdot 11^2) = (-10^6) : 11^6 = (10 : 11)^6$

www.yoquieroaprobar.es

82. Realiza las siguientes operaciones.

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2)$

b) $(3^2 + 4^2 + 3^2 \cdot 4^2) : (5 - 2 \cdot 3^2)$

c) $(-2)^3 + (-2^3) - (-2^4) - (-2)^4$

d) $16 - 3 \cdot 2^2 - (-2)^2 \cdot [6 \cdot 2^0 - (3 - 5)^2]$

a) $(10^2 + 11^2 + 12^2) : (13^2 + 14^2) = (100 + 121 + 144) : (169 + 196) = 365 : 365 = 1$

b) $(3^2 + 4^2 + 3^2 \cdot 4^2) : (5 - 2 \cdot 3^2) = (9 + 16 + 9 \cdot 16) : (5 - 2 \cdot 9) = (25 + 144) : (5 - 18) = 169 : (-13) = -13$

c) $(-2)^3 + (-2^3) - (-2^4) - (-2)^4 = -8 - 8 - (-16) - 16 = -16$

d) $16 - 3 \cdot 2^2 - (-2)^2 \cdot [6 \cdot 2^0 - (3 - 5)^2] = 16 - 3 \cdot 4 - 4 \cdot [6 \cdot 1 - (-2)^2] = 16 - 12 - 4 \cdot (6 - 4) = 4 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$

83. Resuelve las operaciones siguientes.

a) $5 - 7 \cdot (-1)^3 + \sqrt{(-1)^4} + 2 \cdot 5$

b) $3^2 - 2^2 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)^5]$

c) $\sqrt{2^2} - 3 \cdot (-2)^2 \cdot 5 + 4^3 : 2^4$

d) $\sqrt{16} - 3 \cdot 2^2 - (-2)^0 \cdot [3 \cdot 2^2 - (5 - 3)^2]$

a) $5 - 7 \cdot (-1)^3 + \sqrt{(-1)^4} + 2 \cdot 5 = 5 - 7 \cdot (-1) + \sqrt{1} + 10 = 5 + 7 + 1 + 10 = 23$

b) $3^2 - 2^2 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)^5] = 9 - 4 \cdot [5 - 3 \cdot (-1)] = 9 - 4 \cdot (5 + 3) = 9 - 4 \cdot 8 = 9 - 32 = -23$

c) $\sqrt{2^2} - 3 \cdot (-2)^2 \cdot 5 + 4^3 : 2^4 = \sqrt{4} - 3 \cdot 4 \cdot 5 + 64 : 16 = 2 - 60 + 4 = -54$

d) $\sqrt{16} - 3 \cdot 2^2 - (-2)^0 \cdot [3 \cdot 2^2 - (5 - 3)^2] = 4 - 3 \cdot 4 - 1 \cdot [3 \cdot 4 - 2^2] = 4 - 12 - (12 - 4) = 4 - 12 - 8 = -16$

84. En estas operaciones faltan algunos números. Cópialas en tu cuaderno y complétalas.

a) $\bullet^3 - 5 \cdot 2^2 = 8 - \bullet = \bullet$

b) $\sqrt{\square^2 - 20} = 4$

c) $\bullet^5 - (-\bullet^2) = -1 - \bullet = 8$

d) $\sqrt{24 + 37^{\bullet}} = \sqrt{25} = \bullet$

a) $2^3 - 5 \cdot 2^2 = 8 - 20 = -12$

b) $\sqrt{6^2 - 20} = 4$

c) $(-1)^5 - (-3^2) = -1 - (-9) = 8$

d) $\sqrt{24 + 37^0} = \sqrt{25} = 5$

85. ¿Cuántos números naturales tienen como cuadrado 16? ¿Y cuántos números enteros?

Naturales: 4. Enteros: 4 y –4.

86. Si un número acaba en 12, ¿cuáles serán las dos últimas cifras de su cuadrado? Averígualo elevando al cuadrado varios números terminados en 12.

$12^2 = 144$, $112^2 = 12544$, $212^2 = 44944$… Termina en 44.

87. El cuadrado de la suma de dos números no es igual a la suma de los cuadrados de ambos. Compruébalo con algunos ejemplos.

Respuesta libre. Por ejemplo, $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$ y $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

88. Los cuadrados de los números que acaban en 5 son fáciles de obtener mentalmente. Para calcularlos, se siguen los siguientes pasos:

- **Se toma el número quitando la última cifra, el 5.**
- **Se multiplica por el número siguiente.**
- **Se añade al final la terminación 25.**

Por ejemplo, 35^2 se halla multiplicando $3 \cdot 4 = 12$ y añadiendo la terminación 25; es decir, $35^2 = 1225$.

a) Calcula mentalmente estos cuadrados: 25^2, 45^2, 75^2, 85^2, 105^2, 1005^2.

b) El número 4225 tiene raíz cuadrada exacta. ¿Podrías hallarla mentalmente?

a) $25^2 \rightarrow 2 \cdot 3 = 6 \rightarrow 625$; $45^2 \rightarrow 4 \cdot 5 = 20 \rightarrow 2025$; $75^2 \rightarrow 7 \cdot 8 = 56 \rightarrow 5625$; $85^2 \rightarrow 8 \cdot 9 = 72 \rightarrow 7225$; $105^2 \rightarrow 10 \cdot 11 = 110 \rightarrow 11\,025$; $1005^2 \rightarrow 100 \cdot 101 = 10\,100 \rightarrow 1\,010\,025$

b) Como $42 = 6 \cdot 7$, la raíz de 4225 es 65.

www.yoquieroaprobar.es

89. Actividad resuelta

90. Comprueba si los siguientes números tienen raíz cuadrada exacta factorizándolos.

a) 256 **b) 72** **c) 2401** **d) 512**

a) $256 = 2^8 = (2^4)^2 = 16^2$, su raíz cuadrada exacta es 16.

b) $72 = 2^3 \cdot 3^2$, no tiene raíz cuadrada exacta, hay un exponente impar.

c) $2401 = 7^4 = (7^2)^2 = 49^2$, su raíz cuadrada exacta es 49.

d) $512 = 2^9$, no tiene raíz cuadrada exacta, el exponente es impar.

91. Un cubo perfecto es un número que es igual al cubo de otro. Por ejemplo, 8 es un cubo perfecto, ya que $8 = 2^3$.

a) Escribe los 10 primeros cubos perfectos.

b) ¿Alguno de ellos es un cuadrado perfecto?

a) 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000

b) Sí: 1, 64 y 729

92. ¿Es posible encontrar algún número primo que tenga raíz cuadrada exacta? Justifícalo.

No. Si un número tiene raíz cuadrada exacta se puede escribir como el cuadrado de otro, y por tanto no es primo.

93. Al hallar $(2^4 \cdot 5^2)^3$ se obtiene un número cuya raíz cuadrada es exacta. ¿Cuánto vale esa raíz?

$(2^4 \cdot 5^2)^3 = 2^{12} \cdot 5^6 = (2^6 \cdot 5^3)^2$. La raíz es $2^6 \cdot 5^3 = 8000$

94. Unos caramelos vienen en envases de 10. A su vez, estos envases se empaquetan en cajas de 10 unidades, y estas cajas se almacenan en contenedores con capacidad para 10 cajas. ¿Cuántos caramelos hay en total en un contenedor?

Hay $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ caramelos.

95. Una caja contiene ocho *packs* de botes de refrescos, y cada *pack* está formado por ocho botes. Expresa el número total de botes de las siguientes formas:

a) Usando potencias de 8.

b) Usando potencias de 2.

c) Usando potencias de 4.

En total hay 64 botes.

a) 8^2 **b)** 2^6 **c)** 4^3

96. Los alumnos de una clase se han colocado formando un cuadrado con cinco alumnos en cada fila y han sobrado 3. ¿Cuántos alumnos hay?

Hay $5^2 + 3 = 25 + 3 = 28$ alumnos.

97. Silvia se entera de un rumor, y al minuto se lo ha contado a 2 amigos, con lo que en total hay 3 personas que lo saben. Un minuto después, cada una se lo ha contado a otras dos personas distintas, así que ya lo saben en total 9 personas. Cada una de ellas hace lo mismo, y así sucesivamente.

a) ¿Cuántas personas conocerán el rumor a los 5 min?

b) ¿Cuántas lo sabrán a los 60 min? Exprésalo como potencia. Ayúdate de la tabla para contestar a estas preguntas:

Tiempo transcurrido (en minutos)	0	1	2	5	60	*n*
N.º de personas que lo saben	1	3	9	•	•	•

a) Lo conocerán $3^5 = 243$ personas.

b) Lo conocerán 3^{60} personas.

Tiempo transcurrido (en minutos)	0	1	2	5	60	*n*
N.º de personas que lo saben	1	3	9	243	3^{60}	3^n

www.yoquieroaprobar.es

98. Problema resuelto

99. David tiene 12 camisetas y 12 pantalones, distintos. ¿De cuántas formas puede vestirse combinando una camiseta y un pantalón?

De $12 \cdot 12 = 144$ formas.

100. En informática, 1 GB equivale a 2^{10} MB. Si un lápiz de memoria tiene 32 GB, ¿cuántos MB son?

A. 2^{15} **B.** 2^{50} **C.** 4^{15} **D.** 4^{50}

A. 2^{15}, ya que $32 \text{ GB} = 32 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^5 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^{15} \text{ MB}$

101. Juan participa en el desfile de carnaval. Su comparsa forma 9 filas de 6 personas cada una.

a) ¿Podrían desfilar formando un cuadrado, sin que sobrara nadie? Si no es así, ¿cuántas personas sobrarían?

b) ¿Cuántas personas más necesitarían para formar un cuadrado?

a) Son $9 \cdot 6 = 54$ personas. La raíz de 54 no es exacta, su raíz entera es 7 y el resto vale 5. Sobran 5 personas.

b) El siguiente cuadrado perfecto es $8^2 = 64$. Faltarían 10 personas.

102. Un contenedor tiene forma cúbica y su arista mide 120 cm. En su interior se apilan cajas de forma cúbica de 10 centímetros de arista.

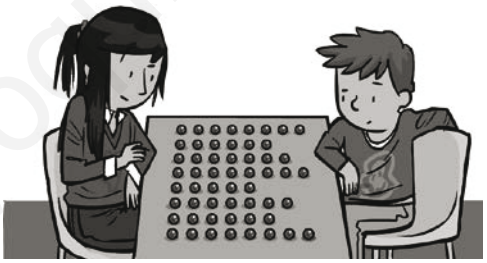
a) ¿Cuántas cajas se necesitan para hacer una torre de la misma altura del contenedor?

b) ¿Cuántas cajas serán necesarias para rellenar completamente el contenedor?

a) Apilando $120 : 10 = 12$ cajas una encima de otra se tendría una torre de la altura del contenedor.

b) Harían falta $12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3 = 1728$ cajas.

103. Elena cuenta sus canicas. Para hacerlo, las coloca en filas. Su hermano menor intenta ayudar, pero no coloca en todas las filas el mismo número de canicas. El resultado es el siguiente:



a) ¿Cuántas canicas tiene?

b) ¿Se pueden volver a colocar todas las canicas formando un cuadrado?

c) ¿Cuál es la raíz cuadrada entera del número de canicas? ¿Y el resto?

d) ¿Cuál es el número mínimo de canicas que habría que añadir para formar un cuadrado?

a) Tiene 55 canicas.

b) No, 55 no es un cuadrado exacto.

c) La raíz entera es 7, y el resto es 6.

d) Debe añadir al menos 9 canicas.

104. Un póster cuadrado mide 8100 cm^2. ¿Cuánto mide su lado? ¿Y su perímetro?

El lado se averigua hallando la raíz cuadrada de 8100, que es 90. Mide 90 cm de lado y $90 \cdot 4 = 360$ cm de perímetro.

www.yoquieroaprobar.es

105. Jesús tiene colocados todos sus cromos formando un cuadrado de 13 cromos de lado. Un amigo se ha llevado varios cromos, de forma que el número que queda tiene raíz entera 12 y resto 8. ¿Cuántos cromos se llevó su amigo?

Se llevó $13^2 - (12^2 + 8) = 169 - 152 = 17$ cromos.

106. Una de las preguntas de un concurso televisivo es el año del descubrimiento de América. El concursante no lo recuerda y el presentador le da unas pistas.

– Su raíz cuadrada entera es 38, y le faltan 29 años para ser un cuadrado perfecto.

– *¡Pues vaya ayuda!* – piensa el concursante

Con estas pistas, ¿serías capaz de averiguar el año?

Si al sumar 29 se obtiene el siguiente cuadrado perfecto, que es $39^2 = 1521$, el año buscado es $1521 - 29 = 1492$.

107. Un cuadrado está formado por 64 puntos.

a) ¿Cuántos puntos habría que quitar para formar un cuadrado cuyo lado tuviera 3 puntos menos?

b) ¿Y cuántos habría que añadir para formar un cuadrado cuyo lado tuviera 3 puntos más?

a) El cuadrado tiene 8 puntos de lado. Para tener $5^2 = 25$ puntos, sobran $64 - 25 = 39$ puntos.

b) Para llegar a uno de lado 11, con $11^2 = 121$ puntos, faltan $121 - 64 = 57$ puntos.

108. La raíz cuadrada exacta de un número es 63. ¿Cuántas unidades como mínimo habrá que sumarle para obtener otro cuya raíz cuadrada sea exacta?

Para llegar a 64^2 faltan $64^2 - 63^2 = 4096 - 3969 = 127$ unidades.

109. ¿A qué número hay que elevar 4^4 para obtener 8^8?

A. 2 **B. 3** **C. 4** **D. 8**

B. 3. $4^4 = 2^8$ y $8^8 = 2^{24}$

110. ¿Cuál es el valor de $\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}}$?

A. 4 **B. 20** **C. 5** **D. 97**

C. 5. $\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}} = \sqrt{2^4 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$

111. ¿Cuántas cifras tiene el número $5^{17} \cdot 4^9$?

A. 3 **B. 5** **C. 17** **D. 18**

D. $5^{17} \cdot 4^9 = 5^{17} \cdot 2^{18} = 2 \cdot (5 \cdot 2)^{17} = 2 \cdot 10^{17}$, tiene 18 cifras.

112. Si *m* y *n* son dos números enteros positivos, ¿cuál es el menor valor de *m* para el que se cumple que $2940 \cdot m = n^2$?

A. 3 **B. 5** **C. 15** **D. 30**

Como $2940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$, para llegar a un cuadrado perfecto falta un 3 y un 5, es decir, hay que multiplicar por 15. La respuesta correcta es la C.

113. María y Esteban tienen algunos euros. María tiene más que Esteban, de hecho, el número de euros que tiene Esteban es la raíz cuadrada del doble del número de euros que tiene María. Si entre los dos tienen más de 80 €, ¿cuánto tiene, como poco, María?

A. 128 **B. 98** **C. 72** **D. 50**

C. 72 Como mínimo tiene 72 €. $72 + \sqrt{72 \cdot 2} = 72 + \sqrt{144} = 72 + 12 = 84$.

www.yoquieroaprobar.es

114. ¿Cuántos enteros positivos verifican que su cuadrado es un factor de 2000?

A. 3 **B.** 6 **C.** 10 **D.** 12

B. 6. $2\,000 = 2^4 \cdot 5^3$. Los cuadrados que dividen a 2000 son 1, 2^2, 2^4, 5^2 , $(2\cdot5)^2$ y $(2^2\cdot5)^2$.

115. Algunas de estas igualdades no son ciertas. Averigua cuáles son y corrige el resultado.

a) $10^2 + 5^2 = 15^2$

b) $3^2 \cdot 5^2 = 15^2$

c) $7^4 \cdot 7^4 = 14^4$

d) $(7 + 7)^2 = 7^2 + 7^2$

e) $\sqrt{10^2 - 6^2} = 10 - 6$

f) $\sqrt{5^2} + \sqrt{4^2} = 5 + 4$

g) $(2^3)^3 = 2^6$

h) $\sqrt{3^4} = 3^{4:2}$

a) $10^2 + 5^2 = 15^2$ Falsa. $10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125$, y $15^2 = 225$

b) $3^2 \cdot 5^2 = 15^2$ Cierta

c) $7^4 \cdot 7^4 = 14^4$ Falsa. $7^4 \cdot 7^4 = 49^4$

d) $(7+ 7)^2 = 7^2 + 7^2$ Falsa. $(7+ 7)^2 = 14^2 = 196$ y $7^2 + 7^2 = 49 + 49 = 98$

e) $\sqrt{10^2 - 6^2} = 10-6$ Falsa. $\sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ y $10 - 6 = 4$

f) $\sqrt{5^2} + \sqrt{4^2} = 5+ 4$ Cierta

g) $(2^3)^3 = 2^6$ Falsa. $(2^3)^3 = 2^9$

h) $\sqrt{3^4} = 3^{4:2}$ Cierta

116. Victoria ha encontrado una forma de calcular la raíz de una diferencia. Para hacerlo, se ha fijado en un par de ejemplos:

$$\sqrt{10^2 - 6^2} = (10 + 6) : 2 = 8$$

$$\sqrt{5^2 - 3^2} = (5 + 3) : 2 = 4$$

a) Comprueba las dos igualdades anteriores.

b) ¿Se podrá hallar la raíz de cualquier diferencia de dos cuadrados de esta forma? Compruébalo.

a) $\sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ y $\sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$. Los resultados coinciden.

b) No se puede hallar así. Por ejemplo, $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ y $(5 + 4) : 2 = 4{,}5$.
Otro ejemplo: $\sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$, pero $(10+8) : 2 = 18 : 2 = 9$

www.yoquieroaprobar.es

PONTE A PRUEBA

El carbono 14

Problema resuelto

El mensaje

Imagina que quieres distribuir una información y eliges alguna de las redes sociales de Internet. Mandas la información a todos tus contactos (20 personas) a las 10.00 y cada una de estas personas reenvía tu mensaje a todos sus contactos en el plazo de una hora, y así sucesivamente. Como habrá contactos repetidos, supón que cada persona tiene 10 contactos nuevos.

1. ¿Cuántas personas habrán recibido la información a las 13.00? ¿Y a las 14.00?

Hora	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00
N.º de personas	20	$20 \cdot 10 = 2 \cdot 10^2$	$20 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 10^3$	• • •	• • •

2. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que 2 000 000 personas hayan recibido tu mensaje?

A. 3 h **B. 4 h** **C. 5 h** **D. 6 h**

3. Si suponemos que en la Tierra hay 6000 millones de personas, ¿a qué hora habrá llegado el mensaje a todas las personas del mundo, si todas usan la misma red social?

4. Y si los mensajes se hubieran reenviado en el plazo de media hora, ¿a qué hora hubiera llegado a todas las personas del mundo?

A. En la mitad de tiempo **B. En la cuarta parte de tiempo**

C. En el doble de tiempo **D. En la décima parte de tiempo**

1. Completamos la tabla de los mensajes nuevos que llegan cada hora:

Hora	13.00	14.00
N.º de personas	$20 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 10^4$	$20 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 10^5$

A las 13:00 el mensaje habrá llegado a 20 + 200 + 2000 + 20 000 = 22 220 personas, y a las 14:00, a 222 220.

2. C. 5 horas

3. A las 18.00 habría llegado a $2 \cdot 10 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^8 =$ 222 222 220. A las 20.00 habría llegado a 22 222 222 220. Entre las 19.00 y las 20.00 llegaría a todo el mundo.

4. Habrían pasado el mismo número de períodos, pero de la mitad de tiempo. La respuesta correcta es A.

Números grandes

Cuando trabajamos con números muy grandes, suele ser útil utilizar potencias de 10. Por ejemplo, hay 14 348 907 formas de rellenar una quiniela. Para hacernos una idea, podemos redondear el número a 14 000 000, 14 millones, o $14 \cdot 10^6$. El uso de potencias de 10 permite estimar de forma sencilla la relación entre dos números muy grandes y operar con ellos.

1. En 2011 la población terrestre llegó a los siete mil millones de habitantes. Expresa ese número usando potencias de 10.

$7 \cdot 10^9$

2. Según los especialistas, el peso medio de un ser humano es de algo más de 60 kg. ¿Cuánto pesan todos los habitantes de la Tierra?

$60 \cdot 7 \cdot 10^9 = 42 \cdot 10^{10}$ (en notación científica, $4{,}2 \cdot 10^{11}$)

3. Si la Tierra pesa unos $6 \cdot 10^{24}$ kg, ¿a cuántos humanos equivale?

$6 \cdot 10^{24} : 60 = 10^{23}$. Equivale a 10^{23} humanos.

www.yoquieroaprobar.es

4. ¿Cuál es la masa de Marte si es, aproximadamente, la décima parte de la masa de la Tierra?

A. $6 \cdot 10^{14}$ **B.** $6 \cdot 10^{23}$ **C.** $6 \cdot 10^{25}$ **D.** $6 \cdot 10^{22}$

B. $6 \cdot 10^{23}$

5. Para calcular de forma aproximada el valor de algunas potencias, es conveniente compararlas con potencias de 10. Por ejemplo:

$2^{10} = 1024$ se puede aproximar por $1000 = 10^3$

$2^{20} = (2^{10})^2 = 1\,048\,576 \Rightarrow 1000^2 = 1\,000\,000$

¿A qué potencia de base 2 se aproxima el peso de todos los habitantes de la Tierra?

A. 2^{10} **B.** 2^{30} **C.** 2^{39} **D.** 2^{40}

2^{30} se aproxima a 10^9. La respuesta correcta es C.

6. Una bacteria se divide en dos cada minuto. Dentro de 64 minutos, habrá 2^{64} bacterias. Halla el número aproximado (descompón $2^{64} = 2^{60} \cdot 2^4$).

Como $2^{64} = 2^{60} \cdot 2^4 = (2^{10})^6 \cdot 16$, con la aproximación anterior se obtiene que hay unas $16 \cdot 10^{18}$ bacterias, es decir, unos 16 trillones.

www.yoquieroaprobar.es

AUTOEVALUACIÓN

1. Indica la base y el exponente de estas potencias y calcula el resultado.

a) 2^7 **b)** 3^6 **c)** 3^4 **d)** 1^{53}

a) Base: 2. Exponente: 7. Resultado: 128

b) Base: 3. Exponente: 6. Resultado: 729

c) Base: 3. Exponente: 4. Resultado: 81

d) Base: 1. Exponente: 53. Resultado: 1

2. Copia y completa las siguientes expresiones.

a) $3^{\bullet} = 81$

b) $(-2)^{\bullet} = -32$

c) $\bullet^4 = 10\,000$

d) $5^{\bullet} = 1$

a) $3^4 = 81$

b) $(-2)^5 = -32$

c) $10^4 = 10\,000$ o $(-10)^4 = 10\,000$

d) $5^0 = 1$

3. Expresa como producto o cociente de potencias.

a) $(5 \cdot 7)^3$

b) $(42 : 7)^6$

c) $[(-2) \cdot 7 \cdot (-2)]^5$

d) $[(-18) : 2]^4$

a) $(5 \cdot 7)^3 = 5^3 \cdot 7^3$

b) $(42 : 7)^6 = 42^6 : 7^6$

c) $[(-2) \cdot 7 \cdot (-2)]^5 = (-2)^5 \cdot 7^5 \cdot (-2)^5 = (-2)^{10} \cdot 7^5$

d) $[(-18) : 2]^4 = (-18)^4 : 2^4$

4. Realiza las siguientes operaciones utilizando las propiedades de las potencias.

a) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^5$

b) $(-3)^2 \cdot (-3)^3$

c) $2^{100} : 2^{97}$

d) $(-4)^3 : (-4)$

e) $(2^5)^2$

f) $(-2^2)^5$

a) $2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^5 = 2^{11}$

b) $(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^5$

c) $2^{100} : 2^{97} = 2^3$

d) $(-4)^3 : (-4) = (-4)^2$

e) $(2^5)^2 = 2^{10}$

f) $(-2^2)^5 = -2^{10}$

5. Factoriza y opera usando las propiedades de las potencias.

a) $(12^3 \cdot 2)^2 : 2^{12}$

b) $400^3 \cdot 100^2 : 200^5$

c) $16^3 : 8^3 \cdot 2^3$

d) $(-16)^3 : [2^3 \cdot (-4)^4]$

a) $(12^3 \cdot 2)^2 : 2^{12} = [(2^2 \cdot 3)^3 \cdot 2]^2 : 2^{12} = [2^6 \cdot 3^3 \cdot 2]^2 : 2^{12} = [2^7 \cdot 3^3]^2 : 2^{12} = 2^{14} \cdot 3^6 : 2^{12} = 2^2 \cdot 3^6 = 2916$

b) $400^3 \cdot 100^2 : 200^5 = 4^3 \cdot 100^3 \cdot 100^2 : (2 \cdot 100)^5 = 4^3 \cdot 100^5 : (2 \cdot 100)^5 = 2^6 : 2^5 = 2$

c) $16^3 : 8^3 \cdot 2^3 = (16 : 8 \cdot 2)^3 = (2^2)^3 = 2^6 = 64$

d) $(-16)^3 : [2^3 \cdot (-4)^4] = (-2^4)^3 : [2^3 \cdot (-2^2)^4] = -2^{12} : [2^3 \cdot (-2^8)] = -2^{12} : 2^{11} = -2$

6. Entre los siguientes números, ¿cuáles son cuadrados perfectos? Cópialos en tu cuaderno y justifica tu respuesta.

36, 55, 81, 101, 120, 144, 169, 194, 200, 225

$36 = 6^2$ $81 = 9^2$ $144 = 12^2$ $169 = 13^2$ $225 = 15^2$

7. Halla la raíz cuadrada de los siguientes números. Indica cuál es el resto si la raíz cuadrada no es exacta.

a) 61 **b)** 196 **c)** 420 **d)** 6400

a) Raíz entera: 7. Resto: 12

b) Raíz exacta:14

c) Raíz entera: 20. Resto: 20

d) Raíz exacta: 80

www.yoquieroaprobar.es

8. El número 7000 está entre 80^2 y 90^2. Halla su raíz entera y su resto.

Raíz entera: 83. Resto: $7000 - 83^2 = 111$

9. Un pastelero coloca sus 130 pasteles en una bandeja, formando el mayor cuadrado posible.

a) ¿Cuántos sobrarán?

b) ¿Cuántos más tendrá que preparar para formar un cuadrado que tenga 3 pasteles más de lado?

a) El cuadrado inmediatamente inferior es $11^2 = 121$. Sobran 9.

b) Para un cuadrado de 14 pasteles de lado necesita $14^2 - 130 = 196 - 130 = 66$

10. Realiza las siguientes operaciones combinadas.

a) $5^2 - 2^2 \cdot \sqrt{4^2 + 9}$

b) $(5 - 2)^2 - 3^2 \cdot (-2^2 \cdot 2)^3$

c) $\sqrt{4 - 3 \cdot (\sqrt{4^3} - 7)}$

d) $-(-3^2)^2 \cdot (-2)^4 : 6^3 + 4^3$

a) $5^2 - 2^2 \cdot \sqrt{4^2 + 9} = 25 - 4 \cdot \sqrt{16 + 9} = 25 - 4 \cdot \sqrt{25} = 25 - 4 \cdot 5 = 25 - 20 = 5$

b) $(5 - 2)^2 - 3^2 \cdot (-2^2 \cdot 2)^3 = 3^2 - 9 \cdot (-2^3)^3 = 9 - 9 \cdot (-2^9) = 9 - 9 \cdot (-512) = 9 + 4608 = 4617$

c) $\sqrt{4 - 3 \cdot (\sqrt{4^3} - 7)} = \sqrt{4 - 3 \cdot (\sqrt{64} - 7)} = \sqrt{4 - 3 \cdot (8 - 7)} = \sqrt{4 - 3 \cdot 1} = \sqrt{4 - 3} = 1$

d) $-(-3^2)^2 \cdot (-2)^4 : 6^3 + 4^3 = -3^4 \cdot 2^4 : (2 \cdot 3)^3 + 4^3 = -3^4 \cdot 2^4 : (2^3 \cdot 3^3) + 64 = -3 \cdot 2 + 64 = -6 + 64 = 58$

www.yoquieroaprobar.es

4 Fracciones

1. Escribe la fracción correspondiente a cada enunciado.

a) Tres cuartos de hora

b) Medio litro de agua

c) Doce de los 25 alumnos de la clase

d) Dos quintas partes del camino

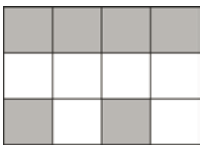
a) $\frac{3}{4}$ de hora **b)** $\frac{1}{2}$ de 1L de agua **c)** $\frac{12}{25}$ alumnos **d)** $\frac{2}{5}$ del camino

2. Escribe en cada caso qué fracción corresponde a la parte coloreada.

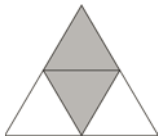
a)



b)



c)



d)



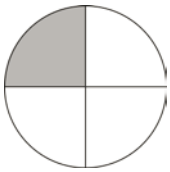
a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{6}{12}$ **c)** $\frac{2}{4}$ **d)** $\frac{3}{6}$

3. Actividad resuelta

4. Representa en tu cuaderno gráficamente estas fracciones.

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{3}{8}$ **c)** $\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{3}{10}$

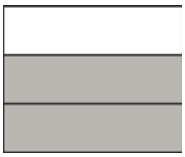
a)



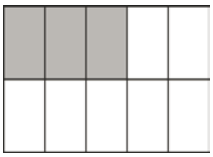
b)



c)



d)



5. Estas fracciones representan cocientes de dos números. Indica a qué número entero corresponde cada una.

a) $\frac{18}{3}$ **b)** $\frac{20}{10}$ **c)** $\frac{-45}{9}$ **d)** $-\frac{36}{4}$

a) 18 : 3 = 6 **b)** 20 : 10 = 2 **c)** –45 : 9 = –5 **d)** –36 : 4 = –9

6. Copia y completa en tu cuaderno los números que faltan.

a) $\frac{\bullet}{5} = 300$ **b)** $\frac{-270}{\bullet} = 90$ **c)** $\frac{\bullet}{-12} = -125$ **d)** $\frac{\bullet}{12} = -12$

a) $\frac{1500}{5} = 300$ **b)** $\frac{-270}{-3} = 90$ **c)** $\frac{1500}{-12} = -125$ **d)** $\frac{-144}{12} = -12$

www.yoquieroaprobar.es

7. Calcula las siguientes cantidades.

a) $\frac{7}{8}$ **de 200** **b)** $-\frac{5}{12}$ **de 3600** **c)** $\frac{3}{7}$ **de –98** **d)** $\frac{17}{100}$ **de 20 000**

a) $7 \cdot 200 : 8 = 175$

b) $-5 \cdot 3600 : 12 = -1500$

c) $3 \cdot (-98) : 7 = -42$

d) $17 \cdot 20\,000 : 100 = 3400$

8. Actividad resuelta

9. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes igualdades.

a) $\frac{5}{\bullet}$ **de 512 = 320** **b)** $\frac{\bullet}{8}$ **de 2000 = 750** **c)** $\frac{\bullet}{4}$ **de 320 = –1360** **d)** $\frac{2}{3}$ **de** $\bullet$ **= 400**

a) $5 \cdot 512 = 2560$; $2560 : 320 = 8 \Rightarrow \frac{5}{8}$ de $512 = 320$

b) $2000 : 8 = 250$; $750 : 250 = 3 \Rightarrow \frac{3}{8}$ de $2000 = 750$

c) $320 : 4 = 80$; $-1360 : 80 = -17 \Rightarrow \frac{-17}{4}$ de $320 = -1360$

d) $400 \cdot 3 : 2 = 600 \Rightarrow \frac{2}{3}$ de $600 = 400$

10. En una clase de 1º ESO hay 12 chicos y 15 chicas. ¿Qué fracción del total de alumnos son chicas? ¿Y chicos?

El total de alumnos es: $12 + 15 = 27$

Chicas: $\frac{15}{27} = \frac{5}{9}$. Chicos: $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

11. En un pueblo de 1524 habitantes, $\frac{5}{12}$ **de la población son menores de edad. ¿Cuántos mayores de edad hay?**

Habitantes menores de edad: $\frac{5}{12}$ de $1524 = 5 \cdot 1524 : 12 = 7620 : 12 = 635$

Habitantes mayores de edad: $1524 - 635 = 889$

12. Juan ha leído dos novenas partes de un libro.

a) ¿Qué fracción le falta por leer?

b) Si el libro tiene 459 páginas, ¿cuántas le quedan por leer?

a) Ha leído $\frac{2}{9}$ del libro. Le falta por leer $\frac{7}{9}$ del libro.

b) Le quedan por leer $\frac{7}{9}$ de 459 páginas $\Rightarrow 7 \cdot 459 : 9 = 3213 : 9 = 357$ páginas.

www.yoquieroaprobar.es

13. Álex se da cuenta de que puede comparar todas las monedas con la de 1 €. Por ejemplo, para tener 1 € en monedas de 50 CENT necesita 2 monedas, por lo que la moneda de 50 CENT vale $\frac{1}{2}$ de la moneda de 1 €.

Calcula la fracción de 1 € que representan las monedas de 1, 2, 5, 10 y 20 CENT.

Se necesitan 100 monedas de 1 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{100}$

Se necesitan 50 monedas de 2 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{50}$

Se necesitan 20 monedas de 5 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{20}$

Se necesitan 10 monedas de 10 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{10}$

Se necesitan 5 monedas de 20 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{5}$

14. Comprueba si estas fracciones son equivalentes.

a) $\frac{5}{12}$ y $\frac{11}{24}$ **b)** $\frac{24}{36}$ y $\frac{60}{90}$ **c)** $\frac{21}{48}$ y $\frac{15}{42}$

a) $\frac{5}{12}$ y $\frac{11}{24}$ no son equivalentes, porque $5 \cdot 24 \neq 11 \cdot 12$.

b) $\frac{24}{36}$ y $\frac{60}{90}$ son equivalentes, porque $24 \cdot 90 = 36 \cdot 60$.

c) $\frac{21}{48}$ y $\frac{15}{42}$ no son equivalentes, porque $21 \cdot 42 \neq 48 \cdot 15$.

15. Actividad resuelta

16. Completa el término que falta para que las fracciones sean equivalentes.

a) $\frac{\bullet}{24}$ y $\frac{5}{15}$ **b)** $\frac{36}{16}$ y $\frac{\bullet}{4}$ **c)** $\frac{\bullet}{10}$ y $\frac{7}{70}$

a) $\frac{\bullet}{24} = \frac{5}{15} \Rightarrow \bullet \cdot 15 = 24 \cdot 5$; $\bullet = \frac{24 \cdot 5}{15} = 8$

b) $\frac{36}{16} = \frac{\bullet}{4} \Rightarrow 36 \cdot 4 = 16 \cdot \bullet$; $\bullet = \frac{36 \cdot 4}{16} = 9$

c) $\frac{\bullet}{10} = \frac{7}{70} \Rightarrow \bullet \cdot 70 = 10 \cdot 7$; $\bullet = \frac{10 \cdot 7}{70} = 1$

17. Escribe dos fracciones amplificadas de cada una.

a) $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{5}{8}$ **c)** $\frac{1}{6}$ **d)** $\frac{12}{24}$

a) $\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$ y $\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

b) $\frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$ y $\frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{25}{40}$

c) $\frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}$ y $\frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}$

d) $\frac{12 \cdot 2}{24 \cdot 2} = \frac{24}{48}$ y $\frac{12 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{36}{72}$

www.yoquieroaprobar.es

18. Escribe dos fracciones simplificadas de cada una.

a) $\frac{30}{40}$ b) $\frac{56}{84}$ c) $\frac{12}{36}$ d) $\frac{42}{105}$

a) $\frac{30:2}{40:2}=\frac{15}{20}$ y $\frac{30:10}{40:10}=\frac{3}{4}$

b) $\frac{56:2}{84:2}=\frac{28}{42}$ y $\frac{56:28}{84:28}=\frac{2}{3}$

c) $\frac{12:2}{36:2}=\frac{6}{18}$ y $\frac{12:12}{36:12}=\frac{1}{3}$

d) $\frac{42:3}{105:3}=\frac{14}{35}$ y $\frac{42:21}{105:21}=\frac{2}{5}$

19. Halla la fracción irreducible equivalente a cada una.

a) $\frac{300}{400}$ b) $\frac{198}{264}$ c) $\frac{128}{256}$ d) $\frac{320\,000}{360\,000}$

a) $\frac{300:100}{400:100}=\frac{3}{4}$

b) m.c.d. (198, 264) = 66 $\Rightarrow \frac{198:66}{264:66}=\frac{3}{4}$

c) $\frac{128:128}{256:128}=\frac{1}{2}$

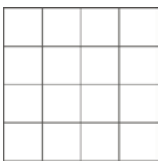
d) $\frac{320\,000:10\,000}{360\,000:10\,000}=\frac{32:4}{36:4}=\frac{8}{9}$

20. Escribe en cada caso una fracción con denominador 100 equivalente a cada una de estas.

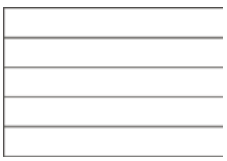
a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{7}{20}$ c) $\frac{12}{25}$

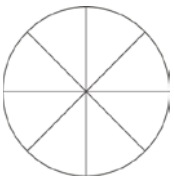
a) $\frac{3\cdot25}{4\cdot25}=\frac{75}{100}$ b) $\frac{7\cdot5}{20\cdot5}=\frac{35}{100}$ c) $\frac{12\cdot4}{25\cdot4}=\frac{48}{100}$

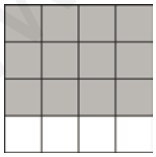
21. Copia los dibujos en tu cuaderno y colorea en cada caso la fracción correspondiente.

a) $\frac{24}{32}$ 

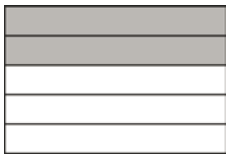
b) $\frac{15}{40}$ 

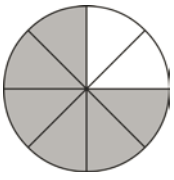
c) $\frac{6}{15}$ 

d) $\frac{75}{100}$ 

a) $\frac{24}{32}=\frac{12}{16}$ 

b) $\frac{15}{40}=\frac{3}{8}$ 

c) $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ 

d) $\frac{75}{100}=\frac{6}{8}$ 

www.yoquieroaprobar.es

22. Busca las fracciones equivalentes, calculando la fracción irreducible correspondiente a cada una.

$$\frac{56}{84}, \frac{28}{35}, \frac{32}{40}, \frac{34}{51}, \frac{102}{153}, \frac{92}{138}, \frac{1200}{1500}, \frac{32}{48}$$

$\frac{56}{84}, \frac{34}{51}, \frac{102}{153}, \frac{92}{138}, \frac{32}{48}$ son equivalentes entre sí porque todas ellas tienen como fracción irreducible $\frac{2}{3}$.

$\frac{28}{35}, \frac{32}{40}, \frac{1200}{1500}$ son equivalentes entre sí porque todas ellas tienen como fracción irreducible $\frac{4}{5}$.

23. Juan Alberto decide regalar $\frac{2}{5}$ de sus cromos. Si en total ha regalado 12 cromos, ¿cuántos tenía al principio?

Podemos resolver este problema a través de fracciones equivalentes: $\frac{2}{5} = \frac{12}{\bullet}$. El total de cromos es 30.

24. Ordena las fracciones de menor a mayor.

a) $\frac{3}{50}, \frac{19}{50}, \frac{7}{50}$ **b)** $\frac{7}{9}, \frac{-4}{9}, \frac{8}{9}$ **c)** $\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{3}{4}$ **d)** $\frac{23}{41}, \frac{23}{40}, \frac{23}{39}$

a) $\frac{3}{50} < \frac{7}{50} < \frac{19}{50}$ **b)** $\frac{-4}{9} < \frac{7}{9} < \frac{8}{9}$ **c)** $\frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$ **d)** $\frac{23}{41} < \frac{23}{40} < \frac{23}{39}$

25. Escribe una fracción mayor y una menor, cambiando solo los numeradores y, después cambiando solo los denominadores.

a) $\frac{5}{7}$ **b)** $\frac{12}{17}$ **c)** $\frac{3}{100}$ **d)** $\frac{13}{20}$

a) Cambiando los numeradores: $\frac{4}{7} < \frac{5}{7} < \frac{6}{7}$ Cambiando los denominadores: $\frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$

b) Cambiando los numeradores: $\frac{11}{17} < \frac{12}{17} < \frac{13}{17}$ Cambiando los denominadores: $\frac{12}{18} < \frac{12}{17} < \frac{12}{16}$

c) Cambiando los numeradores: $\frac{2}{100} < \frac{3}{100} < \frac{4}{100}$ Cambiando los denominadores: $\frac{3}{101} < \frac{3}{100} < \frac{3}{99}$

d) Cambiando los numeradores: $\frac{12}{20} < \frac{13}{20} < \frac{14}{20}$ Cambiando los denominadores: $\frac{13}{21} < \frac{13}{20} < \frac{13}{19}$

26. Indica cuál es la fracción mayor.

a) $\frac{7}{9}$ **o** $\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{3}{8}$ **o** $\frac{5}{16}$ **c)** $\frac{7}{10}$ **o** $\frac{3}{35}$

a) $\frac{7}{9} = \frac{42}{54}$ y $\frac{5}{6} = \frac{45}{54}$; $\frac{42}{54} < \frac{45}{54} \Rightarrow \frac{7}{9} < \frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{8} = \frac{48}{128}$ y $\frac{5}{16} = \frac{40}{128}$; $\frac{40}{128} < \frac{48}{128} \Rightarrow \frac{5}{16} < \frac{3}{8}$

c) $\frac{7}{10} = \frac{245}{350}$ y $\frac{3}{35} = \frac{30}{350}$; $\frac{30}{350} < \frac{245}{350} \Rightarrow \frac{3}{35} < \frac{7}{10}$

27. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

28. Escribe dos fracciones comprendidas entre estas.

a) $\frac{6}{8}$ y $\frac{7}{8}$ **b)** $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$ **c)** $\frac{17}{100}$ y $\frac{17}{36}$

a) $\frac{6}{8}=\frac{12}{16}$ y $\frac{7}{8}=\frac{14}{16} \Rightarrow \frac{13}{16}$ está entre las dos.

b) m.c.m. (6, 8) = 24 $\Rightarrow \frac{5}{6}=\frac{20}{24}$ y $\frac{7}{8}=\frac{21}{24}$

Tienen el mismo denominador, pero no hay ningún número entero entre los numeradores. Hay que amplificarlas: $\frac{5}{6}=\frac{20}{24}=\frac{20\cdot 2}{24\cdot 2}=\frac{40}{48}$ y $\frac{7}{8}=\frac{21}{24}=\frac{21\cdot 2}{24\cdot 2}=\frac{42}{48} \Rightarrow \frac{41}{48}$ está entre los dos.

c) Como tienen el mismo numerador, basta encontrar una fracción con el mismo numerador y el denominador comprendido entre los dos denominadores, por ejemplo $\frac{17}{50}$.

29. Actividad resuelta

30. Reduce a común denominador.

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{3}{10}$ y $\frac{3}{15}$ **c)** $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{12}$ y $\frac{7}{24}$

a) $3\cdot 6=18 \Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{12}{18}$ y $\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$

b) $10\cdot 15=150 \Rightarrow \frac{3}{10}=\frac{45}{150}$ y $\frac{3}{15}=\frac{30}{150}$

c) $6\cdot 12\cdot 24=1728 \Rightarrow \frac{1}{6}=\frac{288}{1728}$; $\frac{5}{12}=\frac{720}{1728}$ y $\frac{7}{24}=\frac{504}{1728}$

31. Reduce a mínimo común denominador y ordena las fracciones de menor a mayor.

a) $\frac{36}{100}$, $\frac{24}{40}$ y $\frac{200}{1000}$ **b)** $\frac{48}{96}$, $\frac{32}{128}$ y $\frac{117}{234}$

a) Simplificamos primero las fracciones hasta obtener la fracción irreducible correspondiente a cada una:

$\frac{36}{100}=\frac{9}{25}$ $\frac{24}{40}=\frac{3}{5}$ $\frac{200}{1000}=\frac{1}{5}$

m.c.m (25, 5) = 25 $\Rightarrow \frac{36}{100}=\frac{9}{25}$; $\frac{24}{40}=\frac{3}{5}=\frac{15}{25}$ y $\frac{200}{1000}=\frac{1}{5}=\frac{5}{25}$

$\frac{5}{25}<\frac{9}{25}<\frac{15}{25} \Rightarrow \frac{200}{1000}<\frac{36}{100}<\frac{24}{40}$

b) Simplificamos primero las fracciones hasta obtener la fracción irreducible correspondiente a cada una:

$\frac{48}{96}=\frac{1}{2}$ $\frac{32}{128}=\frac{1}{4}$ $\frac{117}{234}=\frac{1}{2}$

m.c.m. (2, 4) = 4 $\Rightarrow \frac{48}{96}=\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$; $\frac{32}{128}=\frac{1}{4}$ y $\frac{117}{234}=\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$

$\frac{1}{4}<\frac{2}{4} \Rightarrow \frac{32}{128}<\frac{48}{96}=\frac{117}{234}$

32. Actividad interactiva

www.yoquieroaprobar.es

33. Calcula y simplifica el resultado cuando sea posible.

a) $\frac{7}{5}+\frac{6}{5}$ b) $\frac{12}{7}-\frac{1}{7}$ c) $\frac{8}{3}-\frac{2}{3}-\frac{4}{3}$ d) $\frac{5}{12}+\frac{5}{12}+\frac{5}{12}$

a) $\frac{7}{5}+\frac{6}{5}=\frac{13}{5}$ b) $\frac{12}{7}-\frac{1}{7}=\frac{11}{7}$ c) $\frac{8}{3}-\frac{2}{3}-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$ d) $\frac{5}{12}+\frac{5}{12}+\frac{5}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$

34. Reduce a común denominador y calcula el resultado.

a) $\frac{16}{15}+\frac{7}{30}$ b) $\frac{7}{8}+\frac{7}{5}$ c) $\frac{3}{12}-\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{30}-\frac{9}{42}$

a) $\frac{16}{15}+\frac{7}{30}=\frac{32}{30}+\frac{7}{30}=\frac{39}{30}=\frac{13}{10}$

b) $\frac{7}{8}+\frac{7}{5}=\frac{35}{40}+\frac{56}{40}=\frac{91}{40}$

c) $\frac{3}{12}-\frac{1}{3}=\frac{3}{12}-\frac{4}{12}=-\frac{1}{12}$

d) $\frac{4}{30}-\frac{9}{42}=\frac{28}{210}-\frac{45}{210}=-\frac{17}{210}$

35. Reduce a común denominador y calcula el resultado.

a) $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}$ b) $\frac{27}{4}+\frac{31}{10}+\frac{3}{8}$ c) $\frac{7}{48}-\frac{5}{36}+\frac{9}{42}$ d) $\frac{48}{96}+\frac{27}{81}-\frac{40}{48}$

a) $\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}=\frac{12}{8}+\frac{6}{8}+\frac{3}{8}=\frac{21}{8}$

b) $\frac{27}{4}+\frac{31}{10}+\frac{3}{8}=\frac{270}{40}+\frac{124}{40}+\frac{15}{40}=\frac{409}{40}$

c) $\frac{7}{48}-\frac{5}{36}+\frac{9}{42}=\frac{147}{1008}-\frac{140}{1008}+\frac{216}{1008}=\frac{223}{1008}$

d) $\frac{48}{96}+\frac{27}{81}-\frac{40}{48}=\frac{1296}{2592}+\frac{864}{2592}-\frac{2160}{2592}=\frac{0}{2592}=0$

36. Efectúa las operaciones, simplificando los resultados.

a) $1+\frac{3}{10}-\frac{1}{4}$

b) $3-\frac{3}{5}+\frac{9}{4}$

c) $\frac{3}{20}-\frac{4}{5}+\frac{9}{10}-\frac{4}{80}$

d) $\frac{12}{6}-\frac{15}{5}+\frac{35}{7}-\frac{32}{16}$

e) $\frac{5}{6}-2-\frac{7}{4}+\frac{7}{20}$

f) $27+\frac{2}{45}-\frac{20}{3}+\frac{13}{10}$

a) $1+\frac{3}{10}-\frac{1}{4}=\frac{20}{20}+\frac{6}{20}-\frac{5}{20}=\frac{21}{20}$

b) $3-\frac{3}{5}+\frac{9}{4}=\frac{60}{20}-\frac{12}{20}+\frac{45}{20}=\frac{93}{20}$

c) $\frac{3}{20}-\frac{4}{5}+\frac{9}{10}-\frac{4}{80}=\frac{12}{80}-\frac{64}{80}+\frac{72}{80}-\frac{4}{80}=\frac{16}{80}=\frac{1}{5}$

d) $\frac{12}{6}-\frac{15}{5}+\frac{35}{7}-\frac{32}{16}=2-3+5-2=2$

e) $\frac{5}{6}-2-\frac{7}{4}+\frac{7}{20}=\frac{50}{60}-\frac{120}{60}-\frac{105}{60}+\frac{21}{60}=-\frac{154}{60}=-\frac{77}{30}$

f) $27+\frac{2}{45}-\frac{20}{3}+\frac{13}{10}=\frac{2430}{90}+\frac{4}{90}-\frac{600}{90}+\frac{117}{90}=\frac{1951}{90}$

37. Copia y completa las igualdades:

a) $\frac{1}{2}+\frac{\bullet}{5}=\frac{7}{10}$ b) $\frac{3}{8}+\frac{\bullet}{4}=\frac{5}{8}$ c) $\frac{4}{\bullet}-\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$ d) $\frac{\bullet}{6}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

a) $\frac{1}{2}+\frac{\bullet}{5}=\frac{5}{10}+\frac{2\cdot\bullet}{10}=\frac{7}{10}\Rightarrow 2\cdot\bullet=2\Rightarrow\bullet=1$

b) $\frac{3}{8}+\frac{\bullet}{4}=\frac{3}{8}+\frac{2\cdot\bullet}{8}=\frac{5}{8}\Rightarrow 2\cdot\bullet=2\Rightarrow\bullet=1$

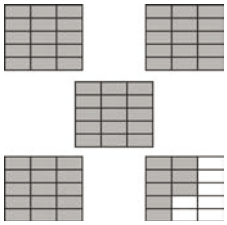
c) $\frac{4}{\bullet}-\frac{2}{5}=\frac{5\cdot4}{5\cdot\bullet}-\frac{7\cdot2}{7\cdot5}=\frac{20}{35}-\frac{14}{35}=\frac{6}{35}\Rightarrow 5\cdot\bullet=35\Rightarrow\bullet=7$

d) $\frac{\bullet}{6}-\frac{1}{3}=\frac{\bullet}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}\Rightarrow\bullet=3$

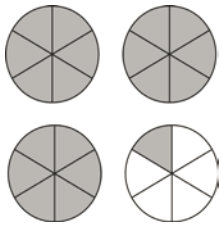
www.yoquieroaprobar.es

38. Escribe la fracción impropia correspondiente a cada figura y exprésala como la suma de un número entero y una fracción propia.

a)



b)



a) $\frac{68}{15} = 4 + \frac{8}{15}$

b) $\frac{19}{6} = 3 + \frac{1}{6}$

39. Expresa cada fracción como suma de un número entero más una fracción propia.

a) $\frac{25}{6}$ **b)** $\frac{13}{4}$ **c)** $\frac{39}{4}$ **d)** $\frac{140}{25}$

a) $\frac{25}{6} = 4 + \frac{1}{6}$ **b)** $\frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$ **c)** $\frac{39}{4} = 9 + \frac{3}{4}$ **d)** $\frac{140}{25} = 5 + \frac{15}{25}$

40. Gabriel dedica $\frac{1}{3}$ del día a dormir, $\frac{1}{4}$ a ir a clase y $\frac{1}{12}$ a hacer sus tareas. ¿Qué fracción del día tiene libre?

a) Elige la operación que resuelve el problema.

A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ **B.** $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ **C.** $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$

b) Calcula el resultado, ¿cuántas horas son?

a) La operación que resuelve el problema es la B porque tiene ocupado $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ y tiene libre $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

b) $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}\right) = 1 - \left(\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12}\right) = 1 - \frac{8}{12} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, que equivalen a $\frac{1}{3}$ del día = $\frac{1}{3} \cdot 24$ horas = 8 horas.

41. Arturo se ha gastado la mitad de su paga el sábado, y una quinta parte, el domingo.

a) ¿Qué fracción ha gastado? ¿Qué fracción le queda?

b) Si su paga era de 30 €, ¿cuánto tiene todavía?

a) Se ha gastado $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$ de su paga. Le quedan $\frac{3}{10}$ de paga.

b) Le quedan $\frac{3}{10}$ de 30 € = 3 · 30 : 10 = 9 €

42. Las *pizzas* de *La mia pizza* cuestan 12 €. Julia se ha comido $1 + \frac{5}{6}$ de *pizza*. ¿Cuánto tendrá que pagar?

Se ha comido $1 + \frac{5}{6} = \frac{6+5}{6} = \frac{11}{6}$ de *pizza*, por tanto tendrá que pagar $\frac{11}{6}$ de 12 € = 11 · 12 : 6 = 22 €.

www.yoquieroaprobar.es

43. Realiza estas multiplicaciones, expresando el resultado en forma de fracción irreducible.

a) $\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{9}$ c) $\frac{8}{27}\cdot\frac{81}{16}$ e) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{8}$

b) $\frac{3}{4}\cdot 7$ d) $8\cdot\frac{5}{16}$ f) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}$

a) $\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{9}=\frac{5\cdot 4}{6\cdot 9}=\frac{5\cdot 2\cdot 2}{2\cdot 3\cdot 9}=\frac{10}{27}$

b) $\frac{3}{4}\cdot 7=\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{1}=\frac{3\cdot 7}{4\cdot 1}=\frac{21}{4}$

c) $\frac{8}{27}\cdot\frac{81}{16}=\frac{8\cdot 81}{27\cdot 16}=\frac{\cancel{8}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot 2\cdot\cancel{8}}=\frac{3}{2}$

d) $8\cdot\frac{5}{16}=\frac{8}{1}\cdot\frac{5}{16}=\frac{8\cdot 5}{1\cdot 16}=\frac{\cancel{8}\cdot 5}{2\cdot\cancel{8}}=\frac{5}{2}$

e) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3\cdot 5\cdot 1}{4\cdot 6\cdot 8}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 2\cdot 3\cdot 8}=\frac{5}{64}$

f) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=\frac{1}{5}$

44. Calcula:

a) **Dos tercios de 600 metros.**

b) **La mitad de medio kilogramo.**

c) **La mitad de la mitad de la mitad.**

d) **Las tres décimas partes de dos tercios.**

a) $\frac{2}{3}\cdot 600\text{ m}=\frac{2\cdot 600}{3}\text{ m}=400\text{ m}$

b) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\text{ kg}=\frac{1}{4}\text{ kg}$

c) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

d) $\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{3}=\frac{\cancel{3}\cdot 2}{10\cdot\cancel{3}}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

45. Escribe la fracción inversa.

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{1}{9}$ d) **12**

a) $\frac{8}{3}$ b) $\frac{5}{6}$ c) 9 d) $\frac{1}{12}$

46. Realiza estas divisiones y expresa el resultado como fracción irreducible.

a) $\frac{8}{9}:\frac{4}{9}$ d) $\frac{5}{12}:10$

b) $\frac{9}{7}:\frac{5}{2}$ e) $\frac{21}{5}:\frac{7}{10}$

c) $8:\frac{4}{5}$ f) $\frac{1}{4}:\frac{1}{12}$

a) $\frac{8}{9}:\frac{4}{9}=\frac{8}{9}\cdot\frac{9}{4}=\frac{2\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{9}}{\cancel{9}\cdot\cancel{4}}=2$

b) $\frac{9}{7}:\frac{5}{2}=\frac{9}{7}\cdot\frac{2}{5}=\frac{18}{35}$

c) $8:\frac{4}{5}=8\cdot\frac{5}{4}=\frac{8\cdot 5}{4}=\frac{2\cdot\cancel{4}\cdot 5}{\cancel{4}}=10$

d) $\frac{5}{12}:10=\frac{5}{12}\cdot\frac{1}{10}=\frac{\cancel{5}}{12\cdot 2\cdot\cancel{5}}=\frac{1}{24}$

e) $\frac{21}{5}:\frac{7}{10}=\frac{21}{5}\cdot\frac{10}{7}=\frac{7\cdot 3\cdot\cancel{5}\cdot 2}{\cancel{5}\cdot 7}=6$

f) $\frac{1}{4}:\frac{1}{12}=\frac{1}{4}\cdot 12=\frac{\cancel{4}\cdot 3}{\cancel{4}}=3$

47. Calcula las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$ c) $\left(\frac{3}{10}\right)^4$

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$

c) $\left(\frac{3}{10}\right)^4=\frac{81}{10000}$

www.yoquieroaprobar.es

48. Completa los términos que faltan.

a) $\frac{3}{4}\cdot\frac{\bullet}{3}=1$

b) $\frac{5}{8}=1:\frac{8}{\bullet}$

c) $\frac{2}{3}:\frac{2}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}=\frac{\bullet}{\bullet}$

d) $\frac{4}{3}:\frac{\bullet}{\bullet}=\frac{8}{27}$

a) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}=1$

b) $\frac{5}{8}=1:\frac{8}{5}$

c) $\frac{2}{3}:\frac{2}{5}=\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{2}=\frac{5}{3}$

d) $\frac{4}{3}:\frac{9}{2}=\frac{8}{27}$

49. Actividad resuelta

50. Opera y escribe el resultado como fracción irreducible simplificando antes las fracciones.

a) $\frac{24}{72}:\frac{125}{250}$

b) $\frac{30}{200}:\frac{12}{36}$

a) $\frac{24}{72}:\frac{125}{250}=\frac{1}{3}:\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{1}=\frac{2}{3}$

b) $\frac{30}{200}:\frac{12}{36}=\frac{3}{20}:\frac{1}{3}=\frac{3}{20}\cdot\frac{3}{1}=\frac{9}{20}$

51. Actividad resuelta

52. Calcula y expresa el resultado en forma de fracción irreducible.

a) $\frac{32}{25}\cdot\frac{100}{21}$

b) $\frac{100}{3}\cdot\frac{81}{75}\cdot\frac{35}{900}$

c) $\frac{125}{50}:\frac{35}{14}$

d) $\frac{45}{77}:\frac{90}{121}$

a) $\frac{32\cdot100}{25\cdot21}=\frac{32\cdot\cancel{25}\cdot4}{\cancel{25}\cdot21}=\frac{32\cdot4}{21}=\frac{128}{21}$

b) $\frac{100}{3}\cdot\frac{81}{75}\cdot\frac{35}{900}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot7\cdot\cancel{5}}{\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot5\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{5}}=\frac{7}{5}$

c) $\frac{125}{50}:\frac{35}{14}=\frac{125}{50}\cdot\frac{14}{35}=\frac{\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{2}}{\cancel{5}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{5}}=1$

d) $\frac{45}{77}:\frac{90}{121}=\frac{45}{77}\cdot\frac{121}{90}=\frac{45\cdot121}{77\cdot90}=\frac{\cancel{9}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{11}\cdot11}{7\cdot\cancel{11}\cdot\cancel{9}\cdot2\cdot\cancel{5}}=\frac{11}{14}$

www.yoquieroaprobar.es

53. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}$ c) $\frac{7}{4}-\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{6}$ e) $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}:\frac{2}{5}$ g) $\frac{7}{4}-\frac{3}{10}:\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$ d) $\frac{13}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{4}$ f) $\frac{5}{6}:\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$ h) $\frac{13}{2}-\frac{1}{2}:\frac{11}{4}$

a) $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{5}{6}+\frac{2}{15}=\frac{25}{30}+\frac{4}{30}=\frac{29}{30}$

b) $\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{5}{18}+\frac{2}{5}=\frac{25}{90}+\frac{36}{90}=\frac{61}{90}$

c) $\frac{7}{4}-\frac{3}{10}\cdot\frac{5}{6}=\frac{7}{4}-\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{5}}{2\cdot\cancel{5}\cdot 2\cdot\cancel{3}}=\frac{7}{4}-\frac{1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

d) $\frac{13}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{4}=\frac{13}{2}-\frac{11}{8}=\frac{52}{8}-\frac{11}{8}=\frac{41}{8}$

e) $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\div\frac{2}{5}=\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{2}=\frac{5}{6}+\frac{5}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

f) $\frac{5}{6}\div\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{1}+\frac{2}{5}=\frac{5\cdot\cancel{3}}{2\cdot\cancel{3}}+\frac{2}{5}=\frac{5}{2}+\frac{2}{5}=\frac{25}{10}+\frac{4}{10}=\frac{29}{10}$

g) $\frac{7}{4}-\frac{3}{10}\div\frac{5}{6}=\frac{7}{4}-\frac{3}{10}\cdot\frac{6}{5}=\frac{7}{4}-\frac{3\cdot\cancel{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 5\cdot 5}=\frac{7}{4}-\frac{9}{25}=\frac{175}{100}-\frac{36}{100}=\frac{139}{100}$

h) $\frac{13}{2}-\frac{1}{2}\div\frac{11}{4}=\frac{13}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{11}=\frac{13}{2}-\frac{\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{2}\cdot 11}=\frac{13}{2}-\frac{2}{11}=\frac{143}{22}-\frac{4}{22}=\frac{139}{22}$

54. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{19}{6}+\frac{5}{3}\cdot 4$ c) $12-\frac{3}{10}\cdot 6$ e) $9+\frac{10}{3}:\frac{5}{6}$ g) $\frac{11}{4}-\frac{3}{10}:6$

b) $7\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$ d) $\frac{23}{2}-\frac{1}{2}\cdot 11$ f) $10:\frac{7}{9}+\frac{4}{9}$ h) $\frac{121}{20}-8:\frac{4}{3}$

a) $\frac{19}{6}+\frac{5}{3}\cdot 4=\frac{19}{6}+\frac{20}{3}=\frac{19}{6}+\frac{40}{6}=\frac{59}{6}$

b) $7\cdot\frac{1}{3}+\frac{3}{4}=\frac{7}{3}+\frac{3}{4}=\frac{28}{12}+\frac{9}{12}=\frac{37}{12}$

c) $12-\frac{3}{10}\cdot 6=12-\frac{3\cdot\cancel{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 5}=12-\frac{9}{5}=\frac{60}{5}-\frac{9}{5}=\frac{51}{5}$

d) $\frac{23}{2}-\frac{1}{2}\cdot 11=\frac{23}{2}-\frac{11}{2}=\frac{12}{2}=6$

e) $9+\frac{10}{3}:\frac{5}{6}=9+\frac{10}{3}\cdot\frac{6}{5}=9+\frac{2\cdot\cancel{5}\cdot 2\cdot\cancel{3}}{\cancel{5}\cdot\cancel{3}}=9+4=13$

f) $10:\frac{7}{9}+\frac{4}{9}=10\cdot\frac{9}{7}+\frac{4}{9}=\frac{90}{7}+\frac{4}{9}=\frac{810}{63}+\frac{28}{63}=\frac{838}{63}$

g) $\frac{11}{4}-\frac{3}{10}:6=\frac{11}{4}-\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{6}=\frac{11}{4}-\frac{\cancel{3}}{10\cdot 2\cdot\cancel{3}}=\frac{11}{4}-\frac{1}{20}=\frac{55}{20}-\frac{1}{20}=\frac{54}{20}=\frac{27}{10}$

h) $\frac{121}{20}-8:\frac{4}{3}=\frac{121}{20}-8\cdot\frac{3}{4}=\frac{121}{20}-\frac{2\cdot\cancel{4}\cdot 3}{\cancel{4}}=\frac{121}{20}-6=\frac{121}{20}-\frac{120}{20}=\frac{1}{20}$

www.yoquieroaprobar.es

55. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{2}$ c) $\frac{1}{2}:\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{2}$ e) $6-\frac{3}{8}:\frac{5}{4}-\frac{1}{20}$ g) $2:\frac{8}{5}-\frac{16}{3}:4$

b) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}:\frac{2}{5}+\frac{3}{2}$ d) $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}:\frac{3}{5}+\frac{3}{2}$ f) $\frac{3}{4}:\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{9}$ h) $\frac{1}{2}:10-10:\frac{1}{2}$

a) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{2}=\frac{5}{6}-\frac{3\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 2\cdot 5}+\frac{3}{2}=\frac{5}{6}-\frac{3}{10}+\frac{3}{2}=\frac{25}{30}-\frac{9}{30}+\frac{45}{30}=\frac{61}{30}$

b) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}:\frac{2}{5}+\frac{3}{2}=\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=\frac{5}{6}-\frac{15}{8}+\frac{3}{2}=\frac{20}{24}-\frac{45}{24}+\frac{36}{24}=\frac{11}{24}$

c) $\frac{1}{2}:\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{3}{2}=\frac{\cancel{2}\cdot 2\cdot\cancel{3}}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 5}+\frac{3}{2}=\frac{2}{5}+\frac{3}{2}=\frac{4}{10}+\frac{15}{10}=\frac{19}{10}$

d) $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}:\frac{3}{5}+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+\frac{3}{2}=\frac{\cancel{3}\cdot 5}{2\cdot 4\cdot\cancel{3}}+\frac{3}{2}=\frac{5}{8}+\frac{3}{2}=\frac{5}{8}+\frac{12}{8}=\frac{17}{8}$

e) $6-\frac{3}{8}:\frac{5}{4}-\frac{1}{20}=6-\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{5}-\frac{1}{20}=6-\frac{3\cdot\cancel{4}}{2\cdot\cancel{4}\cdot 5}-\frac{1}{20}=6-\frac{3}{10}-\frac{1}{20}=\frac{120}{20}-\frac{6}{20}-\frac{1}{20}=\frac{113}{20}$

f) $\frac{3}{4}:\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{9}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{9}=\frac{15}{8}-\frac{4}{27}=\frac{405}{216}-\frac{32}{216}=\frac{373}{216}$

g) $2:\frac{8}{5}-\frac{16}{3}:4=2\cdot\frac{5}{8}-\frac{16}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{\cancel{2}\cdot 5}{\cancel{2}\cdot 4}-\frac{4\cdot\cancel{4}}{3\cdot\cancel{4}}=\frac{5}{4}-\frac{4}{3}=\frac{15}{12}-\frac{16}{12}=-\frac{1}{12}$

h) $\frac{1}{2}:10-10:\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}-10\cdot 2=\frac{1}{20}-20=\frac{1}{20}-\frac{400}{20}=\frac{-399}{20}$

56. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{10}\right)$ c) $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}:\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\right)$ e) $\left(\frac{8}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right):\frac{5}{4}$

b) $5+\frac{7}{3}:\left(\frac{4}{3}+2\right)$ d) $\frac{8}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right):\frac{5}{4}$ f) $\frac{8}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{5}{4}\right)$

a) $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{6}{10}-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{10}=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}-\frac{1}{8}=\frac{6}{8}-\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$

b) $5+\frac{7}{3}:\left(\frac{4}{3}+2\right)=5+\frac{7}{3}:\left(\frac{4}{3}+\frac{6}{3}\right)=5+\frac{7}{3}:\frac{10}{3}=5+\frac{7}{3}\cdot\frac{3}{10}=5+\frac{7\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot 10}=5+\frac{7}{10}=\frac{50}{10}+\frac{7}{10}=\frac{57}{10}$

c) $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}:\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{8}-\frac{1}{4}:\left(\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{3}}{\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 2}\right)=\frac{3}{8}-\frac{1}{4}:\frac{1}{2}=\frac{3}{8}-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{1}=\frac{3}{8}-\frac{2}{4}=\frac{3}{8}-\frac{4}{8}=-\frac{1}{8}$

d) $\frac{8}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right):\frac{5}{4}=\frac{8}{3}-\left(\frac{2}{6}+\frac{3}{6}\right):\frac{5}{4}=\frac{8}{3}-\frac{5}{6}:\frac{5}{4}=\frac{8}{3}-\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{3}-\frac{\cancel{5}\cdot\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{2}\cdot 3\cdot\cancel{5}}=\frac{8}{3}-\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2$

e) $\left(\frac{8}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right):\frac{5}{4}=\left(\frac{16}{6}-\frac{2}{6}+\frac{3}{6}\right):\frac{5}{4}=\frac{17}{6}:\frac{5}{4}=\frac{17}{6}\cdot\frac{4}{5}=\frac{17\cdot\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{2}\cdot 3\cdot 5}=\frac{34}{15}$

f) $\frac{8}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{5}{4}\right)=\frac{8}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}\right)=\frac{8}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{2}\cdot 5}\right)=\frac{8}{3}-\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\right)=\frac{8}{3}-\left(\frac{5}{15}+\frac{6}{15}\right)=\frac{8}{3}-\frac{11}{15}=\frac{40}{15}-\frac{11}{15}=\frac{29}{15}$

57. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

58. Calcula y simplifica.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$

b) $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{4}:2\right)^2$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2$

d) $\left(3-\frac{7}{2}\right)^3+2^3$

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{4}{9}-\frac{1}{4}=\frac{16}{36}-\frac{9}{36}=\frac{7}{36}$

b) $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{4}:2\right)^2=\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)^2=\left(\frac{6}{8}-\frac{5}{8}\right)^2=\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2=2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2=2\cdot\frac{4}{9}=\frac{8}{9}$

d) $\left(3-\frac{7}{2}\right)^3+2^3=\left(\frac{6}{2}-\frac{7}{2}\right)^3+8=\left(-\frac{1}{2}\right)^3+8=-\frac{1}{8}+8=-\frac{1}{8}+\frac{64}{8}=\frac{63}{8}$

59. Calcula y simplifica.

a) $\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\right)^3:\frac{5}{8}$

b) $\left(1-\frac{1}{3}\right)^3-\left(1+\frac{1}{3}\right)^3$

c) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3^2}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4-\left(3-\frac{7}{3}\right)^3$

a) $\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\right)^3:\frac{5}{8}=\left(\frac{1}{2}\right)^3:\frac{5}{8}=\frac{1}{8}:\frac{5}{8}=\frac{1}{8}\cdot\frac{8}{5}=\frac{\cancel{8}}{\cancel{8}\cdot 5}=\frac{1}{5}$

b) $\left(1-\frac{1}{3}\right)^3-\left(1+\frac{1}{3}\right)^3=\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)^3-\left(\frac{3}{3}+\frac{1}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^3-\left(\frac{4}{3}\right)^3=\frac{8}{27}-\frac{64}{27}=-\frac{56}{27}$

c) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3^2}=\left(\frac{2}{2}-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{9}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{2}{9}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}-\frac{2}{9}=\frac{\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{2}\cdot 9}-\frac{2}{9}=\frac{2}{9}-\frac{2}{9}=0$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4-\left(3-\frac{7}{3}\right)^3=\frac{1}{16}-\left(\frac{9}{3}-\frac{7}{3}\right)^3=\frac{1}{16}-\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{1}{16}-\frac{8}{27}=\frac{27}{432}-\frac{128}{432}=-\frac{101}{432}$

60. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

61. Calcula y simplifica.

a) $\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}:\frac{4}{11}\right)$

b) $\frac{1}{8}-\left[\frac{5}{6}:\frac{1}{5}\cdot\frac{9}{10}-\left(2-\frac{7}{5}\right)\right]$

c) $\frac{5}{2}-\frac{7}{4}-\left(5-\frac{1}{4}\cdot 30:\frac{5}{6}\right)$

d) $2-\frac{9}{25}:\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{6}{7}-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{7}{2}\right]^2$

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{3}{8}-2\right)\right]-\frac{6}{7}\cdot\frac{(5-4\cdot 3)}{3}$

a) $\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}:\frac{4}{11}\right)=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{11}{20}\right)=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{15}{20}-\frac{11}{20}\right)=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{20}=\frac{5}{6}+\frac{2}{60}=\frac{50}{60}+\frac{2}{60}=\frac{52}{60}=\frac{13}{15}$

b) $\frac{1}{8}-\left[\frac{5}{6}:\frac{1}{5}\cdot\frac{9}{10}-\left(2-\frac{7}{5}\right)\right]=\frac{1}{8}-\left[\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{1}\cdot\frac{9}{10}-\left(\frac{10}{5}-\frac{7}{5}\right)\right]=\frac{1}{8}-\left[\frac{15}{4}-\frac{3}{5}\right]=\frac{1}{8}-\left[\frac{75}{20}-\frac{12}{20}\right]=\frac{1}{8}-\frac{63}{20}=\frac{5}{40}-\frac{126}{40}=-\frac{121}{40}$

c) $\frac{5}{2}-\frac{7}{4}-\left(5-\frac{1}{4}\cdot 30:\frac{5}{6}\right)=\frac{10}{4}-\frac{7}{4}-\left(5-\frac{1}{4}\cdot\frac{30}{1}\cdot\frac{6}{5}\right)=\frac{3}{4}-(5-9)=\frac{3}{4}+4=\frac{3}{4}+\frac{16}{4}=\frac{19}{4}$

d) $2-\frac{9}{25}:\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{6}{7}-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{7}{2}\right]^2=2-\frac{9}{25}:\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{30}{35}-\frac{28}{35}\right)\cdot\frac{7}{2}\right]^2=2-\frac{9}{25}:\left[\frac{3}{5}-\frac{2}{35}\cdot\frac{7}{2}\right]^2=2-\frac{9}{25}:\left[\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\right]^2=2-\frac{9}{25}:\left[\frac{2}{5}\right]^2=$

$=2-\frac{9}{25}:\frac{4}{25}=2-\frac{9}{\cancel{25}}\cdot\frac{\cancel{25}}{4}=2-\frac{9}{4}=\frac{8}{4}-\frac{9}{4}=-\frac{1}{4}$

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3:\left(\frac{3}{8}-2\right)\right]-\frac{6}{7}\cdot\frac{(5-4\cdot 3)}{3}=\left[\frac{1}{8}:\left(\frac{3}{8}-\frac{16}{8}\right)\right]-\frac{6}{7}\cdot\frac{(5-12)}{3}=\left[\frac{1}{8}:\left(-\frac{13}{8}\right)\right]-\frac{6}{7}\cdot\left(-\frac{7}{3}\right)=\left[\frac{1}{8}\cdot\left(-\frac{8}{13}\right)\right]+2=$

$=-\frac{1}{13}+2=-\frac{1}{13}+\frac{26}{13}=\frac{25}{13}$

62. Actividad interactiva

63. Un pueblo tiene 3600 habitantes. Las dos terceras partes de sus habitantes son españoles, $\frac{1}{9}$ son de otros países europeos, $\frac{1}{9}$ son de origen africano y el resto son americanos.

a) ¿Qué fracción del total representan los habitantes americanos?

b) ¿Cuántos habitantes hay de cada continente?

a) $1-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\right)=1-\left(\frac{6}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\right)=1-\frac{8}{9}=\frac{9}{9}-\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$; Los americanos representan $\frac{1}{9}$ de los habitantes.

b) Españoles: $\frac{2}{3}$ de 3600 = 2400; otros países europeos: $\frac{1}{9}$ de 3600 = 400; africanos: $\frac{1}{9}$ de 3600 = 400; americanos: $\frac{1}{9}$ de 3600 = 400

64. Lucía pasa 8 horas diarias durmiendo, 2 horas, comiendo, y 6 horas, en el colegio. ¿Qué fracción del día dedica a cada tarea? ¿Qué fracción le queda?

Durmiendo: $\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$; comiendo: $\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$; En el colegio: $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$.

Le queda: $1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)=1-\left(\frac{4}{12}+\frac{1}{12}+\frac{3}{12}\right)=1-\frac{8}{12}=1-\frac{2}{3}=\frac{3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ de su tiempo.

www.yoquieroaprobar.es

65. Ana y David están pintando una casa. Ana dice: "He pintado $\frac{3}{16}$ del total". David dice: "Yo he pintado $\frac{5}{24}$ ".

a) ¿Cuál de los dos ha trabajado más?

b) Si el trabajo ha durado 96 h, ¿cuántas horas ha trabajado cada uno?

c) Si el sueldo por el trabajo completo son 1440 €, ¿cuánto debe cobrar cada uno?

a) Como $\frac{5}{24} = \frac{10}{48} > \frac{9}{48} = \frac{3}{16}$, entonces David ha trabajado más.

b) Ana: $\frac{3}{16} \cdot 96 = 18$ h; David: $\frac{5}{24} \cdot 96 = 20$ h

c) Ana: $\frac{3}{16} \cdot 1440 = 270\,€$; David: $\frac{5}{24} \cdot 1440 = 300\,€$

66. Un billete de lotería cuesta 200 €. Se vende en décimos, cada uno de los cuales cuesta $\frac{1}{10}$ del precio del billete. Diego ha comprado un décimo y lo reparte entre sus cinco hermanos.

a) ¿Qué fracción del billete inicial representa la parte que tiene cada hermano?

b) Si el billete obtiene un premio de 3000 €, ¿qué premio corresponderá a cada hermano?

a) $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{50}$

b) $\frac{1}{50}$ de 3000 € = 60 €. Cada hermano gana 60 €

67. Un padre reparte una herencia entre sus tres hijos. Al mayor le deja la mitad; al mediano, la tercera parte, y al pequeño, la novena parte.

a) ¿Ha repartido toda la herencia?

b) Si el pequeño se llevó 1800 €, ¿cuánto se llevaron los otros hermanos?

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$, por tanto, no ha repartido toda la herencia.

b) $\frac{1}{9}$ de la herencia completa = 1800 €, por tanto, la herencia completa es $9 \cdot 1800\,€ = 16\,200\,€$. El mayor se lleva $\frac{1}{2}$ de 16 200 € = 8100 € y el mediano $\frac{1}{3}$ de 16 200 € = 5400 €.

68. Un vendedor de refrescos quiere utilizar botellas de dos tamaños: $\frac{1}{3}$ de litro y $\frac{1}{5}$ de litro.

a) ¿Cuántas botellas de $\frac{1}{3}$ necesita para envasar 40 L? ¿Y cuántas de $\frac{1}{5}$?

b) Si quiere envasar la mitad de los 40 L en unas botellas y la otra mitad en otras, ¿cuántas botellas de cada tipo usará?

c) ¿Es posible envasar los 40 L de forma que haya el mismo número de botellas de cada tipo?

a) $40 : \frac{1}{3} = 40 \cdot 3 = 120$. Necesitará 120 botellas de $\frac{1}{3}$ litro.

$40 : \frac{1}{5} = 40 \cdot 5 = 200$. Necesitará 200 botellas de $\frac{1}{5}$ litro.

b) $20 : \frac{1}{3} = 20 \cdot 3 = 60$; $20 : \frac{1}{5} = 20 \cdot 5 = 100$; Necesita 60 botellas de $\frac{1}{3}$ litro y 100 botellas de $\frac{1}{5}$ litro.

c) Sí, $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15} \Rightarrow 40 : \frac{8}{15} = 75$. Con 75 botellas de cada tipo se pueden envasar los 40 litros.

www.yoquieroaprobar.es

69. Roberto ha hecho un viaje en varias etapas. El primer día ha cubierto $\frac{3}{10}$ del recorrido, el segundo día ha hecho $\frac{1}{4}$ del camino, el tercer día, $\frac{1}{5}$ del camino, y todavía le faltan 100 kilómetros para llegar a su destino. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido al terminar?

Ha recorrido $\frac{3}{10}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{6}{20}+\frac{5}{20}+\frac{4}{20}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ del camino. Le queda $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ del camino.

Como $\frac{1}{4}$ del camino son 100 km, el camino completo serán 400 km.

70. Pilar está leyendo un libro. El primer día leyó $\frac{2}{7}$ del libro, el segundo, la mitad de lo que le quedaba, y el tercero, $\frac{3}{5}$ del resto. Le faltan 70 páginas por leer. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

1.er día: leyó $\frac{2}{7}$ del libro; le queda $1-\frac{2}{7}=\frac{7}{7}-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$ del libro.

2.º día: leyó $\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{7}=\frac{5}{14}$ del libro; le queda $\frac{5}{7}-\frac{5}{14}=\frac{10}{14}-\frac{5}{14}=\frac{5}{14}$ del libro.

3.er día: leyó $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{14}=\frac{3}{14}$ del libro; le queda $\frac{5}{14}-\frac{3}{14}=\frac{2}{14}$ del libro.

Como $\frac{2}{14}$ del libro son 70 páginas, entonces el libro completo tiene 490 páginas.

71. Cuatro amigos han comprado tres *pizzas* para compartir. Cada uno ha ido anotando las fracciones de *pizza* que se ha comido, para saber al final cuánto tienen que pagar.

Jesús: $\frac{13}{16}$ **Rosa: $\frac{3}{4}$** **Javier: $\frac{9}{16}$** **Andrea: $\frac{5}{8}$**

a) ¿Cuánta *pizza* han comido entre todos?

b) Si todos hubieran comido lo mismo, ¿qué fracción hubiera consumido cada uno?

c) Deciden pagar la *pizza* según las porciones que han comido. ¿Qué fracción debería pagar cada uno?

a) $\frac{13}{16}+\frac{3}{4}+\frac{9}{16}+\frac{5}{8}=\frac{13}{16}+\frac{12}{16}+\frac{9}{16}+\frac{10}{16}=\frac{44}{16}=\frac{11}{4}=2+\frac{3}{4}$

Entre los cuatro se han comido 2 *pizzas* y $\frac{3}{4}$ de la tercera.

b) $\frac{11}{4}:4=\frac{11}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{11}{16}$; Si todos hubieran comido lo mismo, cada uno habría comido $\frac{11}{16}$ de pizza.

c) Para pagar según las porciones que ha comido cada uno, deben dividir el precio en 44 partes iguales y Jesús tiene que pagar 13 de esas partes, Rosa, 12, Javier, 9 y Andrea, 10.

72. Escribe en tu cuaderno la fracción correspondiente a cada enunciado.

a) La botella contiene tres cuartos de litro.

b) Ha trabajado dos horas y tres cuartos.

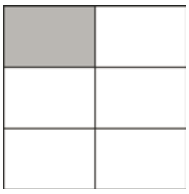
c) Nueve de cada diez dentistas recomiendan este cepillo.

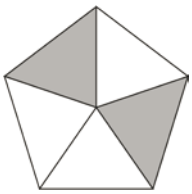
d) Ha escrito cinco páginas de un trabajo de 30.

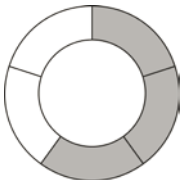
a) $\frac{3}{4}$ de litro **b)** $2+\frac{3}{4}$ de hora = $\frac{11}{4}$ de hora **c)** $\frac{9}{10}$ **d)** $\frac{5}{30}$

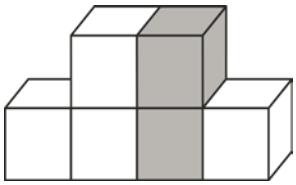
www.yoquieroaprobar.es

73. Escribe la fracción correspondiente a la parte coloreada.

a) 

b) 

c) 

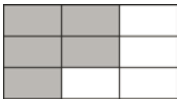
d) 

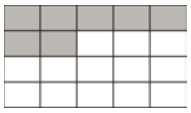
a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{2}{6}$

74. Representa gráficamente las fracciones.

a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{5}{9}$ c) $\frac{7}{20}$ d) $\frac{19}{4}$

a) 

b) 

c) 

d) 

75. Actividad resuelta

76. Comprueba si estas fracciones son equivalentes.

a) $\frac{7}{12}$ y $\frac{15}{11}$ b) $\frac{12}{30}$ y $\frac{30}{75}$ c) $\frac{24}{64}$ y $\frac{60}{160}$ d) $\frac{65}{32}$ y $\frac{194}{96}$

a) No son equivalentes, porque sus productos cruzados no coinciden: $7 \cdot 11 = 77$ y $12 \cdot 15 = 180$.

b) Son equivalentes, porque sus productos cruzados coinciden: $12 \cdot 75 = 900$ y $30 \cdot 30 = 900$.

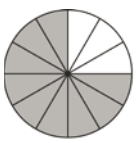
c) Son equivalentes, porque sus productos cruzados coinciden: $24 \cdot 160 = 3840$ y $64 \cdot 60 = 3840$.

d) No son equivalentes, porque sus productos cruzados no coinciden: $65 \cdot 96 = 6240$ y $32 \cdot 194 = 6208$.

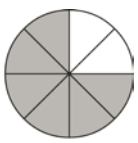
77. Representa las siguientes fracciones e indica si son equivalentes a partir de su gráfica.

a) $\frac{9}{12}$ y $\frac{6}{8}$ b) $\frac{3}{9}$, $\frac{7}{18}$ y $\frac{9}{27}$

a) $\frac{9}{12}$ y $\frac{6}{8}$ son equivalentes, porque representan la misma fracción del círculo.

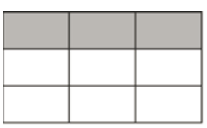


$\frac{9}{12}$

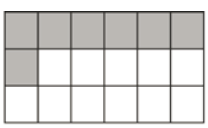


$\frac{6}{8}$

b) $\frac{3}{9}$ y $\frac{9}{27}$ son equivalentes, porque representan la misma fracción del círculo, pero $\frac{7}{18}$ es un poco más grande.



$\frac{3}{9}$



$\frac{7}{18}$



$\frac{9}{27}$

www.yoquieroaprobar.es

78. Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes por amplificación.

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{7}{3}$ d) $\frac{-6}{5}$

a) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \ldots$

b) $\frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \frac{3}{27} = \frac{4}{36} = \ldots$

c) $\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9} = \frac{28}{12} = \ldots$

d) $\frac{-6}{5} = \frac{-12}{10} = \frac{-18}{15} = \frac{-24}{20} = \ldots$

79. Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes por simplificación.

a) $\frac{400}{500}$ b) $\frac{30}{42}$ c) $\frac{140}{42}$ d) $\frac{66}{99}$

a) $\frac{400}{500} = \frac{200}{250} = \frac{100}{125} = \frac{20}{25} = \ldots$

b) $\frac{30}{42} = \frac{15}{21} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$

c) $\frac{140}{42} = \frac{70}{21} = \frac{10}{3} = \frac{20}{6}$

d) $\frac{66}{99} = \frac{22}{33} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

80. Actividad resuelta

81. Simplifica las siguientes fracciones hasta conseguir una fracción irreducible.

a) $\frac{80}{124}$ b) $\frac{88}{242}$ c) $-\frac{3600}{540}$ d) $\frac{162}{216}$

a) $\frac{80}{124} = \frac{20}{31}$ b) $\frac{88}{242} = \frac{4}{11}$ c) $-\frac{3600}{540} = -\frac{20}{3}$ d) $\frac{162}{216} = \frac{3}{4}$

82. Halla la fracción equivalente en cada caso, que cumpla la condición dada.

a) Equivalente a $\frac{3}{4}$, con denominador 80

b) Equivalente a $\frac{16}{40}$, con denominador 60

c) Equivalente a $\frac{15}{90}$, con numerador 90

d) Equivalente a $\frac{3}{4}$, con numerador 75

a) $\frac{3}{4} = \frac{60}{80}$ b) $\frac{16}{40} = \frac{24}{60}$ c) $\frac{15}{90} = \frac{90}{540}$ d) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$

83. Reduce al denominador común que se indica.

a) $\frac{1}{5}$ y $\frac{7}{30}$, con denominador 60

b) $\frac{23}{15}$ y $\frac{16}{30}$, con denominador 150

c) $\frac{40}{96}$ y $\frac{35}{16}$, con denominador 192

a) $\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$; $\frac{7}{30} = \frac{14}{60}$ b) $\frac{23}{15} = \frac{230}{150}$; $\frac{16}{30} = \frac{80}{150}$ c) $\frac{40}{96} = \frac{80}{192}$; $\frac{35}{16} = \frac{420}{192}$

www.yoquieroaprobar.es

84. Reduce a mínimo común denominador los siguientes pares de fracciones.

a) $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{5}$ **b)** $\frac{7}{9}$ y $\frac{2}{18}$ **c)** $\frac{11}{24}$ y $\frac{5}{36}$ **d)** $\frac{12}{25}$ y $\frac{-4}{15}$

a) m.c.m. (6, 5) = 30 $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ $\frac{4}{5} = \frac{24}{30}$

b) m.c.m. (9, 18) = 18 $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$ $\frac{2}{18}$

c) m.c.m. (24, 36) = 72 $\frac{11}{24} = \frac{33}{72}$ $\frac{5}{36} = \frac{10}{72}$

d) m.c.m. (25, 15) = 75 $\frac{12}{25} = \frac{36}{75}$ $\frac{-4}{15} = \frac{-20}{75}$

85. Reduce a mínimo común denominador estas fracciones.

a) $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$ y $\frac{7}{8}$ **c)** $\frac{-33}{20}$, $\frac{23}{15}$ y $-\frac{13}{12}$

b) $\frac{11}{8}$, $\frac{17}{6}$ y $\frac{13}{48}$ **d)** $\frac{19}{24}$, $\frac{61}{56}$ y $\frac{17}{18}$

a) m.c.m. (2, 4, 8) = 8 $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$ $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$ $\frac{7}{8}$

b) m.c.m. (6, 8, 48) = 48 $\frac{11}{8} = \frac{66}{48}$ $\frac{17}{6} = \frac{136}{48}$ $\frac{13}{48}$

c) m.c.m. (20, 15, 12) = 60 $\frac{-33}{20} = \frac{-99}{60}$ $\frac{23}{15} = \frac{92}{60}$ $-\frac{13}{12} = -\frac{65}{60}$

d) m.c.m. (24, 56, 18) = 504 $\frac{19}{24} = \frac{399}{504}$ $\frac{61}{56} = \frac{549}{504}$ $\frac{17}{18} = \frac{476}{504}$

86. Sin hacer operaciones, ordena las fracciones de menor a mayor.

a) $\frac{3}{16}$ y $\frac{1}{16}$ **b)** $\frac{24}{35}$, $\frac{22}{35}$ y $\frac{29}{35}$ **c)** $\frac{12}{5}$ y $\frac{12}{7}$ **d)** $\frac{32}{9}$, $\frac{32}{29}$ y $\frac{32}{49}$

a) $\frac{1}{16} < \frac{3}{16}$ **b)** $\frac{22}{35} < \frac{24}{35} < \frac{29}{35}$ **c)** $\frac{12}{7} < \frac{12}{5}$ **d)** $\frac{32}{49} < \frac{32}{29} < \frac{32}{9}$

87. Reduce a común denominador y ordena.

a) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{8}$ **c)** $\frac{32}{25}$, $\frac{16}{15}$ y $\frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{12}$, $\frac{12}{28}$ y $\frac{11}{20}$ **d)** $\frac{27}{48}$, $\frac{17}{36}$ y $\frac{47}{60}$

a) m.c.m. (4, 5, 8) = 40 $\frac{1}{4} = \frac{10}{40}$ $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$ $\frac{1}{8} = \frac{5}{40}$ $\frac{5}{40} < \frac{10}{40} < \frac{16}{40} \Rightarrow \frac{1}{8} < \frac{1}{4} < \frac{2}{5}$

b) m.c.m. (12, 28, 20) = 420 $\frac{7}{12} = \frac{245}{420}$ $\frac{12}{28} = \frac{180}{420}$ $\frac{11}{20} = \frac{231}{420}$ $\frac{180}{420} < \frac{231}{420} < \frac{245}{420} \Rightarrow \frac{12}{28} < \frac{11}{20} < \frac{7}{12}$

c) m.c.m. (25, 15, 4) = 300 $\frac{32}{25} = \frac{384}{300}$ $\frac{16}{15} = \frac{320}{300}$ $\frac{3}{4} = \frac{225}{300}$ $\frac{225}{300} < \frac{320}{300} < \frac{384}{300} \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{16}{15} < \frac{32}{25}$

d) m.c.m. (48, 36, 60) = 720 $\frac{27}{48} = \frac{405}{720}$ $\frac{17}{36} = \frac{340}{720}$ $\frac{47}{60} = \frac{564}{720}$ $\frac{340}{720} < \frac{405}{720} < \frac{564}{720} \Rightarrow \frac{17}{36} < \frac{27}{48} < \frac{47}{60}$

www.yoquieroaprobar.es

88. Completa en tu cuaderno para que se cumplan las desigualdades.

a) $\frac{5}{7} < \frac{\bullet}{3}$ **b)** $\frac{\bullet}{2} > \frac{3}{8}$

a) $\frac{5}{7} < \frac{\bullet}{3} \Rightarrow \frac{15}{21} < \frac{7 \cdot \bullet}{21} \Rightarrow 15 < 7 \cdot \bullet \Rightarrow \bullet \geq 3$

b) $\frac{\bullet}{2} > \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{4 \cdot \bullet}{8} > \frac{3}{8} \Rightarrow 4 \cdot \bullet > 3 \Rightarrow \bullet > 1$

89. Escribe dos fracciones comprendidas entre las siguientes.

a) $\frac{19}{12}$ y $\frac{23}{12}$ **c)** $\frac{11}{12}$ y $\frac{14}{15}$ **e)** $\frac{-20}{21}$ y $\frac{-3}{7}$

b) $\frac{4}{9}$ y $\frac{4}{7}$ **d)** $\frac{5}{12}$ y $\frac{1}{2}$ **f)** 4 y $4\frac{1}{9}$

a) Cualquier fracción con denominador 12 y numerador comprendido entre 19 y 23: $\frac{19}{12} < \frac{20}{12} < \frac{21}{12} < \frac{22}{12} < \frac{23}{12}$

b) Como tienen el mismo numerador: $\frac{4}{9} < \frac{4}{8} < \frac{4}{7}$

c) Reducimos a mínimo común denominador: m.c.m. (12, 15) = 60; $\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$; $\frac{14}{15} = \frac{56}{60}$;

Como los numeradores son enteros correlativos, amplificamos: $\frac{11}{12} = \frac{55}{60} = \frac{110}{120}$; $\frac{14}{15} = \frac{56}{60} = \frac{112}{120}$.

La fracción $\frac{111}{120}$ está comprendida entre las dos: $\frac{110}{120} < \frac{111}{120} < \frac{112}{120} \Rightarrow \frac{11}{12} < \frac{111}{120} < \frac{14}{15}$.

d) Reducimos a mínimo común denominador: m.c.m. (12, 2) = 12; $\frac{5}{12}$; $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$;

Como los numeradores son enteros correlativos, amplificamos: $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$; $\frac{1}{2} = \frac{6}{12} = \frac{12}{24}$.

La fracción $\frac{11}{24}$ está comprendida entre las dos: $\frac{10}{24} < \frac{11}{24} < \frac{12}{24} \Rightarrow \frac{5}{12} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2}$.

e) Reducimos a mínimo común denominador: m.c.m. (21, 7) = 21; $\frac{-20}{21}$; $\frac{-3}{7} = \frac{-9}{21}$;

Cualquier fracción con denominador 21 y numerador comprendido entre –20 y –9:

$\frac{-20}{21} < \frac{-19}{21} < \frac{-18}{21} < \ldots < \frac{-9}{21} \Rightarrow \frac{-20}{21} < \frac{-19}{21} < \frac{-18}{21} < \ldots < \frac{-3}{7}$

f) Cualquier número mixto con fracción propia menor que $\frac{1}{9}$: $4\frac{1}{10}; 4\frac{1}{11}; 4\frac{1}{12}; 4\frac{1}{13}; \ldots$

$4 < \ldots 4\frac{1}{13} < 4\frac{1}{12} < 4\frac{1}{11} < 4\frac{1}{10} < 4\frac{1}{9}$

90. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{15}{8}$ **c)** $\frac{13}{45} - \frac{7}{20}$ **e)** $\frac{25}{12} - \frac{5}{6} + \frac{17}{18}$

b) $\frac{32}{27} - \frac{4}{27} + \frac{1}{27} - \frac{11}{27}$ **d)** $\frac{13}{4} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24}$ **f)** $\frac{37}{200} - \frac{29}{100} + \frac{49}{50}$

a) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{15}{8} = \frac{25}{8}$

b) $\frac{32}{27} - \frac{4}{27} + \frac{1}{27} - \frac{11}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{13}{45} - \frac{7}{20} = \frac{52}{180} - \frac{63}{180} = -\frac{11}{180}$

d) $\frac{13}{4} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24} = \frac{78}{24} + \frac{10}{24} + \frac{7}{24} = \frac{95}{24}$

e) $\frac{25}{12} - \frac{5}{6} + \frac{17}{18} = \frac{75}{36} - \frac{30}{36} + \frac{34}{36} = \frac{79}{36}$

f) $\frac{37}{200} - \frac{29}{100} + \frac{49}{50} = \frac{37}{200} - \frac{58}{200} + \frac{196}{200} = \frac{175}{200} = \frac{7}{8}$

www.yoquieroaprobar.es

91. Calcula.

a) $12-\frac{27}{16}+\frac{43}{12}$

b) $2+\frac{1}{3}-3+\frac{3}{4}+7+\frac{5}{6}$

c) $5-\frac{27}{8}+4+\frac{1}{6}$

d) $\frac{19}{5}-\frac{33}{10}+2-2+\frac{1}{6}$

a) $12-\frac{27}{16}+\frac{43}{12}=\frac{576}{48}-\frac{81}{48}+\frac{172}{48}=\frac{667}{48}$

b) $2+\frac{1}{3}-3+\frac{3}{4}+7+\frac{5}{6}=\frac{24}{12}+\frac{4}{12}-\frac{36}{12}+\frac{9}{12}+\frac{84}{12}+\frac{10}{12}=\frac{95}{12}$

c) $5-\frac{27}{8}+4+\frac{1}{6}=\frac{120}{24}-\frac{81}{24}+\frac{100}{24}=\frac{139}{24}$

d) $\frac{19}{5}-\frac{33}{10}+2-2+\frac{1}{6}=\frac{19}{5}-\frac{33}{10}+\frac{1}{6}=\frac{114}{30}-\frac{99}{30}+\frac{5}{30}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$

92. Resuelve.

a) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{27}$

b) $\frac{5}{4}\cdot\frac{9}{4}$

c) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{9}$

d) $\frac{24}{35}\cdot\frac{50}{21}\cdot\frac{3}{16}$

e) $\frac{23}{4}\cdot 30$

f) $\frac{2}{5}\cdot\left(3+\frac{3}{4}\right)$

a) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{27}=\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{4}}{\cancel{3}\cdot 9\cdot\cancel{4}}=\frac{1}{9}$

b) $\frac{5}{4}\cdot\frac{9}{4}=\frac{45}{16}$

c) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{9}=\frac{2\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{7}}{9\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{7}}=\frac{2}{9}$

d) $\frac{24}{35}\cdot\frac{50}{21}\cdot\frac{3}{16}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{5}\cdot 5\cdot 3}{7\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{3}\cdot 7\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}}=\frac{15}{49}$

e) $\frac{23}{4}\cdot 30=\frac{23}{4}\cdot\frac{30}{1}=\frac{23\cdot 15\cdot 2}{2\cdot 2}=\frac{23\cdot 15}{2}=\frac{345}{2}$

f) $\frac{2}{5}\cdot\left(3+\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{4}=\frac{2\cdot 15}{5\cdot 4}=\frac{\cancel{2}\cdot 3\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot 2\cdot\cancel{2}}=\frac{3}{2}$

93. Escribe la fracción inversa.

a) $\frac{22}{5}$

b) $\frac{13}{16}$

c) $\frac{1}{23}$

d) 30

e) 1

f) 0

a) $\frac{5}{22}$

b) $\frac{16}{13}$

c) 23

d) $\frac{1}{30}$

e) 1

f) No tiene inversa.

94. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{8}{5}:\frac{16}{5}$

b) $\frac{5}{4}:\frac{5}{12}$

c) $\frac{15}{7}:30$

d) $12:\frac{4}{9}$

a) $\frac{8}{5}:\frac{16}{5}=\frac{8}{5}\cdot\frac{5}{16}=\frac{\cancel{8}\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot 2\cdot\cancel{8}}=\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{4}:\frac{5}{12}=\frac{5}{4}\cdot\frac{12}{5}=\frac{\cancel{5}\cdot 4\cdot 3}{4\cdot\cancel{5}}=3$

c) $\frac{15}{7}:30=\frac{15}{7}\cdot\frac{1}{30}=\frac{\cancel{15}\cdot 1}{7\cdot\cancel{15}\cdot 2}=\frac{1}{14}$

d) $12:\frac{4}{9}=12\cdot\frac{9}{4}=\frac{3\cdot\cancel{4}\cdot 9}{\cancel{4}}=27$

www.yoquieroaprobar.es

95. Calcula las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^4$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^6$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{256}$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^6 = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1\,000\,000}$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

96. Realiza las siguientes operaciones combinadas.

a) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{5}$

b) $\frac{5}{12} - \frac{7}{20} + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{10}$

c) $\frac{12}{25} : \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{2}$

d) $3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{9} - 2 : \frac{3}{5}$

e) $\frac{25}{18} - \frac{1}{3} : 4 \cdot \frac{12}{5}$

f) $6 : \frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \frac{6}{5} + \frac{9}{5}$

a) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{8} - \frac{4}{40} = \frac{15}{40} - \frac{4}{40} = \frac{11}{40}$

b) $\frac{5}{12} - \frac{7}{20} + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{12} - \frac{7}{20} + \frac{5}{40} = \frac{50}{120} - \frac{42}{120} + \frac{15}{120} = \frac{23}{120}$

c) $\frac{12}{25} : \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{2} = \frac{12}{25} \cdot \frac{15}{6} \cdot \frac{9}{2} = \frac{12 \cdot 15 \cdot 9}{25 \cdot 6 \cdot 2} = \frac{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{5} \cdot 9}{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}} = \frac{27}{5}$

d) $3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{9} - 2 : \frac{3}{5} = 3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \frac{5}{3} = 3 - \frac{1}{6} - \frac{10}{3} = \frac{18}{6} - \frac{1}{6} - \frac{20}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

e) $\frac{25}{18} - \frac{1}{3} : 4 \cdot \frac{12}{5} = \frac{25}{18} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{25}{18} - \frac{1}{5} = \frac{125}{90} - \frac{18}{90} = \frac{107}{90}$

f) $6 : \frac{3}{4} - \frac{1}{4} : \frac{6}{5} + \frac{9}{5} = \frac{6}{1} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} + \frac{9}{5} = 8 - \frac{5}{24} + \frac{9}{5} = \frac{960}{120} - \frac{25}{120} + \frac{216}{120} = \frac{1151}{120}$

97. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

98. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{5}{16}-\frac{1}{16}\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\cdot 6\right)$

b) $3+\frac{1}{4}:\left(3+\frac{1}{4}:\frac{5}{8}\right)$

c) $\frac{4}{3}-\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)^2$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^2-\frac{18}{5}\cdot\left(\frac{4}{3}+7\right)$

e) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^3}:\left(6-\frac{7}{4}:2\right)-\frac{1}{41}$

f) $3\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{9}\right)$

g) $\frac{35}{12}-\frac{7}{4}\cdot\left(6-\frac{4}{3}:32\right)+\frac{12}{25}$

h) $2-\left(\frac{2}{5}\right)^3\cdot\frac{50}{3}+4\cdot\left(\frac{7}{8}-1\right)$

a) $\frac{5}{16}-\frac{1}{16}\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\cdot 6\right)=\frac{5}{16}-\frac{1}{16}\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{9}{2}\right)=\frac{5}{16}-\frac{1}{16}\cdot\left(\frac{8}{10}-\frac{45}{10}\right)=\frac{5}{16}-\frac{1}{16}\cdot\left(-\frac{37}{10}\right)=\frac{5}{16}+\frac{37}{160}=\frac{50}{160}+\frac{37}{160}=\frac{87}{160}$

b) $3+\frac{1}{4}:\left(3+\frac{1}{4}:\frac{5}{8}\right)=3+\frac{1}{4}:\left(3+\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{5}\right)=3+\frac{1}{4}:\left(3+\frac{2}{5}\right)=3+\frac{1}{4}:\left(\frac{15}{5}+\frac{2}{5}\right)=3+\frac{1}{4}:\frac{17}{5}=3+\frac{5}{68}=\frac{204}{68}+\frac{5}{68}=\frac{209}{68}$

c) $\frac{4}{3}-\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{4}{3}-\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{9}{12}-\frac{2}{12}\right)^2=\frac{4}{3}-\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{7}{12}\right)^2=\frac{4}{3}-\frac{1}{5}\cdot\frac{49}{144}=\frac{4}{3}-\frac{49}{720}=\frac{960}{720}-\frac{49}{720}=\frac{911}{720}$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^2-\frac{18}{5}\cdot\left(\frac{4}{3}+7\right)=\frac{4}{25}-\frac{18}{5}\cdot\left(\frac{4}{3}+\frac{21}{3}\right)=\frac{4}{25}-\frac{18}{5}\cdot\frac{25}{3}=\frac{4}{25}-\frac{90}{3}=\frac{4}{25}-30=\frac{4}{25}-\frac{750}{25}=-\frac{746}{25}$

e) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^3}:\left(6-\frac{7}{4}:2\right)-\frac{1}{41}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}:\left(6-\frac{7}{8}\right)-\frac{1}{41}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}:\left(\frac{48}{8}-\frac{7}{8}\right)-\frac{1}{41}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}:\frac{41}{8}-\frac{1}{41}=\frac{1}{2}+\frac{1}{41}-\frac{1}{41}=\frac{1}{2}$

f) $3\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{9}\right)=3\cdot\left(\frac{12}{15}-\frac{5}{15}\right)-\left(\frac{7}{6}-\frac{5}{12}\right)=3\cdot\frac{7}{15}-\left(\frac{14}{12}-\frac{5}{12}\right)=\frac{7}{5}-\frac{9}{12}=\frac{84}{60}-\frac{45}{60}=\frac{39}{60}=\frac{13}{20}$

g) $\frac{35}{12}-\frac{7}{4}\cdot\left(6-\frac{4}{3}:32\right)+\frac{12}{25}=\frac{35}{12}-\frac{7}{4}\cdot\left(6-\frac{1}{24}\right)+\frac{12}{25}=\frac{35}{12}-\frac{7}{4}\cdot\frac{143}{24}+\frac{12}{25}=\frac{35}{12}-\frac{1001}{96}+\frac{12}{25}=$

$=\frac{7000}{2400}-\frac{25025}{2400}+\frac{1152}{2400}=-\frac{16873}{2400}$

h) $2-\left(\frac{2}{5}\right)^3\cdot\frac{50}{3}+4\cdot\left(\frac{7}{8}-1\right)=2-\frac{8}{125}\cdot\frac{50}{3}+4\cdot\left(\frac{7}{8}-\frac{8}{8}\right)=2-\frac{16}{15}+4\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=2-\frac{16}{15}-\frac{1}{2}=\frac{60}{30}-\frac{32}{30}-\frac{15}{30}=\frac{13}{30}$

99. Actividad resuelta

100. Resuelve.

a) $\dfrac{\frac{5}{8}-\frac{1}{8}\cdot\frac{6}{5}}{\frac{9}{10}-\frac{5}{8}}$

b) $\dfrac{3-2\cdot\left(\frac{17}{12}-\frac{5}{16}\right)}{\frac{2}{3}:16}$

a) $\dfrac{\frac{5}{8}-\frac{1}{8}\cdot\frac{6}{5}}{\frac{9}{10}-\frac{5}{8}}=\dfrac{\frac{5}{8}-\frac{3}{20}}{\frac{36}{40}-\frac{25}{40}}=\dfrac{\frac{25}{40}-\frac{6}{40}}{\frac{11}{40}}=\dfrac{\frac{19}{40}}{\frac{11}{40}}=\frac{19}{40}:\frac{11}{40}=\frac{19}{40}\cdot\frac{40}{11}=\frac{19}{11}$

b) $\dfrac{3-2\cdot\left(\frac{17}{12}-\frac{5}{16}\right)}{\frac{2}{3}:16}=\dfrac{3-2\cdot\left(\frac{68}{48}-\frac{15}{48}\right)}{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{16}}=\dfrac{3-2\cdot\frac{53}{48}}{\frac{1}{24}}=\dfrac{3-\frac{53}{24}}{\frac{1}{24}}=\dfrac{\frac{72}{24}-\frac{53}{24}}{\frac{1}{24}}=\dfrac{\frac{19}{24}}{\frac{1}{24}}=\frac{19}{24}:\frac{1}{24}=\frac{19}{24}\cdot\frac{24}{1}=19$

www.yoquieroaprobar.es

101. En un cuadrado mágico la suma por filas, por columnas o en diagonal da siempre el mismo resultado.

Por ejemplo, en el siguiente cuadrado, cualquiera de esas sumas da 15.

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

Copia y completa en tu cuaderno los siguientes cuadrados mágicos.

a)

$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{8}{13}$
•	$\frac{6}{13}$	•
•	•	•

b)

$\frac{6}{16}$	•	•
•	$\frac{5}{16}$	•
$\frac{8}{16}$	•	$\frac{2}{8}$

a)

$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{8}{13}$
$\frac{9}{13}$	$\frac{6}{13}$	$\frac{3}{13}$
$\frac{4}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{7}{13}$

b)

$\frac{6}{16}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{2}{16}$
$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{9}{16}$
$\frac{8}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$

102. Calcula la inversa de una fracción impropia. ¿Cómo es esa fracción? ¿Y de una fracción propia?

En una fracción impropia: numerador > denominador.

La inversa de una fracción impropia: numerador < denominador $\Rightarrow$ es una fracción propia.

La inversa de una fracción propia: numerador > denominador $\Rightarrow$ es una fracción impropia

103. Si se divide un número positivo entre una fracción propia positiva, ¿el resultado es mayor o menor que el número inicial? Pon algunos ejemplos.

El resultado es mayor que el número inicial: $4 : \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{2}{1} = 8$; $3 : \frac{5}{7} = 3 \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{5} = 4 + \frac{1}{5}$

104. Actividad resuelta

105. Ordena de menor a mayor en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{5}, -\frac{7}{6}, \frac{13}{15}, 1, -\frac{1}{4}$

b) $-3, \frac{8}{15}, \frac{-34}{9}, -\frac{11}{3}, \frac{15}{224}, 1$

a) Reducimos a común denominador: m.c.m. (5, 6, 15, 4) = 30 $\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{36}{60}; -\frac{7}{6} = -\frac{70}{60}; \frac{13}{15} = \frac{52}{60}; 1 = \frac{60}{60}; -\frac{1}{4} = -\frac{15}{60}$

Por tanto: $-\frac{70}{60} < -\frac{15}{60} < \frac{36}{60} < \frac{52}{60} < \frac{60}{60} \Rightarrow -\frac{7}{6} < -\frac{1}{4} < \frac{3}{5} < \frac{13}{15} < 1$

b) Reducimos a común denominador: m.c.m. (15, 9, 3, 224) = 10 080

$-3 = -\frac{30240}{10080}; \frac{8}{15} = \frac{5376}{10080}; -\frac{34}{9} = -\frac{38080}{10080}; -\frac{11}{3} = -\frac{36960}{10080}; \frac{15}{224} = \frac{675}{10080}; 1 = \frac{10080}{10080}$

Por tanto: $-\frac{34}{9} < -\frac{11}{3} < -3 < \frac{15}{224} < \frac{8}{15} < 1$

www.yoquieroaprobar.es

106. Actividad resuelta

107. Realiza una encuesta en tu clase sobre la asignatura favorita de tus compañeros.

a) Anota los datos en una tabla y represéntalos en un diagrama de barras.

b) ¿Qué fracción de alumnos prefiere cada asignatura?

c) ¿Es posible calcular fracciones equivalentes a las dadas con denominador 100? En caso afirmativo, calcúlalas. ¿Cómo puedes interpretar estas fracciones?

Respuesta libre

108. La parte de un iceberg que queda por debajo del agua y no es visible es $\frac{9}{10}$ de su volumen total. Si en un iceberg la parte visible tiene un volumen de 220 km^3, ¿cuál es su volumen total?

Como $\frac{1}{10}$ de su volumen es 220 km^3, entonces el volumen del iceberg será $10 \cdot 220 = 2200$ km^3.

109. Esther tiene que devolver un préstamo de 5000 €. Si ya ha devuelto 375 €, ¿qué fracción del préstamo le queda por devolver?

Ha devuelto $\frac{375}{5000}$, por lo que le queda por devolver $1 - \frac{375}{5000} = \frac{5000}{5000} - \frac{375}{5000} = \frac{4625}{5000} = \frac{37}{40}$ del préstamo.

110. La tienda El PC Feliz aplica en todos sus productos un descuento de $\frac{1}{10}$. El ordenador del escaparate, (que marca 900 €), se ha vendido por 820 €. ¿Se ha aplicado el descuento correctamente?

$\frac{1}{10}$ de 900 = $\frac{1}{10} \cdot 900 = \frac{900}{10} = 90$

Si se le hubiera hecho bien el descuento, lo hubiera vendido por 900 – 90 = 810 €.

Sin embargo, lo han vendido por 820 €. No han aplicado bien el descuento.

111. Unas botellas de zumo tienen una capacidad de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántas harán falta para envasar 600 L? ¿Y para envasar $94 + \frac{1}{2}$ L?

$600 : \frac{3}{4} = 600 \cdot \frac{4}{3} = 800$ Para envasar 600 litros se necesitan 800 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro.

$94 + \frac{1}{2} = \frac{189}{2}$; $\frac{189}{2} : \frac{3}{4} = \frac{189}{2} \cdot \frac{4}{3} = 126$. Para envasar $94 + \frac{1}{2}$ litros se necesitan 126 botellas de $\frac{3}{4}$ de litro.

112. Un listón de madera mide $6 + \frac{1}{4}$ m. Si lo dividimos en ocho partes iguales, ¿cuál será la medida de cada una de esas partes?

$\left(6 + \frac{1}{4}\right) : 8 = \frac{25}{4} : 8 = \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{25}{32}$. Cada parte medirá $\frac{25}{32}$ de metro.

113. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

114. En 1º de ESO A han aprobado $\frac{5}{8}$ de los alumnos, y en 1º de ESO B han aprobado $\frac{7}{11}$.

a) ¿En qué grupo la fracción que representa el número de aprobados ha sido mayor?

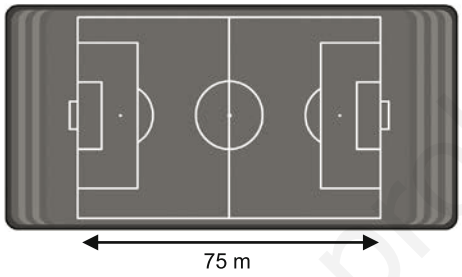
b) ¿Es posible que las dos clases tengan el mismo número de alumnos? ¿Por qué?

a) Para comparar las dos fracciones, reducimos a mínimo común denominador:

$\frac{5}{8} = \frac{55}{88}$; $\frac{7}{11} = \frac{56}{88}$ Es mayor la fracción de aprobados en 1º de ESO B.

b) Como el número de aprobados en cada clase tiene que ser un número entero, el número de alumnos de la clase tendría que ser múltiplo de los dos denominadores, 8 y 11. El primer múltiplo común a los dos es 88. Para que las dos clases tuviesen los mismos alumnos, el total de alumnos tendría que ser 88 o cualquier múltiplo de 88, que es un tamaño excesivo para una clase de 1º de ESO.

115. El ancho de un campo de fútbol es $\frac{3}{4}$ de la medida del largo. Si un jugador ha dado 10 vueltas completas al campo, ¿qué distancia ha recorrido?



El largo mide 75 m, y el ancho es $\frac{3}{4}$ del largo, es decir, $\frac{3}{4} \cdot 75 = 56{,}25$ m. El perímetro del campo es $2 \cdot 75 + 2 \cdot 56{,}25 = 262{,}5$ m. Por tanto, 10 vueltas corresponden a $10 \cdot 262{,}5 = 2625$ m.

116. En una fiesta de disfraces, $\frac{1}{4}$ de los asistentes van disfrazados de vampiros, $\frac{2}{3}$ del resto se disfrazaron de zombis, y los 3 que quedan, de orcos. ¿Cuántas personas asistieron a la fiesta, y cuántas llevaban cada disfraz?

Vampiros: $\frac{1}{4}$ de los asistentes $\Rightarrow$ No vampiros: $\frac{3}{4}$ de los asistentes.

Zombis: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ de los asistentes.

No vampiros y no zombis: $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4}\right) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ de los asistentes, y eso son 3 personas.

Si $\frac{1}{4}$ corresponden a 3 personas, entonces habrá 12 personas, de las cuales $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ van de vampiros, $\frac{2}{3} \cdot 9 = 6$ van de zombis y 3 van de orcos.

117. En casa de Inés, el gasto en electricidad supone $\frac{1}{12}$ del presupuesto mensual. De ese gasto, $\frac{4}{5}$ corresponden al consumo de los electrodomésticos, y de este consumo, $\frac{3}{4}$ corresponden a los aparatos de la cocina. Si el gasto de los aparatos de la cocina fue de 80 € el mes pasado, ¿cuál era el presupuesto completo?

El gasto de los aparatos de cocina es $\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$ del presupuesto mensual, y eso corresponde a 80 €.

Por tanto, el presupuesto mensual será de $20 \cdot 80 = 1600$ €.

www.yoquieroaprobar.es

118. Un jardinero cultiva rosas, geranios, amapolas y otras flores. En su terreno ha dedicado $\frac{3}{10}$ a las rosas, $\frac{3}{16}$, a los geranios, y $\frac{1}{4}$, a las amapolas. Si entre geranios y amapolas ocupan 35 m^2, calcula la superficie total de su terreno y el área dedicada a cada tipo de flor.

Entre geranios y amapolas: $\frac{3}{16}+\frac{1}{4}=\frac{3}{16}+\frac{4}{16}=\frac{7}{16}$ de la superficie total, y eso equivale a 35 m^2.

Por tanto, la superficie total es de 80 m^2, de los cuales $\frac{3}{10}$ de $80=\frac{3}{10}\cdot 80=24\ m^2$ dedicados a rosas, $\frac{3}{16}$ de $80=\frac{3}{16}\cdot 80=15\ m^2$ dedicados a geranios y $\frac{1}{4}$ de $80=\frac{1}{4}\cdot 80=20\ m^2$ dedicados a amapolas.

119. En la figura que observas, los tres segmentos limitados por los puntos A y B tienen la misma longitud. ¿Qué número representa A?



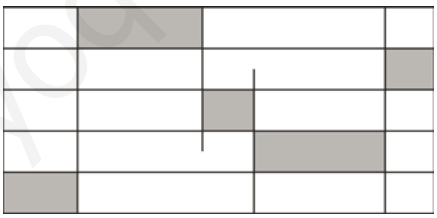
A. $\frac{13}{24}$ **B.** $\frac{7}{18}$ **C.** $\frac{29}{36}$ **D.** $\frac{5}{12}$

Calculamos la longitud del segmento total: $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$.

Dividimos esta longitud entre 3 para calcular lo que mide cada segmento: $\frac{5}{12}:3=\frac{5}{36}$.

Avanzamos esta longitud a partir de $\frac{1}{4}$: $A=\frac{1}{4}+\frac{5}{36}=\frac{7}{18}$ (respuesta B).

120. Si todas las verticales son paralelas y todas las horizontales están igualmente separadas, ¿qué fracción de la figura está sombreada?



A. $\frac{13}{48}$ **B.** $\frac{5}{18}$ **C.** $\frac{5}{16}$ **D.** $\frac{1}{5}$

Proyectando todas las zonas sombreadas sobre la primera banda horizontal, podemos ver que se cubre toda la banda. Por tanto la zona sombreada es $\frac{1}{5}$ (respuesta D).

www.yoquieroaprobar.es

121. En un teatro de 100 butacas hay más de 30 espectadores. $\frac{2}{3}$ de los asistentes son mujeres, $\frac{5}{8}$ de los espectadores son menores de edad, y los adultos son un número impar. ¿Cuánto suman las cifras del número total de espectadores que hay en la sala?

A. 9 **B. 8** **C. 7** **D. 6**

El número de espectadores tiene que cumplir las siguientes condiciones:

- Estar comprendido entre 30 y 100.
- Ser múltiplo de 3 y de 8.
- Que los $\frac{3}{8}$ de ese número sea un número impar (el número de adultos en la sala).

Los números que cumplen las dos primeras condiciones son: 48, 72 y 96. De estos tres, el único que cumple la tercera condición es el 72. La suma de sus cifras es 9 (respuesta A).

122. El resultado del producto de estos 2009 factores $\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{2010}\right)$ es:

A. $\frac{1}{2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 2010}$ **B.** $\frac{1}{2010}$ **C. 1** **D.** $\frac{1}{1005}$

Calculamos los primeros factores para hacernos una idea $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$; $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$; $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$; $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$; …

El producto sería $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{2008}{2009}\cdot\frac{2009}{2010}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\ldots\cdot\frac{2008}{2009}\cdot\frac{2009}{2010}=\frac{1}{2010}$ (respuesta B).

123. La vinagreta se elabora mezclando zumo de limón, aceite y vinagre. Juan ha preparado una taza en la proporción 1 : 2 : 3 y su hermana otra taza igual en la proporción 3 : 4 : 5. Si juntan las dos tazas, ¿cuál es, ahora, la proporción de zumo de limón, aceite y vinagre en esta nueva vinagreta?

A. 2 : 5 : 8 **B. 4 : 5 : 6** **C. 3 : 5 : 7** **D. 5 : 8 : 11**

Vinagreta de Juan: $\frac{1}{6}$ de limón + $\frac{2}{6}$ de aceite + $\frac{3}{6}$ de vinagre.

Vinagreta de su hermana: $\frac{3}{12}$ de limón + $\frac{4}{12}$ de aceite + $\frac{5}{12}$ de vinagre.

Al juntar las dos vinagretas: $\frac{1}{6}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$ de limón; $\frac{2}{6}+\frac{4}{12}=\frac{8}{12}$ de aceite; $\frac{3}{6}+\frac{5}{12}=\frac{11}{12}$ de vinagre.

Luego la proporción de los tres ingredientes es de 5:8:11 (respuesta D).

www.yoquieroaprobar.es

124. En estas operaciones se ha cometido algún error… aunque, sorprendentemente, el resultado final es correcto. Encuentra los errores, escribe la operación correcta y comprueba que el resultado es el mismo.

a) $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\right)=\frac{4}{4}\cdot\left(\frac{4}{4}\right)=1$

b) $\frac{16}{64}=\frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4}=\frac{1}{4}$

c) $\left(\frac{6}{8}-\frac{6}{4}\right)\cdot\left(\frac{14}{4}-\frac{7}{2}\right)=\left(\frac{6-6}{8-4}\right)\cdot\left(\frac{14-7}{4-2}\right)=\frac{0}{4}\cdot\frac{7}{2}=\frac{0}{4}=0$

d) $\frac{9}{12}+\frac{3}{4}=\frac{9+3}{12-4}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

a) Hay que multiplicar antes de sumar: $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{4}=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot 1=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}=1$

b) No se pueden tachar cifras sueltas de factores: $\frac{16}{64}=\frac{\cancel{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}}{\cancel{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}\cdot 2\cdot 2}=\frac{1}{4}$.

c) Está mal el procedimiento de resta: $\left(\frac{6}{8}-\frac{6}{4}\right)\cdot\left(\frac{14}{4}-\frac{7}{2}\right)=\left(\frac{6}{8}-\frac{12}{8}\right)\cdot\left(\frac{14}{4}-\frac{14}{4}\right)=-\frac{6}{8}\cdot 0=0$.

d) Está mal el procedimiento de suma: $\frac{9}{12}+\frac{3}{4}=\frac{9}{12}+\frac{9}{12}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$.

PONTE A PRUEBA

El bizcocho de chocolate

Actividad resuelta

El mejor jugador.

En el equipo de baloncesto del instituto hay tres jugadores estrella. En lo que va de torneo, Marta encestó 11 de 15 tiros libres, Juan 8 de 10 y Manuel, 5 de 6. La final está muy disputada y el entrenador debe elegir uno de los jugadores para lanzar un tiro libre.

1. Con estos datos, ¿qué jugador debe elegir?

Al consultar los resultados de lo que va de partido el entrenador observa que Marta ha encestado 5 de 6 tiros, Juan, 3 de 4, y Manuel, 2 de 3.

2. ¿Cambia esto tu decisión inicial? Da argumentos a favor y en contra de cada jugador.

1. Para poder comparar la estadística de cada uno, reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

Marta: $\frac{11}{15}=\frac{22}{30}$; Juan: $\frac{8}{10}=\frac{24}{30}$; Manuel: $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$; por tanto, el que mejor estadística de tiros libres tiene es Manuel, luego Juan y luego Marta.

2. La estadística del partido es:

Marta: $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$; Juan: $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; Manuel: $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$; por tanto, la tendencia se invierte, y la que mejor estadística de tiros libres tiene (solo en este partido) es Marta, luego Juan y luego Manuel.

Esto puede cambiar la decisión del apartado anterior ya que Marta tiene la peor estadística general, pero la mejor del partido; Manuel, la mejor estadística general, pero la peor del partido; y Juan es el más regular.

www.yoquieroaprobar.es

La calefacción

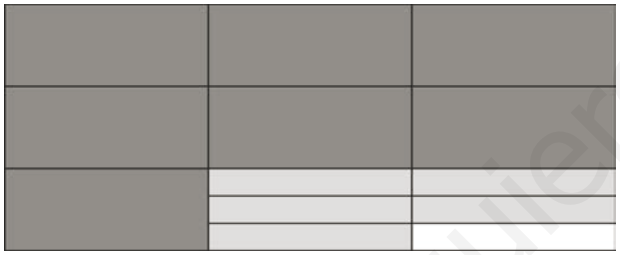
En la casa de María disponen de un depósito de 1080 L de gasoil para calefacción individual. En el periodo más frío, desde el 1 de noviembre hasta el 28 de febrero, han consumido los $\frac{7}{9}$ de depósito y $\frac{5}{6}$ de lo que quedaba los han consumido del 1 de marzo al 30 de abril.

1. **Haz un dibujo del estado del depósito.**
2. **Si el litro de gasoil cuesta 1 €, ¿cuánto han gastado en calefacción desde el 1 de noviembre hasta el 28 de febrero?**
3. **¿Cuántos litros han consumido desde el 1 de marzo hasta el 30 de abril? ¿A qué fracción del depósito corresponde esa cantidad?**
4. **María quiere mostrar a sus padres sus avances en las clases de matemáticas y les dice que ella puede calcular la fracción del depósito consumida desde el 1 de marzo hasta el 30 de abril sin utilizar los litros de gasoil consumidos. ¿Cómo lo hace?**
5. **¿Cuánto les cuesta rellenar el depósito a partir del 30 de abril?**

Los padres de María están muy preocupados por el ahorro energético y se han informado de que cambiando las ventanas podrían ahorrar hasta un quinto en calefacción. Han pedido presupuesto y el cambio de las ventanas costaría 3800 €. Si deciden cambiarlas y su gasto en calefacción es siempre el mismo:

6. **¿Cuánto dinero ahorrarían en calefacción al año?**
7. **¿En cuántos años aproximadamente recuperarían la inversión hecha en las ventanas?**

1.



2. $\frac{7}{9}$ de 1080 litros = 840 litros; por tanto se han gastado 840 €.

3. Desde el 1 de marzo hasta el 30 de abril han consumido 200 L. Esa cantidad corresponde a $\frac{10}{54}$ del depósito.

4. $\frac{5}{6}\text{ de }\frac{2}{9}=\frac{5}{6}\cdot\frac{2}{9}=\frac{10}{54}$

5. Les quedan 40 litros. Para rellenar el depósito tienen que pedir 1040 litros, es decir, que les cuesta 1040 €.

6. Al año gastan 1040 € en calefacción, por tanto ahorrarían $\frac{1}{5}\cdot 1040 = 208$ € al año.

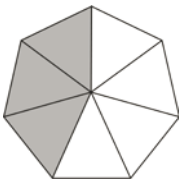
7. Tardarán 19 años en recuperar la inversión.

www.yoquieroaprobar.es

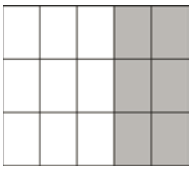
AUTOEVALUACIÓN

1. Indica la fracción correspondiente a la parte coloreada.

a)



b)



a) $\frac{3}{7}$ **b)** $\frac{6}{15}$

2. Comprueba si son equivalentes.

a) $\frac{36}{15}$ y $\frac{96}{40}$ **b)** $\frac{28}{12}$ y $2+\frac{5}{12}$ **c)** $-\frac{35}{100}$ y $-\frac{16}{40}$

a) Son equivalentes, porque $36 \cdot 40 = 15 \cdot 96 = 1440$.

b) No son equivalentes, porque $2+\frac{5}{12}=\frac{24}{12}+\frac{5}{12}=\frac{29}{12}$.

c) No son equivalentes, porque $-35 \cdot 40 \neq -16 \cdot 100$.

3. Halla la fracción irreducible equivalente.

a) $\frac{90}{324}$ **b)** $\frac{108}{234}$ **c)** $\frac{320}{540}$

a) $\frac{90}{324}=\frac{5}{18}$ **b)** $-\frac{108}{234}=-\frac{6}{13}$ **c)** $\frac{320}{540}=\frac{16}{27}$

4. Ordena de menor a mayor.

$$\frac{6}{5};\ \frac{12}{11};\ \frac{2}{3};\ \frac{23}{20};\ 1$$

m.c.m. $(1, 3, 5, 11, 20) = 660$; $\frac{6}{5}=\frac{792}{660}$; $\frac{12}{11}=\frac{720}{660}$; $\frac{2}{3}=\frac{440}{660}$; $\frac{23}{20}=\frac{759}{660}$; $1=\frac{660}{660}$

Como $\frac{440}{660}<\frac{660}{660}<\frac{720}{660}<\frac{759}{660}<\frac{792}{660}$ entonces $\frac{2}{3}<1<\frac{12}{11}<\frac{23}{20}<\frac{6}{5}$.

5. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+2+\frac{11}{6}$ **c)** $\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{9}\cdot 8\cdot\frac{6}{49}$

b) $\frac{16}{25}-\left(\frac{8}{5}-\frac{4}{15}\right)$ **d)** $\frac{16}{28}:\frac{50}{3}\cdot\frac{100}{9}$

a) $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}+2+\frac{11}{6}=\frac{18}{24}+\frac{21}{24}+\frac{48}{24}+\frac{44}{24}=\frac{131}{24}$

b) $\frac{16}{25}-\left(\frac{8}{5}-\frac{4}{15}\right)=\frac{16}{25}-\left(\frac{24}{15}-\frac{4}{15}\right)=\frac{16}{25}-\frac{20}{15}=\frac{16}{25}-\frac{4}{3}=\frac{48}{75}-\frac{100}{75}=-\frac{52}{75}$

c) $\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{9}\cdot 8\cdot\frac{6}{49}=\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{8}{1}\cdot\frac{6}{49}=\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{7}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\cancel{3}}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{7}\cdot 7}=\frac{4}{7}$

www.yoquieroaprobar.es

d) $\frac{16}{28}:\frac{50}{3}\cdot\frac{100}{9}=\frac{16}{28}\cdot\frac{3}{50}\cdot\frac{100}{9}=\frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{50}\cdot 2}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 7\cdot\cancel{50}\cdot\cancel{3}\cdot 3}=\frac{8}{21}$

6. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{9}{10}-\frac{7}{10}\cdot\left(\frac{4}{3}-1:\frac{6}{5}\right)$ **b)** $\frac{5}{4}+\frac{3}{4}:\left[\frac{2}{5}-\left(\frac{1}{3}\right)^2:\frac{4}{27}\right]$

a) $\frac{9}{10}-\frac{7}{10}\cdot\left(\frac{4}{3}-1:\frac{6}{5}\right)=\frac{9}{10}-\frac{7}{10}\cdot\left(\frac{4}{3}-1\cdot\frac{5}{6}\right)=\frac{9}{10}-\frac{7}{10}\cdot\left(\frac{8}{6}-\frac{5}{6}\right)=\frac{9}{10}-\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{6}=\frac{9}{10}-\frac{7}{10}\cdot\frac{1}{2}=\frac{9}{10}-\frac{7}{20}=\frac{18}{20}-\frac{7}{20}=\frac{11}{20}$

b) $\frac{5}{4}+\frac{3}{4}:\left[\frac{2}{5}-\left(\frac{1}{3}\right)^2:\frac{4}{27}\right]=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}:\left[\frac{2}{5}-\frac{1}{9}\cdot\frac{27}{4}\right]=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}:\left[\frac{2}{5}-\frac{3}{4}\right]=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}:\left[-\frac{7}{20}\right]=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}\cdot\left[-\frac{20}{7}\right]=\frac{5}{4}-\frac{15}{7}=-\frac{25}{28}$

7. Un técnico ha cobrado 240 € por un trabajo al que ha dedicado $5+\frac{1}{3}$ horas. ¿Cuánto cobra por cada hora de trabajo?

Calculamos la fracción que ha trabajado: $5+\frac{1}{3}$ horas = $\frac{16}{3}$ horas.

Dividimos la cantidad que ha cobrado entre las horas trabajadas: $240:\frac{16}{3}=240\cdot\frac{3}{16}=45$.

Cobra 45 € la hora.

8. En un concesionario de coches hay modelos de varios colores. Los rojos suponen $\frac{1}{6}$ del total; los azules, $\frac{2}{9}$ del total, y los blancos, $\frac{4}{15}$ del total.

a) ¿Cuál de esos colores es el más frecuente?

b) Si hay 40 coches azules, ¿cuántos hay en total?

a) $\text{m.c.m.}(6,9,15)=90$; $\frac{1}{6}=\frac{15}{90}$; $\frac{2}{9}=\frac{20}{90}$; $\frac{4}{15}=\frac{24}{90}$

Como $\frac{15}{90}<\frac{20}{90}<\frac{24}{90}$, entonces $\frac{1}{6}<\frac{2}{9}<\frac{4}{15}$. El más frecuente es el color blanco.

b) $\frac{2}{9}\cdot\text{total}=40\Rightarrow\text{total}=\frac{9}{2}\cdot 40=180$. Hay 180 coches en total.

9. Marcos se ha gastado la mitad de su dinero por la mañana, la mitad de la mitad por la tarde, y la mitad de la mitad de la mitad, por la noche.

a) ¿Qué fracción del dinero le queda?

b) Si le quedan 30 €, ¿cuánto dinero tenía?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$; le queda $\frac{1}{8}$ de lo que tenía.

b) $\frac{1}{8}\cdot\text{total}=30\Rightarrow\text{total}=8\cdot 30=240$. Tenía 240 €

www.yoquieroaprobar.es

5 Números decimales

Analiza y saca conclusiones

Observa las notaciones de Stevin. ¿Qué representan en cada caso los números encerrados en círculos?

En los dos primeros casos, 0 indica unidades, 1, décimas, 2, centésimas, y 3, milésimas. En el tercer caso indica el orden de unidades decimales del número que les precede y en el último caso indica que ese número se corresponde con las décimas.

Las cifras que hay detrás de la coma representan fracciones decimales cuyo denominador es una potencia de 10. ¿Cómo escribirías el número 0,356 como suma de fracciones decimales?

$$0{,}356 = 3 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{100} + 6 \cdot \frac{1}{1000}$$

Actividades

1. Escribe los siguientes números en forma de número decimal y en forma de fracción decimal.

a) 3 centésimas **b) 9 décimas** **c) 5 milésimas** **d) 1 diezmilésima**

a) $0{,}03 = \frac{3}{100}$ **b)** $0{,}9 = \frac{9}{10}$ **c)** $0{,}005 = \frac{5}{1000}$ **d)** $0{,}0001 = \frac{1}{10000}$

2. Descompón los siguientes números en los distintos órdenes de unidades.

a) 3,5471 **b) 12,998** **c) 1254,3917** **d) 200 545,230 028**

a) 3 unidades, 5 décimas, 4 centésimas, 7 milésimas, 1 diezmilésima

b) 1 decena, 2 unidades, 9 décimas, 9 centésimas, 8 milésimas

c) 1 unidad de millar, 2 centenas, 5 decenas, 4 unidades, 3 décimas, 9 centésimas, 1 milésima, 7 diezmilésimas

d) 2 centenas de millar, 5 centenas, 4 decenas, 5 unidades, 2 décimas, 3 centésimas, 2 cienmilésimas, 8 millonésimas

3. Indica el orden de unidad que representa la cifra 2 en cada uno de los siguientes números.

a) 325,741 **b) 100,492** **c) 2,02002** **d) 201,522**

a) Decenas **c)** Unidades, centésimas y cienmilésimas

b) Milésimas **d)** Centenas, décimas y centésimas

4. Expresa cada número en unidades.

a) 54 milésimas **c) 37 centésimas** **e) 0,007 millones**

b) 6802 décimas **d) 12,3 décimas** **f) 15,482 milésimas**

a) 0,054 **c)** 0,37 **e)** 7000

b) 680,2 **d)** 1,23 **f)** 0,015482

www.yoquieroaprobar.es

5. Representa en la recta numérica los siguientes números decimales.

a) 1,2 **b) 0,3** **c) 1,85** **d) 0,12**

a)



b)



c)



d)



6. Ordena de menor a mayor estos números.

a) 102,29; 120,09; 102,9; 102,0076; 120,0906

b) 1,02; 1,022; 1,002; 1,0202; 1,0002; 1,2002; 1,2

a) 102,0076 < 102,29 < 102,9 < 120,09 < 120,0906

b) 1,0002 < 1,002 < 1,02 < 1,0202 < 1,022 < 1,2 < 1,2002

7. Escribe tres números decimales comprendidos entre los siguientes.

a) 34,506 y 34,508

a) 34,5061; 34,507; 34,5078

b) 4,5 y 4,50003

b) 4,50001; 4,500015; 4,50002

8. En un Gran Premio de Fórmula 1, diez pilotos han obtenido estos tiempos en la clasificación.

A	1 min 30,908 s	**F**	1 min 30,220 s
B	1 min 30,757 s	**G**	1 min 30,059 s
C	1 min 30,979 s	**H**	1 min 30,736 s
D	1 min 30,962 s	**I**	1 min 30,955 s
E	1 min 29,607 s	**J**	1 min 30,211 s

¿Cuál es el orden de salida?

El orden de salida es E – G – J – F – H – B – A – I – D – C, se ordenan de menor a mayor.

9. Aproxima por truncamiento a las centésimas.

a) 22,547 **b) 3,0049** **c) 0,795** **d) 0,995**

a) 22,54 **b)** 3,00 **c)** 0,79 **d)** 0,99

10. Aproxima a las milésimas los siguientes números, primero por truncamiento y luego por redondeo.

a) 4,0107 **b) 5,0023** **c) 0,1295** **d) 0,9995**

a) T: 4,010; R: 4,011 **b)** T: 5,002; R: 5,002 **c)** T: 0,129; R: 0,130 **d)** T: 0,999; R: 1,000

www.yoquieroaprobar.es

11. Redondea cada número a las centésimas.

a) 22,547 **b) 3,0049** **c) 0,795** **d) 0,995**

a) 22,55 **b)** 3,00 **c)** 0,80 **d)** 1,00

12. Aproxima a las decenas, unidades, décimas y centésimas el número 49,99.

	Decenas		Unidades		Décimas		Centésimas	
	T	R	T	R	T	R	T	R
49,99	**40**	**50**	**49**	**50**	**49,9**	**50,0**	**49,99**	**49,99**

13. Aproxima por truncamiento y por redondeo el número 4,5095 a las décimas, a las centésimas y a las milésimas.

	Décimas		Centésimas		Milésimas	
	T	R	T	R	T	R
4,5095	4,5	4,5	4,50	4,51	4,509	4,510

14. Copia y completa la tabla en tu cuaderno. La T indica truncamiento y la R, redondeo.

	Décimas		Centésimas		Milésimas	
	T	R	T	R	T	R
3,5429	•	•	•	•	•	•
0,0645	•	•	•	•	•	•
1,3579	•	•	•	•	•	•
3,4596	•	•	•	•	•	•

	Décimas		Centésimas		Milésimas	
	T	R	T	R	T	R
3,5429	3,5	3,5	3,54	3,54	3,542	3,543
0,0645	0,0	0,1	0,06	0,06	0,064	0,065
1,3579	1,3	1,4	1,35	1,36	1,357	1,358
3,4596	3,4	3,5	3,45	3,46	3,459	3,460

15. Actividad interactiva

16. Clasifica los siguientes números decimales.

a) 3,45 **b) 3,4545** **c) 3,4545…** **d) 0,088** **e) 0,0888…** **f) 1,27333…**

a) Decimal exacto **c)** Decimal periódico puro **e)** Decimal periódico mixto

b) Decimal exacto **d)** Decimal exacto **f)** Decimal periódico mixto

17. Indica el período de estos números decimales.

a) 0,555… **b) 5,424242…** **c) 1,21232323…** **d) $9,6\overline{95}$**

a) 5 **b)** 42 **c)** 23 **d)** 95

18. Halla los números que cumplen estas condiciones.

a) Parte entera = 4, anteperíodo = 67, período = 1 **b) Parte entera = 7, anteperíodo = 0, período = 12**

a) 4,67111… **b)** 7,0121212…

www.yoquieroaprobar.es

19. Actividad resuelta

20. Escribe la fracción decimal correspondiente a cada uno de los siguientes números.

a) 548 d — **a)** $\frac{548}{10}$

b) 6 D + 3 m — **b)** $\frac{60003}{1000}$

c) 7 C + 5 U + 2 c + 9 m — **c)** $\frac{705029}{1000}$

21. Suma 2,015 a cada uno de estos números.

a) 3,6	**b) 2,855**	**c) 0,0092**	**d) 3,985**
a) 5,6015	**b)** 4,87	**c)** 2,0242	**d)** 6

22. Realiza las siguientes sumas.

a) 11,98 + 7,56	**c) 3,1046 + 0,049**	**e) 1,4 + 3,906 + 8,88**
b) 40,052 + 12,788	**d) 0,03 + 0,06 + 0,21**	**f) 3,12 + 0,85 + 1,41**
a) 19,54	**c)** 3,1536	**e)** 14,186
b) 52,84	**d)** 0.3	**f)** 5,38

23. Copia en tu cuaderno las siguientes sumas y completa los términos que faltan.

a)

	3	**8**	**,**	**8**	**3**	**7**
	•	**6**	**,**	**•**	**4**	**9**
+	**2**	**•**	**,**	**9**	**•**	**5**
	9	**4**	**,**	**8**	**2**	**•**

b)

3	**5**	**,**	**•**		
+ 1	**•**	**,**	**1**	**•**	**5**
•	**4**	**,**	**8**	**2**	**•**

a)

3	8	,	8	3	7
2	6	,	0	4	9
+ 2	9	,	9	3	5
9	4	,	8	2	1

b)

3	5	,	7		
+ 1	9	,	1	2	5
5	4	,	8	2	5

24. Realiza las siguientes restas.

a) 23,48 − 12,23	**c) 15,315 − 2, 217**	**e) 10 − 0,7425**
b) 3,69 − 2,11	**d) 5,6 − 3,894**	**f) 83,718 − 33,7512**
a) 11,25	**c)** 13,098	**e)** 9,2575
b) 1,58	**d)** 1,706	**f)** 49,9668

25. Copia en tu cuaderno las siguientes restas y completa los términos que faltan.

a)

8	**8**	**,**	**1**	**6**	**•**
− 1	**•**	**,**	**4**	**•**	**7**
•	**4**	**,**	**•**	**2**	**7**

b)

•	**3**	**,**	**6**	**9**	**•**
− 1	**•**	**,**	**9**	**•**	**9**
5	**1**	**,**	**•**	**0**	**5**

a)

8	8	,	1	6	4
− 1	3	,	4	3	7
7	4	,	7	2	7

b)

6	3	,	6	9	4
− 1	1	,	9	8	9
5	1	,	7	0	5

www.yoquieroaprobar.es

26. Realiza las siguientes operaciones.

a) 5,88 − 2,369 + 6,65

b) 26,408 − 4,999 + 1,002

c) 4,562 + 17,898 − 15,349

d) 16 − 2,45 + 37,112 − 1,972

a) 10,161

b) 22,411

c) 7,111

d) 48,69

27. Copia y completa los números que faltan.

a) 32,507 − ●●● = 17,908

b) 16,192 + ●●● = 30,6

c) ●●● − 7,4401 = 15,446

d) ●●● + 25,104 = 50,38

a) 32,507 – 14,599 = 17,908

b) 16,192 + 14,408 = 30,6

c) 22,8861 − 7,4401 = 15,446

d) 25,276 + 25,104 = 50,38

28. Actividad interactiva

29. Realiza las siguientes multiplicaciones.

a) 4 · 5,6

b) 4,6 · 5,5

c) 2,75 · 6,48

d) 32,056 · 4,98

e) 0,038 · 0,5771

f) 136,85 · 0,024

a) 22,4

b) 25,3

c) 17,82

d) 159,63888

e) 0,0219298

f) 3,2844

30. Copia y completa en tu cuaderno esta tabla.

·	1000	10	0,1	0,001
0,654	●	●	●	●
●	●	●	●	1, 75
●	9458	●	●	●
●	●	232, 5	●	●

·	1000	10	0,1	0,001
0,654	654	6,54	0,0654	0,000654
1750	1750000	17500	175	1, 75
9,458	9458	94,58	0,9458	0,009458
23,25	23250	232, 5	2,325	0,02325

31. Actividad resuelta

32. Realiza estas operaciones combinadas.

a) 4,8 − 1,5 · (3,8 − 2,15 · 0,4)

b) 3 + 4,2 · (2,1 − 5,2 · 0,25 + 1,25)

c) (12,3 · 0,1 + 12,3 · 10) − 0,1 · 100

a) 4,8 − 1,5 · (3,8 − 2,15 · 0,4) = 4,8 − 1,5 · (3,8 − 0,86) = 4,8 − 1,5 · 2,94 = 4,8 – 4,41 = 0,39

b) 3 + 4,2 · (2,1 − 5,2 · 0,25 + 1,25) = 3 + 4,2 · (2,1 – 1,3 + 1,25) = 3 + 4,2 · 2,05 = 3 + 8,61 = 11,61

c) (12,3 · 0,1 + 12,3 · 10) − 0,1 · 100 = (1,23 + 123) – 10 = 124,23 – 10 = 114,23

33. José ha comprado 20 botellines de refresco de 0,25 L de capacidad. ¿Cuántos litros ha adquirido?

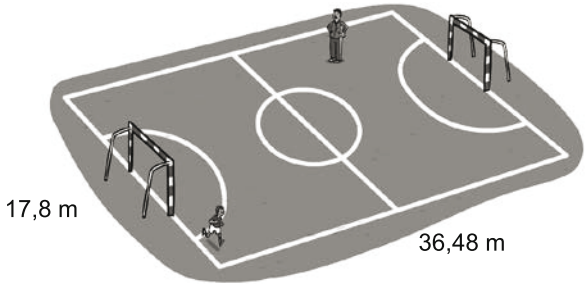
Ha adquirido 20 · 0,25 = 5 L.

www.yoquieroaprobar.es

34. Laura tiene una tarifa de teléfono en la que paga solo por el tiempo que dura cada llamada. Si un minuto cuesta 0,16 € y su última llamada duró 3,15 min, ¿cuánto tendrá que pagar?

Tendrá que pagar 3,15 · 0,16 = 0,504 €. Redondeando, pagará 50 céntimos.

35. El entrenador de un equipo de fútbol ha penalizado a uno de sus jugadores por llegar tarde y le hace dar 12 vueltas alrededor del campo, siguiendo las líneas.



¿Qué distancia tendrá que recorrer?

Como el perímetro del campo mide 2 · (17,8 + 36,48) = 108,56 m , recorrerá 12 · 108,56 = 1 302,72 m.

36. Realiza las siguientes divisiones.

a) 13,48 : 4	**b) 0,73 : 8**	**c) 31,446 : 6**	**d) 148,23 : 27**
a) 3,37	**b)** 0,09125	**c)** 5,241	**d)** 5,49

37. Calcula.

a) 438 : 0,8	**b) 22,457 : 0,85**	**c) 45,696 : 1,28**	**d) 0,273 : 0,05**
a) 547,5	**b)** 26,42	**c)** 35,7	**d)** 5,46

38. Actividad resuelta

39. Halla los cocientes de las siguientes divisiones con una cifra decimal.

a) 3,741 : 4,1	**b) 25,463 : 12,4**	**c) 12,43 : 2,5**	**d) 33,547 : 0,06**
a) 0,9	**b)** 2,0	**c)** 4,9	**d)** 559,1

40. Halla los cocientes de las siguientes divisiones con dos cifras decimales.

a) 43,2 : 5,6	**b) 100 : 0,084**	**c) 28,3 : 4,33**	**d) 10,01 : 1,2**
a) 7,71	**b)** 1190,47	**c)** 6,53	**d)** 8,34

41. Completa en tu cuaderno estas igualdades.

a) 13,8 : ●●● = 1,5
b) ●●● : 0,36 = 8,9
a) 13,8 : 9,2 = 1,5
b) 3,204 : 0,36 = 8,9

c) 5,88 : ●●● = 14,2884
d) ●●● : 7,2 = 277,56
c) 5,88 : 0,4115… = 14,2884
d) 1998,432 : 7,2 = 277,56

42. Haz mentalmente las siguientes divisiones:

a) 4,58 : 10	**b) 34,7 : 100**	**c) 10,075 : 0,1**	**d) 58,4 : 0,01**
a) 0,458	**b)** 0,347	**c)** 100,75	**d)** 5840

43. Copia y completa en tu cuaderno.

a) 1,765 : ●●● = 17,65
b) ●●● : 0,001 = 4
a) 1,765 : 0,1 = 17,65
b) 0,004 : 0,001 = 4

c) 22,84 : ●●● = 0,02284
d) ●●● : 1000 = 9,99
c) 22,84 : 1000 = 0,02284
d) 9990 : 1000 = 9,99

www.yoquieroaprobar.es

44. Actividad resuelta

45. Las siguientes fracciones dan como resultado números periódicos. Hállalos.

a) $\frac{16}{45}$ **b)** $\frac{1000}{999}$ **c)** $\frac{124}{33}$ **d)** $\frac{1}{7}$

a) 0,3555… **b)** 1,001001… **c)** 3,757575… **d)** 0,142857142857…

46. Una parcela rectangular tiene un área de 309,925 m^2. Uno de sus lados mide 25,3 m. ¿Cuánto mide el otro lado? (El área de un rectángulo es: Área = base · altura).

El otro lado mide 309,925 : 25,3 = 12,25 m.

47. Descompón los siguientes números en los distintos órdenes de unidades.

a) 86,5472 **b) 39,645** **c) 100,447** **d) 3060,103**

a) 8 D 6U 5 d 4 c 7 m 2 dm

b) 3 D 9 U 6 d 4 c 5 m

c) 1 C4 d 4 c 7 m

d) 3 UM 6 D 1 d 3 m

48. Escribe el número decimal correspondiente a cada una de estas descomposiciones.

a) 5 C + 3 D + 1 U + 7d **b) 6 D + 3 U + 2 d + 4 c + 5 m** **c) 1 UM + 1 U + 1 m**

a) 531,7 **b)** 63,245 **c)** 1001,001

49. Escribe cada número en unidades.

a) 548 m **b) 3072 c** **c) 10,48896 UM** **d) 37 m**

a) 0, 548 U **b)** 30, 72 U **c)** 10 488, 96 U **d)** 0, 037 U

50. Escribe cómo se leen los siguientes números.

a) 206,357 **b) 1012,0045** **c) 3 C + 7 D + 2 d** **d) 5 U + 4 c + 9 m**

a) Doscientas seis unidades y trescientas cincuenta y siete milésimas

b) Mil doce unidades y cuarenta y cinco diezmilésimas

c) Trescientas setenta unidades y dos décimas

d) Cinco unidades y cuarenta y nueve milésimas

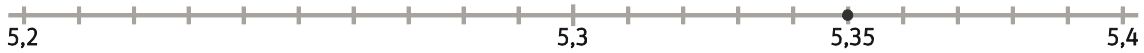
51. Representa en la recta numérica los siguientes números decimales.

a) 5,4 **b) 5,35** **c) 6,85** **d) 6,12**

a)



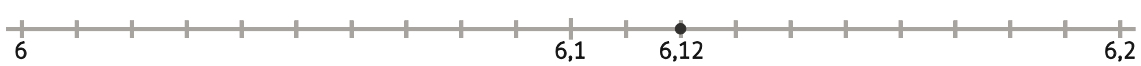
b)



c)



d)



www.yoquieroaprobar.es

52. Actividad resuelta

53. Ordena de menor a mayor en cada caso.

a) 5,36 y 5,92

b) 10,01; 10,11 y 10,101

a) 5,36 < 5,92

b) 10,01 < 10,101 < 10,11

c) 48,0305; 48,031 y 48,02999

d) 2,26; 2,226; 2,262; 2,2226; 2,2262

c) 48,02999 < 48,0305 < 48,031

d) 2,2226 < 2,226 < 2,2262 < 2,26 < 2,262

54. Escribe un número que sea una centésima menor que cada uno de los siguientes.

a) 3,88

b) 2,4956

a) 3,87

b) 2,4856

c) 3,405

d) 8

c) 3,395

d) 7,99

e) 11,097

f) 0,011

e) 11,087

f) 0,001

55. Escribe tres números comprendidos entre los dos que se indican.

a) 2,37 y 2,39

b) 3,5 y 4

c) 4,822 y 4,823

d) 3,65 y 3,656565…

a) 2,372; 2,38; 2,389

b) 3,6; 3,7; 3,8

c) 4,8221; 4,8225; 4,8228

d) 3,651; 3,652; 3,653

56. Actividad resuelta

57. Redondea y trunca a las décimas.

a) 0,078

b) 43,612

c) 3,497

a) T: 0,0; R: 0,1

b) T: 43,6; R: 43,6

c) T: 3,4; R: 3,5

d) 88,91

e) 88,96

f) 1,99

d) T: 88,9; R: 88,9

e) T: 88,9; R: 89,0

f) T: 1,9; R: 2,0

g) 2,09782

h) 16,75

i) 0,05

g) T: 2.0; R: 2,1

h) T: 16.7; R: 16.8

i) T: 0,0; R: 0,1

58. Copia y completa en tu cuaderno esta tabla. Aproxima por truncamiento (T) y por redondeo (R).

	Décimas		Centésimas		Milésimas	
	T	R	T	R	T	R
92,1874	•	•	•	•	•	•
3,1495	•	•	•	•	•	•
0,0028	•	•	•	•	•	•
261,54559	•	•	•	•	•	•

	Décimas		Centésimas		Milésimas	
	T	R	T	R	T	R
92,1874	92,1	92,2	92,18	92,19	92,187	92,187
3,1495	3,1	3,1	3,14	3,15	3,149	3,150
0,0028	0,0	0,0	0,00	0,00	0,002	0,003
261,54559	261,5	261,5	261,54	261,55	261,545	261,546

www.yoquieroaprobar.es

59. Escribe la fracción decimal correspondiente a cada uno de los siguientes números.

a) 33,3 **c) 0,036** **e) 2 U + 5 d** **g) 5 C + 5 m**

b) 12,05 **d) 200,004** **f) 3 D + 5 U + 3 d + 3 c + 6 m** **h) 2 UM + 2 U + 2 m**

a) $\frac{333}{10}$ **c)** $\frac{36}{1000}$ **e)** $\frac{25}{10}$ **g)** $\frac{500005}{1000}$

b) $\frac{1205}{100}$ **d)** $\frac{200004}{1000}$ **f)** $\frac{35336}{1000}$ **h)** $\frac{2002002}{1000}$

60. Copia y completa en tu cuaderno esta tabla.

	Decimal exacto	**Periódico puro**	**Periódico mixto**	**Período**
4,83	**Sí**	**No**	**No**	**No tiene**
3,4222…	•	•	•	•
2,5353…	•	•	•	•
0,0111…	•	•	•	•
4,03030…	•	•	•	•

	Decimal exacto	Periódico puro	Periódico mixto	Período
4,83	Sí	No	No	No tiene
3,4222…	NO	NO	SÍ	2
2,5353…	NO	SÍ	NO	53
0,0111…	NO	NO	SÍ	1
4,03030…	NO	SÍ	NO	03

61. Escribe un número cuya parte entera sea igual que su período, y cuyo anteperíodo tenga dos cifras.

Respuesta abierta. Por ejemplo, 2,592222

62. Realiza las siguientes sumas y restas.

a) 2,19 + 3, 41 **c) 3,02 + 25,776** **e) 16,5 − 1,3** **g) 20 − 4,963**

b) 6,25 + 4,25 **d) 12,58 + 2,777** **f) 28,19 − 20,12** **h) 10,502 − 9,495**

a) 5,6 **c)** 28,796 **e)** 15,2 **g)** 15,037

b) 10,5 **d)** 15,357 **f)** 8,07 **h)** 1,007

63. Resuelve las siguientes operaciones.

a) 124,499 − 32,057 + 1,222 **c) 265 − 34,48 − 200,29**

b) 5,9 + 6,882 − 3,3131 **d) 100 − [48,56 − (23,19 + 15,44)]**

a) 93,664 **c)** 30,23

b) 9,4689 **d)** 100 − [48,56 − 38,63] = 100 − 9,93 = 90,07

64. Copia en tu cuaderno estas igualdades y completa los números que faltan.

a) 7,634 − ●●● = 1,8 **c) ●●● − 11,29 = 15,91**

b) 93,221 + ●●● = 100 **d) ●●● + 3,008 = 6,071**

a) 7,634 − 5,834 = 1,8 **c)** 27,2 − 11,29 = 15,91

b) 93,221 + 6,779 = 100 **d)** 3,063 + 3,008 = 6,071

65. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

66. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a) 12,4 · 3,8	**c) 6,61 · 2,03**	**e) 1,992 · 3,17**	**g) 122 · 3,555**
b) 5,49 · 3,2	**d) 3,502 · 4,5**	**f) 0,0035 · 0,06**	**h) 101,0101 · 4,96**
a) 47,12	**c)** 13,4183	**e)** 6,31464	**g)** 433,71
b) 17,568	**d)** 15,759	**f)** 0,00021	**h)** 501,010096

67. Actividad resuelta

68. Opera mentalmente.

a) 0,8 · 7	**c) 1,2 · 400**	**e) 0,222 · 0,03**	**g) 0,0007 · 6000**
b) 2,5 · 0,3	**d) 0,6 · 0,6**	**f) 0,25 · 0,4**	**h) 1100 · 0,004**
a) 5,6	**c)** 480	**e)** 0,00666	**g)** 4,2
b) 0,75	**d)** 0,36	**f)** 0,1	**h)** 4,4

69. Opera mentalmente y resuelve.

a) 9,998 · 100	**c) 0,00517 · 10**	**e) 3 · 0,001**	**g) 0,38 · 0,1**
b) 37,4 · 1000	**d) 22,58 · 10 000**	**f) 94,006 · 0,01**	**h) 52,52 · 0,01**
a) 999,8	**c)** 0,0517	**e)** 0,003	**g)** 0,038
b) 37 400	**d)** 225 800	**f)** 0,94006	**h)** 0,5252

70. Actividad resuelta

71. Realiza las siguientes divisiones.

a) 5,28 : 3,3	**c) 2,183 : 5,9**	**e) 15,038 : 3,65**	**g) 6,666 : 0,88**
b) 14,641 : 1,21	**d) 0,32 : 0,064**	**f) 228,4968 : 4,02**	**h) 12,4 : 4,96**
a) 1,6	**c)** 0,37	**e)** 4,12	**g)** 7,575
b) 12,1	**d)** 5	**f)** 56,84	**h)** 2,5

72. Divide en cada caso.

a) 26,4 : 3,7	**c) 401,4 : 7**	**e) 2,85 : 3,06**	**g) 24,4 : 0,03**
b) 12,56 : 3,8	**d) 166,3 : 4,2**	**f) 1,4 : 0,42**	**h) 0,0244 : 0,03**
a) 7,135135…	**c)** 57,342857…	**e)** 0,93137…	**g)** 813,333…
b) 3,305…	**d)** 39,5952…	**f)** 3,333…	**h)** 0,81333…

73. Actividad resuelta

74. Realiza mentalmente estas operaciones.

a) 24,8 : 2	**c) 0,56 : 0,7**	**e) 6,4 : 8**	**g) 6,4 : 80**
b) 5,6 : 7	**d) 100 : 0,2**	**f) 6,4 : 0,08**	**h) 0,064 : 8**
a) 12,4	**c)** 0,8	**e)** 0,8	**g)** 0,08
b) 0,8	**d)** 500	**f)** 80	**h)** 0,008

75. Haz mentalmente las siguientes divisiones.

a) 56,45 : 10	**c) 300,45 : 100**	**e) 16,48 : 0,1**	**g) 555 : 0,01**
b) 2,003 : 100	**d) 1234,5 : 1000**	**f) 2,004 : 0,01**	**h) 0,00001 : 0,001**
a) 5,645	**c)** 3,0045	**e)** 164,8	**g)** 55500
b) 0,02003	**d)** 1,2345	**f)** 200,4	**h)** 0,01

www.yoquieroaprobar.es

76. Actividad resuelta

77. Copia la tabla en tu cuaderno, fíjate en el ejemplo y complétala.

	· 10	· 0,1	: 100	: 0,01
5,48	54,8	0,548	0,0548	548
16,5	●●●	●●●	●●●	●●●
99,99	●●●	●●●	●●●	●●●
●●●	●●●	●●●	2,36	●●●
●●●	●●●	12	●●●	●●●
●●●	●●●	●●●	●●●	0,2
●●●	11,3	●●●	●●●	●●●

	· 10	· 0,1	: 100	: 0,01
5,48	54,8	0,548	0,0548	548
16,5	165	1,65	0,165	1650
99,99	999,9	9,999	0,9999	9999
236	2360	23,6	2,36	23600
120	1200	12	1,2	12000
0,002	0,02	0,0002	0,00002	0,2
1,13	11,3	0,113	0,0113	113

78. Completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

a) 39,06 : ●●● = 6,3 **b) ●●● : 0,5 = 0,042** **c) 3,31 · ●●● = 19,529** **d) ●●●: 0,0045 = 0,6**

a) 39,06 : 6,2 = 6,3 **b)** 0,021 : 0,5 = 0,042 **c)** 3,31 · 5,9 = 19,529 **d)** 0,0027 : 0,0045 = 0,6

79. Realiza estas operaciones combinadas.

a) 2,25 + 2,25 · 0,2

b) 30,6 − 3,5 : (2,4 + 5,6)

c) (6,4 − 5,08) · (2,2 + 2,8 · 0,5)

d) 26 − 5 · (3,1 + 2,4 : 0,25)

e) 106,2 − 4 · (15,26 − 9,375)

a) 2,25 + 2,25 · 0,2 = 2,25 + 0,45 = 2,7

b) 30,6 − 3,5 : (2,4 + 5,6) = 30,6 − 3,5 : 8 = 30,6 − 0,4375 = 30,1625

c) (6,4 − 5,08) · (2,2 + 2,8 · 0,5) = 1,32 · (2,2 + 1,4) = 1,32 · 3,6 = 4,752

d) 26 − 5 · (3,1 + 2,4 : 0,25) = 26 − 5 · (3,1 + 9,6) =26 − 5 · 12,7 =26 − 63,5 = −37,5

e) 106,2 − 4 · (15,26 − 9,375) = 106,2 − 4 · 5,885 = 106,2 − 23,54 = 82,66

www.yoquieroaprobar.es

80. Realiza las siguientes operaciones combinadas.

a) $3{,}15 + 28{,}07 - 4^2 : 2{,}5$

b) $64 : 2{,}25 \cdot 3{,}8 - 6950 : 100$

c) $(75{,}2 - 80{,}2)^2 : (0{,}2 : 0{,}1)^2$

d) $(28{,}44 - 33{,}6 : 10^2 - 14{,}3) : 0{,}2$

e) $0{,}05 : 0{,}1 + 25{,}5 : 100 - 250 \cdot 0{,}01$

f) $18{,}5 : (2 + 0{,}5) \cdot 10 + 6^2$

g) $\sqrt{36} \cdot 0{,}01 - 6{,}5 \cdot 0{,}1 + (2 + 3)^2$

h) $3{,}33 : 3 \cdot [(0{,}75 + 1{,}5) \cdot 10] + 0{,}25$

a) $3{,}15 + 28{,}07 - 4^2 : 2{,}5 = 3{,}15 + 28{,}07 - 16 : 2{,}5 = 3{,}15 + 28{,}07 - 6{,}4 = 24{,}82$

b) $64 : 2{,}25 \cdot 3{,}8 - 6950 : 100 = 108{,}0888\ldots - 69{,}5 = 38{,}5888\ldots$

c) $(75{,}2 - 80{,}2)^2 : (0{,}2 : 0{,}1)^2 = (-5)^2 : 2^2 = 25 : 4 = 6{,}25$

d) $(28{,}44 - 33{,}6 : 10^2 - 14{,}3) : 0{,}2 = (28{,}44 - 33{,}6 : 100 - 14{,}3) : 0{,}2 = (28{,}44 - 0{,}336 - 14{,}3) : 0{,}2 = 13{,}804 : 0{,}2 = 69{,}02$

e) $0{,}05 : 0{,}1 + 25{,}5 : 100 - 250 \cdot 0{,}01 = 0{,}5 + 0{,}255 - 2{,}5 = -1{,}745$

f) $18{,}5 : (2 + 0{,}5) \cdot 10 + 6^2 = 18{,}5 : 2{,}5 \cdot 10 + 36 = 74 + 36 = 110$

g) $\sqrt{36} \cdot 0{,}01 - 6{,}5 \cdot 0{,}1 + (2 + 3)^2 = 6 \cdot 0{,}01 - 0{,}65 + 5^2 = 0{,}06 - 0{,}65 + 25 = 24{,}41$

h) $3{,}33 : 3 \cdot [(0{,}75 + 1{,}5) \cdot 10] + 0{,}25 = 1{,}11 \cdot [2{,}25 \cdot 10] + 0{,}25 = 1{,}11 \cdot 22{,}5 + 0{,}25 = 24{,}975 + 0{,}25 = 25{,}225$

81. Calcula el resultado de la siguiente operación con un decimal de dos formas.

3,48 + 5,23 – 2,97

a) Efectuando la operación y redondeando el resultado a las décimas.

b) Redondeando a las décimas cada número y operando después.

c) ¿Obtienes el mismo resultado?

a) 3,48 + 5,23 – 2,97 = 5,74. Redondeando el resultado a las décimas: 5,7

b) Redondeando cada número a las décimas: 3,5 + 5,2 – 3 = 5,7

c) Sí, se obtiene el mismo resultado.

82. ¿Es posible que el resultado de una multiplicación sea menor que los dos factores? Busca algún ejemplo. ¿Qué tienen en común esos números?

Sí, por ejemplo $0{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}02$. Tienen en común que ambos son menores que la unidad.

83. Si un número tiene dos cifras decimales, ¿cuántas tendrá su cuadrado? ¿Y su cubo? ¿Y su décima potencia?

Su cuadrado tendrá cuatro cifras decimales, su cubo seis cifras decimales y su décima potencia veinte cifras decimales.

84. Actividad resuelta

85. Halla el número decimal correspondiente a cada fracción y clasifica los decimales obtenidos.

a) $\frac{16}{5}$ **b)** $\frac{47}{16}$ **c)** $\frac{29}{18}$ **d)** $\frac{37}{2}$ **e)** $\frac{51}{17}$ **f)** $\frac{124}{9}$ **g)** $\frac{59}{18}$ **h)** $\frac{1}{7}$

a) 3,2. Exacto

b) 2,9375. Exacto

c) 1,611... Periódico mixto

d) 18,5. Exacto

e) 3. Natural

f) 13,777… Periódico puro

g) 3,2777… Periódico mixto

h) 0,142857142857… Periódico puro

www.yoquieroaprobar.es

86. Ordena de menor a mayor las fracciones de la actividad anterior a partir de los números decimales obtenidos.

$$\frac{1}{7} < \frac{29}{18} < \frac{47}{16} < \frac{51}{17} < \frac{16}{5} < \frac{59}{18} < \frac{124}{9} < \frac{37}{2}$$

87. Para saber qué tipo de decimal corresponde a cada fracción irreducible se descompone el denominador.

- **Si solo tiene como factores primos 2 o 5 o ambos, dará un decimal exacto.**
- **Si no tiene 2 ni 5, dará un decimal periódico puro.**
- **Si aparecen 2 o 5 y otros factores distintos, dará un decimal periódico mixto.**

Sin hacer la división, indica cómo serán los números decimales obtenidos.

a) $\frac{5}{16}$ **c)** $\frac{7}{30}$ **e)** $\frac{12}{35}$ **g)** $\frac{13}{81}$

b) $\frac{3}{20}$ **d)** $\frac{3}{58}$ **f)** $\frac{73}{400}$ **h)** $\frac{23}{6}$

a) Decimal exacto **c)** Periódico mixto **e)** Periódico mixto **g)** Periódico puro

b) Decimal exacto **d)** Periódico mixto **f)** Decimal exacto **h)** Periódico mixto

88. Las fracciones con denominador 7 tienen una curiosa propiedad: las cifras del período son siempre las mismas, solo cambia la cifra por la que hay que empezar.

$$\frac{1}{7} = 0,\widehat{142857} \qquad \frac{4}{7} = 0,\widehat{571428}$$
$$\frac{2}{7} = 0,\widehat{285714} \qquad \frac{5}{7} = 0,\widehat{714285}$$
$$\frac{3}{7} = 0,\widehat{428571} \qquad \frac{6}{7} = 0,\widehat{857142}$$

a) ¿Cuál será el período de $\frac{8}{7}$?

b) ¿Cómo calcularías el período de $\frac{3349}{7}$?

a) Como $\frac{8}{7} = 1 + \frac{1}{7}$, tiene el mismo periodo que $\frac{1}{7}$, es decir, $\widehat{142857}$

b) Como al dividir por 7 las cifras del período son siempre las mismas: $\widehat{142857}$ y solo cambia la cifra por la que hay que empezar, haría la división 3349 : 7 con una sola cifra decimal: 478,4….y le añadiría el resto de cifras repetidas: $478,\widehat{428571}$

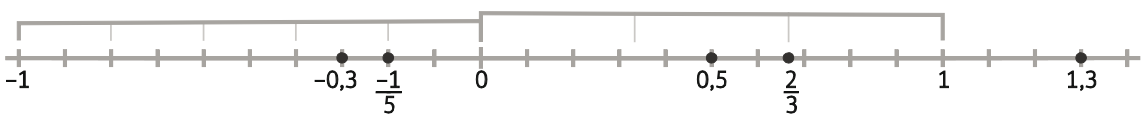
89. Actividad resuelta

90. Representa en la recta numérica los siguientes números y ordénalos de menor a mayor.

$\frac{2}{3}$; –0,3; 0,5; 1,3; $-\frac{1}{5}$; –1

Para representar $\frac{2}{3}$ dividiremos el intervalo (0,1) en tres partes iguales. Los demás se representan fácilmente en forma decimal.

Orden: $-1 < -0,3 < -1/5 < 0,5 < \frac{2}{3} < 1,3$



www.yoquieroaprobar.es

91. Unos ratones han hecho un agujero en el fondo del saco y se están comiendo el trigo. Cuando el granjero se da cuenta, los animales ya se han comido la quinta parte del contenido del saco. ¿Cuánto trigo queda?



Queda $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ del saco, es decir, 4 · 48,735 : 5 = 38,988 kg.

92. En un concurso de televisión, los concursantes deben pulsar un botón para responder a las preguntas. Estos han sido sus tiempos en la última pregunta:

Concursante	Tiempo (s)
Ana	**1,235**
Belén	**1,212**
Clara	**1,194**
Diego	**1,2**
Eduardo	**1,197**

a) Ordena los tiempos de menor a mayor.

b) ¿Qué diferencia ha habido entre el más rápido y el más lento?

a)

Concursante	Tiempo (s)
Clara	1,194
Eduardo	1,197
Diego	1,2
Belén	1,212
Ana	1,235

b) La diferencia ha sido de 1,235 – 1,194 = 0,041 s.

93. Las estaturas de cinco de los jugadores de un equipo de baloncesto son: 2,10 m, 1,98 m, 2,03 m, 1,87 m, 2,05 m. ¿Cuál es la estatura media de esos cinco jugadores? Redondéala a las centésimas. (Recuerda: la media es la suma de todos los datos dividida por el número de ellos).

(2,10 + 1,98 + 2,03 + 1,87 + 2,05) : 5 = 10,03 : 5 = 2,006.

La estatura media es 2,01 m, redondeando a las centésimas.

94. Cinco personas entran en el ascensor. Sus pesos son: 22,315 kg; 56,825 kg; 70,2 kg; 36,625 kg y 56,625 kg. La carga máxima es de 300 kg.

a) ¿Sobrepasan entre todos la carga máxima?

b) ¿Cuánto falta o sobra hasta los 300 kg?

a) Como 22,315 + 56,825 + 70,2 + 36,625 + 56,625 = 242,59 kg, no sobrepasan la carga máxima.

b) Faltan 300 – 242,59 = 57,41 kg.

www.yoquieroaprobar.es

95. Una piscina con capacidad de 15 000 L se ha llenado durante 5 horas, con 1763,5 L cada hora.

a) ¿Cuántos litros se han vertido en la piscina?

b) ¿Cuántos litros faltan para llenarla?

c) Si se sigue llenando al mismo ritmo, ¿cuántas horas faltan para llenarla? Redondea el resultado a las décimas.

a) Se han vertido $5 \cdot 1763{,}5 = 8817{,}5$ L.

b) Faltan $15000 - 8817{,}5 = 6182{,}5$ L.

c) Faltan $6182{,}5 : 1763{,}5 = 3{,}5058\ldots$, unas 3 horas y media.

96. El supermercado del barrio vende la botella de suavizante a 2,85 €. Esta semana hay una oferta: "Pagas dos y te llevas tres".

a) ¿A qué precio sale cada botella si compras 3?

b) ¿Cuánto se ahorra en cada una?

a) Sale a $2{,}85 \cdot 2 : 3 = 1{,}9$ €.

b) Se ahorra $2{,}85 - 1{,}9 = 0{,}95$ €.

97. Un albañil utiliza losetas cuadradas para cubrir el suelo de una habitación rectangular. Cada loseta mide 0,24 m de lado, y necesita colocar 16 losetas de largo y 23 de ancho. ¿Cuánto mide la habitación?

Mide $16 \cdot 0{,}24 = 3{,}84$ m de largo y $23 \cdot 0{,}24 = 5{,}52$ m de largo.

98. Gonzalo ha fabricado varios juguetes pequeños. Hacer cada uno cuesta 7,38 € en materiales. Por cada hora de trabajo cobra además 20 €.

a) Gonzalo ha hecho 13 juguetes en una hora. ¿Cuánto dinero han costado en total? ¿Cuánto cuesta cada juguete, redondeando a los céntimos?

b) Si Gonzalo vende cada juguete a 14,99 €, ¿qué beneficio obtiene?

a) Cuestan $13 \cdot 7{,}38 + 20 = 115{,}94$ €. Cada uno sale a $115{,}94 : 13 = 8{,}9184\ldots$, aproximadamente 8,92 €.

b) Gana por cada uno $14{,}99 - 8{,}92 = 6{,}07$ €, luego en total obtiene 78,91 € de beneficio.

99. Después de un viaje a California, a Ana le sobran 115,43 $. Al llegar a España decide cambiarlos a euros. En ese momento, por cada dólar le dan 0,76164 €.

a) Calcula cuantos euros recibirá, redondeando a los céntimos.

b) Si el banco cobra una comisión de 7,49 € por hacer el cambio, ¿cuánto dinero le queda?

a) Recibe $115{,}43 \cdot 0{,}76164 = 87{,}91610\ldots$ Redondeando, 87,92 €

b) Le quedan $87{,}92 - 7{,}49 = 80{,}43$ €.

100. Si $3{,}84 \cdot 2{,}75 = 10{,}56$, ¿cuál es el resultado de la división $1{,}056 : 0{,}00275$?

A. 38,4 **B. 3,84** **C. 384** **D. 0,38**

La respuesta es C.

101. ¿En cuál de las siguientes listas se verifica que los números no son cada vez mayores?

A. $\frac{1}{5}; 0{,}25; \frac{3}{10}; 0{,}5$ **B.** $\frac{3}{5}; 0{,}7; \frac{4}{5}; 1{,}5$ **C.** $\frac{2}{5}; 0{,}5; \frac{7}{10}; 0{,}95$ **D.** $\frac{3}{5}; 0{,}5; \frac{4}{5}; 0{,}9$

En la lista D, ya que $\frac{3}{5} = 0{,}6$ es mayor que 0,5.

102. En una fiesta de fin de curso el cociente entre chicos y chicas es 0,75 y el cociente entre chicas y adultos es $\frac{5}{7}$. ¿Cuál es el cociente entre chicos y adultos?

A. 0,8 **B. 1,25** **C.** $\frac{12}{7}$ **D.** $\frac{15}{28}$

Como $0{,}75 = \frac{3}{4}$, el cociente pedido es $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$. La respuesta correcta es la D.

www.yoquieroaprobar.es

103. Arturo compra la fruta por unidades. Si por cuatro manzanas y dos naranjas paga 1,54 € y por dos naranjas y cuatro plátanos paga 1,70 €, ¿cuánto pagará por una manzana, una naranja y un plátano?

A. 0,77 € **B. 0,78 €** **C. 0,79 €** **D. 0,81 €**

Si sumamos a lo que cuestan cuatro manzanas y dos naranjas lo que cuestan dos naranjas y cuatro plátanos, obtenemos que por cuatro manzanas, cuatro naranjas y cuatro plátanos pagamos 3,24 €, por lo que por una de cada pagaremos 3,24 : 4 = 0,81 €. La respuesta correcta es la D.

104. Cinco amigos pagan una pizza a partes iguales, poniendo 3,4 € cada uno. Después llega otro, y para que todos pongan lo mismo él paga 3,4 €, que se reparten entre los primeros cinco amigos, de forma que cada uno recibe 3,4 : 5 = 0,68 €. ¿Es correcto?

No, ya que el último amigo paga más que los otros. Tendrían que haber repartido lo que costó la pizza (3,4 · 5 = 17 €) entre los 6, pagando cada uno unos 2,83 €.

105. Pilar y Raúl han hecho la misma división, pero cada uno ha obtenido un resultado distinto.

Pilar: $3,4\widehat{56}$ **Raúl: $3,456\widehat{56}$**

¿Cuál es el correcto?

Si desarrollamos ambos números, vemos que Pilar obtuvo 3,4565656… y Raúl 3,45656565…, es decir, el mismo número, pero la forma correcta de escribirlo es la que ha usado Pilar.

PONTE A PRUEBA

Decimales en la prensa

Actividad resuelta

La compra

Carlos ha ido a hacer la compra. Al llegar a casa, revisa el tique para ver cuánto ha pagado, pero el total está borroso y no lo ve bien.

Producto	Cantidad	Precio (€)
Leche	6 × 0,56	3,36
Galletas	1	1,68
Patatas	3 kg	2,67
Zumo de tomate	1 L	0,91
Yogures	*Pack* de 4	1,00
Atún	*Pack* de 6	2,96
Lechuga	1 unidad	0,85
Tomates	1 kg	2,60
Refrescos	6 latas	2,76
TOTAL		

1. ¿Cuánto ha gastado en total?

A. 55,73 € **B. 15,24 €** **C. 18,79 €** **D. 23,75 €**

2. ¿Cuánto cuesta el kilo de patatas? ¿Y una lata de refresco?

3. Su vecino ha ido a hacer la compra el mismo día, y se ha llevado 8 L de leche, 5 kg de patatas, 3 kg de tomates y 8 latas de atún. ¿Con 20 € tiene suficiente? ¿Qué tendría que quitar para poder pagar la cuenta, de forma que el precio pagado fuera lo más cercano posible a 20 €?

1. La suma total es 18,79 €. Respuesta C.
2. El kg de patatas cuesta 2,67 : 3 = 0,89 €. Una lata de refresco cuesta 2,76 : 6 = 0,46 €.
3. Tiene que pagar 8 · 0,56 + 5 · 0,89 + 3 · 2,60 + 8 · 2,96 : 6 = 20,67666… €, no lleva suficiente dinero. Debería quitar como mínimo 0,68 €. Como la lata de atún cuesta 0,49333… €, es el artículo más barato, pero tendría que quitar dos, es decir, 0,98666… €. Debería descontar los 0,89 € de un kg de patatas, con lo que pagaría 19,78666… €; redondeando, 19,79 €.

www.yoquieroaprobar.es

El examen

En un examen de 10 preguntas, David ha obtenido las siguientes puntuaciones:

Pregunta	Puntuación	Pregunta	Puntuación
1	0,5	6	0,75
2	0,75	7	0,75
3	0,25	8	0,5
4	0	9	0,75
5	1	10	0,75

1. La puntuación máxima de cada pregunta es 1 punto. David ha dejado una pregunta sin contestar. ¿Cuál fue?

2. ¿Qué nota ha obtenido en el examen?

3. La profesora descuenta 0,1 puntos por cada falta de ortografía, y 0,05 por cada tilde incorrecta. David ha tenido 4 faltas y ha dejado de poner 5 tildes. ¿Cuál es su nota final?

4. Como las cinco primeras preguntas eran del tema anterior, que David aprobó con buena nota, la profesora decide contar solo la puntuación de las últimas cinco preguntas, y que valgan doble. ¿Qué nota tendrá ahora David? ¿Y con el descuento por la ortografía?

1. Dejó la cuarta pregunta sin contestar. Es la única sin puntuación positiva.

2. Sumando la puntuación de cada una, se obtiene su nota: 6 puntos.

3. Hay que descontar $4 \cdot 0{,}1 + 5 \cdot 0{,}05 = 0{,}65$ puntos. La nota final es 5,35.

4. Tendría $(0{,}75 \cdot 4 + 0{,}5) \cdot 2 = 7$ puntos, que con el descuento por la ortografía se quedarían en 6,35.

Precio de la gasolina

El coche de Mónica tiene un consumo de 6,4 L cada 100 km. El coche funciona con diésel, y durante el último mes el precio medio de un litro ha sido de 1,314 €.

Mónica utiliza el coche para ir al trabajo durante todo este mes. En esos 21 días, descontando los fines de semana, ha hecho dos viajes diarios (ida y vuelta) a su lugar de trabajo, que está a una distancia de 23 km.

1. Calcula los litros de combustible que gasta el coche para recorrer 1 km.

2. Calcula los litros que ha necesitado gastar Mónica para ir a trabajar.

3. Calcula el dinero que ha empleado en comprar ese combustible.

4. Mónica puede ir a trabajar también en transporte público, pagando un abono mensual de 63,70 €. ¿Qué medio de transporte le resulta más económico?

1. El coche gasta 6,4 : 100 = 0,064 L por kilómetro.

2. Ha recorrido $21 \cdot 2 \cdot 23 = 966$ km, y ha gastado $966 \cdot 0{,}064 = 61{,}824$ L.

3. Gastó $61{,}824 \cdot 1{,}314 = 81{,}236736$, es decir, 81,24 €, redondeando a los céntimos.

4. El transporte público le permite ahorrar 81,24 – 63,70 = 17,54 € al mes.

Pulgadas, pies, pintas y galones

En los países anglosajones se utilizan con frecuencia otras unidades de medida.

1 pinta = 568,261 ml 1 pie = 30,48 cm

1. Un vendedor irlandés decide vender sus botellas de una pinta en Portugal. Para ello debe indicar su capacidad en litros. ¿Qué cantidad tendrá que poner?

2. Para cantidades superiores se utiliza el galón. Un galón equivale a 8 pintas. Expresa esa medida en litros.

3. Halla la altura en pies de una persona que mide 1,75 m.

www.yoquieroaprobar.es

4. Un pie equivale a 12 pulgadas. ¿Cuánto mide una pulgada en centímetros?

A. 25,4 cm **B. 2,54 cm** **C. 36,57 cm** **D. 365.76 cm**

1. Tendrá que poner 0,568261 L.

2. Un galón son 8 · 0,568261 = 4,546088 L.

3. Su altura es de 175 cm, es decir, 175 : 30,48 = 5,74 pies, redondeando a las centésimas.

4. Como 30,48 : 12 = 2,54, la respuesta correcta es la B.

AUTOEVALUACIÓN

1. Ordena estos números decimales de menor a mayor.

1,036; 1,306; 1,33; 1,333…; 1,336; 1,3

1,036 < 1,3 < 1,306 < 1,33 < 1,333… < 1,336

2. Aproxima a las décimas por truncamiento y por redondeo los siguientes números.

a) 6,744	**c) 8,93**	**e) 6,052**
b) 0,49	**d) 3,96**	**f) 2,007**
a) T: 6,7R: 6,7	**c)** T: 8,9R: 8,9	**e)** T: 6,0R: 6,1
b) T: 0,4R: 0,5	**d)** T: 3,9R: 4,0	**f)** T: 2,0R: 2,0

3. Indica si los siguientes decimales son exactos, periódicos puros o periódicos mixtos, y escribe su período cuando sea posible.

a) 2,5333…	**c) 20,111**	**e) 7,4949…**
b) 3,5	**d) 0,0888**	**f) 1,111…**
a) Periódico mixto de periodo 3	**c)** Exacto	**e)** Periódico puro de periodo 49
b) Exacto	**d)** Periódico mixto de periodo 8	**f)** Periódico puro de periodo 1

4. Realiza las siguientes operaciones.

a) 2,571 + 9,68	**b) 56,42 – 20,595**	**c) 4,96 – 3,77 + 12,23**	**d) 39,785 · 4**	**e) 4,26 · 2,508**
a) 12,251	**b)** 35,825	**c)** 13,42	**d)** 159,14	**e)** 10,68408

5. Calcula el resultado de estas operaciones.

a) 0,429 : 3	**b) 600 : 0,24**	**c) 133,938 : 1,8**	**d) 33,327 : 3,45**
a) 0,143	**b)** 2500	**c)** 74,41	**d)** 9,66

6. Resuelve estas operaciones.

a) 92,45 · 10	**b) 127,36 : 1000**	**c) 6,809 · 0,001**	**d) 2,5 : 0,01**
a) 924,5	**b)** 0,12736	**c)** 0,006809	**d)** 250

7. Pablo ha comprado un periódico por 1,30 €, un diario deportivo por 1,10 €, una revista de coches por 2,50 €, y una de moda por 2,75 €. Si antes de hacer estas compras tenía 10,73 €, ¿cuánto dinero le queda?

Le quedan 10,73 – 1,30 – 1,10 – 2,50 – 2,75 = 3,08 €.

8. La distancia que se recorre en una maratón es de 42,195 km. Andrea ha corrido una maratón en 3,45 h. ¿Cuál ha sido su velocidad media? Divide la distancia entre el tiempo y redondea a las centésimas.

42,195 : 3,45 = 12,2304… Redondeando, 12,23 km/h

www.yoquieroaprobar.es

6 Magnitudes proporcionales. Porcentajes

1. Elige la respuesta correcta en cada caso.

a) La razón entre 8 y 12 es: **A.** $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{3}{4}$

b) La razón entre 15 y 20 es: **A.** $\frac{3}{2}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{3}{4}$

a) Opción B

b) Opción C

2. Escribe tres parejas de números cuya razón sea $\frac{3}{5}$.

Respuesta modelo: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20}$

3. Indica qué colecciones de números forman proporción.

A. 2, 5, 12, 30 **B. 4, 12, 12, 36** **C. 13, 14, 26, 27** **D. 6; 3; 1; 0,5**

Forman proporción: A. 2, 5, 12, 30; B. 4, 12, 12, 36 y D. 6, 3, 1, 0,5.

4. Encuentra el valor de la *x* en las siguientes proporciones.

a) $\frac{2}{x} = \frac{3}{15}$ **b)** $\frac{x}{14} = \frac{3}{21}$ **c)** $\frac{13}{11} = \frac{39}{x}$ **d)** $\frac{3}{16} = \frac{x+5}{32}$

a) 10 **b)** 2 **c)** 33 **d)** 1

5. Calcula el valor de *x* para que los siguientes números formen una proporción.

a) 7, 5, *x*, 20 **b) 6, *x*, 18, 15**

a) $x = 28$ **b)** $x = 5$

6. La razón entre las edades de Juan y de su padre es $\frac{2}{7}$. La razón entre las edades del padre y de la madre de Juan es $\frac{6}{5}$. Si Juan tiene 12 años, ¿cuántos años tiene su padre? ¿Y su madre?

Edad del padre $\frac{12}{x} = \frac{2}{7}$ $x = 42$ años. Edad de la madre $\frac{6}{5} = \frac{42}{x}$ $x = 35$ años.

7. Un ciclista lleva en su bici un plato de 42 y un piñón de 22 dientes. Otro lleva un plato de 50 y un piñón de26 dientes. Si la razón entre el número de dientes del plato y del piñón indica el número de vueltas que da la rueda trasera por cada pedalada, ¿cuál avanza más en cada pedalada?

Ciclista 1: $\frac{42}{22} = 1{,}909$ vueltas por pedalada. Ciclista 2: $\frac{50}{26} = 1{,}923$ vueltas por pedalada.

Si las ruedas traseras tienen el mismo radio, avanzaría más el 2.

8. ¿Estas relaciones son de proporcionalidad directa?

a) El número de chicles comprados y el dinero que cuestan.

b) El número de calzado de una persona y su estatura.

c) El número de máquinas que asfaltan una carretera y el tiempo que tardan en hacerlo.

a) Sí **b)** No **c)** No

www.yoquieroaprobar.es

9. Actividad resuelta

10. Las magnitudes *A* y *B* son directamente proporcionales. Copia y completa la tabla.

A	**2**	**4**	**6**	**10**	**12**
B	**•**	**1**	**1,5**	**•**	**3**

A	2	4	6	10	12
B	0,5	1	1,5	2,5	3

11. De cada 4 bombones de una caja, 3 son de chocolate con leche. Si en la caja hay 36 bombones, ¿cuántos son de chocolate con leche?

$\frac{4}{3} = \frac{36}{x}; x = 36 \cdot 3 : 4 = 27$ de chocolate con leche.

12. Si 4 kg de manzanas cuestan 4,60 €, ¿cuánto cuesta un kilo? ¿Y 5 kg?

Un kilo cuesta: $\frac{4}{4,60} = \frac{1}{x}; x = 4,60 \cdot 1 : 4 = 1,15$ €.

Cinco kilos cuestan: $\frac{4}{4,60} = \frac{5}{x}; x = 4,60 \cdot 5 : 4 = 5,75$ €.

13. Una rueda gira 1500 veces en 10 minutos.

a) ¿Cuántas vueltas dará en 7 minutos?

b) ¿Cuánto tardará en girar 2000 veces?

a) En 7 minutos: $\frac{1500}{10} = \frac{x}{7}; x = 1500 \cdot 7 : 10 = 1050$ vueltas.

b) En girar 2000 veces tardará: $\frac{1500}{10} = \frac{2000}{x}; x = 13,33$ minutos.

14. Un coche gasta 6,4 L de gasolina cada 100 km.

a) ¿Cuántos litros de gasolina gastará en 300 km?

b) Calcula los kilómetros que puede recorrer si solo le quedan 1,6 L de gasolina en el depósito.

a) En 300 km gastará: $\frac{6,4}{100} = \frac{x}{300}; x = 6,4 \cdot 300 : 100 = 19,2$ litros.

b) Con 1,6 L recorrerá: $\frac{6,4}{100} = \frac{1,6}{x}; x = 1,6 \cdot 100 : 6,4 = 25$ km.

15. Actividad interactiva

16. Completa la siguiente tabla en tu cuaderno.

Porcentaje	**5 %**	**12,5 %**	**55 %**	**•••**	**250 %**
Fracción irreducible	$\frac{1}{20}$	**•••**	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{5}$	**•••**
Decimal	**•••**	**0,125**	**•••**	**•••**	**2,5**

Porcentaje	5 %	12,5 %	55 %	60 %	250 %
Fracción irreducible	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{2}$
Decimal	0,05	0,125	0,55	0,6	2,5

17. Calcula mentalmente los siguientes porcentajes.

a) 10 % de 120

b) 10 % de 34

a) 12

b) 3,4

c) 25 % de 12

d) 50 % de 36

c) 3

d) 18

e) 50 % de 13

f) 75 % de 12

e) 6,5

f) 9

www.yoquieroaprobar.es

18. Calcula en tu cuaderno estos porcentajes.

a) 5 % de 325 **c) 36 % de 415** **e) 85 % de 55**

b) 12 % de 25 **d) 65 % de 1450** **f) 99 % de 1000**

a) 325 · 5 : 100 = 16,25 **c)** 149,4 **e)** 46,75

b) 3 **d)** 942,5 **f)** 990

19. Calcula el total en las siguientes expresiones.

a) El 20 % de un número es 15. **c) El 8 % de un número es 1030.**

b) El 50 % de un número es 235. **d) El 80 % de un número es 43.**

a) 15 · 100 : 20 = 75 **c)** 12 875

b) 470 **d)** 53,75

20. Calcula el tanto por ciento correspondiente a las siguientes razones.

a) 7 de cada 10 fumadores quieren dejar de fumar.

b) En un colegio hay 328 alumnas de un total de 630 alumnos.

c) Una sudadera costaba 65 € y en las rebajas cuesta 9,75 € menos.

d) En un paquete de galletas de 350 g te regalan 70 g más.

a) $\frac{7}{10} = \frac{x}{100}; x = 100 \cdot 7 : 10 = 70\ \%$

b) 52,06 %.

c) Cuesta el 15 % menos.

d) Te regalan el 20 %.

21. Copia en tu cuaderno y completa con los números que faltan en cada caso.

Porcentaje	Total	Parte
60 %	**25**	**●●●**
●●●	**500**	**85**
33 %	**●●●**	**297**
55 %	**475**	**●●●**
●●●	**400**	**14**
16 %	**●●●**	**534**

Porcentaje	Total	Parte
60 %	25	15
17 %	500	85
33 %	900	297
55 %	475	261,25
3,5 %	400	14
16 %	3337,5	534

22. Un camión que transporta fruta ha tenido una avería y se ha estropeado el 20 % de la carga. Si transportaba 2300 kg de fruta en total, ¿cuántos kilos de fruta se han salvado?

Se han salvado: 2300 kg – (20 % de 2300 kg) = 2300 – 460 = 1840 kg.

23. Una familia dedica el 30 % de sus ingresos mensuales a pagar la hipoteca de su casa. Calcula cuánto pagan de hipoteca si sus ingresos son de 2700 €.

Pagan de hipoteca: 30 % de 2700 € = 2700 : 100 · 30 = 810 €.

24. En un paquete de caramelos el 30 % son de menta. Si hay 5 caramelos de menta, ¿cuántos caramelos tiene la bolsa?

www.yoquieroaprobar.es

La bolsa tiene: $\frac{30}{100} = \frac{5}{x}; x = 100 \cdot 5 : 30 = 16{,}6$ caramelos.

25. Me han descontado 10 € en unos pantalones que estaban rebajados un 20 %. ¿Cuánto costaban los pantalones? ¿Cuánto he pagado por ellos?

Los pantalones costaban: $\frac{100}{20} = \frac{x}{10}; x = 100 \cdot 10 : 20 = 50$ €. He pagado por ellos 40 €.

26. María ha invitado a 18 de sus compañeros de clase a su fiesta de cumpleaños. Si en total tiene 30 compañeros, ¿qué porcentaje de la clase ha ido a su fiesta?

$\frac{18}{30} = \frac{x}{10}; x = 18 \cdot 100 : 30 = 60 \Rightarrow$ A la fiesta han ido el 60 % de los compañeros.

27. Ha aparecido esta noticia en el periódico: "De cada 10 perros adoptados, 2 acaban siendo abandonados por sus dueños."

a) Calcula el porcentaje de perros que son abandonados.

b) ¿Qué te parece esta noticia?

a) Perros abandonados: $\frac{10}{2} = \frac{100}{x}; x = 2 \cdot 100 : 10 = 20$ %

b) Respuesta modelo: Es un porcentaje muy elevado porque supone que la quinta parte de perros son abandonados.

28. En la etiqueta de un suéter figura la información sobre su composición.



El suéter pesa 350 g. Calcula la cantidad de lana, de poliéster y de elastán que contiene.

Lana: 75 % de 350 g = 350 : 100 · 75 = 262,5 g; poliéster: 22 % de 350 g = 350 : 100 · 22 = 77 g; elastán: 3 % de 350 g = 350 : 100 · 3 = 10,5 g.

29. Para preparar 150 kg de tierra para unas jardineras se mezcla arena (82,5 kg), arcilla (10,5 kg) y limos (restos orgánicos). Calcula el porcentaje de cada elemento de la mezcla.

Arena: $\frac{150}{82{,}5} = \frac{100}{x}; x = 55$ % Arcilla: $\frac{150}{10{,}5} = \frac{100}{x}; x = 7$ % Limos: 100 % – (55 % + 7 %) = 100 – 62 = 38 %.

30. La masa media de una hormiga es de 3 mg y puede llegar a levantar una masa de 100 mg. ¿Cuánta masa debería levantar un hombre de 70 kg para ser tan fuerte como la hormiga?

$\frac{3}{100} = \frac{70}{x}; x = 70 \cdot 100 : 3 = 2333{,}3$ kg.

31. Una botella de aceite cuesta 2,59 €. En una tienda hay una oferta 3 × 2, y en un supermercado, si compras 3 botellas, te hacen un descuento del 30 %. ¿Qué oferta es mejor?

En el supermercado si compro 3 botellas cuestan 2,59 · 3 = 7,77 €. Me descuentan el 30 % de 7,77 €, es decir:

7,77 · 30 : 100 = 2,33 €. En la tienda solo pago 2, con lo que me ahorro 2,59 €. Como 2,59 > 2,33, me ahorro más en la tienda. Su oferta es mejor.

www.yoquieroaprobar.es

32. Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

Si aumentas una cantidad un...	La multiplicas por…
15 %	**1,15**
21 %	**●●●**
●●●	**1,07**
75 %	**●●●**

Si aumentas una cantidad un...	La multiplicas por…
15 %	1,15
21 %	1,21
7 %	1,07
75 %	1,75

33. Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

Si disminuyes una cantidad un..	La multiplicas por …
15 %	**0,85**
24 %	**●●●**
●●●	**0,75**
70 %	**●●●**

Si disminuyes una cantidad un..	La multiplicas por …
15 %	0,85
24 %	0,76
25 %	0,75
70 %	0,30

34. El consumo eléctrico de una lavadora de clase A+ es el 42 % del de una lavadora de clase C. Si la lavadora de clase C consume 654 kWh en un año, calcula el consumo anual de una de clase A+.

El 42 % de 654 kW/año = 654 : 100 · 42 = 274,68 kW/año consume la clase A.

35. En la etiqueta de una lata de mejillones se lee:



¿Qué porcentaje de líquido tiene la lata?

La cantidad de líquido: 111 g – 69 g = 42 g. Porcentaje de líquido: $\frac{111}{42} = \frac{100}{x}$; $x = 42 \cdot 100 : 111 = 37{,}8\ \%$

36. Actividad resuelta

37. Una camisa que estaba marcada a 27 € cuesta 20 € en rebajas. ¿Qué porcentaje la han rebajado?

Rebaja: 27 € – 20 € = 7 €. Porcentaje de rebaja: $\frac{27}{7} = \frac{100}{x}$; $x = 25{,}9\ \%$.

38. La población de una ciudad ha pasado de 28 200 habitantes en el año 2000 a 28 764 en 2010. ¿Cuál es el porcentaje de incremento de la población en esa década?

Crecimiento total: 28 764 – 28 200 = 564 habitantes. Porcentaje de incremento de la población:

$\frac{28\,200}{564} = \frac{100}{x}$; $x = 564 \cdot 100 : 28\,200 = 2\ \%$.

www.yoquieroaprobar.es

39. Un tipo de queso pierde un 17 % de su peso después del secado. ¿Cuál debe ser el peso inicial para obtener un queso de 250 g?

Cada 100 g pierde 17 g (17 %), quedan 83 g de queso. Para que queden 250 g de queso:

$\frac{100}{83} = \frac{x}{250}$; $x = 250 \cdot 100 : 83 = 301{,}2$ g.

40. Este año, en el municipio de Villanubla, el número de usuarios de las redes sociales ha alcanzado la cifra de 2604 lo que supone un aumento del 24 % respecto del año pasado. ¿Cuántos usuarios había el año pasado?

Proporción: $\frac{100}{124} = \frac{x}{2604}$; $x = 2604 \cdot 100 : 124 = 2100$ usuarios el año pasado.

41. Actividad resuelta

42. Explica por qué en el problema anterior no obtenemos el mismo precio al aplicar primero un incremento del 30 % y luego una rebaja del 10 %, que al aplicar un incremento global del 20 %.

No obtenemos el mismo precio porque:

- En el problema, está calculado directamente: 720 · (0,9 · 1,30) = 842,40.
- En el caso expuesto, el 20 % supone: 720 · 1,20 = 864.

El resultado 842,40 < 864, porque (0,90 · 1,30) < 1,20, por lo tanto no puede obtenerse el mismo resultado.

43. El porcentaje de inmigrantes en una ciudad de 120 000 habitantes es del 14 %. El 40 % de los inmigrantes son asiáticos.

a) ¿Cuántos asiáticos viven en la ciudad?

b) ¿Qué porcentaje de la población es asiática?

Habitantes inmigrantes: 120 000 · 0,14 = 16 800 habitantes inmigrantes.

a) Asiáticos: 40 % de 16 800 = 12 800 · 0,40 = 6720 habitantes.

b) Porcentaje asiáticos: $\frac{120\,000}{6720} = \frac{100}{x}$; $x = 6720 \cdot 100 : 120\,000 = 5{,}6$ %.

44. Actividad interactiva

45. La razón entre 5 y 4 es 1,25. Escribe otros tres pares de números cuya razón sea también 1,25.

Respuesta modelo: razón 1,25: $\frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16}$; 10 y 8, 15 y 12, 20 y 16.

46. La razón entre 15 y un número *a* es $\frac{15}{a} = 0{,}8$. ¿De qué número se trata?

El número es: 15 : 0,8 = 18,75.

47. La razón entre un número *n* y 8 es 2,5. ¿Cuánto vale *n*?

$n = 2{,}5 \cdot 8 = 20$

48. Calcula el valor de *x* en cada caso.

a) $\frac{x}{5} = 5{,}4$ **b)** $\frac{x}{1{,}4} = \frac{1{,}2}{9}$ **c)** $\frac{0{,}75}{x} = 0{,}25$ **d)** $\frac{2{,}7}{x} = \frac{6{,}6}{14}$

a) $x = 5{,}4 \cdot 5 = 27$ **b)** $x = \frac{1{,}2 \cdot 1{,}4}{9} = 0{,}18\widehat{6}$ **c)** $x = \frac{0{,}75}{0{,}25} = 3$ **d)** $x = \frac{2{,}7 \cdot 14}{6{,}6} = 5{,}\widehat{72}$

www.yoquieroaprobar.es

49. Indica qué tablas de las siguientes forman proporción.

A.

A	6	9
B	4	6

B.

A	7	6
B	3	4

C.

A	6	9
B	8	12

D.

A	1	3
B	2	4

Las tablas que forman proporción son: A y C.

50. Completa en tu cuaderno los huecos para que las siguientes tablas formen proporción.

a)

A	**12**	**54**
B	**96**	**●●●**

b)

A	**18**	**54**
B	**●●●**	**21**

c)

A	**9**	**●●●**
B	**●●●**	**4**

d)

A	**●●●**	**22**
B	**1**	**4**

a)

A	12	54
B	96	432

b)

A	18	54
B	7	21

c)

A	9	6
B	6	4

d)

A	5,5	22
B	1	4

51. Entre las siguientes parejas de magnitudes, di cuáles son directamente proporcionales y cuáles no.

a) La velocidad de un coche y el tiempo del viaje.

b) Los kilos de peras que compras y el precio total.

c) La edad de una persona y su peso.

d) La distancia caminada y el tiempo que se tarda en recorrerla.

Son magnitudes directamente proporcionales: b) y d) si la velocidad es constante.

No son magnitudes directamente proporcionales: a) y c).

52. Indica si en las siguientes tablas las magnitudes son directamente proporcionales.

A.

A	5	10	15
B	10	15	20

B.

A	12	18	15
B	8,4	12,6	10,5

C.

A	1,5	2	2,4
B	7,5	100	117

D.

A	1,2	5,4	6,6
B	9,6	45,6	52,8

Directamente proporcionales: tabla B. No lo son las tablas A, C y D.

53. Copia y completa las siguientes tablas para que las magnitudes *A* y *B* sean directamente proporcionales.

a)

A	**1**	**2**	**3**	**●●●**	**10**
B	**●●●**	**6**	**●●●**	**15**	

b)

A	**1**	**4**	**●●●**	**●●●**	**16**
B	**●●●**	**6**	**9**	**12**	**●●●**

a)

A	1	2	3	5	10
B	3	6	9	15	30

b)

A	1	4	6	8	16
B	1,5	6	9	12	24

www.yoquieroaprobar.es

54. Actividad resuelta

55. Calcula cuánto cuesta una merluza que pesa 2,3 kg si el precio es de 10,20 € el kilo.

La merluza cuesta. 2,3 kg · 10,20 = 23,46 €.

56. Por 300 g de jamón me han cobrado 5,34 €. ¿Cuánto cuesta un kilogramo?

La proporción es: $\frac{300}{5,34} = \frac{1000}{x} \Rightarrow$ x = 5,34 · 1000 : 300 = 17,8 € el kg.

57. Una modista ha utilizado 2,25 m de tela para hacer 3 faldas. Ahora le han encargado otras 7 faldas. ¿Cuántos metros de tela necesitará?

La proporción es: $\frac{2,25}{3} = \frac{x}{7} \Rightarrow$ x = 2,25 · 7 : 3 = 5,25 m de tela necesitará.

58. En un supermercado por cada 5 € de compra dan 3 puntos. Para conseguir una sartén se necesitan 42 puntos. ¿Cuánto hay que gastar para conseguir la sartén?

La proporción es: $\frac{5}{3} = \frac{x}{42} \Rightarrow x = 42 \cdot 5 : 3 = 70$ € hay que gastar.

59. Mi amigo Samuel dice que ha comprado 5 chicles por 0,70 € en la tienda de la esquina de su casa. Yo tengo 1,10 €, ¿cuántos podré comprar?

La proporción es: $\frac{5}{0,70} = \frac{x}{1,10} \Rightarrow x = 1,10 \cdot 5 : 0,70 = 7,85$, es decir, compraré 7 chicles.

60. Por 5 bolsas de palomitas se han pagado 3,50 €.

a) Calcula el precio de 3 bolsas.

b) ¿Cuántas bolsas puedes comprar con 5 €?

a) Precio de 3 bolsas: $\frac{5}{3,50} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 3,5 \cdot 3 : 5 = 2,10$ €

b) Con 5 € se pueden comprar: $\frac{5}{3,50} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot 5 : 3,50 = 7,14$. Es decir, se pueden comprar 7 bolsas.

61. El precio de un aparcamiento es de 2,50 € la hora, pero cobran por minutos de estancia. ¿Cuánto costará tener el coche aparcado durante 35 minutos?

Como 1 h = 60 min; $\frac{60}{2,50} = \frac{35}{x} \Rightarrow x = 35 \cdot 2,50 : 60 = 1,45$ € costará.

62. Calcula los siguientes porcentajes.

a) 10 % de 240

b) 150 % de 36

c) 0,75 % de 1200

d) 10 % de 84

e) 50 % de 132

f) 7,5 % de 24

a) 240 · 0,1 = 24

b) 54

c) 900

d) 8,4

e) 66

f) 1,8

63. Expresa en forma decimal y en forma de porcentaje las siguientes razones.

a) $\frac{5}{12}$ **b)** $\frac{22}{15}$ **c)** $\frac{1}{25}$ **d)** $\frac{1}{250}$

a) 0,41→ 41 % **b)** 1,46 → 146 % **c)** 0,04 → 4 % **d)** 0,004 → 0,4 %

www.yoquieroaprobar.es

64. **Completa la siguiente tabla en tu cuaderno.**

Porcentaje	**15 %**	**24 %**	**●●●**	**●●●**
Fracción irreducible	$\frac{3}{20}$	**●●●**	$\frac{11}{25}$	**●●●**
Decimal	**0,15**	**●●●**	**●●●**	**0,35**

Porcentaje	15 %	24 %	44 %	35 %
Fracción irreducible	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{11}{25}$	$\frac{7}{20}$
Decimal	0,15	0,24	0,44	0,35

65. **Completa en tu cuaderno.**

a) El 15 % de 320 es ●●●.

b) El 18 % de ●●● es 81.

c) El ●●● % de 650 es 247.

d) 725 es el ●●● % de 580.

a) 48

b) 450

c) 38

d) 125

66. **Completa la siguiente tabla en tu cuaderno**

Total	**Porcentaje**	**Parte**
30	**15 %**	**4,5**
52	**27 %**	**●●●**
74	**80 %**	**●●●**
44	**●●●**	**10**
110	**●●●**	**40**
50	**●●●**	**63**
●●●	**10 %**	**15**
●●●	**31 %**	**20**
●●●	**62 %**	**34**

Total	**Percentaje**	**Parte**
30	15 %	4,5
52	27 %	14,04
74	80 %	59,2
44	22,73 %	10
110	36,36 %	40
50	126 %	63
150	10 %	15
64,51	31 %	20
54,83	62 %	34

www.yoquieroaprobar.es

67. Asocia en tu cuaderno cada razón con una expresión equivalente.

$\frac{3}{5}$	**0,625**
$\frac{5}{9}$	**60 %**
$\frac{2,5}{4}$	$\frac{20}{36}$

Corresponden:

$\frac{3}{5} = 60\ \%$ $\quad$ $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$ $\quad$ $\frac{2,5}{4} = 0,625$

68. Este pantalón tiene una rebaja del 15 %.



Calcula su precio después del descuento.

35 · 0,85 = 29,75 €.

69. El director de una pequeña empresa de cuatro trabajadores les anuncia que para mantener todos los empleos debe rebajarles el sueldo un 12 %. Calcula los nuevos salarios si dos de los trabajadores cobran ahora 1050 €, y los otros dos, 1457 €.

- Salario de los dos primeros trabajadores: 1050 · 0,88 = 924 €.
- Salario de los segundos trabajadores: 1457 · 0,88 = 1282,16 €.

70. Una persona deposita en un banco 6000 € a un interés del 2 % anual. ¿Cuánto dinero tendrá cuando termine el año?

Cuando termine el año, tendrá: 6000 · 1,02 = 6120 €.

71. Tras un descuento de un 15 %, un artículo cuesta 114,75 €. ¿Qué costaba al principio?

La proporción es: $\frac{85}{114,75} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 114,75 \cdot 100 : 85 = 135$ € costaba.

72. Tras un aumento de un 15 %, un artículo cuesta 1035 €

¿Cuál era su precio antes del aumento?

La proporción es: $\frac{115}{1035} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 1035 \cdot 100 : 115 = 900$ € costaba.

73. Actividad resuelta

74. Observa el precio de un litro de gasolina en el mes de mayo. En junio aumentó un 2 % y en agosto aumentó un 1,5 %.



Calcula el precio del litro de gasolina después de estos aumentos.

Junio: 1,47 · 1,02 = 1,50 €.

Agosto: 1,50 · 1,015 = 1,52 €.

www.yoquieroaprobar.es

75. En una encuesta se pregunta a 1500 personas por el tipo de yogur que prefieren. De ellas, 120 dicen que no les gusta el yogur y 725 contestan que toman yogures desnatados.

a) ¿A qué porcentaje del total de encuestados les gusta el yogur?

b) ¿Qué porcentaje de los que consumen yogur lo prefieren desnatado?

a) $\frac{1500}{1380} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 1380 \cdot 100 : 1500 = 92\ \%$

b) $\frac{725}{1380} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 725 \cdot 100 : 1380 = 52{,}5\ \%$

76. Problema resuelto

77. En esta tabla figuran las dimensiones de algunos billetes de euro.

Valor (€)	Largo (mm)	Ancho (mm)
5 €	120	62
10 €	127	67
20 €	133	72

Averigua si existe proporcionalidad entre las magnitudes:

a) Valor y largo

b) Valor y ancho

c) Largo y ancho

No existe proporcionalidad.

78. Una impresora puede imprimir 21 páginas por minuto. Calcula el tiempo que tardará en imprimir un texto de 231 páginas.

La proporción es: $\frac{1}{21} = \frac{x}{231}$; $x = 231 \cdot 1 : 21 = 11$ minutos

79. En un comercio, por cada 25 € de gasto te dan dos cupones descuento de 3 € cada uno.

a) ¿Cuántos cupones te darán si te gastas en tu compra 150 €?

b) ¿Cuánto tienes que gastar para tener 15 € en cupones?

a) $\frac{25}{2} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = 150 \cdot 2 : 25 = 12$ cupones me darán.

b) $\frac{25}{2} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 25 \cdot 15 : 2 = 187{,}50$ € tendré que gastar

80. En una empresa 3 de cada 8 empleados utiliza el transporte público para ir al trabajo y el resto va en su propio coche. Si hay 720 empleados, ¿cuántos van en su coche?

Empleados que utilizan el transporte: $\frac{8}{3} = \frac{720}{x} \Rightarrow x = 720 \cdot 3 : 8 = 270$

Van en coche: 720 – 270 = 450 empleados.

81. Los tamaños de los televisores se refieren a la longitud de la diagonal de la pantalla en pulgadas. Un televisor de 32 pulgadas (32'') tiene una pantalla cuya diagonal mide 81,28 cm.

a) ¿Cuántos centímetros mide una pulgada?

b) ¿Cuánto mide en centímetros la diagonal de la pantalla de un televisor de 42''?

a) Un pulgada mide: 81,28 : 32 = 2,54 cm.

b) La diagonal mide: 42 · 2,54 = 106, 68 cm.

www.yoquieroaprobar.es

82. Un trabajador cobra por horas trabajadas. La semana pasada trabajó 18 horas y le pagaron 162 €.

a) ¿Cuánto ganará esta semana si ha trabajado 23 horas?

b) ¿Cuántas horas tiene que trabajar para ganar 270 €?

a) Esta semana ganará: $\frac{18}{162} = \frac{23}{x} \Rightarrow x = 162 \cdot 23 : 18 = 207$ €

b) $\frac{18}{162} = \frac{x}{270} \Rightarrow x = 270 \cdot 18 : 162 = 30$ horas tendrá que trabajar.

83. En el concurso de fotografía han participado 120 alumnos de los 600 que hay en el colegio.

a) ¿Qué porcentaje de alumnos no ha participado?

b) Un 8 % de los participantes han tenido premio. ¿Cuántos son los premiados?

a) No han participado: 600 – 120 = 480 alumnos. En porcentaje es: $\frac{600}{480} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 480 \cdot 100 : 600 = 80$ %

b) Han tenido el premio: el 8 % de 120 = 120 · 8 : 100 = 9,6, es decir, 9 han sido los premiados.

84. Una tienda lanza una oferta de 3 × 2, es decir, por cada dos productos que compres te regalan uno.

¿Qué porcentaje de descuento te están aplicando?

Aplican un descuento de: $\frac{3}{1} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 100 \cdot 1 : 3 = 33{,}33$ %.

85. Una lata de refresco que costaba 0,51 € ha bajado de precio. ¿Cuál ha sido el porcentaje de rebaja?



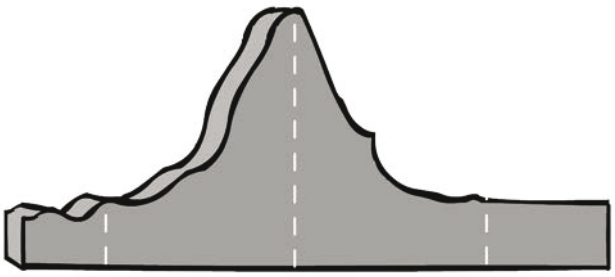
0,42 €

Rebaja de precio: 0,51 € – 0,42 € = 0,09 €. Porcentaje de la rebaja: $\frac{0{,}51}{0{,}09} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 0{,}09 \cdot 100 : 0{,}51 = 17{,}65$ %.

86. En tres momentos de una etapa, (una subida, un descenso y un llano), un ciclista ha utilizado estos tres desarrollos:

$\frac{44}{28}$ $\frac{44}{18}$ $\frac{32}{28}$

Cuanto mayor es la razón, más avanza en cada pedalada, pero ha de hacer mayor esfuerzo. Asocia en tu cuaderno cada desarrollo con cada momento de la etapa.



Razones ordenadas de mayor a menor valor: $\frac{44}{18} > \frac{44}{28} > \frac{32}{28}$

Desarrollos que utilizará: En subida: $\frac{32}{28}$ En descenso: $\frac{44}{18}$ En el llano: $\frac{44}{28}$

87. Una máquina fabrica 305 tornillos en 3 horas. ¿Cuántos tornillos hará en 6 días trabajando 8 horas cada día?

Total de horas: 6 días · 8 horas = 48 horas. Proporción: $\frac{305}{3} = \frac{x}{48} \Rightarrow x = 305 \cdot 48 : 3 = 4880$ tornillos

www.yoquieroaprobar.es

88. En una fábrica de refrescos una máquina llena 450 botellas en media hora.

a) ¿Cuántos segundos tarda en llenar una botella?

b) ¿Cuánto tiempo necesita para llenar 10 000 botellas?

a) En llenar una botella tarda: como media hora son 30 min · 60 seg = 1800 seg.

La proporción es: $\frac{450}{1800} = \frac{1}{x}; x = 1800 \cdot 1 : 450 = 4$ seg.

b) Para llenar 10 000 botellas necesita: 10 000 · 4 = 40 000 seg.

89. Un potito de 150 g de alimento para bebés contiene un 45 % de zanahorias.

a) ¿Cuántos kilos de zanahorias son necesarios para fabricar 1000 potitos?

b) ¿Cuántos potitos hay que consumir para comer 250 g de zanahorias?

a) Zanahorias que contiene un potito: 45 % de 150 g = 150 : 100 · 45 = 67,5 g.

Para fabricar 1000 potitos: 67,5 · 1000 = 67 500 g, es decir, 67,5 kg de zanahorias.

b) Hay que consumir: 250 : 67,5 = 3,7 potitos.

90. Problema resuelto

91. Para hacer limonada, Julia mezcla 2 partes de zumo de limón por 5 partes de agua y Andrés mezcla 5 partes de zumo de limón por 9 de agua. Cada uno ha hecho un litro de limonada.

a) ¿Cuál de las dos tiene más zumo?

b) Calcula el porcentaje de agua de cada una de las limonadas.

c) ¿Qué diferencia en porcentaje hay entre la cantidad de agua de las dos limonadas?

a) Andrés tiene más zumo de limón porque $\frac{2}{7} < \frac{5}{14}$.

b) Limonada de Julia: 2 + 5 = 7 partes. $\frac{7}{5} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 100 \cdot 5 : 7 = 71{,}43$ % de agua.

Limonada de Andrés: 5 + 9 = 14 partes. $\frac{14}{9} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 9 \cdot 100 : 14 = 64{,}28$ % de agua.

c) Diferencia de porcentaje de agua: 71,43 % – 64,28 % = 7,15 % más de agua en la limonada de Julia.

92. Eugenio cultiva un huerto en el que tiene 140 matas de distintas hortalizas. El 20 % son plantas de tomates, y de estas, el 25 % son de tomates *cherry*.

a) ¿Cuántas matas de tomates ha plantado?

b) ¿Qué porcentaje del total de matas son tomates *cherry*?

a) Matas de tomate: 20 % de 140 = 140 · 20 : 100 = 28 matas.

b) Matas de tomates *cherry*: 25 % de 28 = 28 · 25 : 100 = 7 matas.

En porcentaje: $\frac{140}{7} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 100 \cdot 7 : 140 = 5$ % del total.

93. EMPRENDE

En tu clase vais a organizar una recogida de alimentos no perecederos para donarlos a un banco de alimentos. Para ello hay que dividir a la clase en grupos y cada grupo recogerá alimentos de un tipo.

a) ¿Cuántos grupos se forman? ¿Qué tipo de alimentos va a recoger cada grupo?

b) Si los grupos se forman teniendo en cuenta la importancia en una dieta equilibrada de cada tipo de alimento, ¿qué porcentaje de alumnos forma cada grupo?

c) Pon en común tu propuesta de organización con un compañero. ¿Cuál crees que es mejor? ¿Por qué?

Respuesta libre

94. Una determinada marca de leche contiene un 13 % de su masa en nata. ¿Cuánta nata obtendremos con 20 L de esa leche? (Un litro de leche tiene una masa de 1,040 kg).

Masa de 20 L de leche: 20 · 1,040 = 20,8 kg. Nata que obtendremos: 13 % de 20,8 kg: 20,8 · 13 : 100 = 2,704 kg de nata.

www.yoquieroaprobar.es

95. Un bote de detergente para lavadoras de 4 kg cuesta 6 €.

a) ¿Cuánto costará otro bote de 3 kg de detergente si el precio y la cantidad son proporcionales?

b) Otro bote igual al anterior anuncia un 20 % adicional de producto y se vende a 5,60 €. ¿Es una buena oferta?

a) 3 kg de detergente costarán: $\frac{4}{6} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 6 \cdot 3 : 4 = 4{,}5$ €.

b) El nuevo bote contendrá: 3 kg + 20 % de 3 kg = 3 kg + 0,6 kg = 3,6 kg.

A precio normal costaría: $\frac{4}{6} = \frac{3{,}6}{x} \Rightarrow x = 6 \cdot 3{,}6 : 4 = 5{,}4$ €. Como se vende a 5,60 € > 5,40 €, no es una buena oferta.

96. Problema resuelto

97. La tasa de natalidad en España ha caído un 3,5 % en 2012 respecto de 2011. En 2012 nacieron 468 430 bebés. ¿Cuántas personas nacieron en 2011?

Total de bebés en 2011: 100 %. Bebés en 2012: 100 % – 3,5 % = 96,5 %.

Proporción: $\frac{96{,}5}{468\,430} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 468\,430 \cdot 100 : 96{,}5 = 485\,420$ personas nacieron en el año 2011.

98. En una región el 14 % de la población es inmigrante. En total hay 2 356 000 habitantes.

a) ¿Cuántos son inmigrantes?

b) El número de inmigrantes se ha reducido un 2 % con respecto al año pasado. ¿Cuántos inmigrantes había el año anterior?

a) Número de inmigrantes: 14 % de 2 356 000 = 2 356 000 · 14 : 100 = 329 840 personas.

b) Inmigrantes del año anterior: Este año hay 329 840 inmigrantes, que supone el 100 % – 2 % = 98 % del año anterior. La proporción es: $\frac{98}{329\,840} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 329\,840 \cdot 100 : 98 = 336\,571$ inmigrantes el año anterior.

99. Luis Alberto trabaja como vendedor en unos grandes almacenes. Una parte de su sueldo depende de las ventas que consiga:

- **Por cada 100 € que consiga vender, le corresponde una comisión de 2,5 €.**
- **Cuando las ventas superan los 500 €, la comisión es de 3,5 € por cada 100 € extra de ventas.**

a) ¿Qué comisión recibe si las ventas son de 450 €?

b) ¿Y si las ventas ascienden a 750 €?

c) Si ha cobrado 8,50 € de comisión, ¿cuánto ha vendido?

d) El día de mayor venta recibió una comisión de 22 €. ¿Cuánto vendió?

a) Comisión por 450 € de venta: 450 : 100 · 2,5 = 11,25.

b) Por los primeros 500 €: 500 : 100 · 2,5 = 12,5 €. Por los 250 € restantes: 250 : 100 · 3,5 = 8,75 €.

Total comisión: 12,5 + 8,75 = 21,25 €.

c) Proporción: $\frac{100}{2{,}5} = \frac{x}{8{,}5} \Rightarrow x = 8{,}5 \cdot 100 : 2{,}5 = 340$ € ha vendido.

d) Por los primeros 500 € recibirá: 12,50 €. Del total de la comisión: 22 € – 12,50 € = 10,50 € comisión que corresponderá a: 10,50 : 3,50 = 3 comisiones por 300 € de venta. En total vendió: 500 + 300 = 800 €.

100. En un supermercado, se anuncia la siguiente oferta de un producto:

Una unidad 4,39 €. Comprando 3 unidades, cada unidad sale a 2,93 €.

¿Qué porcentaje de descuento se obtiene con esta oferta?

Valor a precio normal: 4,39 · 3 = 13,17 €. A precio reducido: 2,93 · 3 = 8,79. Descuento: 13,17 – 8,79 = 4,38 €.

Proporción: $\frac{13{,}17}{4{,}38} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 4{,}38 \cdot 100 : 13{,}17 = 33{,}25$ %

www.yoquieroaprobar.es

101. Un pantano tiene una capacidad de 258 hm^3. En febrero estaba lleno hasta el 60 % de su capacidad. En marzo llovió mucho y al terminar el mes el agua embalsada había aumentado un 10 % respecto del mes anterior, pero abril fue seco y el agua embalsada disminuyó un 4 %.

a) Calcula los metros cúbicos de agua embalsada que había a finales de marzo.

b) ¿En cuántos hectómetros cúbicos aumentó el agua embalsada en abril respecto de la que había en el mes de febrero?

a) Agua embalsada en febrero: 60 % de 258 hm^3 = 154,8 hm^3. Agua embalsada a finales de marzo: 154,8 hm^3 + 10 % de 154,8 hm^3 = 154,8 + 15,48 = 170,28 hm^3, en m^3: 170,28 · 1 000 000 = 170 280 000 m^3.

b) En febrero había 154,8 hm^3. En abril había: 170,28 hm^3 de marzo menos el 4 % de 170,28:

170,28 – 6,81 = 163,47 hm^3. Por tanto, de febrero hasta abril aumentó en: 163,47 – 154,8 = 8,67 hm^3.

102. Si partimos de la proporción y sustituimos los términos superiores por la suma de los términos de cada una de las razones, obtenemos:

$$\frac{7+4}{4}=\frac{14+8}{8}\Rightarrow\frac{11}{4}=\frac{22}{8}$$

Observa que también es una proporción ya que:

$$11\cdot 8 = 4\cdot 22 = 88$$

a) Prueba con otras proporciones. ¿Ocurrirá con cualquier proporción? ¿Será cierta esta afirmación?

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

b) ¿Y si en lugar de sumar, restamos los dos términos de cada razón? ¿Será cierta esta afirmación?

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

Argumenta y justifica tus respuestas.

Respuesta libre

103. El velocímetro de mi coche marca un 10 % más de la velocidad que realmente llevo. Si en un determinado momento marca 132 kilómetros por hora (km/h), ¿a qué velocidad voy realmente?

A.118 km/h **B. 120 km/h** **C. 122 km/h** **D. 145,2 km/h**

B. 120 km/h

104. En una clase de 30 estudiantes el 40 % lleva gafas y de estos, tres son zurdos. ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes zurdos entre los que llevan gafas?

A.10 % **B. 25 %** **C. 7,5 %** **D. 3 %**

B. 25 %

105. En una tienda han subido los precios un 25 %. ¿Qué porcentaje tienen que bajarlos para volver al precio inicial?

A.12,5 % **B. 25 %** **C. 50 %** **D. 20 %**

D. 20 %

106. Una bolsa contiene 100 bolas de las cuales un 95 % son rojas. Quitamos algunas bolas rojas, resultando que después de esto, el porcentaje de bolas rojas que hay en la bolsa es ahora el 75 %.

¿Cuántas bolas rojas hemos quitado?

A. 25 **B. 50** **C. 75** **D. 80**

D. 80

107. Un tren de mercancías de 1 km de largo circula a 20 kilómetros por hora (km/h). Si entra en un túnel de 1 km de largo a las 10 de la mañana, ¿a qué hora sale la cola del último vagón?

A.10.03 **B. 10.05** **C. 10.06** **D. 10.20**

A. 10.06

www.yoquieroaprobar.es

108. Ante la bajada de los precios de la vivienda, Jesús decide comprar un piso. Los precios disminuyeron en los tres últimos años, según la siguiente tabla:

Año	2012	2013	2014
Disminución (%)	7	6,5	5,5

El precio del piso que le interesa a Juan era en 2011 de 180 000 €.

Juan ofrece al vendedor una cantidad equivalente al precio de 2011 rebajado un 19 %, argumentando que es la suma de las disminuciones acumuladas de los tres años. Es decir: 180 000 · 0,81 = 145 800 €.

El vendedor le dice que el precio correspondiente a los descensos de esos años no es ese. Que el verdadero valor del piso es de 147 910,50 €.

a) ¿Cómo ha hecho el vendedor sus cálculos?

b) ¿Quién lleva razón? ¿Por qué?

a) Cálculos del vendedor: Precio en 2011 = 180 000 €.

Precio en 2012 = 180 000 · 0,93 = 167 400 €.

Precio en 2013: 167 400 · 0,935 = 156 519 €.

Precio en 2014: 156 519 · 0,945 = 147 910,46 €.

b) Lleva razón el vendedor, porque ha aplicado bien los descuentos.

PONTE A PRUEBA

La factura del gas
Actividad resuelta

De excursión

Nuestro tutor nos ha propuesto hacer una excursión a un embalse que está a 115 Km del colegio. Nos ha pedido que busquemos en Internet la empresa de autocares más ventajosa y que calculemos cuánto tendrá que pagar cada alumno. En la tabla se muestran las tarifas que hemos encontrado.

Tarifas para viajes de un día (máximo 12 horas)				
Distancia	Número de plazas			
	25	35	55	70
200 km	305 €	325 €	389 €	469 €
250 km	345 €	362 €	420 €	535 €
300 km	374 €	388 €	471 €	583 €

En clase somos 27 alumnos y nos van a acompañar el tutor y el profesor de matemáticas.

En la empresa nos han dicho que el cálculo del coste por distancia se hace aplicando la tabla y sumando. Cuando la distancia esté entre dos tramos de la tabla, se añade la parte proporcional correspondiente a la diferencia entre esos tramos de distancia. No nos descuentan nada si queda alguna plaza vacía.

1. ¿Cuál es el coste total de la excursión?

2. Si el coste total del autobús lo asumen los alumnos, ¿cuánto tiene que pagar cada uno?

3. ¿Qué porcentaje del precio por alumno es para pagar la parte de los profesores?

1. Distancia de ida y vuelta: 115 + 115 = 230 km. Número de viajeros: 27 + 2 = 29 personas, se necesita un autobús de 35 plazas. Como 230 km está entre 200 km y 230 km, se pagará lo proporcional entre 325 € y 362 €.

Por una diferencia de (250 – 200) 50 km, se paga una diferencia de (362 – 325) 37 €. Por una diferencia de (230 – 200) 30 km, se pagarán: $\frac{50}{37} = \frac{30}{x}; x = 22{,}2$ € más. Es decir, el viaje costará: 325 + 22,2 = 347,2 € en total.

2. Cada alumno pagará: 347,2 : 27 = 12,86 €.

3. Si pagaran todos saldrían a: 347,2 : 29 = 11,97 € por persona. Diferencia: 12,86 – 11,97 = 0,89 €.

Porcentaje: $\frac{12{,}86}{0{,}89} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{0{,}89 \cdot 100}{12{,}86} = 6{,}92\ \%$

www.yoquieroaprobar.es

Gigantes o molinos

En el capítulo VIII del Quijote aparecen los gigantes más populares de la literatura universal.

La envergadura (la longitud total de mano a mano con los brazos extendidos) suele coincidir con la altura de la persona, a eso se refiere Don Quijote cuando habla de dos leguas. La envergadura real de las aspas de los molinos de la Mancha suele ser de 8,5 m y una legua castellana equivalía a 4,19 km.

1. ¿Cuántas veces es aproximadamente más alto un gigante que un molino real?

A. 2 veces **B. 50 veces** **C. 500 veces** **D. 1000 veces**

2. Si la envergadura media de una persona es de 1,70 m:

a) ¿Cuántas veces es más alto un molino que una persona?

b) ¿Y un gigante?

3. ¿Has leído la novela "El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha"? ¿Qué sabes de ella? Ponlo en común con tus compañeros.

1. D. 1000 veces.

2. a) Un molino es más alto que una persona: 8,5 : 1,7 = 5 veces.

b) 5000 veces.

3. Respuesta libre.

AUTOEVALUACIÓN

1. Completa las tablas en tu cuaderno para que las magnitudes sean proporcionales.

a)

A	**2**	**•••**	**7**
B	**8**	**12**	**•••**

b)

A	**4**	**3,5**	**•••**
B	**5**	**•••**	**7,5**

a)

A	2	3	7
B	8	12	28

b)

A	4	3,5	6
B	5	4,375	7,5

2. En una librería anuncian:

"2 cómics por 15 €, 5 por 35 €".

a) ¿Es el precio proporcional al número de cómics?

b) Si no lo es, ¿cuál debería ser para ser proporcional?

a) No es proporcional, porque $\frac{2}{15} \neq \frac{5}{35}$.

b) Para ser proporcional sería: 2 cómics por 15 € y 5 por 37,5 €.

www.yoquieroaprobar.es

3. Juan ha pagado 5,10 € por 1,5 kg de mejillones.

a) ¿Cuánto deberá pagar Ana por 2,8 kg de los mismos mejillones?

b) Calcula la cantidad de mejillones que se podrá comprar con 1,5 €.

a) Ana deberá pagar: $\frac{5,10}{1,5} = \frac{x}{2,8}; x = 5,10 \cdot 2,8 : 1,5 = 9,52$ €.

b) Se podrá comprar: $\frac{5,10}{1,5} = \frac{1,5}{x}; x = 1,5 \cdot 1,5 : 5,10 = 0,44$ kg

4. En un periódico de 60 páginas, el 15 % son de informaciones internacionales, el 20 %, de publicidad, y el resto, de acontecimientos nacionales.

a) Calcula el número de páginas de la sección de internacional.

b) Calcula la razón entre las páginas de noticias nacionales y las de noticias internacionales.

a) Internacional: 15 % de 60 páginas: 60 · 15 : 100 = 9 páginas.

b) Nacionales son el resto 100 – (15 + 20) = 65. El 65 % de 60 páginas: 60 · 65 : 100 = 39 páginas.

La razón es $\frac{65}{15} = \frac{13}{3}$.

5. Al comprar unos pantalones cuyo precio era de 46 € nos han hecho un descuento y al final hemos pagado 39,10 €. ¿Qué descuento nos han aplicado?

Han descontado: 46 € – 39,10 € = 6,9 €. Porcentaje: $\frac{46}{6,9} = \frac{100}{x}; x = 6,9 \cdot 100 : 46 = 15$ % de descuento.

6. El precio del barril de petróleo en los primeros meses de 2014 fue:

– Enero: 106,40 $

– Febrero: aumentó un 2,5 %

– Marzo: 107,76 $

a) Calcula el precio del barril en febrero.

b) Calcula el porcentaje de bajada entre febrero y marzo.

a) Precio en febrero: 106,40 · 1,025 = 109,06 $

b) Porcentaje: $\frac{109,06}{107,76} = \frac{100}{x}; x = 100 \cdot 107,76 : 109,06 = 1,01192 \Rightarrow$ Ha bajado un 1,19 % entre febrero y marzo.

www.yoquieroaprobar.es

7 Ecuaciones

1. Asocia en tu cuaderno cada frase con su expresión algebraica.

3 más que un número	**$2n$**
El doble de un número	**$n + 2n$**
3 menos que un número	**$n - 1$**
Un número más su doble	**$n + 3$**
El número anterior a n	**$n - 3$**

3 más que un número: $n + 3$

El doble de un número: $2n$

3 menos que un número: $n - 3$

Un número más su doble: $n + 2n$

El número anterior a: $n - 1$

2. Escribe una expresión algebraica que se corresponda con estas oraciones.

a) Eva tiene 8 años menos que Ana, que tiene x años.

b) Tienes la mitad de dinero que yo, que tengo x euros.

c) Un kilo de fresas vale 2,35 €. ¿Cuánto cuestan x kilos?

d) El número siguiente al doble de n.

a) Eva tiene $x - 8$

b) $\frac{x}{2}$

c) $2{,}35x$

d) $2n + 1$

3. Si t es el tiempo en horas que lsa ha tardado en hacer una tarea, escribe en lenguaje algebraico estas afirmaciones:

a) Teresa ha tardado la mitad de tiempo.

b) Paco ha tardado el doble.

c) Juan ha tardado una hora menos.

a) $\frac{t}{2}$

b) $2t$

c) $t - 1$

4. Aurora tiene x años. Traduce al lenguaje algebraico:

a) La edad de Aurora dentro de 3 años.

b) La edad de Aurora hace 2 años.

c) El triple de la edad que tenía hace 4 años.

a) $x + 3$

b) $x - 2$

c) $3(x - 4)$

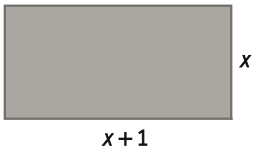
www.yoquieroaprobar.es

5. Pedro tiene *x* euros, Berta tiene 3 € más, Manuel tiene un tercio del dinero de Pedro, Jorge tiene el triple que Berta y Fernando tiene 3 € menos que Manuel. Escribe el dinero que tiene cada uno.

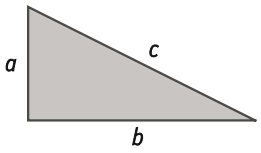
Pedro: x ; Berta: $x + 3$; Manuel: $\frac{x}{3}$; Jorge: $3(x + 3)$ y Fernando: $\frac{x}{3} - 3$

6. Escribe en cada caso las expresiones algebraicas que representan el área y el perímetro de las figuras.

a)



b)



a) Área: $x(x + 1)$; Perímetro: $2(x + 1 + x)$

b) Área: $\frac{b \cdot a}{2}$; Perímetro: $a + b + c$

7. Actividad resuelta

8. Calcula los siguientes valores numéricos.

a) $3w^2 - 5w + 3$, para $w = 2$

b) $5a^2 - 3b$, para $a = 1$ y $b = -2$

c) $\frac{x \cdot (y + 1)}{y}$ para $x = 6$ y $y = -2$

d) $3xy$, para $x = -2$ e $y = 6$

a) $3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3 = 12 - 10 + 3 = 5$

b) $5 \cdot 1^2 - 3 \cdot (-2) = 5 + 6 = 11$

c) $\frac{6 \cdot (-2 + 1)}{-2} = \frac{6 \cdot (-1)}{-2} = \frac{-6}{-2} = +3$

d) $3 \cdot (-2) \cdot 6 = -36$

9. Identifica los monomios y determina su grado, su coeficiente y su parte literal.

a) $2a + b$

b) $-2xy^2$

c) $2ab$

d) $2x + y^2$

e) $2a^3bc^2$

f) $-2(x - 1)$

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
$-2xy^2$	-2	xy^2	2 + 1 = 3
$2ab$	2	ab	1 + 1 = 2
$2a^3bc^2$	2	a^3bc^2	3 + 1 + 2 = 6

10. Actividad resuelta

11. Realiza las sumas y restas, cuando sea posible.

a) $3x + 2x$

b) $-x^2 + 2x^2$

c) $5xy^3 - 2xy^2$

d) $4a^2b^2 - 2a^2b^2$

e) $-xy^3 + 3xy^3$

f) $3x^2y - 3yx^2$

a) $3x + 2x = 5x$

b) $-x^2 + 2x^2 = x^2$

c) $5xy^3 - 2xy^2$ no es posible restar.

d) $4a^2b^2 - 2a^2b^2 = 2a^2b^2$

e) $-xy^3 + 3xy^3 = 2xy^3$

f) $3x^2y - 3yx^2$ no es posible restar.

www.yoquieroaprobar.es

12. Simplifica al máximo estas expresiones.

a) $7x^2 - 3x + x - 3x^2$

b) $3v^2 - 2v^2 - 3v$

c) $-2x^2 - 3x + x^2$

d) $-2a^2 + 2a - 3a^2$

e) $4x - (3x - x)$

f) $3x^2y - 5x + 3y - 3x^2y$

g) $2(x^2 - 2x) + 3x - 4x^2$

h) $4ab^2 - 3a^2b + 2ab - 3a^2b$

a) $7x^2 - 3x + x - 3x^2 = 4x^2 - 2x$

b) $3v^2 - 2v^2 - 3v = v^2 - 3v$

c) $-2x^2 - 3x + x^2 = -x^2 - 3x$

d) $-2a^2 + 2a - 3a^2 = -5a^2 + 2a$

e) $4x - (3x - x) = 4x - 2x = 2x$

f) $3x^2y - 5x + 3y - 3x^2y = -5x + 3y$

g) $2(x^2 - 2x) + 3x - 4x^2 = 2x^2 - 4x + 3x - 4x^2 = -2x^2 - x$

h) $4ab^2 - 3a^2b + 2ab - 3a^2b = 4ab^2 - 6a^2b + 2ab$

13. Indica cuáles de estas igualdades algebraicas son identidades, y cuáles, ecuaciones.

a) $5n - 7 = 3n - 1$ **b)** $5(n - 1) = 5n - 5$ **c)** $7x - 3x + 3 = 4 + 4x - 1$ **d)** $7x - 3x = 6 - 2x$

Son identidades: b) y c). Son ecuaciones: a) y d).

14. Comprueba si $x = 7$ es solución de estas ecuaciones.

a) $x - 7 = 1$

b) $2x - x = 21$

c) $x + 10 - 2x = 2x - 10$

d) $3(x + 3) = 5x - 5$

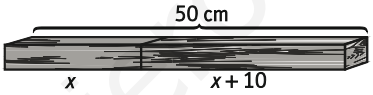
a) $7 - 7 \neq 1$, no es solución.

b) $2 \cdot 7 - 7 \neq 21$, no es solución.

c) $7 + 10 - 2 \cdot 7 \neq 2 \cdot 7 - 10$; $3 \neq 4$, no es solución

d) $3(7 + 3) = 5 \cdot 7 - 5$; $30 = 30$, sí es solución.

15. Traduce a lenguaje algebraico esta situación.



a) ¿Qué tipo de igualdad obtienes?

b) Calcula mentalmente cuánto mide cada trozo y comprueba si ese valor es solución de la ecuación.

En lenguaje algebraico: $x + (x + 10) = 50$

a) La igualdad es una ecuación.

b) Primer trozo: $x = 20$. Segundo trozo: $20 + 10 = 30$. Comprobación: $20 + 30 = 50$, sí es la solución.

16. Encuentra mentalmente el valor de x y comprueba la solución.

a) $x - 9 = 2$

b) $2x - 14 = 0$

c) $\frac{x}{4} = 8$

d) $5x - 3 = -18$

e) $3x = \frac{3}{4}$

f) $6 - x = 10$

a) $x = 11$; $11 - 9 = 2$

b) $x = 7$; $2 \cdot 7 - 14 = 0$

c) $x = 32$; $\frac{32}{4} = 8$

d) $x = -3$; $5 \cdot (-3) - 3 = -18$

e) $x = \frac{1}{4}$; $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

f) $x = -4$; $6 - (-4) = 10$

17. Actividad resuelta

18. Resuelve las ecuaciones utilizando la regla de la suma.

a) $x - 7 = 12$

b) $5 = x - 2$

c) $2x = x - 5$

d) $-4 = 2 - x$

e) $-x + 1 = -7$

f) $3x - 7 = 1 + 2x$

a) $x - 7 + 7 = 12$; $x = 12 + 7$; $x = 19$

b) $5 + 2 = x - 2 + 2$; $x = 7$

c) $2x - x = x - 5 - x$; $x = -5$

d) $-4 + x = 2 - x + x$; $-4 + x = 2$; $-4 + x + 4 = 2 + 4$; $x = 6$

e) $-x + 1 = -7$; $-x + x + 1 = -7 + x$; $1 + 7 = -7 + x + 7$; $x = 8$

f) $3x - 7 - 2x = 1 + 2x - 2x$; $x - 7 = 1$; $x - 7 + 7 = 1 + 7$; $x = 8$

www.yoquieroaprobar.es

19. Actividad resuelta

20. Resuelve estas ecuaciones con la regla del producto.

a) $3x = 126$ **c)** $6 = \frac{x}{3}$ **e)** $7x + 2x = 27$

b) $-12 = 3x$ **d)** $35 = 7x - 2x$ **f)** $\frac{x}{3} = \frac{5}{3}$

a) $\frac{3x}{3} = \frac{126}{3}; x = 42$ **c)** $6 = \frac{x}{3}; 6 \cdot 3 = \frac{x}{3} \cdot 3; x = 18$ **e)** $9x = 27; \frac{9x}{9} = \frac{27}{9}; x = 3$

b) $\frac{-12}{3} = \frac{3x}{3}; x = -4$ **d)** $35 = 5x; \frac{35}{5} = \frac{5x}{5}; x = 7$ **f)** $\frac{x}{3} = \frac{5}{3}; \frac{x}{3} \cdot 3 = \frac{5}{3} \cdot 3; x = 5$

21. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $5x + 7 = 12$
b) $5 - x = x - 3$
c) $2x = -x + 9$
d) $-4x + 9 = x - 1$
e) $-2x + 1 = -7$
f) $-4 - 2x = 2 - x$
g) $4x - 16 = x - 1$
h) $2x - 1 - 2x = 0$

a) $5x = 12 - 7; 5x = 5; x = \frac{5}{5} = 1$

b) $-x - x = -3 - 5; -2x = -8; x = \frac{-8}{-2}; x = 4$

c) $2x + x = 9; 3x = 9; x = \frac{9}{3} = 3$

d) $-4x - x = -1 - 9; -5x = -10; x = \frac{-10}{-5}; x = 2$

e) $-2x = -7 - 1; -2x = -8; x = \frac{-8}{-2}; x = 4$

f) $-2x + x = 4 + 2; -x = 6; x = -6$

g) $4x - x = 16 - 1; 3x = 15; x = \frac{15}{3}; x = 5$

h) $2x - 2x = 1; 0 = 1$; sin solución

22. Averigua el número secreto.
"Si a un número le sumas 7, obtienes el triple que si le restas 5. ¿Qué número es?"

Ecuación: $x + 7 = 3(x - 5); x + 7 = 3x - 15; 7 + 15 = 3x - x; 22 = 2x; x = \frac{22}{2} = 11$

23. Calcular el doble de un número más su mitad es lo mismo que sumarle 3 a ese número. ¿Qué número es?

Doble del número: $2x$. Mitad del número: $\frac{x}{2}$

Ecuación: $2x + \frac{x}{2} = x + 3; 4x + x = 2x + 6; 4x - 2x + x = 6; 3x = 6; x = \frac{6}{3} = 2$

24. Actividad interactiva

25. Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $8x - (2 - 3x) = 18$
b) $12 - (4x - 6) = 5x$
c) $4 \cdot (x + 3) - (1 - x) = 1$
d) $3 \cdot (2x - 1) + 21 = 5 \cdot (3x - 2) + 1$
e) $-2(x + 6) + 2 = -4 - (10 - 2x)$

a) $8x - (2 - 3x) = 18; 8x - 2 + 3x = 18; 8x + 3x = 18 + 2; 11x = 20; x = \frac{20}{11}$

b) $12 - (4x - 6) = 5x \; 12 - 4x + 6 = 5x; 12 + 6 = 5x + 4x; 18 = 9x; x = \frac{18}{9} = 2$

c) $4 \cdot (x + 3) - (1 - x) = 1; 4x + 12 - 1 + x = 1; 4x + x = 1 + 1 - 12; 5x = -10; x = \frac{-10}{5} = -2$

d) $3 \cdot (2x - 1) + 21 = 5 \cdot (3x - 2) + 1; 6x - 3 + 21 = 15x - 10 + 1; 6x - 15x = -10 + 1 + 3 - 21; -9x = -27; x = \frac{-27}{-9} = 3$

e) $-2(x + 6) + 2 = -4 - (10 - 2x); -2x - 12 + 2 = -4 - 10 + 2x; -2x - 2x = -4 - 10 + 12 - 2; -4x = -4; x = \frac{-4}{-4} = 1$

www.yoquieroaprobar.es

26. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x+3}{3} = x+5$

b) $-8 = \frac{x-1}{4}$

c) $\frac{2x+3}{3} = x-5$

d) $\frac{3}{4} = 1-\frac{x}{2}$

e) $\frac{12x}{3} = \frac{3x}{2}+2$

f) $\frac{x+1}{6} - \frac{x-4}{3} = \frac{9}{4}$

a) $\frac{x+3}{3} = x+5; 3\cdot\left(\frac{x+3}{3}\right) = 3(x+5); x+3 = 3x+15; x-3x = 15-3; -2x = 12; x = \frac{12}{-2}; x = -6$

b) $-8 = \frac{x-1}{4}; 4\cdot(-8) = 4\cdot\left(\frac{x-1}{4}\right); -32 = x-1; -32+1 = x; x = -31$

c) $\frac{2x+3}{3} = x-5; 3\cdot\left(\frac{2x+3}{3}\right) = 3(x-5); 2x+3 = 3x-15; 2x-3x = -15-3; -x = -18; x = 18$

d) $\frac{3}{4} = 1-\frac{x}{2}; 4\cdot\left(\frac{3}{4}\right) = 4\cdot\left(1-\frac{x}{2}\right); 3 = 4-2x; 2x = 4-3; 2x = 1; x = \frac{1}{2}$

e) $\frac{12x}{3} = \frac{3x}{2}+2; 6\cdot(\frac{12x}{3}) = 6\cdot\left(\frac{3x}{2}+2\right); 24x = 9x+12; 24x-9x = 12; 15x = 12; x = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

f) $\frac{x+1}{6} - \frac{x-4}{3} = \frac{9}{4}; 12\cdot\left(\frac{x+1}{6}\right) - 12\cdot\left(\frac{x-4}{3}\right) = 12\cdot\left(\frac{9}{4}\right); 2x+2-4x+16 = 27; 2x-4x = 27-16-2; -2x = 9; x = -\frac{9}{2}$

27. José y sus amigos fueron de excursión. El primer día anduvieron 5 km más que el segundo, y el tercero, el doble que el primer día. En total han recorrido 59 km. Calcula qué distancia han recorrido cada día.

Primer día: $x + 5$. Segundo día: x. Tercer día: $2(x + 5)$. Distancia total: 59 km.

Ecuación: $x+5+x+2\cdot(x+5) = 59; x+x+5+2x+10 = 59; 4x = 59-15; 4x = 44; x = \frac{44}{4}; x = 11\,\text{km}$

Solución: 1.er día: 11 + 5 = 16 km; 2.º día: 11 km; 3.er día: 2(11 + 5) = 32 km.

28. Max ha comprado 1 kg de mangos, 1 kg de manzanas y 1 kg de peras y ha pagado 12 €. El kilogramo de mangos cuesta el doble que el de manzanas y éste último vale el triple que el de peras. Calcula el precio de un kilogramo de cada fruta.

Peras: x el kg, manzanas: $3x$; mango: $6x$. Total: 12 €.

Ecuación: $x+3x+6x = 12; 10x = 12; x = \frac{12}{10} = 1{,}2$

Solución: Peras: 1,2 €/kg; manzanas: 1,2 · 3= 3,6 €/kg; mango: 7,2 €/kg.

Comprobación: 1,2 + 3,6 + 7,2 = 12 €.

29. ¿Qué edad tiene cada uno?



	Edades hace 2 años	Edades actuales	Edades dentro de 8 años
Hija	x	$x + 2$	$x + 2 + 8$
Padre	$4x$	$4x + 2$	$4x + 2 + 8$
Suma de las edades	$5x$	$5x + 4$	70

Ecuación: $x+10+4x+10 = 70; 5x+20 = 70; 5x = 70-20; 5x = 50; x = \frac{50}{5} = 10$ años.

Edad actual hija: 10 + 2 = 12 años. Edad actual padre: 4 · 10 + 2 = 42.

www.yoquieroaprobar.es

30. Contesta en tu cuaderno verdadero o falso.

a) $3 \cdot a$ es lo mismo que $a \cdot 3$.

b) $n + 2$ es lo mismo que $2 + n$.

c) $2 - a$ es lo mismo que $a - 2$.

d) $3 \cdot (5 + a)$ es lo mismo que $15 + a$.

e) $2 \cdot a$ es lo mismo que $a + a$.

a) Verdadero **b)** Verdadero **c)** Falso **d)** Falso **e)** Verdadero

31. Identifica los apartados que son iguales a $3m$.

A. $3 + m$ **C. $3 \cdot m$** **E. $m + m + m$**

B. 3 y m **D. $3 + 3 + 3$** **F. Ninguna de las anteriores**

Son iguales a $3m$: C. $3 \cdot m$ y E. $m + m + m$

32. Indica en tu cuaderno qué expresiones equivalen a x^2.

A. $2x$ **C. $x + x$** **E. $x \cdot x$**

B. $2 + x$ **D. $x + 2$** **F. Ninguna de las anteriores**

Equivale a x^2 la respuesta E. $x \cdot x$

33. Actividad resuelta

34. Copia en tu cuaderno, asociando cada frase con su expresión algebraica.

2 decenas más que un número	**$n - 3n$**
El cuádruple de un número	**$\frac{n}{3}$**
4 menos un número	**$n + 20$**
El tercio de un número	**$4n$**
Un número menos su triple	**$4 - n$**

2 decenas más que un número: $n + 20$

El cuádruple de un número: $4n$

4 menos un número: $4 - n$

El tercio de un número: $\frac{n}{3}$

Un número menos su triple: $n - 3n$

35. Si llamamos x al número de DVD que tiene Luis, escribe de forma algebraica las siguientes afirmaciones.

Yo tengo el triple que Luís: $3x$ Yo tengo 3 más que tú: $3x + 3$

Yo tengo 3 menos que Luís: $x - 3$ Yo tengo el doble que tu: $2(x - 3)$

36. Rogelio ha plantado un huerto con lechugas, tomateras y pimientos. Si el número de lechugas es x, expresa en lenguaje algebraico el número de tomateras y de pimientos sabiendo que:

• Las tomateras son una más que el doble de lechugas.

• Hay tantos pimientos como lechugas y tomateras juntas.

Lechugas: x Tomateras: $2x + 1$ Pimientos: $3x + 1$

www.yoquieroaprobar.es

37. En un rectángulo de 40 cm de perímetro la base mide 4 cm más que la altura. Traduce estas informaciones a lenguaje algebraico.

Base: x cm

Altura: $x + 4$ cm

Perímetro: $40 = 2 \cdot (x + x + 4)$ cm.

38. Actividad resuelta

39. Calcula los siguientes valores numéricos.

a) $x^2 - x + 3$ **para** $x = 2$

b) $x^2 - x + 3$ **para** $x = -2$

c) $x^2 - x + 3$ **para** $x = -1$

d) $5a - 3b$ **para** $a = 1$ **y** $b = -2$

e) $5a - 3b$ **para** $a = 2$ **y** $b = -1$

a) $2^2 - 2 + 3 = 4 - 2 + 3 = 5$

b) $(-2)^2 - (-2) + 3 = 4 + 2 + 3 = 9$

c) $(-1)^2 - (-1) + 3 = 1 + 1 + 3 = 5$

d) $5 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) = 5 + 6 = 11$

e) $5 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = 10 + 3 = 13$

40. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes tablas.

a)

n	1	2	3	•	10
$2n + 1$	•	•	•	11	•

b)

x	1	–2	5	7	12
$x^2 - x$	0	•	•	•	•

a)

n	1	2	3	5	10
$2n + 1$	3	5	7	11	21

b)

x	1	–2	5	7	12
$x^2 - x$	0	6	20	42	132

41. Una identidad se cumple para cualquier valor que se asigne a la incógnita. ¿Cuál de estas igualdades es una identidad?

a) $2x^2 = 18$

b) $2x - 8 = 2(x - 4)$

c) $3x + 2 - x = 2(x + 1)$

d) $x^2 - 4x + 3 = 0$

e) $x(x - 1) = x^2 - x$

f) $xy = 1$

Son identidades las igualdades: b), c) y e).

42. Encuentra la fórmula general para el valor de n en las siguientes secuencias.

a)

1	2	3	4	10	n
1	3	5	7	19	•

b)

1	2	3	4	10	n
2	5	10	17	101	•

a) Fórmula general de la tabla: $2n - 1$.

b) Fórmula general de la tabla: $n^2 + 1$

43. Indica cuáles de estas expresiones son monomios.

A. $2mn$ **C.** $3x^2$ **E.** $7x^2y^3$

B. $3x + 3$ **D.** $4(2 + x)$ **F.** $7x^2 + y^3$

Son monomios: A. $2mn$; C. $3x^2$ y E. $7x^2y^3$

44. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

45. Asocia en tu cuaderno cada expresión con su correspondiente simplificada.

$3x - 3 + x + 1$	$x^2 - 3x$
$4x - (x - 3)$	-2
$4x^2 - x - 3x^2 - 2x$	$4x - 2$
$2x^2 - 3x^2 + x^2 - 2$	$2x^2$
$2x^2 - x + 3x - 2x$	$3x + 3$

$3x - 3 + x + 1 = 4x - 2$

$4x - (x - 3) = 3x + 3$

$4x^2 - x - 3x^2 - 2x = x^2 - 3x$

$2x^2 - 3x^2 + x^2 - 2 = -2$

$2x^2 - x + 3x - 2x = 2x^2$

46. Simplifica todo lo posible las siguientes expresiones e indica cuáles de los resultados finales son monomios.

a) $2x^2 - x^2 - 3x^2$ **c)** $2x^2y - 3x^2y$ **e)** $x^2y^2 - 3x^2y^2 - 3$

b) $2x^2 + x^2 - 3$ **d)** $x^2y - 3x^2y^2$ **f)** $x^2 - (2x^2 + x)$

a) $-2x^2$ **b)** $3x^2 - 3$ **c)** $-x^2y$ **d)** $x^2y - 3x^2y^2$ **e)** $-2x^2y^2 - 3$ **f)** $-x^2 - x$

Son monomios los resultados de: a) y c).

47. Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones. Comprueba después tu resultado.

a) $x - 4 = 2$ **c)** $-4 + x = 3$ **e)** $\frac{x}{3} = 5$

b) $3 + x = 11$ **d)** $3x = 21$ **f)** $-2x = 6$

a) $x = 6$; $6 - 4 = 2$ **c)** $x = 7$; $-4 + 7 = 3$ **e)** $x = 15$; $\frac{15}{3} = 5$

b) $x = 8$; $3 + 8 = 11$ **d)** $x = 7$; $3 \cdot 7 = 21$ **f)** $x = -3$; $2 \cdot (-3) = 6$

48. Inventa una ecuación de primer grado cuya solución sea $t = 11$.

Respuesta modelo: la ecuación podría ser: $2t - 9 = 13$. Comprobación: si $t = 11$; $2 \cdot (11) - 9 = 13$; $22 - 9 = 13$.

49. Copia y completa esta tabla en tu cuaderno.

Enunciado	Ecuación	Solución
Un número menos 4 es igual a 17.	$x - 4 = 17$	$x = 21$
El doble de un número es igual a 18.	•••	•••
El anterior a un número es 123.	•••	•••
El tercio de un número es 54.	•••	•••
•••	$4x = 16$	•••
•••	$30 - x = 2$	•••
•••	$\frac{x}{4} = 5$	•••
•••	$x + 7 = 67$	•••

Enunciado	Ecuación	Solución
Un número menos 4 es igual a 17.	$x - 4 = 17$	$x = 21$
El doble de un número es igual a 18.	$2x = 18$	$x = 9$
El anterior a un número es 123.	$x - 1 = 123$	$x = 124$
El tercio de un número es 54.	$\frac{x}{3} = 54$	$x = 162$
El cuádruplo de un número es 16.	$4x = 16$	$x = 4$
30 menos un número es 2.	$30 - x = 2$	$x = 28$
La cuarta parte de un número es 5.	$\frac{x}{4} = 5$	$x = 20$
Un número más 7 es 67.	$x + 7 = 67$	$x = 60$

www.yoquieroaprobar.es

50. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x + 10 = 16$

b) $-2 + 3x = -14$

c) $3x - 5 = 4$

d) $5x - 30 = 0$

e) $6x - 5 = 4x + 7$

f) $2x + 9 = 4x + 3$

a) $2x = 16 - 10;\ 2x = 6;\ x = \frac{6}{2};\ x = 3$

b) $3x = -14 + 2;\ 3x = -12;\ x = \frac{-12}{3};\ x = -4$

c) $3x = 4 + 5;\ 3x = 9;\ x = \frac{9}{3};\ x = 3$

d) $5x = 30;\ x = \frac{30}{5};\ x = 6$

e) $6x - 4x = 7 + 5;\ 2x = 12;\ x = \frac{12}{2};\ x = 6$

f) $2x - 4x = 3 - 9;\ -2x = -6;\ x = \frac{-6}{-2};\ x = 3$

51. Actividad resuelta

52. Resuelve con técnicas algebraicas estas ecuaciones.

a) $6x - 42 = 0$

b) $3 + 2x = 11$

c) $3 - 6x = 21$

d) $28 - 13x = x$

e) $-1 = -x + 5 + 4x$

f) $3x - 1 = -x + 5 + 4x$

g) $x + 3(x - 2) = 3$

h) $3(x - 2) = 15$

i) $11(3x - 6) = 99$

j) $3(x - 1) = -(x + 5 + 4x)$

a) $6x = 42;\ x = \frac{42}{6};\ x = 7$

b) $2x = 11 - 3;\ 2x = 8;\ x = \frac{8}{2};\ x = 4$

c) $-6x = 21 - 3;\ -6x = 18;\ x = \frac{18}{-6};\ x = -3$

d) $28 = x + 13x;\ 28 = 14x;\ x = \frac{28}{14};\ x = 2$

e) $x - 4x = 5 + 1;\ -3x = 6;\ x = \frac{6}{-3};\ x = -2$

f) $3x + x - 4x = 1 + 5;\ 0 = 6;$ No tiene solución.

g) $x + 3x - 6 = 3;\ 4x = 6 + 3;\ 4x = 9;\ x = \frac{9}{4}$

h) $3x - 6 = 15;\ 3x = 15 + 6;\ 3x = 21;\ x = \frac{21}{3};\ x = 7$

i) $33x - 66 = 99;\ 33x = 99 + 66;\ 33x = 165;\ x = \frac{165}{33};\ x = 5$

j) $3x - 3 = -x - 5 - 4x;\ 3x + x + 4x = -5 + 3;\ 8x = -2;\ x = \frac{-2}{8};\ x = -\frac{1}{4}$

53. Resuelve las siguientes ecuaciones eliminando los paréntesis.

a) $2(x - 1) - (x + 1) = 1$

b) $9 - 2(3y - 3) = y$

c) $6(3t - 4) - 4t = 4(t - 2)$

d) $6(2 - n) + 4 = 1 - (n - 3)$

e) $3(y - 2) + 1 = 2(y - 3) + (y + 1)$

f) $3(2n - 5) + n = -3(n - 3) - (n + 1)$

g) $4t - 5 + 10 = 5t + 2(4 - t) + 1$

a) $2(x - 1) - (x + 1) = 1;\ 2x - 2 - x - 1 = 1;\ x = 1 + 1 + 2;\ x = 4$

b) $9 - 2(3y - 3) = y;\ 9 - 6y + 6 = y;\ -6y - y = -6 - 9;\ -7y = -15;\ y = \frac{-15}{-7};\ y = \frac{15}{7}$

c) $6(3t - 4) - 4t = 4(t - 2);\ 18t - 24 - 4t = 4t - 8;\ 14t - 24 = 4t - 8;\ 14t - 4t = 24 - 8;\ 10t = 16;\ t = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$

d) $6(2 - n) + 4 = 1 - (n - 3);\ 12 - 6n + 4 = 1 - n + 3;\ -6n + n = 1 + 3 - 12 - 4;\ -5n = -12;\ n = \frac{-12}{-5};\ n = \frac{12}{5}$

e) $3(y - 2) + 1 = 2(y - 3) + (y + 1);\ 3y - 6 + 1 = 2y - 6 + y + 1;\ 3y - 5 = 3y - 5;\ 3y - 3y = -5 + 5;\ 0y = 0;$ y puede tomar cualquier valor.

f) $3(2n - 5) + n = -3(n - 3) - (n + 1);\ 6n - 15 + n = -3n + 9 - n - 1;\ 7n - 15 = -4n + 8;\ 7n + 4n = 8 + 15;\ 11n = 23;\ n = \frac{23}{11}$

g) $4t - 5 + 10 = 5t + 2(4 - t) + 1;\quad 4t + 5 = 5t + 8 - 2t + 1;\ 4t + 5 = 3t + 9;\ 4t - 3t = 9 - 5;\ t = 4$

www.yoquieroaprobar.es

54. Resuelve las ecuaciones. Para ello, elimina los denominadores multiplicando todos los términos por su mínimo común múltiplo.

a) $\frac{x-1}{4}=9$

b) $\frac{2a}{3}+\frac{1}{2}+\frac{a}{6}=2$

c) $\frac{b-1}{4}+\frac{2b-3}{2}=b-\frac{1}{2}$

d) $\frac{c-1}{4}+\frac{2c+3}{6}=c-1$

e) $\frac{2-d}{3}+\frac{3d-1}{2}=2+\frac{d}{4}$

a) $4\cdot\frac{x-1}{4}=4\cdot 9;\ x-1=36;\ x=36+1;\ x=37$

b) $6\cdot\left(\frac{2a}{3}+\frac{1}{2}+\frac{a}{6}\right)=6\cdot 2;\ 4a+3+a=12;\ 5a=12-3;\ 5a=9;\ a=\frac{9}{5}$

c) $4\cdot\left(\frac{b-1}{4}+\frac{2b-3}{2}\right)=4\cdot\left(b-\frac{1}{2}\right);\ b-1+4b-6=4b-2;\ 5b-7=4b-2;\ 5b-4b=-2+7;\ b=5$

d) $12\cdot\left(\frac{c-1}{4}+\frac{2c+3}{6}\right)=12\cdot(c-1);\ 3c-3+4c+6=12c-12;\ 7c+3=12c-12;\ 7c-12c=-12-3;\ -5c=-15;\ c=\frac{-15}{-5};c=3$

e) $12\cdot\left(\frac{2-d}{3}+\frac{3d-1}{2}\right)=12\cdot\left(2+\frac{d}{4}\right);\ 8-4d+18d-6=24+3d;\ 14d+2=24+3d;14d-3d=24-2;\ 11d=22;\ d=\frac{22}{11};\ d=2$

55. Resuelve las siguientes ecuaciones con denominadores y paréntesis.

a) $3\cdot\left(\frac{x}{2}-4\right)=5$

b) $2\cdot\left(\frac{x}{2}-3\right)=\frac{4x}{3}$

c) $\frac{5x+7}{2}-\frac{x+4}{5}=1-\left(\frac{3-x}{4}\right)$

d) $\frac{4x}{3}-2\cdot(x+1)=\frac{x}{2}$

e) $\frac{5x+7}{2}-(2x-4)=\frac{3x+9}{4}$

f) $\frac{3x-7}{12}=\frac{1}{6}\cdot(2x-3)-\frac{x-1}{8}$

g) $\frac{x}{3}-2\cdot(x+3)=\frac{3-x}{2}-\frac{1}{2}$

a) $\frac{3x}{2}-12=5;\ 3x-24=10;\ 3x=10+24;\ 3x=34;\ x=\frac{34}{3}$

b) $\frac{2x}{2}-6=\frac{4x}{3};\ 6x-36=8x;\ 6x-8x=36;\ -2x=36;\ x=-\frac{36}{2};x=-18$

c) $\frac{5x+7}{2}-\frac{x+4}{5}+\frac{3-x}{4}=1;\ 50x+70-4x-16+15-5x=20;\ 41x+69=20;\ 41x=20-69;\ 41x=-49;\ x=-\frac{49}{41}$

d) $\frac{4x}{3}-2x-2=\frac{x}{2};\ 8x-12x-12=3x;\ -4x-12=3x;\ -4x-3x=12;\ -7x=12;\ x=-\frac{12}{7}$

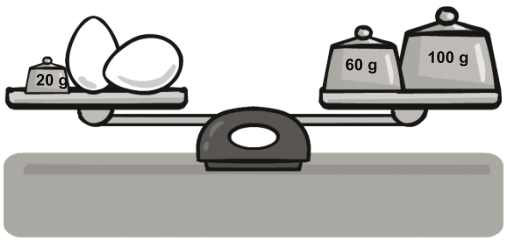
e) $\frac{5x+7}{2}-2x+4=\frac{3x+9}{4};\ 10x+14-8x+16=3x+9;\ 2x+30=3x+9;\ 2x-3x=9-30;\ -x=-21;\ x=21$

f) $\frac{3x-7}{12}=\frac{2x-3}{6}-\frac{x-1}{8};\ 6x-14=8x-12-3x+3;\ 6x-8x+3x=14-12+3;\ x=5$

g) $\frac{x}{3}-2x-6=\frac{3-x}{2}-\frac{1}{2};\ 2x-12x-36=9-3x-3;\ -10x-36=-3x+6;\ -10x+3x=6+36;\ -7x=42;\ x=-6$

www.yoquieroaprobar.es

56. ¿Cuánto pesa un huevo?



Un huevo pesa: x, dos huevos: $2x$. Ecuación: $2x + 20 = 160$; $2x = 160 - 20$; $2x = 140$, $x = \frac{140}{2}; x = 70$ g cada huevo.

57. Completa en tu cuaderno la tabla de sueldos de la empresa MATEMAS con las siguientes informaciones. Escribe los resultados en función de *x*.

• Luis cobra *x* euros.

• Pedro, su jefe, gana el doble que Luis.

• A Andrés, el gerente, le faltan 300 € para triplicar el sueldo de Pedro.

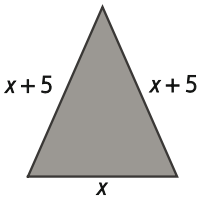
• Juana gana un 15 % menos que Luis.

• A Pepe, el becario, le faltan 150 € para llegar a los tres cuartos del sueldo de Juana.

Empleado	**Luis**	**Pedro**	**Andrés**	**Juana**	**Pepe**
Sueldo	***x***	•	•	•	•

Empleado	Luis	Pedro	Andrés	Juana	Pepe
Sueldo	x	$2x$	$6x - 300$	$x - \frac{15x}{100}$	$\frac{3}{4}\left(x - \frac{15x}{100}\right) - 150$

58. En un triángulo isósceles cada uno de los lados iguales mide 5 cm más que el tercer lado. Si tiene 70 cm de perímetro, ¿cuánto mide cada lado?



Ecuación:

$x + 5 + x + 5 + x = 70$; $3x + 10 = 70$; $3x = 70 - 10$; $3x = 60$; $x = \frac{60}{3}; x = 20$

Los lados miden: $x = 20$ cm, $x + 5 = 25$ cm y $x + 5 = 25$ cm.

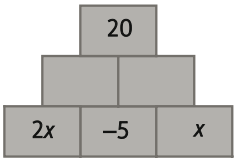
59. A la base de un rectángulo le faltan 2 cm para que sea igual a su altura. Si su perímetro es de 72 cm, ¿cuáles son sus dimensiones?

$(x - 2) + (x - 2) + x + x = 72$; $x - 2 + x - 2 + x + x = 72$; $4x - 4 = 72$; $4x = 72 + 4$; $4x = 76$; $x = \frac{76}{4}; x = 19$ cm

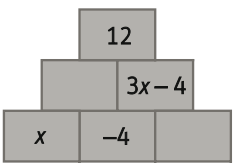
Base: 17 cm Altura : 19 cm

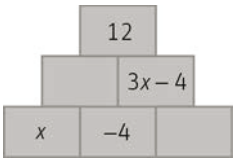
60. Si cada ladrillo es la suma de los dos ladrillos en los que se apoya, ¿cuál es el valor de *x* en cada caso?

a)



b)





a) $20 = (2x - 5) + (x - 5)$; $20 = 2x - 5 + x - 5$; $20 = 3x - 10$; $20 + 10 = 3x$; $30 = 3x$; $x = \frac{30}{3}; x = 10$

b) $12 = (x - 4) + (3x - 4)$; $12 = x - 4 + 3x - 4$; $12 + 8 = 4x$; $20 = 4x$; $x = \frac{20}{4}; x = 5$

www.yoquieroaprobar.es

61. Un número decimal aumenta en 31,5 si desplazamos la coma de su posición inicial un lugar hacia la derecha. ¿De qué número se trata?

Número decimal: x. si desplazamos la coma queda multiplicado por 10: $10x$.

Ecuación: $10x - x = 31{,}5;\ 9x = 31{,}5;\ x = \frac{31{,}5}{9};\ x = 3{,}5$

62. Calcula en cada caso el número desconocido.

a) Sumando 20 al doble de un número se obtiene 30.

b) Un número aumentado en 60 es igual a su quíntuplo.

c) Un número más su mitad suman 72.

d) Si al doble de un número le restas 5 unidades obtienes lo mismo que si sumas al número 10 unidades.

a) $2x + 20 = 30;\ 2x = 30 - 20;\ 2x = 10;\ x = \frac{10}{2};\ x = 5$

b) $x + 60 = 5x;\ 60 = 5x - x;\ 60 = 4x;\ x = \frac{60}{4};\ x = 15$

c) $x + \frac{x}{2} = 72;\ 2x + x = 144;\ 3x = 144;\ x = \frac{144}{3};\ x = 48$

d) $2x - 5 = x + 10;\ 2x - x = 10 + 5;\ x = 5$

63. La suma de tres números enteros consecutivos es igual a 66. Calcula esos números.

Los números son: x, $x + 1$ y $x + 2$.

Ecuación: $x + x + 1 + x + 2 = 66;\ 3x + 3 = 66;\ 3x = 66 - 3;\ 3x = 63;\ x = \frac{63}{3};\ x = 21$

Los números son: $x = 21$, $x + 1 = 22$ y $x + 2 = 23$

64. Dentro de 8 años, Manuela tendrá el triple de años que su hija y la suma de sus edades en ese momento será 48 años. Calcula la edad actual de cada una.

Edad actual de la hija: x. Dentro de 8 años, tendrán: Hija $x + 8$, Manuela: $3(x + 8)$ y sumarán 48 años.

Ecuación: $3(x + 8) + x + 8 = 48;\ 3x + 24 + x + 8 = 48;\ 4x + 32 = 48;\ 4x = 48 - 32;\ 4x = 16;\ x = \frac{16}{4};\ x = 4$

Edad actual. $x = 4$ años la hija. Manuela: $3(x + 8) - 8 = 3(4 + 8) - 8 = 3 \cdot 12 - 8 = 28$ años.

65. Un famoso cuento chino (Adaptación del libro "Los nueve capítulos del arte matemático". Año 100 a.C.).

"Un zorro, un mapache y un perro pasan por la aduana y entre los tres pagan 112 monedas. El mapache le dice al perro: Tu maleta pesa el doble que la mía, así que tendrás que pagar el doble que yo.
Y eso mismo le dice el zorro al mapache."

¿Cuánto paga cada uno?

Zorro: x Mapache: $2x$ Perro: $4x$ Total: 112 €.

Ecuación: $x + 2x + 4x = 112;\ 7x = 112;\ x = \frac{112}{7};\ x = 16$ €

Pagan: zorro 16 €, mapache 32 € y perro 64 €.

66. Arantxa tiene el doble de lápices de colores que Julio. Este tiene 10 lápices menos que Cristina. Pedro tiene 13 lápices más que Julio. Entre todos tienen 88 lápices. ¿Cuántos tiene cada uno?

Julio: x Arantxa: $2x$ Cristina: $x + 10$ Pedro: $x + 13$ Total. 88 lápices.

Ecuación: $x + 2x + x + 10 + x + 13 = 88;\ 5x + 23 = 88;\ 5x = 88 - 23;\ 5x = 65;\ x = \frac{65}{5};\ x = 13$

Solución: Julio: $x = 13$ lápices; Arantxa $2x = 26$ lápices; Cristina: $x + 10 = 23$ lápices y Pedro: $x + 13 = 26$ lápices.

www.yoquieroaprobar.es

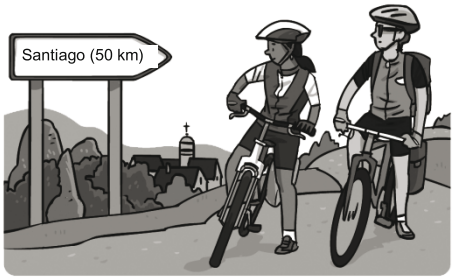
67. Jaime tiene 1 año más que Beatriz, que tiene el doble de edad que su hermano pequeño. Entre los tres tienen 26 años. Calcula la edad de cada uno.

Jaime: $2x + 1$ Beatriz: $2x$ Hermano pequeño: x Total: 26 años.

Ecuación: $2x + 1 + 2x + x = 26; 5x + 1 = 26; 5x = 26 - 1; 5x = 25; x = \frac{25}{5}; x = 5$

Solución: Hermano pequeño x: 5 años Beatriz $2x$: 10 años Jaime $2x + 1$: 11 años.

68. Esther y Ramón han recorrido, en total, 275 km del camino de Santiago. El primer día recorrieron 25 km más que el segundo, y el tercero, el doble de kilómetros que el primero. Calcula la distancia recorrida cada día.



1.er día: $x + 25$ 2.º día: x 3.er día: $2(x + 25)$ Total: 275 km.

Ecuación: $x + 25 + x + 2(x + 25) = 275; 2x + 25 + 2x + 50 = 275; 4x = 275 - 27; 4x = 200; x = \frac{200}{4}; x = 50$ km.

Solución: 1.er día: 50 + 25 = 75 km. 2.º día: 50 km. 3.er día: $2 \cdot (50 + 25) = 150$ km.

69. En un gran almacén hay 5 dependientes por cada jefe de sección. Si en total trabajan 72 personas, ¿cuántos dependientes y cuántos jefes de sección hay?

Jefes de sección: x Dependientes: $5x$ Total: 72 personas

Ecuación: $x + 5x = 72; 6x = 72; x = \frac{72}{6}; x = 12$

Solución: Jefes de sección: $x = 12$ Dependientes: $5x = 5 \cdot 12 = 60$

70. Dos kilos de naranjas cuestan lo mismo que un kilo de plátanos. Juan ha comprado 3 kg de plátanos y 4 kg de naranjas y ha pagado 15 €. ¿Cuánto cuesta cada fruta?

Precio naranjas: x, 4 kg: $4x$ Precio plátanos: $2x$, 3 kg: $3 \cdot 2x$ Total: 15 €

Ecuación: $4x + 6x = 15; 10x = 15; x = \frac{15}{10}; x = 1{,}5$ €

Solución: Precio naranjas: x = 1,5 €/kg. Precio plátanos: $2x = 2 \cdot 1{,}5 = 3$ €/kg

71. Actividad resuelta.

72. El patrocinador de un equipo deportivo juvenil se ha gastado 735 € en la compra del equipo de los 15 jugadores. Si una camiseta cuesta 3 € más que un pantalón, ¿cuánto cuesta cada prenda?

Precio pantalón: x Precio camiseta: $x + 3$ Precio total 15 equipajes: 735 €

Ecuación: $15 \cdot (x + x + 3) = 735; 30x + 45 = 735; 30x = 735 - 45; 30x = 690; x = \frac{690}{30}; x = 23$ €

Solución: Precio pantalón: $x = 23$ €

Precio camiseta: $x + 3 = 23 + 3 = 26$ €

www.yoquieroaprobar.es

73. Marcos ha gastado 205 € en comprar 20 paquetes de folios y 15 carpetas para su oficina. Si una carpeta cuesta 2 € más que un paquete de folios, ¿Cuánto cuesta una carpeta? ¿Y un paquete de folios?

Valor paquete folios: x 20 paquetes cuestan: $20x$ Valor carpeta: $x + 2$. 15 carpetas cuestan: $15 \cdot (x + 2)$

Total: 205 €

Ecuación: $20x + 15(x + 2) = 205; 20x + 15x + 30 = 205; 35x = 205 - 30; 35x = 175; x = \frac{175}{35}; x = 5$ €

Solución: Paquete folios: $x = 5$ € Carpeta: $x + 2 = 5 + 2 = 7$ €

74. Miguel mete en su hucha todas las monedas de 2 € y de 50 CENT que consigue. Si ya tiene 32 monedas que hacen 32,50 €, ¿cuántas monedas tiene de cada tipo?

Monedas de 2 €: x Monedas de 0,50 CENT.: $32 - x$ Total monedas: 32 Valor monedas: 32,50 €

Ecuación: $2x + 0{,}50(32 - x) = 32{,}50; 2x + 16 - 0{,}50x = 32{,}50; 1{,}5x = 16{,}50; x = \frac{16{,}50}{1{,}5}; x = 11$

Solución: Monedas de 2 €: $x = 11$. Monedas de 0,50 CENT. $32 - x = 21$

75. Luis ha regalado la mitad de los DVD que tenía a Juan. Después, le ha dado la tercera parte de los que le quedaban a su hermana. Al final se ha quedado con 6 DVD.

¿Cuántos DVD tenía al principio?

DVD de cada uno: Juan: x Luis: $2x$ Hermana: $\frac{x}{3}$

Ecuación: $2x - x - \frac{x}{3} = 6; 6x - 3x - x = 18; 2x = 18; x = \frac{18}{2}; x = 9$

Solución: DVD de cada uno: Juan: $x = 9$ Luis: $2x = 2 \cdot 9 = 18$ Hermana: $\frac{x}{3} = \frac{9}{3} = 3$

76. La edad de Elisa es la tercera parte de la de su madre. Si dentro de 15 años su madre tendrá el doble de edad que ella, ¿cuántos años tiene ahora cada una?

Elisa: x Dentro de 15 años: $x + 15$. Madre: $3x$ Dentro de 15 años: $3x + 15$

Ecuación: $2 \cdot (x + 15) = 3x + 15; 2x + 30 = 3x + 15; 30 - 15 = 3x - x; x = 15$

Solución: Elisa: $x = 15$ años. Madre: $3x = 3 \cdot 15 = 45$ años

77. Problema resuelto.

78. Un examen de matemáticas consta de diez cuestiones. Por cada una bien resuelta te dan 10 puntos y por cada una mal te quitan 3 puntos. Si Ana contestó a todas las cuestiones y obtuvo 61 puntos, ¿qué cantidad de respuestas correctas obtuvo?

Datos: Aciertos: x N.º preguntas: 10 Fallos: $10 - x$ Puntos sumados aciertos: $10x$

Puntos restados fallos: $3 \cdot (10 - x)$ Puntos conseguidos: 61

Ecuación: $10x - 3(10 - x) = 61; 10x - 30 + 3x = 61; 13x = 61 + 30; 13x = 91; x = \frac{91}{13}; x = 7$ respuestas correctas

Solución: Aciertos: $x = 7$ Fallos: $10 - x = 10 - 7 = 3$

79. Al iniciar el día la nariz de Pinocho medía 2 cm. Cada vez que dice una mentira la nariz le crece 3 cm y cada vez que dice una verdad le disminuye 2 cm. Cuando termina el día, Pinocho ha dicho 7 mentiras y su nariz mide 17 cm. ¿Cuántas veces ha dicho la verdad a lo largo del día?

Datos: Termina con 17 cm y empieza con 2 cm, por tanto, crece 15 cm.

Dice 7 mentiras, por tanto, le crece la nariz $7 \cdot 3 = 21$ cm.

Dice x verdades, por tanto, le disminuye la nariz $2x$ cm.

Ecuación: $21 - 2x = 15; -2x = 15 - 21; -2x = -6; x = 3$

Ha dicho 3 veces la verdad a lo largo de día.

www.yoquieroaprobar.es

80. Un jinete recorre 567 km en seis días, pero cada día recorre la mitad que el día anterior. ¿Cuántos kilómetros recorrió el último día?

A. 7 **B. 10** **C. 9** **D. 6**

Recorrió: C. 9 km.

81. ¿Cuál es el valor de *x* en la ecuación $\frac{2}{15}=\frac{1}{8}+\frac{1}{x}$?

A. $\frac{15}{8}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C. 7** **D. 120**

El valor de *x* es: D. 120

82. Definimos una nueva operación con los números, que representamos por ▲, así: $a \blacktriangle b = 2a + 3b$.

Si $5 \blacktriangle x = 22$, el valor de *x* es:

A. 4,4 **B. 4** **C. 12** **D. 11**

El valor de *x* es: B.4

83. Si ■ + ◊ = □; ■ = ◊ + ☼; ■ + ■ + ◊ = □ + ☼ + ☼, entonces ■ es igual a:

A. □ + □ **B.** ◊ **C.** ☼ + ☼ **D.** ◊ + □

Respuesta: C. ☼ + ☼

84. Si *m*, *n*, *p*, *q* son números enteros positivos diferentes y $(7 - m) \cdot (7 - n) \cdot (7 - p) \cdot (7 - q) = 4$, entonces la suma $m + n + p + q$ es igual a:

A. 10 **B. 21** **C. 24** **D. 28**

Respuesta: D. 28

85. ¡Sorpresa matemática: 2 = 1!

Abel sabe que la solución de esta ecuación es $x = 0$, pero decide aplicar las técnicas de resolución de problemas para comprobarlo:

$$x^2 - 2x = x^2 - x$$

Observa que puede escribir los dos miembros de la ecuación de esta forma.

$$x \cdot (x - 2) = x \cdot (x - 1)$$

Como hay un factor *x* en cada miembro, decide dividir los dos miembros por *x* para ahorrarse trabajo.

$$x - 2 = x - 1$$

Para seguir, resta a cada miembro *x*.

$$-2 = -1$$

Y por fin, cambiando de signo los dos miembros de la igualdad llega a una conclusión que le deja pasmado:

$$2 = 1$$

Decididamente, algo ha ido mal. Sin embargo Abel está convencido de que todas las reglas que ha aplicado son correctas. ¿Serías capaz de decir dónde está el fallo?

El fallo es que cuando decide dividir por *x* no considera que *x* puede ser 0 y no puede dividir. Se tiene que pasar todo al primer miembro de la ecuación, es decir:

$x^2 - x^2 - 2x + x = 0$; $-x = 0$; $x = 0$

www.yoquieroaprobar.es

PONTE A PRUEBA

El almacén
Problema resuelto

Guía de montaña

José Luis es guía de montaña en Picos de Europa y planifica rutas para turistas. Un grupo de excursionistas le contrata una jornada para subir al monte Urriellu con el compromiso de estar de vuelta antes de las 8 de la tarde. La ruta desde el pueblo a la cima es de 9 km.

José Luis estima que el ritmo subiendo será, como mucho, de 1,5 km cada hora y descendiendo podrán ir el doble de rápido. Los excursionistas quieren pararse una hora en la cima para hacer fotos, reponer fuerzas y descansar. El guía quiere reservarse media hora de margen por si surge algún incidente y, además va a parar 10 minutos por cada hora de marcha.

1. **¿Cuánto tardarán en el ascenso?**
2. **¿A qué hora, como muy tarde, deben iniciar la marcha?**

1. En el ascenso tardarán: $\frac{9}{1{,}5}$ + 5 paradas de 10 min = 6 h 50 min.
2. En la cima estarán: 1 hora. El guía se reserva un tiempo de 30 min. El descenso les cuesta: $\frac{9}{3}$ + 2 paradas de 10 min = 3 h 20 min. En total: 1 h y 30 min + 3 h y 20 min = 4 h y 50 minutos.

   Tiempo total: 6 h 50 min + 4 h 20 min = 11 h 40 min.

   Solución: si deben estar de regreso a las 8 de la tarde, como mucho deberán salir a las 8:20 de la mañana.

Videojuegos

Una tienda de alquiler de videojuegos ha lanzado una oferta para atraer a más clientes: un abono anual que cuesta 12 €. El precio por alquilar un videojuego una semana es:

- Abonados: 2,70 €

- No abonados: 3,50 €

1. **El año pasado Juan pagó en la tienda 57,90 € en total, incluyendo el abono. Responde V o F en tu cuaderno.**

	V	F
El año pasado alquiló más de 10 videojuegos	•	•
El año pasado alquiló menos de 15 videojuegos	•	•
El año pasado alquiló menos de 20 videojuegos	•	•
El año pasado alquiló más de 15 videojuegos	•	•

2. **¿Cuánto habría pagado si no hubiese estado abonado?**

   A. 60 € **B. 54,90 €** **C. 59,50 €** **D. 60,50 €**

3. **Si este año va a alquilar un videojuego al mes, ¿le interesa abonarse?**
4. **¿A partir de cuántos videojuegos resulta más rentable comprar el abono?**

1.

	V	F
El año pasado alquiló más de 10 videojuegos	X	
El año pasado alquiló menos de 15 videojuegos		X
El año pasado alquiló menos de 20 videojuegos	X	
El año pasado alquiló más de 15 videojuegos	X	

2. Habría pagado: C. 59,50 €.
3. No le interesa abonarse.
4. A partir de 16 juegos.

www.yoquieroaprobar.es

Fiesta de cumpleaños

Los padres de Antonio le han propuesto que organice él mismo su fiesta de cumpleaños. Tendrá que decidir a cuántos amigos invita y el menú de su fiesta. Ellos le darán el dinero para pagarla y no quieren gastarse más de 250 €. Antonio quiere invitar al mayor número de amigos posible. Ha pedido un presupuesto en la pizzería del barrio y le han dado estos precios:

Alquiler del local	**2 horas: 120 €** **3 horas: 150 €**
Refrescos	**1 refresco por persona: 0,80 € refresco** **2 refrescos por persona: 0,60 € refresco**
Pizza	**1 *pizza* para 4 personas: 6 €**
Patatas y similares	**1 bolsa de patatas fritas para 3 personas: 1,50 €**
Dulces	**Tarta (tamaño único) para 12 personas: 24 €**

1. **Al principio Antonio se decide por la fiesta de 3 horas y 2 refrescos por persona. ¿A cuántos amigos puede invitar en este caso?**
2. **Descubre que, con esta opción, no puede invitar a todos sus amigos y decide acortar la fiesta a 2 horas. ¿Cuál es el máximo número de amigos que pueden asistir si beben 2 refrescos cada uno?**
3. **Aun así alguno de los amigos se queda fuera, así que opta por invitar al mayor número de amigos posible con la opción más económica por persona. ¿A cuántos puede invitar?**

1. Fiesta: 3 horas: 150 €; Refrescos: 2 por persona: $2 \cdot 0{,}60 = 1{,}20$ € por persona. *Pizza*: 6 € : 4 = 1,50 € por persona. Patatas: 1,50 € : 3 = 0,50 € por persona. Tarta: 24 € : 12 = 2 € por persona.

Le sobran para el menú: 250 – 150 = 100€.

Como el gasto por persona, en total, es: 1,20 + 1,50 + 0,50 + 2 = 5,20€. Podrá invitar a: 100 : 5,20 = 19 personas.

2. Si acorta la fiesta a 2 horas, tiene para el menú: 250 – 120 = 130. Podrá invitar a: 130 : 5,20 = 25 personas.

3. La opción más económica es alquilar 2 h y 1 refresco por persona, y podrá invitar a 27 personas.

AUTOEVALUACIÓN

1. Traduce a lenguaje algebraico estas frases.

a) La diferencia entre 11 y el doble de un número *x*.

b) Adela tiene 5 años menos que Rosa, que tiene *x* años.

c) Pedro tiene la mitad de lápices que Diego, que tiene *x* lápices.

d) Los hermanos que tiene Berta, si Carmen, que tiene *x* hermanos, tiene el doble que Berta.

a) $11 - 2x$

b) $x - 5$

c) $\frac{x}{2}$

d) $\frac{x}{2}$

www.yoquieroaprobar.es

2. Calcula el valor numérico de estas expresiones para los valores de las letras que se indican.

a) $2 \cdot a - 4$, para $a = 2$ **b)** $x^2 + 3x - 1$, para $x = 3$ **c)** $4x^2 - 5x - 1$, para $x = -1$

a) $2 \cdot a - 4$, para $a = 2$; $2 \cdot 2 - 4 = 0$

b) $x^2 + 3x - 1$, para $x = 3$; $3^2 + 3 \cdot 3 - 1 = 9 + 9 - 1 = 17$

c) $4x^2 - 5x - 1$, para $x = -1$; $4 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 1 = 4 + 5 - 1 = 8$

3. Simplifica las siguientes expresiones.

a) $3x - 2 - 5x + 1$ **b)** $x + 3 \cdot (x - 1)$ **c)** $2x^2 - 5x^2$ **d)** $x^2 + 3x - 1 - x$

a) $3x - 2 - 5x + 1 = -2x - 1$

b) $x + 3 \cdot (x - 1) = x + 3x - 3 = 4x - 3$.

c) $2x^2 - 5x^2 = -3x^2$

d) $x^2 + 3x - 1 - x = x^2 + 2x - 1$

4. Comprueba si el valor de x es solución de la ecuación en cada caso.

a) $2x + 12 = 16$, para $x = 2$ **b)** $x - 5 = -2$, para $x = -3$ **c)** $\frac{x+9}{4} = 1 - x$, para $x = -1$

a) $2 \cdot 2 + 12 = 16$. Sí es solución.

b) $-3 - 5 = -8 \neq -2$. No es solución.

c) $\frac{-1+9}{4} = 1 - (-1); \frac{8}{4} = 2; 2 = 2$. Sí es solución.

5. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x - 4 = 3x + 2$ **c)** $4 \cdot (x - 1) = 6 \cdot (x - 3)$

b) $x - 4 = 2 - x$ **d)** $1 - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$

a) $x - 4 = 3x + 2$; $x - 3x = 2 + 4$; $-2x = 6$; $x = \frac{6}{-2}; x = -3$

b) $x - 4 = 2 - x$; $x + x = 2 + 4$; $2x = 6$; $x = \frac{6}{2}; x = 3$

c) $4 \cdot (x - 1) = 6 \cdot (x - 3)$; $4x - 4 = 6x - 18$; $4x - 6x = -18 + 4$; $-2x = -14$; $x = \frac{-14}{-2}; x = 7$

d) $1 - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}; 4 - x = 2; 4 - 2 = x; x = 2$

6. Calcula un número tal que su doble es igual a la diferencia entre su triple y 1.

Número: x Doble: $2x$ Triple: $3x$

Ecuación: $2x = 3x - 1; 2x - 3x = -1; -x = -1; x = 1$

7. La edad que tengo ahora mismo es el triple de la mitad de los años que me faltan para llegar a cumplir los 100. ¿Cuántos años tengo?

Edad que tengo: x Faltan para 100: $100 - x$

Ecuación: $x = 3 \cdot \left(\frac{100 - x}{2}\right); x = \frac{300 - 3x}{2}; 2x = 300 - 3x; 2x + 3x = 300; 5x = 300; x = \frac{300}{5}; x = 60$ años.

www.yoquieroaprobar.es

8 Tablas y gráficas

Piensa y saca conclusiones

Las coordenadas "cartesianas" se llaman así en su honor. Se utilizan mucho en matemáticas, pero también en otras situaciones. Describe alguna en la que se empleen ejes y coordenadas cartesianas.

Respuesta libre. Para localizar posiciones en un mapa, para indicar jugadas en el ajedrez, …

En el juego de los barcos se utiliza un tablero con una cuadrícula. ¿Cómo se identifica cada posición? ¿Son coordenadas cartesianas?

Se identifica la posición horizontal mediante letras y la vertical mediante números. Es un sistema de coordenadas cartesianas.

Investiga y analiza datos

La latitud y la longitud de una ciudad son coordenadas sobre la superficie terrestre similares a las cartesianas. Localiza en un mapa Estocolmo y encuentra sus coordenadas. ¿Está cerca del Polo Norte como dice el autor?

59° 20′ N 18° 04′ E. Está mas cerca del Polo Norte que otras grandes ciudades europeas.

Investiga en qué país nació René Descartes y si es cierta esa afición a levantarse muy tarde.

Nació en La Haye en Touraine, Turena, en Francia, el 31 de marzo de 1596.

Si era cierta. Durante su juventud estuvo exento de acudir a clase a primera hora debido a su débil estado de salud.

Actividades

1. Actividad resuelta

2. Representa en el plano cartesiano los siguientes puntos e indica en qué cuadrante se encuentra cada uno.

***A*(6, −1)**
A(6, −1): cuarto cuadrante

***B*(0, −3)**
B(0, −3): eje de ordenadas

***C*(4, 3)**
C(4, 3) : primer cuadrante

***D*(−3, 4)**
D(−3, 4) : segundo cuadrante

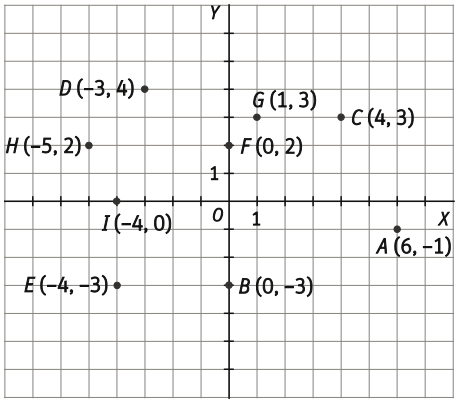
***E*(−4, −3)**
E(−4, −3) : tercer cuadrante

***F*(0, 2)**
F(0, 2) : eje de ordenadas

***G*(1, 3)**
G(1, 3): primer cuadrante

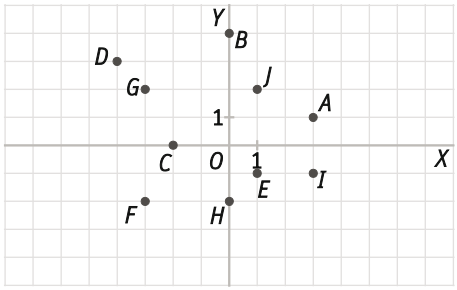
***H*(−5, 2)**
H(−5, 2): segundo cuadrante

***I*(−4, 0)**
I(−4, 0): eje de abscisas



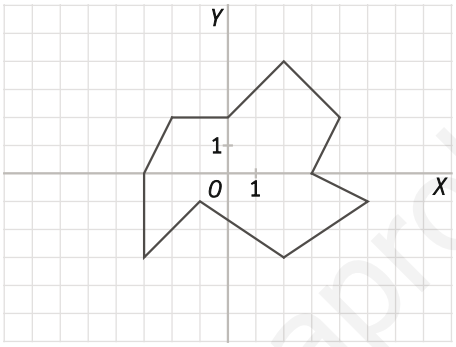
www.yoquieroaprobar.es

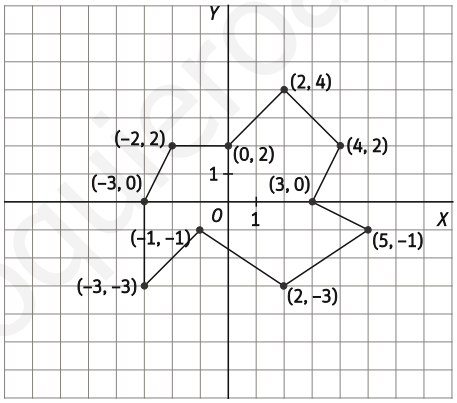
3. Escribe las coordenadas de los puntos que aparecen en la figura.



$A(3, 1)$	$C(-2, 0)$	$E(1, -1)$	$G(-3, 2)$	$I(3, -1)$
$B(0, 4)$	$D(-4, 3)$	$F(-3, -2)$	$H(0, -2)$	$J(1, 2)$

4. Indica las coordenadas de los puntos correspondientes a los vértices de esta figura.





5. Realiza un dibujo similar al del ejercicio anterior. A continuación, intercambia con un compañero las coordenadas de los vértices de vuestros respectivos dibujos y tratad de reproducirlos.

Respuesta libre

6. Dibuja en el plano cartesiano puntos que cumplan las siguientes condiciones.

a) Dos puntos que tengan la misma ordenada, pero diferente abscisa.

b) Dos puntos que tengan la misma abscisa, pero diferente ordenada.

c) Dos puntos con la misma abscisa y ordenadas opuestas.

d) Dos puntos sobre el eje de ordenadas.

e) Dos puntos con la misma abscisa que estén a tres unidades de distancia.

f) Dos puntos que estén a la misma distancia del punto (−3, 2).

Respuesta modelo:

a) (3, 2) y (1, 2)

b) (3, –4) y (3, 0)

c) (5, 6) y (5, –6)

d) (0, 3) y (0, –8)

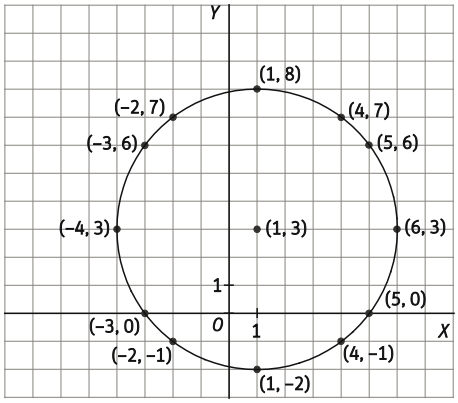
e) (2, 4) y (2, 7)

f) (–3, 1) y (–3, 3)

www.yoquieroaprobar.es

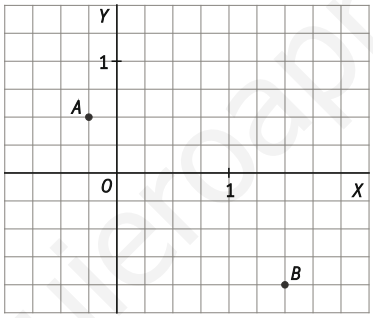
7. Representa en los ejes cartesianos el punto (1, 3). Dibuja con el compás una circunferencia de radio 5 centrada en ese punto. ¿Cuántos puntos de coordenadas enteras hay en esa circunferencia? Escribe las coordenadas de cada uno de ellos.

Hay 12 puntos de coordenadas enteras en esta circunferencia.



8. Actividad resuelta

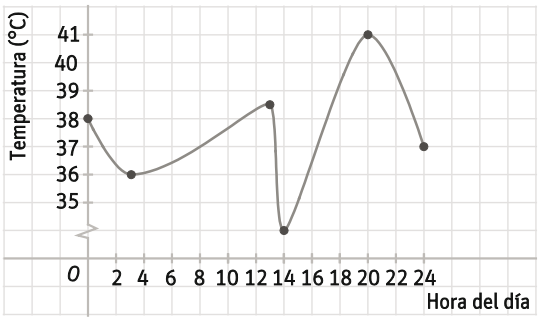
9. Representa en los ejes cartesianos los puntos $A\left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ y $B\left(\frac{3}{2}, -1\right)$.



10. Actividad interactiva

11. Actividad resuelta

12. La temperatura de un paciente en la UCI es registrada de forma automática. Esta es la gráfica obtenida:



a) ¿Cuál era su temperatura a las 8 de la mañana?

b) ¿A qué hora tomó el paciente un medicamento que le produjo un brusco descenso de la temperatura?

c) ¿A qué hora tuvo la fiebre más alta?

a) 37 ºC

b) A las 13 h, aproximadamente

c) A las 20 h

www.yoquieroaprobar.es

13. Durante este último año Marisa ha apuntado cada mes el peso de su bebé en esta tabla:

Edad (meses)	1	2	3	6	9	12
Peso (kg)	4	5	6,2	8,2	9,5	11

a) ¿Qué magnitud depende de la otra?

b) ¿Cuánto pesaba el bebé a los seis meses?

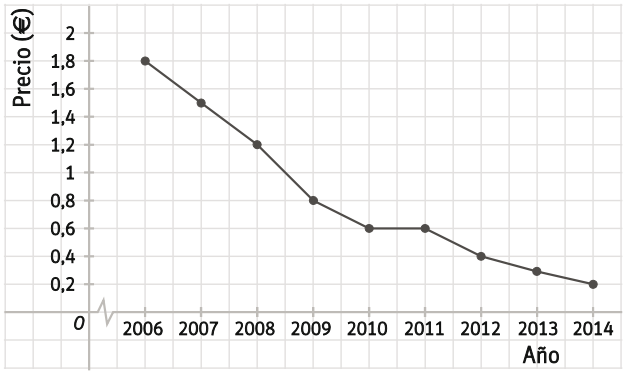
c) ¿Ha variado de la misma forma el peso del bebé en cada semestre?

a) El peso depende de la edad.

b) 8,2 kg

c) No. En el segundo semestre el aumento de peso ha sido menor.

14. La variación del precio de un DVD grabable se refleja en la siguiente gráfica:



a) ¿Cuánto valía un DVD en 2006? ¿Y en 2014?

b) ¿En qué año bajó el precio hasta 1,25 €?

c) ¿Cuánto hubieran costado 10 DVD en 2007?

d) ¿Cuántos se podrían comprar con ese dinero en 2014?

a) 1,8 y 0,2 €, respectivamente

b) Entre 2007 y 2008

c) 15 €

d) 15:0,2 = 75 DVD

15. Si David tiene doce años menos que su hermana Julia, completa la tabla.

Edad de David	10	•	15	•	30	•
Edad de Julia	•	24	•	32	•	52

a) ¿Qué fórmula relaciona las edades de ambos?

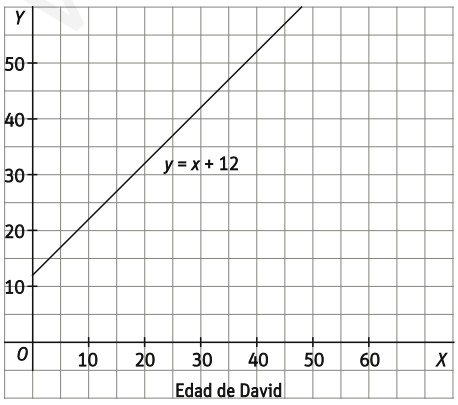
b) Representa la gráfica correspondiente.

c) ¿Ha sido la edad de Julia el triple que la de David en algún momento?

Edad de David	10	12	15	20	30	40
Edad de Julia	22	24	27	32	42	52

a) Llamando y a la edad de Julia y x a la de David, $y = x + 12$.

b)



c) $3x = x + 12$ si $x = 6$, es decir, cuando David tenía 6 años.

www.yoquieroaprobar.es

16. "Piensa un número, multiplícalo por 3 y suma 5 al resultado."

Luis se confunde y hace las operaciones al revés: primero suma 5 y después multiplica por 3.

a) ¿Obtendrá el resultado que le pidió el mago?

b) Escribe las fórmulas que relacionan el número pensado con el resultado de las operaciones indicadas por el mago y con las que ha hecho Luis.

c) Completa la tabla en tu cuaderno y comprueba si los valores coinciden.

Número	1	3	5	10	20	100
Resultado del mago	•	•	•	•	•	•
Resultado de Luis	•	•	•	•	•	•

a) No, el resultado será distinto.

b) Mago: $3x + 5$. Luis: $3(x + 5)$

c)

Número	1	3	5	10	20	100
Resultado del mago	8	14	20	35	65	305
Resultado de Luis	18	24	30	45	75	315

Luis siempre obtiene un número 10 unidades mayor.

17. Identifica en cada caso la variable independiente y la variable dependiente.

a) Dinero pagado en el aparcamiento y tiempo que ha estado aparcado el coche.

b) Altura de un cohete y tiempo transcurrido desde su lanzamiento.

c) Golosinas vendidas y dinero obtenido.

a) Variable independiente: tiempo. Variable dependiente: dinero.

b) Variable independiente: tiempo. Variable dependiente: altura.

c) Variable independiente: golosinas. Variable dependiente: dinero.

18. Halla el valor de la variable dependiente en la fórmula $y = x^2 - 3$ para los siguientes valores de la variable independiente.

a) $x = 1$ **c)** $x = -1$ **e)** $x = 0{,}25$

b) $x = 2$ **d)** $x = -2$ **f)** $x = \frac{1}{2}$

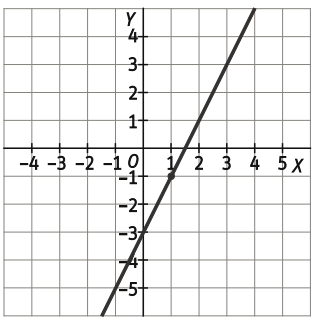
a) -2 **c)** -2 **e)** $-2{,}375$

b) 1 **d)** 1 **f)** $-\frac{11}{4}$

19. La fórmula de una función es $y = 2x - 3$. Completa la tabla y representa la función.

x	−1	0	1	2	3
y	•	•	•	•	•

x	−1	0	1	2	3
y	-5	-3	-1	1	3



www.yoquieroaprobar.es

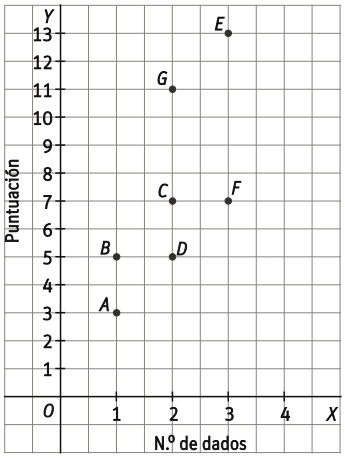
20. Pedro y Clara juegan con varios dados. En cada tirada pueden elegir cuántos dados tiran para superar al contrario; anotan en una tabla el número de dados que han usado cada vez y la puntuación obtenida.

Dados	1	1	2	2	3	3	2	2
Puntuación	3	5	7	5	13	7	5	11

a) Representa la gráfica correspondiente.

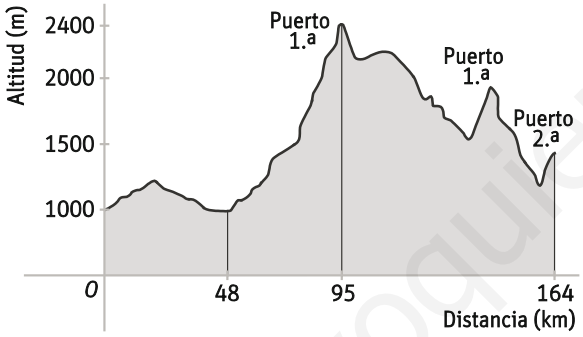
b) Explica si la relación es una función.

a)



b) No es una función, a algunos valores de *x* les corresponden varios valores de *y*.

21. En la Vuelta Ciclista a España, el perfil de una de las etapas es el siguiente.



a) La relación entre la distancia recorrida y la altitud sobre el nivel del mar, ¿es una función?

b) ¿A qué distancia de la salida se halla el punto más alto?

c) ¿Cuántos kilómetros tiene la etapa?

a) La relación entre la distancia recorrida y la altitud sobre el nivel del mar es una función. A cada valor de la distancia le corresponde una única altitud.

b) A 95 km

c) 164 km

22. La fórmula de la función que relaciona el área de un cuadrado con su lado es: $A = l^2$

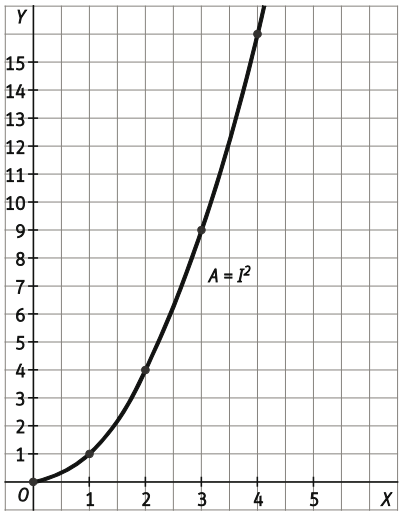
a) Construye una tabla de valores y representa esta función.

b) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica? ¿Por qué?

a)

l	0	1	2	3	4
A	0	1	4	9	16

b) Sí, ya que el lado de un cuadrado puede tomar cualquier valor entre cada número natural y el siguiente.



www.yoquieroaprobar.es

23. La relación que asocia a cada valor el número 3 es una función.

a) ¿Cómo es su tabla de valores?

b) Representa su gráfica.

a)

x	1	2	3	4	5
y	3	3	3	3	3

Para todos los valores de x se obtiene el mismo valor de y, 3.

b) Recta horizontal a la altura $y = 3$.

24. El tutor de un grupo pregunta a cada alumno su número de lista y su año de nacimiento.

a) ¿La relación entre el número de lista y el año de nacimiento es una función?

b) Si representas la gráfica, ¿tiene sentido unir los puntos? ¿Por qué?

a) Sí, cada alumno tiene un único año de nacimiento.

b) No, el número de lista solo puede ser un número natural.

25. Actividad resuelta.

26. Indica si la gráfica de cada una de las siguientes funciones pasa por el punto (2, 3).

a) $y = 2x - 1$

b) $y = 2 \cdot (x - 1)$

c) $y = 3$

d) $y = x^2 - 1$

a) Sí, $3 = 2 \cdot 2 - 1$

b) No, $2 \cdot (2 - 1) = 2$

c) Sí, y = 3 para cualquier x

d) Sí, $2^2 - 1 = 3$

27. Rosa va a celebrar su cumpleaños. En el local donde va a celebrar la fiesta le piden 30 € fijos y 5 € más por cada invitado que asista.

a) Escribe la fórmula de la función.

b) Construye una tabla indicando lo que le costaría la fiesta según el número de invitados, hasta un máximo de 20 personas.

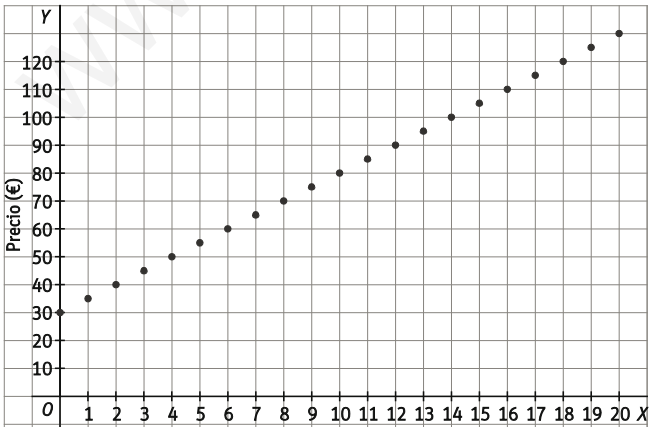
c) Dibuja la gráfica.

a) Llamando x al número de invitados e y al coste de la fiesta: $y = 30 + 5x$

b)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130

c)



www.yoquieroaprobar.es

28. Escribe la fórmula de las funciones de proporcionalidad directa cuyas razones de proporcionalidad son las siguientes.

a) **6** **c)** **−3** **e)** $\frac{2}{3}$

b) **5** **d)** **−5** **f)** $\frac{5}{2}$

a) $y = 6x$ **c)** $y = -3x$ **e)** $y = \frac{2}{3}x$

b) $y = 5x$ **d)** $y = -5x$ **f)** $y = \frac{5}{2}x$

29. Indica el valor de la pendiente en las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = 4x$ **c)** $y = x$ **e)** $y = -2x$

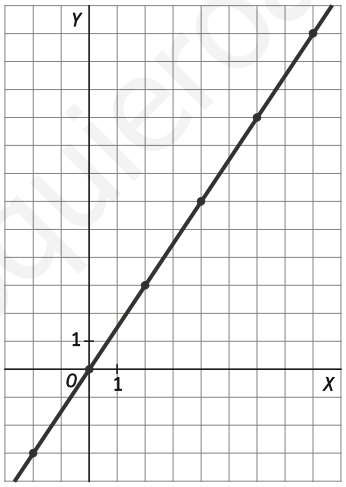
b) $y = 0{,}75x$ **d)** $y = -x$ **f)** $y = -\frac{1}{2}x$

a) 4 **c)** 1 **e)** −2

b) 0,75 **d)** −1 **f)** $-\frac{1}{2}$

30. Dibuja la gráfica de la función asociada a esta tabla. ¿Cuál es la razón de proporcionalidad?

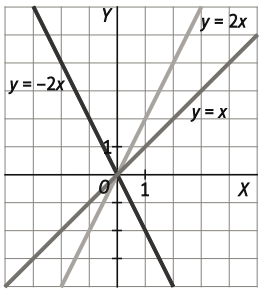
x	−2	0	2	4	6	8
y	−3	0	3	6	9	12



La razón de proporcionalidad es $\frac{3}{2}$.

31. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = 2x$ **b)** $y = x$ **c)** $y = -2x$



www.yoquieroaprobar.es

32. La razón de proporcionalidad de dos magnitudes directamente proporcionales es $\frac{3}{4}$.

a) Escribe la fórmula de la función.

b) Construye una tabla de valores.

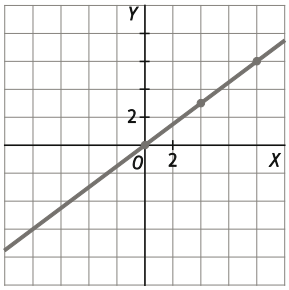
c) Representa la función.

a) $y = \frac{3}{4}x$

b)

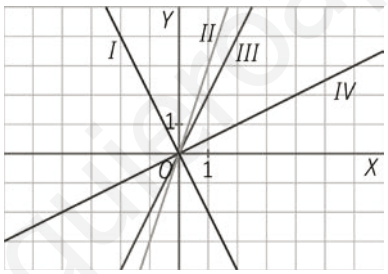
x	−8	−4	0	4	8
y	−6	−3	0	3	6

c)



33. Asocia a cada una de las siguientes fórmulas su gráfica correspondiente.

a) $y = 2x$ **b)** $y = 3x$ **c)** $y = -2x$ **d)** $y = \frac{1}{2}x$



a) III **b)** II **c)** I **d)** IV

34. Actividad resuelta

35. Halla el valor de la variable dependiente para los valores −2, −1, 0, 1 y 2 en las siguientes funciones, e indica cuáles son funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = x - 3$ **c)** $y = 5x$ **e)** $y = x^2$

b) $y = -3x$ **d)** $y = \frac{1}{2}x$ **f)** $y = -\frac{1}{2}x$

a)

x	−2	−1	0	1	2
y	−5	−4	−3	−2	−1

b)

x	−2	−1	0	1	2
y	6	3	0	−3	−6

c)

x	−2	−1	0	1	2
y	−10	−5	0	5	10

d)

x	−2	−1	0	1	2
y	−1	-0,5	0	0,5	1

e)

x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

f)

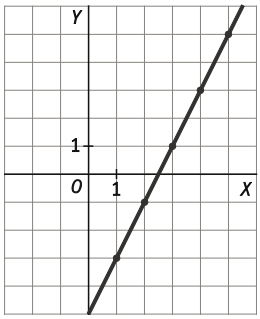
x	−2	−1	0	1	2
y	1	0,5	0	−0,5	−1

Son funciones de proporcionalidad directa b), c), d) y f).

www.yoquieroaprobar.es

36. A partir de la siguiente tabla, representa la gráfica de la función. ¿Es una función de proporcionalidad directa?

x	1	2	3	4	5
y	−3	−1	1	3	5



No es de proporcionalidad directa. La recta no pasa por (0, 0).

37. Javier invita al cine a varios amigos para celebrar su cumpleaños. La entrada al cine cuesta 6 €.

a) Halla la fórmula de la función que relaciona el número de entradas compradas y el precio que hay que pagar.

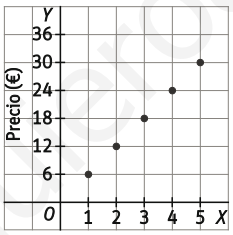
b) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

c) Representa la gráfica de la función. ¿Tiene sentido unirlos puntos?

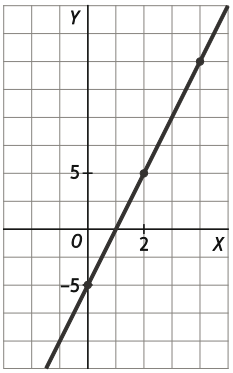
a) Llamando x al número de entradas e y al precio que hay que pagar, $y = 6x$.

b) Es una función de proporcionalidad directa.

c) No tiene sentido unir los puntos, el número de amigos es un número natural.



38. Una recta pasa por los puntos (2, 5) y (4, 15). Averigua gráficamente el punto en el que corta al eje de ordenadas. ¿Es una función de proporcionalidad directa?



Corta en (0, –5). No es una función de proporcionalidad directa porque no pasa por (0,0).

www.yoquieroaprobar.es

39. Un litro de gasolina cuesta 1,20 €.

a) Copia y completa la tabla de valores.

Litros (L)	0	10	20	30	50
Precio (€)	•	•	•	•	•

b) ¿Qué escala conviene utilizar en cada eje para representarla gráfica?

c) Representa la gráfica.

d) A partir de la gráfica, ¿cuánto cuestan 40 L?

e) Escribe la fórmula de la función.

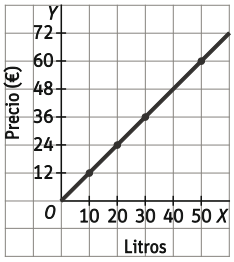
f) Para calcular el precio de 17 L, ¿utilizarías la gráfica ola fórmula? ¿Por qué?

a)

Litros(L)	0	10	20	30	50
Precio(€)	0	12	24	36	60

b) En el eje *X*, de 10 en 10 L, y en el eje *Y*, de 12 en 12 €.

c)



d) 40 L cuestan 48 €.

e) $y = 1{,}2\ x$

f) Se utiliza la fórmula, el punto correspondiente a $x = 17$ no se determina con exactitud con esta escala.

40. El peso de un objeto en la Luna es la sexta parte de su peso en la Tierra.

a) Si la báscula de Andrea en la Tierra marca 54, ¿cuánto marcará en la Luna?

b) Escribe la fórmula de la función que relaciona el peso de un objeto en la Luna con su peso en la Tierra. ¿Es una función de proporcionalidad directa?

c) Construye una tabla de valores. Si quieres obtener valores enteros de *y*, ¿qué valores de *x* debes tomar?

d) ¿Cuál es la variable independiente?

e) Representa la gráfica de la función.

f) Si la hermana menor de Andrea pesa la mitad que ella en la Tierra, ¿pesaría la mitad también en la Luna? Calcúlalo.

a) Pesaría 54 : 6 = 9 kg.

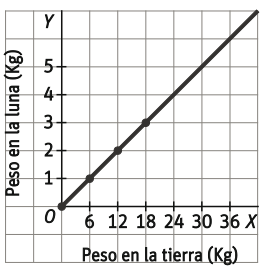
b) $y = \frac{x}{6}$. Es una función de proporcionalidad directa.

c) Deben tomarse valores múltiplos de 6.

x	0	6	12	18	24
y	0	1	2	3	4

d) La variable independiente es el peso en la Tierra.

e)

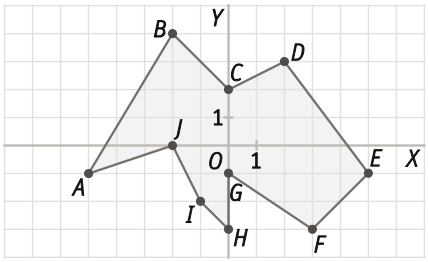


f) Sí, ya que en la Tierra pesan 54 y 27 kg, y en la Luna, 9 y 4,5 kg, respectivamente.

www.yoquieroaprobar.es

41. Actividad interactiva

42. Escribe las coordenadas de los puntos representados en la siguiente figura.



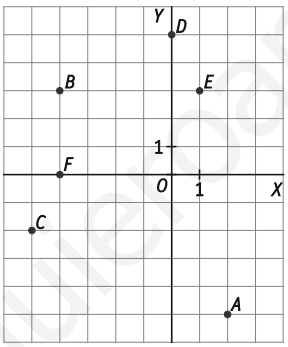
A(–5, -1)	*C*(0, 2)	*E*(5, -1)	*G*(0, -1)	*I*(-1, -2)
B(-2, 4)	*D*(2, 3)	*F*(3, -3)	*H*(0, -3)	*J*(-2, 0)

43. Actividad resuelta

44. Representa en el plano cartesiano los siguientes puntos.

***A*(2, −5)** ***C*(−5, −2)** ***E*(1, 3)**

***B*(−4, 3)** ***D*(0, 5)** ***F*(−4, 0)**



45. Indica, sin representarlos, en qué cuadrante están los siguientes puntos.

***A* (3, −1)** ***C* (−2, −2)** ***E* (1,25; 1)**

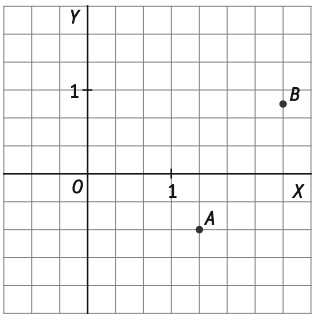
***B* (−4, 3)** ***D* (−2,5; 0,5)** ***F* (0, −3)**

A: Cuarto
B: Segundo

C: Tercero
D: Segundo

E: Primero
F: Eje de ordenadas

46. Representa los puntos $A\left(\frac{4}{3}, \frac{-2}{3}\right)$ y $B\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{6}\right)$.



www.yoquieroaprobar.es

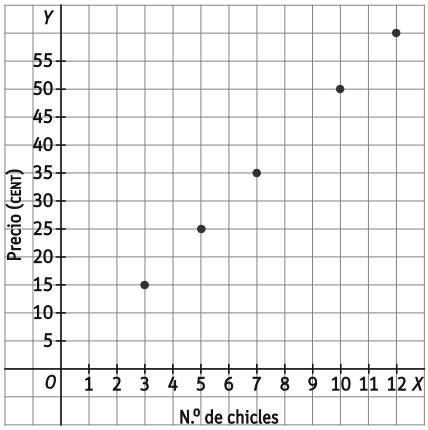
47. En la siguiente tabla aparece la relación entre el número de chicles comprados y el precio pagado por ellos.

N.º de chicles	3	5	7	10	12
Precio (CENT)	15	25	35	50	60

a) Representa los puntos en el plano cartesiano.

b) ¿Tiene sentido unir los puntos?

a)



b) No, el número de chicles es un número natural.

48. La relación entre dos magnitudes se expresa mediante la fórmula $y = \frac{1}{2}x - 1$.

a) Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

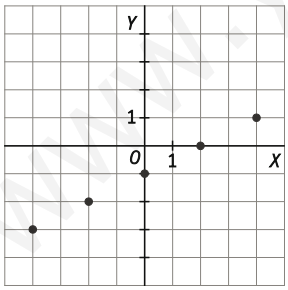
x	−4	−2	0	2	4
Y	•	•	•	•	•

b) Representa los puntos en los ejes cartesianos.

a)

x	−4	−2	0	2	4
y	−3	−2	−1	0	1

b)



49. Un coche circula a 100 kilómetros por hora (km/h). Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

Tiempo (horas)	0	1	•	•	8
Espacio recorrido (km)	•	•	200	500	•

¿Cuál es la fórmula que relaciona las dos variables?

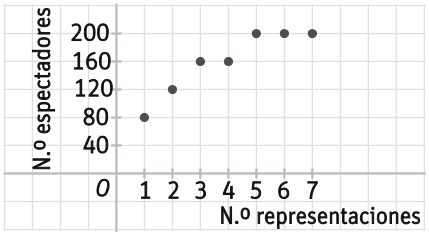
Tiempo(horas)	0	1	2	5	8
Espacio recorrido (km)	0	100	200	500	800

La fórmula es: $y = 100x$, siendo x el tiempo e y el espacio recorrido.

www.yoquieroaprobar.es

50. Actividad resuelta

51. En la gráfica se refleja el número de espectadores que tuvo una obra de teatro durante sus primeras representaciones.



a) ¿Cuántos espectadores tuvo la obra en su primera representación? ¿Y en la quinta?

b) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica?

c) ¿Dirías que la obra ha tenido éxito?

d) El número de espectadores no ha seguido subiendo. ¿Qué razón puede haber?

a) 80 en la primera. 200 en la quinta.

b) No, el número de representaciones es un número natural.

c) Parece que la obra ha tenido éxito, el número de espectadores ha ido aumentando o manteniéndose.

d) Podría ser la capacidad máxima del teatro.

52. A partir de los valores de la tabla, escribe la fórmula que relaciona las dos magnitudes.

x	1	2	3	6	9	12
y	3	4	5	8	11	14

La fórmula es $y = x + 2$.

53. Explica si las siguientes relaciones dadas por tablas o gráficas son funciones.

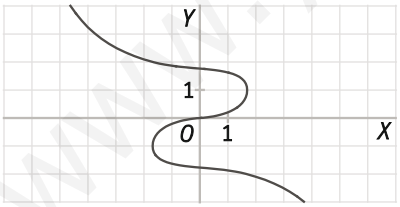
a)

x	−2	−1	0	1	2
y	3	4	28	−6	3

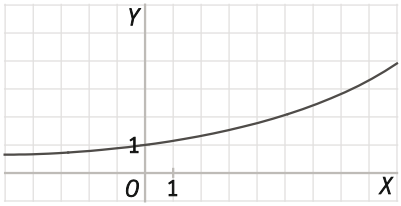
b)

X	0	1	2	1	3
Y	3	4	28	−6	3

c)



d)



a) Es una función, a cada valor de x le corresponde un único valor de y.

b) No es una función, para $x = 1$ hay dos valores de y.

c) No es una función, hay más de un punto con la misma abscisa.

d) Es una función, a cada valor de x le corresponde un único valor de y.

www.yoquieroaprobar.es

54. Una función asigna a cada valor su cubo.

a) Escribe su fórmula.

b) Halla los valores de la variable dependiente para $x = 0$, $x = 2$ y $x = -3$.

a) $y = x^3$

b) Los valores son 0, 8 y –27, respectivamente.

55. Una función asigna a cada valor de x el número 10.

a) Construye una tabla con cinco valores.

b) Escribe la fórmula de la función.

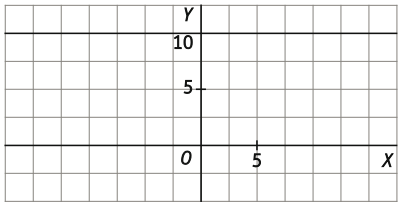
c) Representa la función.

a)

x	−2	−1	0	1	2
y	10	10	10	10	10

b) $y = 10$

c)



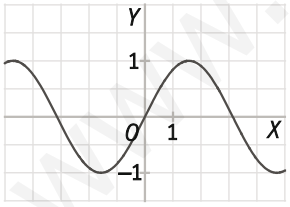
56. Escribe las fórmulas de las funciones de proporcionalidad directa correspondientes a las siguientes razones de proporcionalidad.

a) $m = 3$ **b)** $m = -4$ **c)** $m = \frac{2}{3}$ **d)** $m = -\frac{3}{4}$

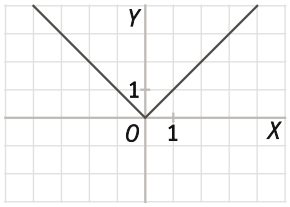
a) $y = 3x$ **b)** $y = -4x$ **c)** $y = \frac{2}{3}x$ **d)** $y = -\frac{3}{4}x$

57. ¿Cuáles de las siguientes gráficas no se corresponden con funciones de proporcionalidad directa? Razona tu respuesta.

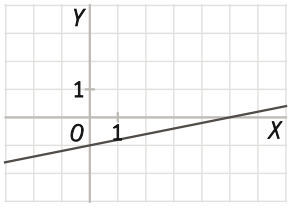
a)



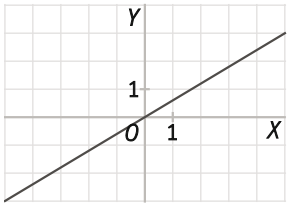
b)



c)



d)



Las gráficas a) y b) no son, porque no son rectas.
La c) no es porque, aunque es recta, no pasa por el origen.
La única función de proporcionalidad directa es la d), ya que su gráfica es la única recta que pasa por (0, 0).

www.yoquieroaprobar.es

58. **La fórmula de una función de proporcionalidad directa es $y = \frac{1}{3}x$.**

a) Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

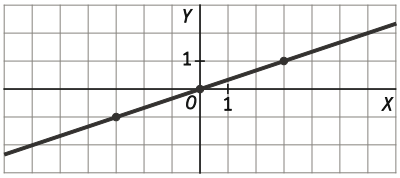
x	−6	3	•	•	•
y	•	•	0	−1	2

b) Representa la función.

a)

x	−6	3	0	-3	6
y	-2	1	0	−1	2

b)



59. **Las siguientes tablas corresponden a funciones de proporcionalidad directa. Complétalas en tu cuaderno.**

a)

x	12	−6	0	1	•
y	•	•	•	−1	2

b)

x	−4	0	2	•	•
y	•	•	1	6	8

a)

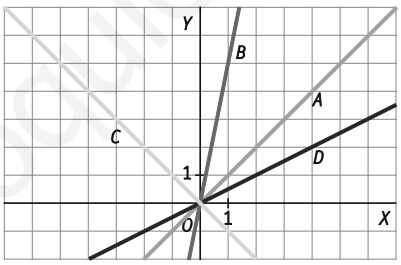
x	12	−6	0	1	–2
y	–12	6	0	−1	2

b)

x	−4	0	2	12	16
y	–2	0	1	6	8

60. **Representa las siguientes funciones de proporcionalidad directa.**

a) $y = x$ **b)** $y = 5x$ **c)** $y = -x$ **d)** $y = \frac{1}{2}x$

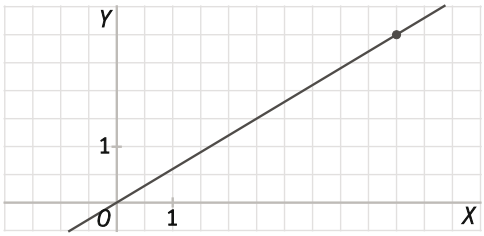


61. **Halla la fórmula de cada una de las siguientes funciones de proporcionalidad directa.**

a) **Su pendiente es −5.**

b) **Pasa por el punto $\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right)$.**

c) **Su gráfica es la siguiente:**



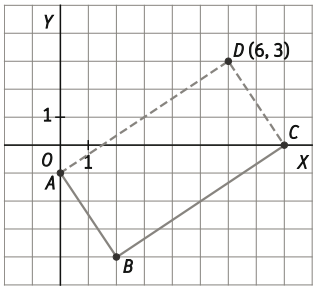
a) $y = -5x$

b) $y = 5x$

c) $y = \frac{3}{5}x$

www.yoquieroaprobar.es

62. Los puntos $A(0, -1)$, $B(2, -4)$ y $C(8, 0)$ son vértices consecutivos de un rectángulo. Represéntalos y halla las coordenadas del cuarto vértice.



El vértice es $D(6, 3)$.

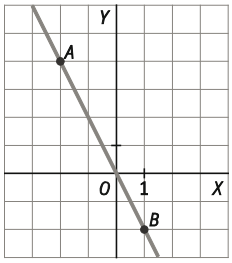
63. Dibuja en cada apartado una gráfica que pase por los puntos $A(-2, 4)$ y $B(1, -2)$ y que cumpla la condición pedida en cada caso.

a) Que sea una función de proporcionalidad directa.

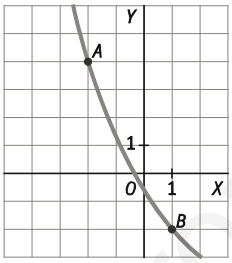
b) Que sea una función, pero no de proporcionalidad directa.

c) Que no sea una función.

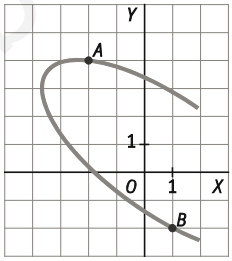
a)



b)



c)



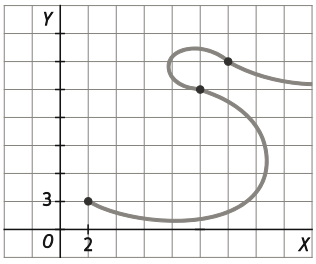
64. La gráfica de una función pasa por los puntos (2, 3), (10, 15) y (12, 18).

a) ¿Puede ser una función de proporcionalidad directa?

b) Dibuja la gráfica de una función que pase por esos puntos y no sea de proporcionalidad directa.

a) Sí, $y = \frac{3}{2}x$

b) Respuesta modelo:



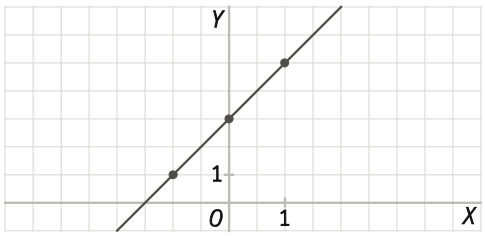
65. La siguiente gráfica representa la relación entre dos magnitudes.

a) Construye una tabla de valores en la que aparezcan los puntos marcados en la gráfica.

b) Construye la tabla de otra función, que asigne a cada valor de x tres unidades menos que la función anterior.

c) ¿De qué tipo es la función que has obtenido? Halla su fórmula.

d) A partir de esa fórmula, ¿cuál sería el valor de la primera función para $x = 10$?



a)

x	−1	0	1
y	1	3	5

b)

x	−1	0	1
y	-2	0	2

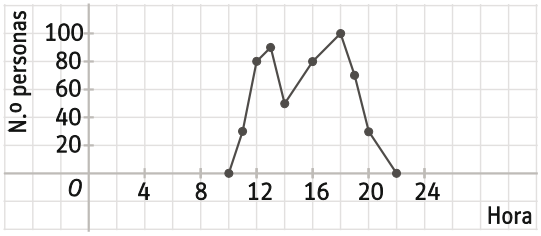
c) Es la función de proporcionalidad directa $y = 2x$.

d) Sería $y = 2 \cdot 10 + 3 = 23$.

www.yoquieroaprobar.es

66. Actividad resuelta

67. La gráfica muestra el número de personas en una piscina durante un día de verano.



a) ¿Qué horario tiene la piscina?

b) ¿A qué hora había más gente?

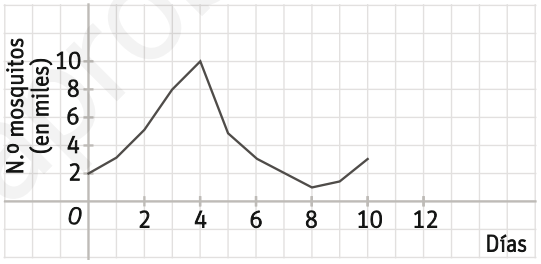
c) ¿A qué hora salió más gente a comer fuera de la piscina?

a) De 10 a 22 h

b) A las 18 h

c) A las 14 h

68. La gráfica muestra la evolución del número de mosquitos en un pantano durante unos días.



a) ¿Cuál era el número inicial de mosquitos?

b) En un determinado momento se libera un insecticida para eliminar esos mosquitos. ¿En qué momento?

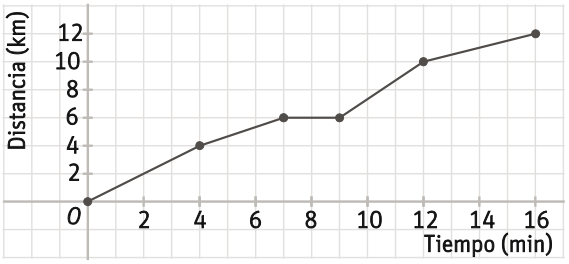
c) ¿Ha conseguido el insecticida acabar con la plaga de mosquitos?

a) Había 2000 mosquitos.

b) A los 4 días

c) No, el número no llega a 0 y vuelve a crecer.

69. La siguiente gráfica representa la distancia que ha recorrido Gabriela con su tabla de *snow* en una estación de esquí.



a) ¿Cuánto tiempo dura su recorrido?

b) ¿Qué distancia ha recorrido en total?

c) ¿Ha hecho más kilómetros en la primera mitad del recorrido o en la segunda?

d) ¿Ha parado en alguna ocasión? ¿Durante cuánto tiempo?

a) 16 minutos

b) 12 km

c) Ha hecho los mismos.

d) Paró en el minuto 7, durante 2 minutos.

70. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

71. José ha comprado en la frutería una sandía de 8 kg por 9,60 €. Su amiga Teresa ha comprado otra de 10 kg por 12 €.

a) Calcula el precio que cada uno de ellos paga por cada kilogramo.

b) Halla la fórmula que relaciona el peso y el precio de la sandía.

c) Usa esa fórmula para calcular el precio de una sandía de 12 kg.

a) José paga $\frac{9,60}{8}$ = 1,20 €/kg, y Teresa paga $\frac{12}{10}$ =1,20 €/kg.

b) $y = 1,20x$, siendo x el peso e y el precio.

c) $1,20 \cdot 12 = 14,4$ €

72. Jorge trabaja como vendedor y una parte de su sueldo depende de las ventas que consiga. Por cada 100 € que consiga vender, le corresponde una comisión de 8 €.

a) Construye una tabla relacionando la cantidad vendida con el dinero que gana como comisión.

b) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

c) Representa la gráfica de la función.

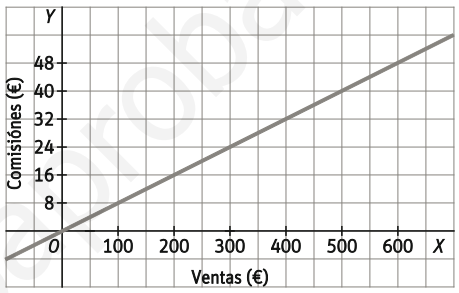
d) Escribe la fórmula de la función.

a)

x	0	100	200	300	400	500
y	0	8	16	24	32	40

b) Es una función de proporcionalidad directa.

c)



d) $y = \frac{8}{100}x$

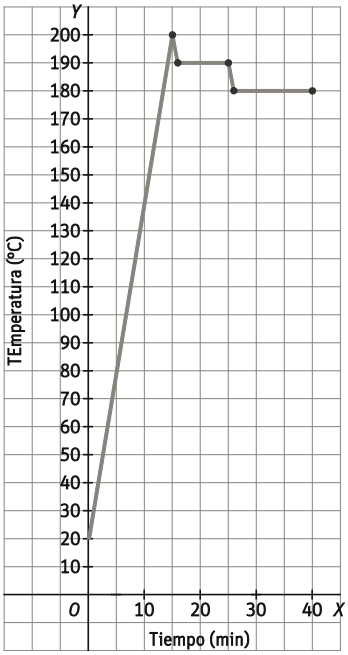
73. Julio está cocinando siguiendo las instrucciones de un libro de recetas. En el libro aparecen las siguientes indicaciones:

> ***Instrucciones de cocción***
>
> ***Precalienta el horno 15 minutos, hasta que alcance los 200º; introduce el pastel y baja la temperatura a 190º.***
> ***Cocínalo durante 10 minutos, y después baja la temperatura 10º y termina de cocinar durante otros 15 minutos.***

Representa gráficamente la temperatura del horno, suponiendo que al principio estaba a temperatura ambiente (20 ºC).

La gráfica podría ser similar a la siguiente:

Hay que tener en cuenta que la temperatura no bajará inmediatamente, cuando bajemos el programador tardará algo en enfriarse.



www.yoquieroaprobar.es

74. La longitud de una circunferencia se calcula mediante la fórmula $L = 2\pi r$.

a) Completa la siguiente tabla de valores en tu cuaderno.

r (cm)	1	2	3	4	5
L (cm)	•	4π	•	•	•

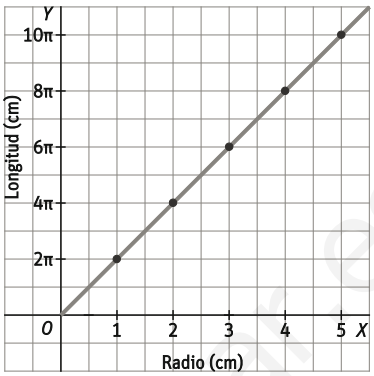
b) Representa la función graduando el eje Y utilizando π como unidad.

c) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

a)

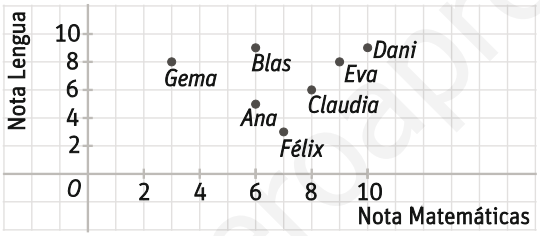
r (cm)	1	2	3	4	5
L (cm)	2π	4π	6π	8π	10π

b)



c) Es una función de proporcionalidad directa.

75. Varios alumnos de la clase han representado en unos ejes de coordenadas sus notas en Matemáticas y en Lengua, señalando su nombre junto al punto que los representa.



a) ¿Quién tiene la mejor nota en Matemáticas? ¿Y en Lengua?

b) ¿Quién es mejor en Matemáticas, Ana o Blas? ¿Y en Lengua?

c) ¿Es la gráfica de una función? Razona la respuesta.

a) Dani tiene la mejor nota en Matemáticas, y Dani y Blas tienen la mejor nota en Lengua.

b) Son iguales en Matemáticas, y Blas es mejor en Lengua.

c) No es una función, ya que a una nota de Matemáticas no corresponde una única nota de Lengua.

76. En un parque de atracciones hay diferentes tarifas en función de la edad.

Niños menores de 5 años	No pagan
Niños hasta los 12 años	6 €
Jóvenes, entre 13 y 18 años	20 €
Adultos, hasta 65 años	30 €
Mayores de 65 años	3 €

a) ¿Puede haber dos personas de distinta edad que paguen lo mismo?

b) La familia de Arturo quiere entrar en el parque. Los miembros de la familia son: Arturo, que tiene 11 años; su hermana Alba, que tiene 4 años; sus padres, que tienen 35 y 38 años; y su abuelo, que tiene 66 años. ¿Cuánto tendrán que pagar en total?

c) ¿La relación entre la edad y el precio de la entrada es una función?

a) Sí. Por ejemplo, dos personas de 14 y 15 años.

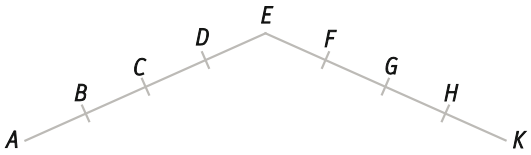
b) Arturo paga 6 €, Alba no paga, cada padre paga 30 € y el abuelo paga 3 €. En total pagan 69 €.

c) Sí, a cada edad le corresponde un único precio.

www.yoquieroaprobar.es

77. Entrenándose para una carrera, cuyo recorrido es el que se indica en la figura, Lucía comienza en lugares diferentes y no recorre siempre la misma distancia, pero siempre va más deprisa bajando que subiendo. En el camino, y a distancias iguales, están marcados los controles *A*, *B*, *C*, *D*, *E* (cima), *F*, *G*, *H*, *K* (meta).

¿En cuál de los siguientes trayectos tardará menos tiempo?



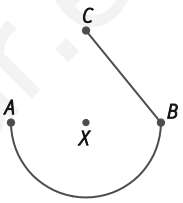
A. ***CEGF*** **B.** ***BEG*** **C.** ***CEH*** **D.** ***DEKH***

Contamos los tramos de subida (S) y bajada (B) en cada caso:

A. $3S + 2B$ **B.** $3S + 2B$ **C.** $2S + 3B$ **D.** $2S+4B$

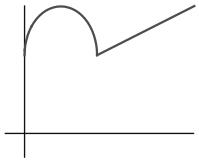
C es más rápido que A y B (los mismos tramos totales, pero más de bajada) y que D (una bajada más). La respuesta es C.

78. Un barco navega desde *A* hasta *B*, describiendo una semicircunferencia centrada en la isla *X*; luego navega en línea recta desde *B* hasta *C*.

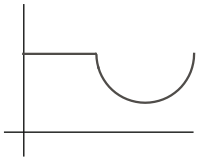


¿Cuál de las siguientes gráficas muestra la distancia del barco a la isla según la distancia recorrida?

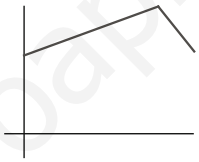
A.



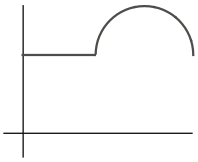
B.



C.



D.



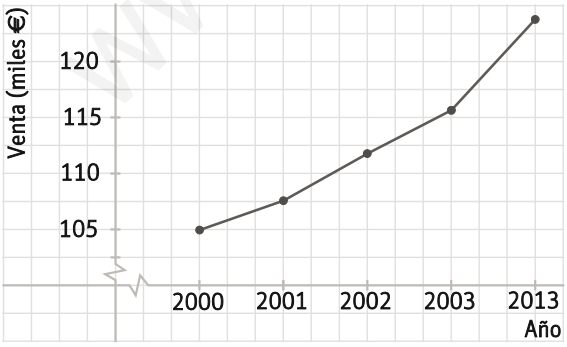
La gráfica B. La distancia es constante hasta llegar a B, luego se acerca y después se aleja.

79. Una función asigna a cada entero positivo el producto del entero anterior por el número que le asigna la función a ese anterior. Si $f(1) = 1$, ¿cuánto vale $f(4)$?

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{24}$. **C. 24** **D. 6**

D. $f(2) = 1 \cdot f(1) = 1 \cdot 1 = 1$; $f(3) = 2 \cdot f(2) = 2 \cdot 1 = 2$; $f(4) = 3 \cdot f(3) = 3 \cdot 2 = 6$

80. Manuel es el encargado de una empresa desde 2003.Sus jefes quieren valorar su trabajo, y le han pedido un informe. Manuel presenta el siguiente gráfico.



Manuel comenta el gráfico a sus jefes: "Como pueden ver, la empresa va estupendamente, y los beneficios han ido creciendo más rápidamente que en los años anteriores."

¿Es correcto su análisis? ¿Dónde está el error?

No. Manuel ha falseado los resultados, graduando mal el eje x. En sus 10 años la empresa ha ganado unos 11 000 €, aproximadamente lo mismo que entre 2000 y 2003, por lo que el ritmo de crecimiento ha sido mucho menor.

www.yoquieroaprobar.es

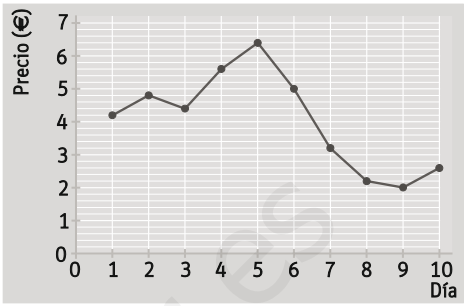
PONTE A PRUEBA

Las margaritas

Actividad resuelta

La Bolsa

La gráfica siguiente representa el precio de las acciones de una empresa en la Bolsa durante varios días.



1. **Carlos compró acciones de la empresa el 2º día. ¿A qué precio?**
2. **Si las vendiera el 6º día, ¿ganaría o perdería dinero? ¿Y si esperara al 7º día?**
3. **¿Cuándo debería comprar y cuándo debería vender para obtener el mayor beneficio? ¿Cuánto ganaría por cada acción? Una amiga suya tuvo peor suerte, y perdió 3 euros por acción. ¿En qué días compró y vendió sus acciones?**

1. Las compró a 4,80 €.
2. El 6º día ganaría dinero, pero el 7.º perdería.
3. Comprando el primer día y vendiendo el 5.º se obtienen 2,20 € por acción. La amiga compró el 6.º día y vendió el 9.º día.

Temperaturas

En la siguiente tabla aparecen las temperaturas en dos ciudades durante24 horas.

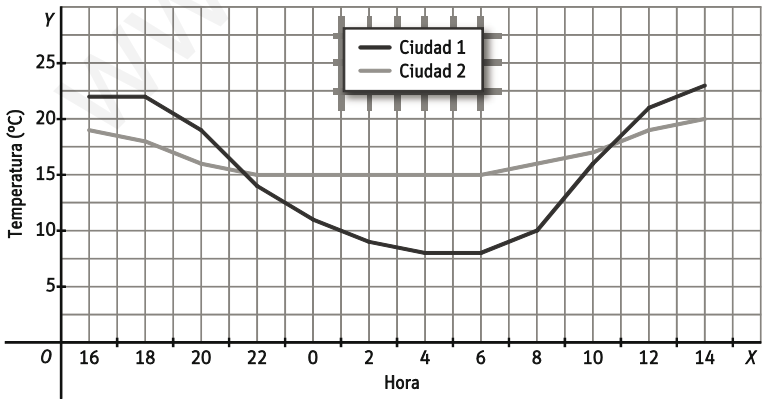
	Hora	16	18	20	22	00	02	04	06	08	10	12	14
Temp (ºC)	Ciudad 1	22	22	19	14	11	9	8	8	10	16	21	23
	Ciudad 2	19	18	16	15	15	15	15	15	16	17	19	20

1. **Representa gráficamente los datos de la tabla.**
2. **Responde verdadero o falso en tu cuaderno.**

	V	F
En la ciudad 1, se alcanzaron 11 ºC a medianoche.		
En la Ciudad 2 se llegó a 15 ºC a las 10 de la mañana.		
La temperatura máxima de la ciudad 1 superó a la de la ciudad 2.		
La temperatura mínima de la ciudad 2 se mantuvo durante más de 5 horas.		
Entre la medianoche y el mediodía, en la ciudad 1 hubo mayor diferencia de temperatura que en la ciudad 2.		

3. **¿Qué variación de temperatura ha habido en cada ciudad?**

1.



www.yoquieroaprobar.es

2.

	V	F
En la ciudad 1, se alcanzaron 11 ºC a medianoche.	V	
En la Ciudad 2 se llegó a 15 ºC a las 10 de la mañana.		F
La temperatura máxima de la ciudad 1 superó a la de la ciudad 2.	V	
La temperatura mínima de la ciudad 2 se mantuvo durante más de 5 horas.	V	
Entre la medianoche y el mediodía, en la ciudad 1 hubo mayor diferencia de temperatura que en la ciudad 2.	V	

3. En la ciudad 1 la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima fue de 15 ºC. En la ciudad 2 fue solo de 5ºC.

Los fontaneros

El abuelo de Filo le explica algunas aplicaciones de las coordenadas cartesianas.

La semana pasada necesitaba un fontanero para hacer unos arreglos y pidió presupuesto a dos distintos para ver cuál era más económico. Ambos fontaneros cobraban una cantidad fija por el desplazamiento y otra en función del número de horas trabajadas, pero sus tarifas eran distintas.

El abuelo construyó una tabla, dibujó la gráfica y encontró la fórmula para cada fontanero. De ese modo comparó las tarifas y decidió cuál es el fontanero más barato según el número de horas trabajadas.

1. El primer fontanero cobra un fijo de 50 € y además 10 € por cada hora trabajada.

a) Construye una tabla que relacione varias horas de trabajo y el coste correspondiente.

b) Representa los valores obtenidos. ¿Los puntos están alineados? Únelos.

c) Si el fontanero no cobrara el desplazamiento, ¿el precio y el número de horas serían directamente proporcionales? ¿Cómo sería la fórmula de esa función?

d) Si ahora le añadimos el desplazamiento, ¿qué fórmula obtenemos para el primer fontanero?

2. Repite los pasos anteriores con las tarifas del segundo fontanero: 20 € de desplazamiento más 16 € por hora.

3. ¿Cuándo coinciden ambas tarifas? ¿En qué tramos es más barato cada fontanero?

4. Si ambas tarifas hay que añadirles el IVA, ¿qué fontanero es más barato si el abuelo supone que van a tardar 3 horas?

1. a)

Horas de trabajo	1	2	3	4	5
Coste en euros	60	70	80	90	100

b)



Los puntos están alineados.

c) Sin contar el desplazamiento, sería una función de proporcionalidad directa. Su fórmula sería $y = 10x$.

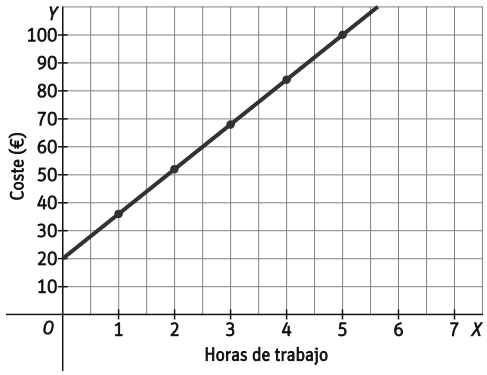
d) Añadiendo el desplazamiento, queda $y = 10x + 50$.

www.yoquieroaprobar.es

2. **a)**

Horas de trabajo	1	2	3	4	5
Coste en euros	36	52	68	84	100

b)

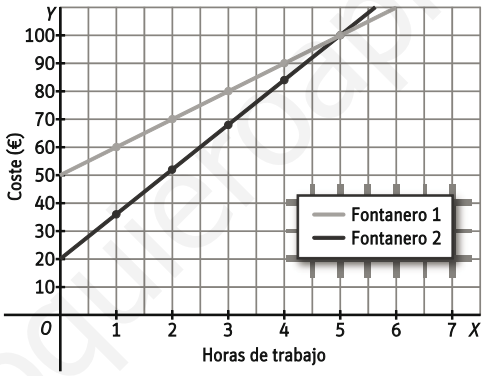


Los puntos están alineados.

c) Sin contar el desplazamiento, sería una función de proporcionalidad directa. Su fórmula sería $y = 16x$.

d) Añadiendo el desplazamiento, queda $y = 16x + 20$.

3. Representando las dos funciones en los mismos ejes, se observa que coinciden a las 5 horas. Si el trabajo dura menos, el segundo fontanero es más barato, y si dura más, es más económico el primero.

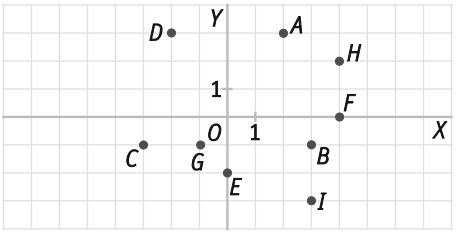


4. Al añadir el IVA las tarifas de ambos fontaneros incrementan en el mismo porcentaje, 21%. Por lo tanto si van a tardar 3 horas en realizar la reparación, el 2º fontanero resultará más económico.

www.yoquieroaprobar.es

AUTOEVALUACIÓN

1. Escribe las coordenadas de los puntos de la gráfica e indica en qué cuadrante está cada uno de ellos.



A(2, 3) 1.º *C*(–3, –1) 3.º *E*(0, –2) Eje ordenadas *G*(–1, –1) 3.º *I*(3, –3) 4.º
B(3, –1) 4.º *D*(–2, 3) 2.º *F*(4, 0) Eje abscisas *H*(4, 2) 1.º

2. La siguiente tabla recoge la relación entre el número de lápices comprados y el precio total.

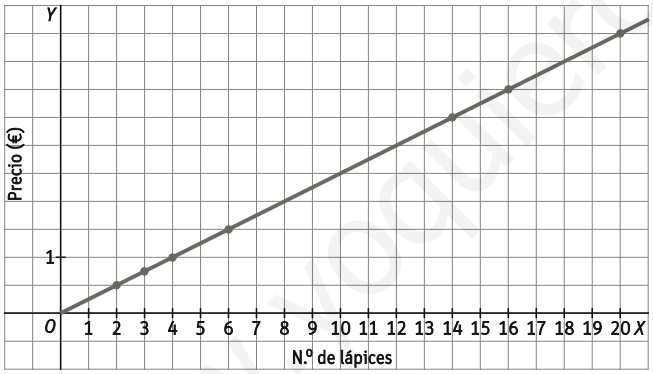
N.º de lápices	2	6	3	•	•	•
Precio (€)	0,5	•	•	3,5	4	5

a) Copia y completa la tabla en tu cuaderno.
b) Representa gráficamente los valores obtenidos.
c) ¿Tiene sentido unir los puntos?
d) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

a)

N.º de lápices	2	6	3	14	16	20
Precio(€)	0,5	1,5	0,75	3,5	4	5

b)



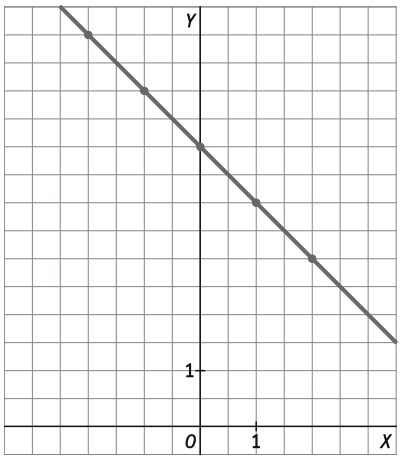
c) No, el número de lápices es un número natural.
d) Sí, la razón de proporcionalidad es 0,25.

3. La fórmula de una función es $y = 5 - x$.
a) Construye una tabla dando cinco valores a x.
b) Representa gráficamente la función.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	7	6	5	4	3

b)



www.yoquieroaprobar.es

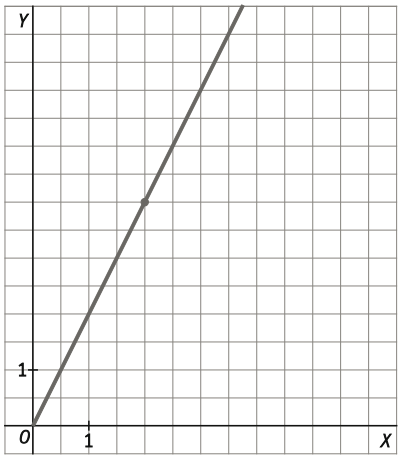
4. La gráfica de una función de proporcionalidad directa pasa por el punto (2, 4).

a) Representa la gráfica.

b) Calcula la fórmula de la función.

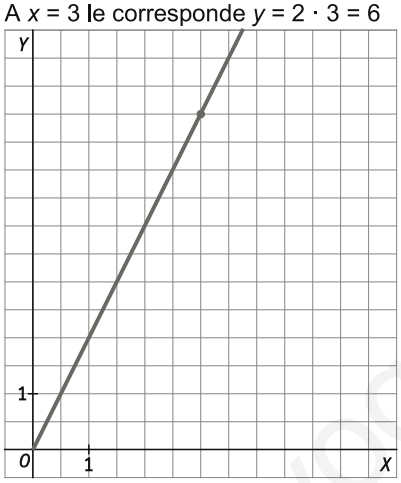
c) Halla gráficamente y mediante la fórmula el valor de y que se corresponde con $x = 3$.

a)

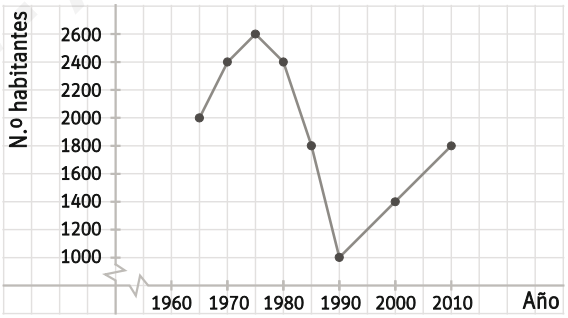


b) $y = 2x$

c) A $x = 3$ le corresponde $y = 2 \cdot 3 = 6$



5. En la siguiente gráfica se representa el número de habitantes de un pueblo durante varios años.



a) ¿En qué año fue mayor la población? ¿Cuántos habitantes tenía el pueblo ese año?

b) ¿Qué periodo de tiempo se observa en la gráfica?

c) Describe brevemente la evolución de la población en dicho periodo.

a) En 1975 tenía 2600 habitantes.

b) Desde 1965 a 2010

c) La población creció entre 1965 y 1975, hasta alcanzar el máximo, y después decreció cada vez más rápidamente hasta 1990, año en el que solo quedaban 1000 habitantes. En los últimos años se observa un aumento a un ritmo constante de la población, hasta alcanzar los 1800 habitantes en 2010.

www.yoquieroaprobar.es

9 Estadística y probabilidad

1. Escribe tres ejemplos de caracteres estadísticos cualitativos y tres de caracteres cuantitativos.

Respuesta modelo. Por ejemplo, son cualitativos el color de pelo, el lugar de nacimiento o el equipo favorito, y cuantitativos, la edad, la estatura o el peso.

2. Actividad resuelta

3. En un concurso de televisión se realiza una pregunta a 100 personas, que eligen su respuesta entre tres posibles. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Respuesta	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
A	**80**	●●●
B	●●●	$\frac{11}{100}$
C	●●●	**0,09**
	●●●	●●●

Respuesta	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
A	80	0,8
B	11	$\frac{11}{100}$
C	9	0,09
	100	1

4. A Isabel le encantan los cómics. Ha preguntado a sus compañeros de 1.º qué tipo de libros les gusta leer Y ha obtenido las siguientes respuestas:

- **Doce de ellos leen cómics.**
- **Cinco leen novelas de misterio.**
- **Ocho prefieren novelas de ciencia ficción.**
- **Los demás no han contestado.**

Sabiendo que en clase son 30 alumnos, elabora la tabla de frecuencias. ¿De qué tipo de carácter estadístico se trata?

Suponiendo que Isabel se ha incluido entre los que leen cómics:

Lectura	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Cómics	12	$\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$
Misterio	5	$\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$
Ciencia ficción	8	$\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$
No contesta	5	$\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$
	30	1

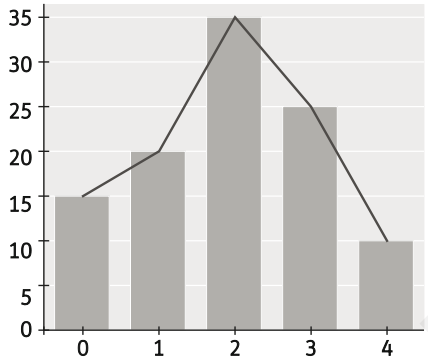
Es un carácter cualitativo.

www.yoquieroaprobar.es

5. **Se ha realizado una encuesta a varias personas, preguntando con qué frecuencia van al cine a lo largo de un mes. Los resultados de la encuesta se recogen en la siguiente tabla.**

N.º de veces	Frecuencia absoluta
0	15
1	20
2	35
3	25
4	10

Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.



6. **Durante un viaje en coche, Tomás se aburría tanto que se puso a mirar las matrículas de los coches que pasaban y fue apuntando la última cifra de cada una.**

6, 3, 8, 6, 6, 6, 5, 4, 2, 0, 2, 1, 3,
5, 5, 5, 1, 5, 2, 2, 0, 3, 9, 9, 0, 5, 4,
3, 1, 7, 4, 8, 6, 5, 9, 2, 9, 4, 9, 6

a) Construye la tabla de frecuencias asociada.

b) ¿Cuál es la cifra más repetida? ¿Y la que menos aparece?

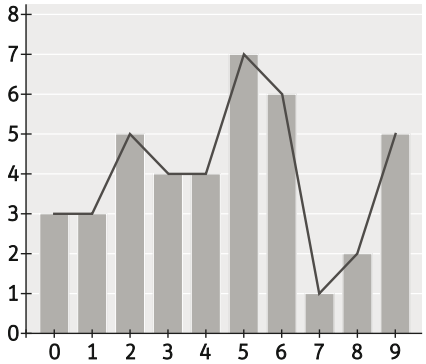
c) Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

a)

Cifra	Frecuencia absoluta
0	3
1	3
2	5
3	4
4	4
5	7
6	6
7	1
8	2
9	5
Total	40

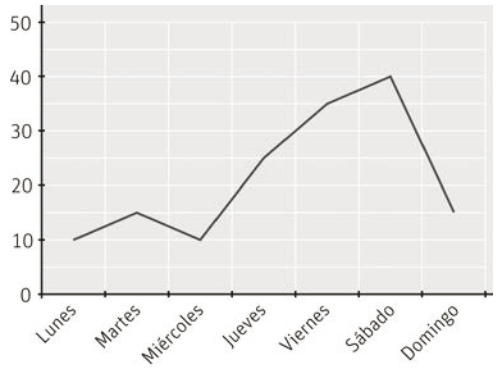
b) La cifra más repetida es 5 y la menos repetida es 7.

c)



www.yoquieroaprobar.es

7. **Un hotel ha hecho un estudio sobre el día de la semana pasada en el que llegaron sus huéspedes. Ha obtenido la siguiente gráfica, pero al imprimirlo se han borrado las barras del diagrama.**

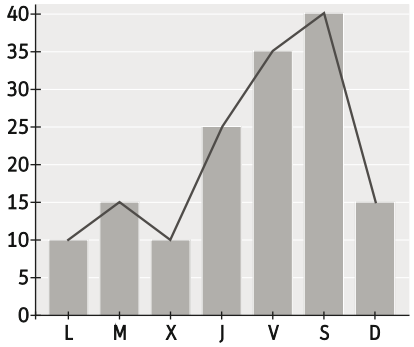


a) Completa el diagrama en tu cuaderno.

b) Construye la tabla de frecuencias asociada.

c) ¿Cuántos clientes llegaron esa semana?

a)



b)

Día	Clientes
Lunes	10
Martes	15
Miércoles	10
Jueves	25
Viernes	35
Sábado	40
Domingo	15
	150

c) Llegaron 150 clientes.

8. **Actividad resuelta**

9. **Una tienda ha dado a probar a varios clientes un helado de un sabor nuevo. A continuación les ha pedido que lo valoraran, obteniendo estos resultados:**

Muy bueno: 25 personas **Malo: 10 personas**

Bueno: 20 personas **Muy malo: 5 personas**

a) Calcula la medida, en grados, que deberá tener el sector correspondiente a cada una de las respuestas.

b) Representa el diagrama de sectores.

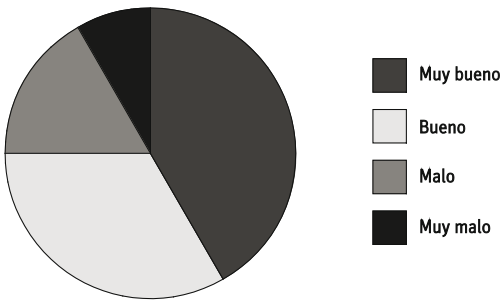
a) Muy bueno: 25 de 60. En grados, $\frac{25}{60} = \frac{150}{360}$, 150º

Bueno: 20 de 60. En grados, $\frac{20}{60} = \frac{120}{360}$, 120º

Malo: 10 de 60. En grados, $\frac{10}{60} = \frac{60}{360}$, 60º

Muy malo: 5 de 60. En grados, $\frac{5}{60} = \frac{30}{360}$, 30º

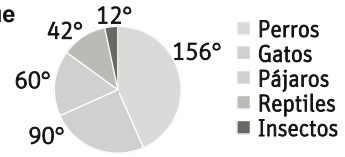
b)



www.yoquieroaprobar.es

10. El siguiente diagrama representa los resultados de una encuesta, en la que se preguntó a 120 personas su animal favorito.

No conocemos las frecuencias correspondientes a cada uno de los sectores, pero si los ángulos correspondientes a cada uno. Reconstruye la tabla de frecuencias.



El sector de los que prefieren perros es $\frac{156}{360}$ del total, es decir, su frecuencia es $\frac{156 \cdot 120}{360} = 52$. Realizando la misma operación con el resto de sectores se obtiene la siguiente tabla:

Animales	Frecuencia
Perros	52
Gatos	30
Pájaros	20
Reptiles	14
Insectos	4
	120

11. Actividad interactiva

12. Halla la media y la moda de los siguientes datos estadísticos.

4	**1**	**1**	**6**	**3**	**5**	**2**
1	**1**	**4**	**1**	**5**	**2**	**3**
5	**3**	**5**	**3**	**4**	**5**	**6**

Construiremos primero la tabla de frecuencias.

Número	Frecuencia
1	5
2	2
3	4
4	3
5	5
6	2
	21

Media: $\frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 2}{21} = \frac{70}{21} = 3,33...$

Moda: 1 y 5

13. Las temperaturas máximas en una ciudad durante un mes, en grados centígrados, han sido las siguientes:

25	**24**	**24**	**23**	**21**	**21**	**23**	**23**	**24**	**25**
25	**26**	**26**	**26**	**27**	**26**	**27**	**30**	**30**	**30**
27	**29**	**29**	**28**	**23**	**23**	**24**	**26**	**30**	**29**

a) Construye la tabla de frecuencias.

b) Calcula la media de las temperaturas máximas.

a)

Temperatura (ºC)	Frecuencia
21	2
23	5
24	4
25	3
26	5
27	3
28	1
29	3
30	4
	30

b) Media: $\frac{21 \cdot 2 + 23 \cdot 5 + 24 \cdot 4 + 25 \cdot 3 + 26 \cdot 5 + 27 \cdot 3 + 28 \cdot 1 + 29 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{30} = \frac{774}{30} = 25,8\ ^\circ C$

www.yoquieroaprobar.es

14. El tutor de un grupo ha apuntado las edades de sus alumnos, por orden de lista.

14	13	14	13	13	13	12	14	12	14
12	12	12	13	13	12	14	12	13	13
13	12	13	13	12	14	13	13	13	13

a) Calcula la media de edad de la clase.

b) Calcula la moda.

a) Media: $\frac{12 \cdot 9 + 13 \cdot 15 + 14 \cdot 6}{30} = 12{,}9$ años

b) Moda: 13 años

15. Durante los últimos partidos, un jugador de baloncesto ha conseguido las siguientes puntuaciones.

25, 22, 25, 25, 30, 22, 10, 22, 25, 30, 19, 4

Calcula su media anotadora en ese período.

Media: $\frac{25 + 22 + 25 + 25 + 30 + 22 + 10 + 22 + 25 + 30 + 19 + 4}{12} = \frac{259}{12} = 21{,}58$ puntos

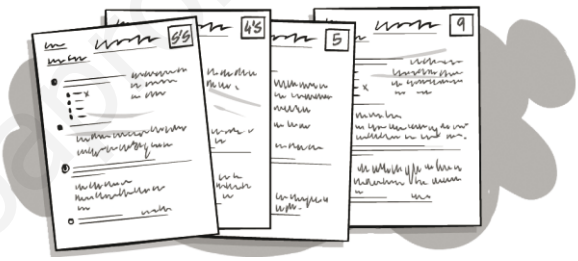
16. Actividad resuelta

17. Estas son las notas de los exámenes de Eva:

Calcula la media en los siguientes casos:

a) Si todos tienen el mismo peso.

b) Si el último examen es global y vale el triple que cualquiera de los otros.



a) (5,5 + 4,5 + 5 + 9) : 4 = 24 : 4 = 6

b) (5,5 + 4,5 + 5 + 9 · 3) : 6 = 42 : 6 = 7

18. En un concurso de ortografía hay tres pruebas: rapidez, número de letras y palabras poco comunes. Cada una de las pruebas tiene distinta importancia, por lo que se asigna a cada una un peso: 7, 2 y 1, respectivamente. Si un participante ha obtenido en las respectivas categorías 4, 7 y 9 puntos, ¿cuál será su media ponderada?

Será: (4 · 7 + 7 · 2 + 9 · 1) : 10 = 51 : 10 = 5,1 puntos

19. Con estos datos:

4	1	1	1	3	5	6	1	1	4
1	5	2	3	4	4	3	4	5	6
2	3	1	2	1	3	1	5	5	5

a) Halla la media y la moda.

b) Halla la media ponderada, sabiendo que el peso de los datos de la primera fila es 1, el de la segunda es 2, y el de la tercera, 3.

c) Calcula el rango.

a)

Valor	Frecuencia
1	9
2	3
3	5
4	5
5	6
6	2
	30

Media: $\frac{1 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 2}{30} = \frac{92}{30} = 3{,}07$

Moda: 1

b) La media ponderada es: $\frac{27 + 2 \cdot 37 + 3 \cdot 28}{1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10} = \frac{185}{60} = 3{,}08$

c) El rango es: 6 – 1 = 5.

www.yoquieroaprobar.es

20. Los estilos de música preferidos por 12 alumnos son:

Pop	Dance	Pop	Clásica
Rock	Pop	Dance	Rock
Clásica	Rock	Pop	Dance

a) ¿Es un carácter cualitativo o cuantitativo?

b) ¿Cuál es la moda?

c) ¿Es posible calcular el rango? ¿Por qué?

a) Es un carácter cualitativo.

b) La moda es Pop.

c) No, ya que no es un carácter cuantitativo.

21. Actividad interactiva

22. Indica si los siguientes experimentos son aleatorios.

a) Predecir en qué día de la semana caerá tu cumpleaños el año que viene.

b) Comprar un sobre de cromos que contenga el cromo que te falta para la colección.

c) Sacar una bola de una caja en la que hay bolas verdes, blancas y rojas.

d) Sacar una bola de una caja en la que solo hay bolas verdes.

a) Determinista, se puede saber con certeza.

b) Aleatorio

c) Aleatorio

d) Determinista

23. Da tres ejemplos más de experimentos aleatorios y otros tres de experimentos deterministas.

Respuesta libre

24. En una rifa de un centro escolar se han vendido papeletas numeradas del 1 al 20.

a) Escribe el espacio muestral.

b) Da tres ejemplos de sucesos elementales y otros tres de sucesos compuestos.

c) Describe el suceso "obtener un número que sea múltiplo de 9".

d) Describe el suceso "obtener un número capicúa de dos cifras".

e) Describe el suceso "obtener un número mayor que 100".

a) E = {1, 2, 3, …, 19, 20}

b) Respuesta modelo: son sucesos elementales {1}, {2} y {3}, y son sucesos compuestos {2, 3}, {par}, {primo}.

c) {9, 18}

d) {11}

e) $\{\varnothing\}$

25. Se lanza un dado cúbico con las caras numeradas de 1a 6. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos.

a) Obtener un 6.

b) Sacar un número impar.

c) Sacar un número menor que 3.

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

d) Sacar 1 o 6.

e) Sacar un número menor que 10.

f) Sacar un número menor que 1.

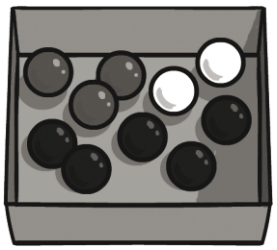
d) $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

e) $\frac{6}{6}=1$

f) $\frac{0}{6}=0$

www.yoquieroaprobar.es

26. **En una caja hay 3 bolas rojas, 5 bolas negras y 2 bolas blancas. Se saca una bola al azar. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos.**



a) Sacar una bola roja.

b) Sacar una bola negra.

c) Sacar una bola que no sea azul.

d) Sacar una bola que no sea blanca.

a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{10}{10} = 1$

d) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

27. **Para un juego se utiliza una ruleta que tiene la siguiente forma.**



a) Calcula la probabilidad de caer en un 2.

b) Calcula la probabilidad de caer en un número negativo.

c) Calcula la probabilidad de no caer en verde.

a) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{12}$

c) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

28. **Una persona nació en el mes de diciembre. Calcula la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos.**

a) Que naciera el día de Navidad.

b) Que naciera el 22 o más tarde.

c) Que naciera en un día par.

d) Que naciera en un día impar.

a) $\frac{1}{31}$

b) $\frac{10}{31}$

c) $\frac{15}{31}$

d) $\frac{16}{31}$

29. **Actividad interactiva**

www.yoquieroaprobar.es

30. Al preguntar a 50 personas su sabor de chicle favorito, 18 eligieron menta, 27, fresa, y el resto, sandía.

a) ¿Qué tipo de carácter estadístico es?

b) Construye la tabla de frecuencias.

a) Es un carácter cualitativo.

b)

Sabor	frecuencia absoluta
Menta	18
Fresa	27
Sandía	5
	50

31. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla de frecuencias.

Visitas	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
0	**25**	**0,125**
1	45	**0,225**
2	**50**	0,25
3	60	**0,3**
4	**15**	0,075
5	5	**0,025**
	200	1

32. Se realiza una campaña para aumentar el consumo de fruta. Se ha preguntado a varios alumnos cuántas piezas de fruta comen cada día y se han obtenido los siguientes resultados:

3	0	1	1	0	1	2	2	3	1	1	3	1	1	3	1
1	3	1	3	2	0	1	1	3	1	0	1	1	2	3	1

a) Construye la tabla de frecuencias.

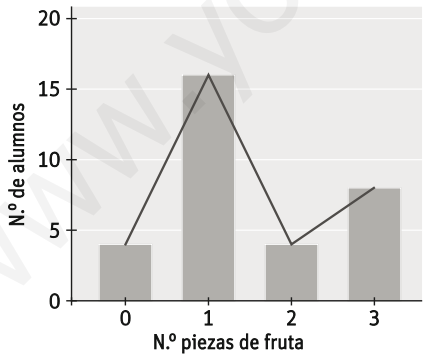
b) Representa los datos mediante un diagrama de barras.

c) Representa los datos mediante un diagrama de sectores.

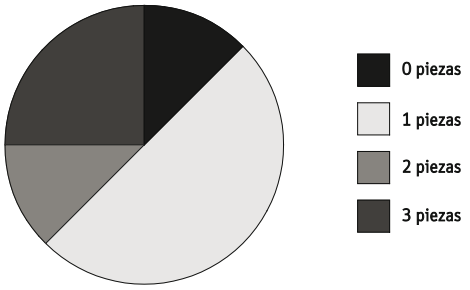
a)

Piezas	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	4	0,125
1	16	0,5
2	4	0,125
3	8	0,25
	32	1

b)

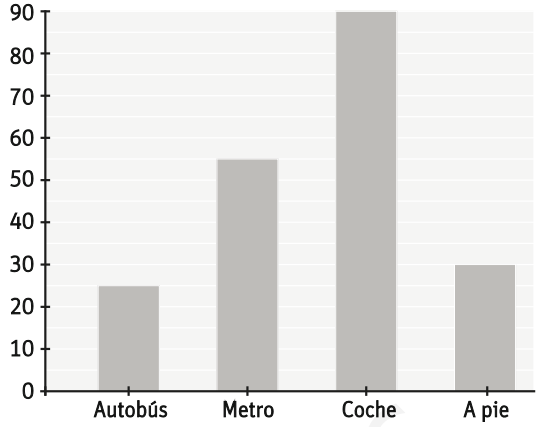


c)



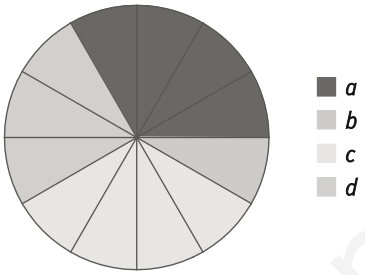
www.yoquieroaprobar.es

33. Se ha preguntado a varias personas qué medio de transporte usan para ir al trabajo. Con sus respuestas se ha elaborado el siguiente gráfico. Construye la tabla de frecuencias asociada.



Transporte	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
Autobús	25	0,125
Metro	55	0,275
Coche	90	0,45
A pie	30	0,15
	200	1

34. El diagrama de sectores representa los resultados de un estudio estadístico realizado a 300 personas.



Construye la tabla de frecuencias asociada.

Resultado	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
a	4·300 : 12 = 100	0,333
b	300 : 12 = 25	0,083
c	4·300 : 12 = 100	0,333
d	3·300 : 12 = 75	0,25
	300	1

35. Las estaturas en centímetros de un grupo de personas son las siguientes:

154	**160**	**154**	**158**	**158**	**158**	**156**	**158**	**156**	**150**
152	**154**	**156**	**156**	**156**	**150**	**152**	**158**	**156**	

a) Calcula la estatura media.

b) Halla la moda y el recorrido.

a) Se construye la tabla de frecuencias absolutas.

Talla	frecuencia
150	2
152	2
154	3
156	6
158	5
160	1
	19

$$\text{Media: } \frac{150\cdot 2+152\cdot 2+154\cdot 3+156\cdot 6+158\cdot 5+160\cdot 1}{19}=\frac{2952}{19}=155{,}37 \text{ cm}$$

b) Moda: 156 cm Recorrido: 160 – 150 = 10 cm

www.yoquieroaprobar.es

36. Actividad resuelta

37. En un concurso, las puntuaciones de las pruebas de la segunda fase tienen el triple de peso que las de la primera. Una concursante obtuvo las siguientes puntuaciones:

– 1.ª fase: 100, 90, 85, 95, 100

– 2.ª fase: 60, 75, 60, 50, 65

¿Cuál será su puntuación media ponderada?

La media será: $\frac{100+90+85+95+100+3\cdot(60+75+60+50+65)}{5+3\cdot 5}=\frac{1400}{20}=70$

38. La media de cinco datos es 7. Si los cuatro primeros son 8, 4, 5 y 8, ¿cuánto vale el quinto dato?

Entre los cinco datos deben sumar $7 \cdot 5 = 35$. Por tanto, el que falta vale 10.

39. Para elegir el mejor videojuego, una revista otorga tres puntuaciones distintas: gráficos, diversión y originalidad. Cada una de las categorías tiene distinta importancia, por lo que se asigna a cada una un peso: 3, 5 y 2, respectivamente. Si un juego ha obtenido en las respectivas categorías 6, 8 y 7 puntos, ¿cuál será su media ponderada?

La media ponderada será: $\frac{3\cdot 6+5\cdot 8+7\cdot 2}{3+5+2}=\frac{72}{10}=7{,}2$.

40. Actividad resuelta

41. En una caja hay 3 lápices rojos, 2 negros y 1 azul. Se sacan a la vez dos lápices.

a) ¿El experimento es aleatorio? ¿Por qué?

b) Forma el espacio muestral.

c) Describe el suceso "sacar uno de los lápices azul".

d) Describe el suceso "sacar dos colores distintos".

a) Es aleatorio, no se puede conocer el resultado de antemano.

b) Identificando cada color por su inicial, {rr, rn, ra, nn, na}

c) {ra, na}

d) {rn, ra, na}

42. En un sobre hay ocho tarjetas, numeradas del 1 a 8. Se saca una tarjeta al azar. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Sacar el 3.

b) Sacar un múltiplo de 3.

c) No sacar 1 ni 8.

d) Sacar un 3 o menos.

a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

c) $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{8}$

43. Un equipo de fútbol está formado por los siguientes jugadores.

8 centrocampistas ***6 delanteros*** ***3 porteros*** ***8 defensas***

Si elegimos un jugador al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Que sea un defensa.

b) Que no sea un delantero.

c) Que sea portero o defensa.

d) Que sea portero y centrocampista.

a) $\frac{8}{25}$

b) $\frac{19}{25}$

c) $\frac{11}{25}$

d) 0 (no es posible)

www.yoquieroaprobar.es

44. Se ha realizado una encuesta telefónica a varios hogares en la que se preguntó el número de teléfonos móviles que había en la casa, obteniendo estos resultados:

2	3	0	2	2	1	1	1	1	1	0	2	0	3	4
2	4	4	2	1	1	2	2	4	0	4	0	4	0	1

a) Construye la tabla de frecuencias.

b) Representa el diagrama de barras y el polígono de frecuencias.

c) Construye el diagrama de sectores.

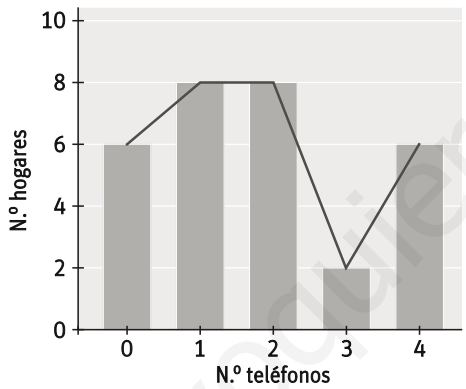
d) ¿En cuántos hogares no hay ningún móvil? ¿En qué proporción de hogares hay 4 teléfonos móviles?

e) Calcula la media y la moda.

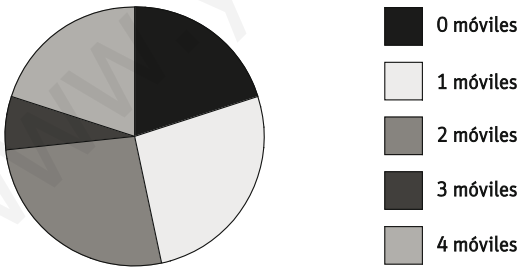
a)

Móviles	Frecuencia absoluta	frecuencia relativa
0	6	0,2
1	8	0,266
2	8	0,266
3	2	0,066
4	6	0,2
	30	1

b)



c)



d) En 6 hogares no hay ningún móvil. Y 4 teléfonos móviles hay en 6 hogares, es decir, $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

e) Media: $\frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 6}{30} = \frac{54}{30} = 1{,}8$

Moda: 1 y 2

45. ¿Cuánto vale la suma de las alturas de las barras en un diagrama de barras?

La suma es igual al tamaño de la población.

www.yoquieroaprobar.es

46. Los pesos en kilogramos de varios recién nacidos en un hospital fueron los siguientes.

3,25	3,25	4,25	4,75	4,75	4,5	3	4,75	4,25	
3	5	5	3,75	3,5	4,5	4,75	4,75	4,75	4,25
3,5	4,75	4,25	4,25	4,25	4,75	4,75	4	3,5	

a) Realiza el recuento de los datos y construye la tabla de frecuencias.

b) Calcula el peso medio y la moda.

c) Calcula el rango.

d) Se elige un bebé al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que haya pesado 3,25 kg?

a)

Peso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
3	2	0,07
3,25	2	0,07
3,5	3	0,11
3,75	1	0,04
4	1	0,04
4,25	6	0,21
4,5	2	0,07
4,75	9	0,32
5	2	0,07
	28	1

b) Media: $\frac{3 \cdot 2 + 3{,}25 \cdot 2 + 3{,}5 \cdot 3 + 3{,}75 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4{,}25 \cdot 6 + 4{,}5 \cdot 2 + 4{,}75 \cdot 9 + 5 \cdot 2}{28} = \frac{118}{28} = 4{,}2 \text{ kg}$

c) El rango es: 5 – 3 = 2 kg

d) $\frac{2}{28} = \frac{1}{14} = 0{,}07$

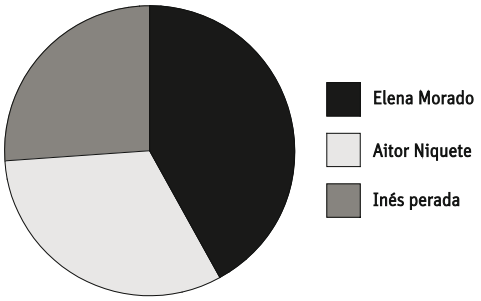
47. Para elegir al ganador de un concurso musical, un programa de televisión pide a los espectadores que Manden mensajes apoyando a los participantes. Los resultados han sido:

Elena Morado: 42 % Aitor Niquete: 32 % Inés Perada: 26 %

Si han votado 200 personas en total, representa el diagrama de sectores correspondiente.

Para el gráfico no haría falta conocer el número de votos de cada uno, basta con los porcentajes, pero vamos a calcularlo también.

Elena Morado: 42 % de 200 = 84 Aitor Niquete: 32 % de 200 = 64 Inés Perada: 26 % de 200 = 52



www.yoquieroaprobar.es

48. En una clase se ha realizado la revisión médica. El médico ha apuntado los siguientes datos:

– Estatura media de las chicas: 1,45 m

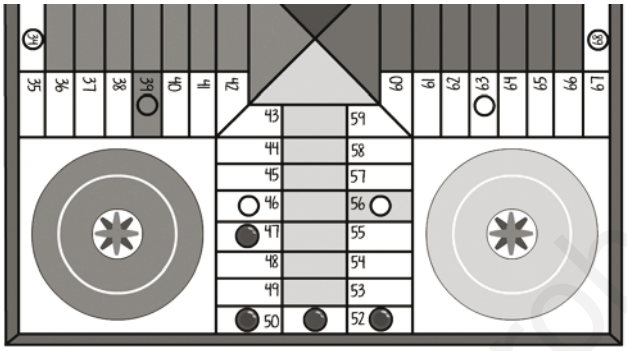
– Estatura media de los chicos: 1,55 m

– Estatura media del grupo: 1,52 m

¿Puede ser que haya tantos chicos como chicas? Razona la respuesta.

No es posible, ya que en ese caso la media del grupo sería igual a la media de las estaturas medias por sexos, 1,50 m. En el grupo hay más chicos.

49. Ricardo y Marga están jugando al parchís. Él juega con fichas rojas, y ella, con fichas azules. En un Momento de la partida, es el turno de Ricardo y las fichas están en estas posiciones:



a) ¿Qué probabilidad hay de que la ficha más adelantada de Ricardo se coma alguna de las de Marga? ¿Y la más retrasada?

b) ¿Qué probabilidad hay de que Ricardo se coma alguna de las fichas de Marga?

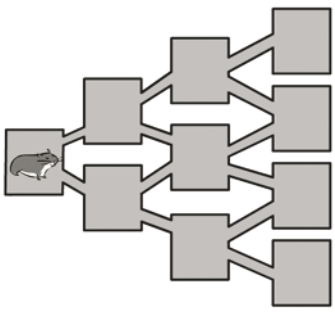
c) ¿Para qué valores del dado, Ricardo no podrá comer ninguna ficha de Marga? ¿Qué probabilidad hay de que eso ocurra?

a) Necesita un 1, la probabilidad es $\frac{1}{6}$. Para la más retrasada necesita 3 o 5, la probabilidad es $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

b) Necesita sacar, para la más adelantada un 1, y para la más retrasada un 3 o un 5, la probabilidad es $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

c) Si saca 2, 4 o 6 no podrá comer ninguna. La probabilidad es $\frac{1}{2}$.

50. Un ratón recorre un laberinto yendo siempre de izquierda a derecha. Al llegar a cada cruce, la probabilidad de elegir un camino u otro es la misma.



a) Copia el esquema en tu cuaderno y busca todos los recorridos posibles.

b) ¿En qué casilla es más probable que acabe?

c) Calcula la probabilidad de que termine en cada una de las casillas.

a) En total hay 8 recorridos posibles.

b) Es más probable que acabe en una de las casillas centrales.

c) Solo hay un camino a la casilla superior (probabilidad $\frac{1}{8}$) y uno a la inferior (probabilidad $\frac{1}{8}$). A las casillas intermedias hay tres caminos posibles en cada caso (probabilidad $\frac{3}{8}$).

51. La nota media de cinco alumnos de la clase es 7, y la nota media de otros diez, 5. ¿Cuál es la nota media de los quince?

La nota media es $\frac{5\cdot 7+10\cdot 5}{15}=\frac{85}{15}=5,\hat{6}$

www.yoquieroaprobar.es

52. Un jugador de baloncesto encesta 12 de 30 tiros libres. Tiene que tirar 10 más. ¿Cuántos debe encestar para llegar al 50 % de aciertos?

A. 3 **B. 4** **C. 6** **D. 8**

D. 8. Como el 50 % de 40 es 20, necesita anotar 8.

53. La media de 6 números es 4,5. Añadimos dos más y la media sigue siendo 4,5. ¿Cuál es la suma de estos dos nuevos números?

A. 27 **B. 9** **C. 36** **D. 4,5**

B. 9. La media de los dos números es 4,5. Por tanto, su suma es 9.

54. Las caras de un dado están numeradas con 1, 1, 2, 2, 3,3 y las de otro con 4, 4, 5, 5, 6, 6. Los tiramos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números de las caras superiores sea impar?

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{5}{9}$

D. $\frac{5}{9}$. La probabilidad de cada resultado en cada dado es $\frac{1}{3}$. Para que la suma sea impar, debemos sacar:

1-4, 1-6, 2-5, 3-4 o 3-6. Cada una de estas combinaciones tiene probabilidad $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$. Por tanto, la suma de todas ellas es $\frac{5}{9}$.

55. Un juego de ordenador simula el lanzamiento con arco a una diana. Se van lanzando dos flechas negras y una morada, luego se aleja la diana y se vuelve a tirar. Los lanzamientos con flechas negras puntúan de 1 a 10, y los de flechas moradas multiplican su valor por 2.

Guillermo ha conseguido las siguientes puntuaciones: 10 10 10 8 7 9 6 5 6 4 4 7

Él asegura que su puntuación media es menor que 7,2.

¿Estás de acuerdo con él? Justifica tu respuesta.

Su puntuación total es 10 + 10 + 10 · 2 + 8 + 7 + 9 · 2 + 6 + 5 + 6 · 2 + 4 + 4 + 7 · 2 = 118.

La media ponderada es $\frac{118}{16}=7{,}375$. Guillermo no tenía razón.

Posiblemente calculó su media sin ponderar: $\frac{10+10+10+8+7+9+6+5+6+4+4+7}{12}=\frac{86}{12}=7{,}166...$

www.yoquieroaprobar.es

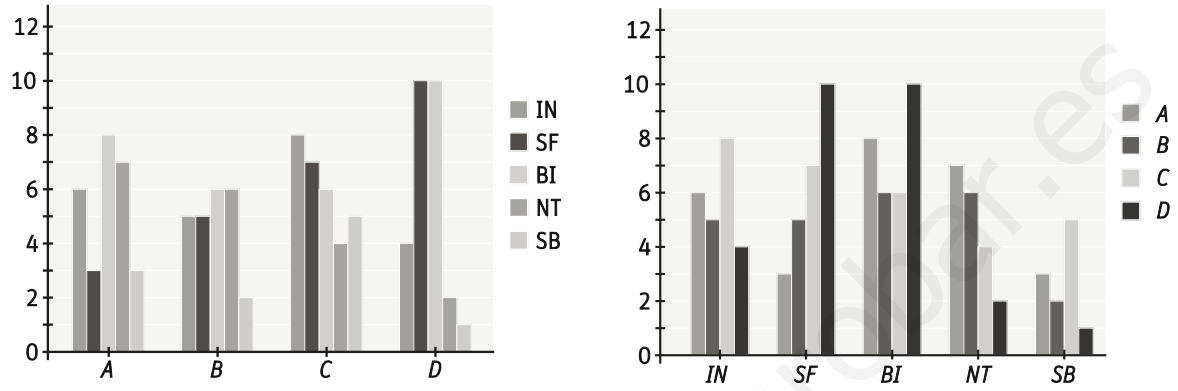
PONTE A PRUEBA

El teleférico

Problema resuelto

Dando la nota

Los profesores de matemáticas de un centro escolar han elaborado dos gráficas para comparar los resultados de sus grupos en 1.º E.S.O. en la pasada evaluación. Uno de ellos ha elaborado el gráfico separando los resultados de cada grupo y otro ha agrupado los datos según las notas obtenidas.



1. A partir de los gráficos, calcula el número de alumnos de cada clase.

2. ¿Qué gráfico crees que es mejor para estudiar los resultados de un grupo?

3. Calcula la nota media de cada grupo. Para hacerlo, considera las siguientes equivalencias:

$$IN = 4;\ SF = 5;\ BI = 6;\ NT = 7;\ SB = 9.$$

1. 1.º A: 27 alumnos. 1.º B: 24 alumnos. 1.º C: 30 alumnos. 1.º D: 27 alumnos.

2. El primer gráfico da una idea más clara del grupo.

3. 1.º A: $\frac{6\cdot 4+3\cdot 5+8\cdot 6+7\cdot 7+3\cdot 9}{27}=\frac{163}{27}=6{,}037...$

1.º B: $\frac{5\cdot 4+5\cdot 5+6\cdot 6+6\cdot 7+2\cdot 9}{24}=\frac{141}{24}=5{,}875$

1.º C: $\frac{8\cdot 4+7\cdot 5+6\cdot 6+4\cdot 7+5\cdot 9}{30}=\frac{176}{30}=5{,}866...$

1.º D: $\frac{4\cdot 4+10\cdot 5+10\cdot 6+2\cdot 7+1\cdot 9}{27}=\frac{149}{27}=5{,}518...$

¿Usas gafas?

La clase de María tiene 30 alumnos. María les ha clasificado teniendo en cuenta varias variables:

- **Hay 20 chicos y 10 chicas.**
- **Hay 11 personas con gafas y 19 sin gafas.**
- **Hay 22 personas que tienen 13 años y 8 que tienen 14 años.**

1. ¿Cuántos chicos de 13 años, con gafas, puede haber como máximo?

2. ¿Es posible que no haya ninguno?

3. ¿Cuántas chicas de 14 años que lleven gafas puede tener como máximo esa clase?

4. Forma una clase con esos datos, de manera que estén presentes todas las combinaciones posibles y haya al menos dos personas en cada una de ellas (es decir, al menos dos chicos con gafas de 13 años, dos chicos con gafas de 14 años, etc.).

1. Como máximo habrá 11, ya que solo hay 11 alumnos con gafas.

2. Como hay 20 chicos y solo hay 19 alumnos sin gafas, al menos hay un chico con gafas.

3. Podría haber 8 chicas de 14 años con gafas como máximo.

www.yoquieroaprobar.es

4. Escribimos primero todas las parejas que tiene que haber y completamos los alumnos que falten:

2 chicos con gafas de 13 años	2 chicos sin gafas de 13 años
2 chicos con gafas de 14 años	2 chicos sin gafas de 14 años
2 chicas con gafas de 13 años	2 chicas sin gafas de 13 años
2 chicas con gafas de 14 años	2 chicas sin gafas de 14 años

Hemos "gastado" 8 chicos, 8 chicas, 8 con gafas, 8 sin gafas, 8 de 13 años y 8 de 14 años. Quedan 12 chicos, 2 chicas, 3 con gafas, 11 sin gafas, 14 de 13 años y ninguno de 14 años. Podemos repartirlos como queramos.

Por ejemplo, 2 chicas con gafas de 13 años, 1 chico con gafas de 13 años y 11 chicos sin gafas de 13 años.

Juego justo

Julián y Ana juegan con un dado cada uno. El de Julián tiene 1 uno, 2 doses y 3 treses, y el de Ana, 2 unos, 2 doses y 2 treses. Quieren inventarse un juego que sea justo, de forma que si cada uno lanza su dado, los dos tengan la misma probabilidad de ganar.

1. Anota en tu cuaderno todos los resultados posibles y las probabilidades de que ocurran. Por ejemplo, como el dado de Julián tiene un uno y el de Ana tiene dos, hay dos formas de obtener dos 1. En cambio, hay $2 \cdot 2 = 4$ formas de sacar un 2 y un 1.

2. En el primer juego que inventan, Julián gana si la suma de los dados es par y pierde si es impar. ¿Cuál de los dos jugadores tiene ventaja?

3. Ana propone multiplicar los resultados. Ganará ella si el producto es par y ganará Julián si es impar. ¿Es un juego justo?

4. Si los dos dados fueran como el de Ana, ¿alguno de los dos juegos sería justo?

1. En la tabla aparecen los resultados posibles:

Dado de Julián	Dado de Ana	Posibilidades	Probabilidad
1	1	2	$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
1	2	2	$\frac{1}{18}$
1	3	2	$\frac{1}{18}$
2	1	4	$\frac{1}{9}$
2	2	4	$\frac{1}{9}$
2	3	4	$\frac{1}{9}$
3	1	6	$\frac{1}{6}$
3	2	6	$\frac{1}{6}$
3	3	6	$\frac{1}{6}$
		36	1

2. La suma es par si sacan 1-1, 1-3, 2-2, 3-1 o 3-3. La suma de probabilidades es $\frac{20}{36}$, más de $\frac{1}{2}$, por lo que Julián tiene ventaja.

3. El producto es par si sacan 1-2, 2-1, 2-2, 2-3, 3-2. La suma de probabilidades es $\frac{20}{36}$, más de $\frac{1}{2}$, por lo que Ana tiene ventaja.

4. Si los dos dados son como el de Ana, la probabilidad de cada suma sería $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$. En ambos juegos la probabilidad de ganar sería ahora de $\frac{5}{9}$, por lo que no serían justos.

www.yoquieroaprobar.es

AUTOEVALUACIÓN

1. En las últimas elecciones en un pueblo, los resultados fueron los siguientes:

Candidato	Votos
Ana	80
Daniel	40
José Luis	30
Olga	20
Víctor	10

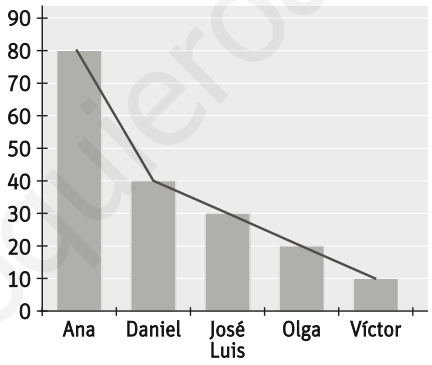
a) Calcula las frecuencias relativas.

b) Representa los datos en un diagrama de barras y en un polígono de frecuencias.

a)

Candidato	Votos	Frecuencias relativas
Ana	80	$\frac{80}{180}=\frac{4}{9}$
Daniel	40	$\frac{40}{180}=\frac{2}{9}$
José Luis	30	$\frac{30}{180}=\frac{1}{6}$
Olga	20	$\frac{20}{180}=\frac{1}{9}$
Víctor	10	$\frac{10}{180}=\frac{1}{18}$
	180	1

b)



2. En una encuesta sobre el número de mascotas en varios hogares se obtuvieron las siguientes respuestas:

1	2	1	1	3	0	0	0	1	0	3	4	1	3	1
1	1	3	2	0	0	0	1	1	2	4	1	2	1	2

a) Forma la tabla de frecuencias.

b) Calcula la media y la moda.

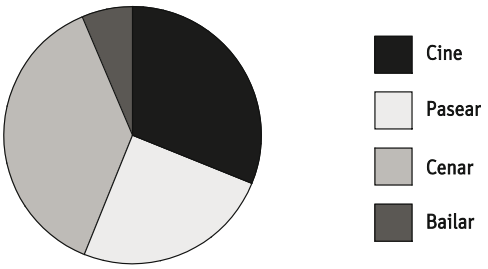
a)

Mascotas	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
0	7	0,23
1	12	0,4
2	5	0,17
3	4	0,13
4	2	0,07
	30	1

b) Media: $\frac{0\cdot 7+1\cdot 12+2\cdot 5+3\cdot 4+4\cdot 2}{30}=\frac{42}{30}=1{,}4$. Moda: 1

www.yoquieroaprobar.es

3. En un grupo de 16 personas, 5 quieren ir al cine, 4 quieren ir a pasear, 6 quieren ir a cenar y la última quiere ir a bailar. Representa el diagrama de sectores correspondiente.



4. La calificación de una asignatura depende de tres notas: exámenes, ejercicios y trabajos. Para calcular la nota se asigna a cada parte un peso: 12, 5 y 3, respectivamente. Alberto obtuvo unas notas de 8, 3 y 4 respectivamente. ¿Cuál será su media ponderada?

Su media será: $\frac{12 \cdot 8 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 4}{20} = \frac{123}{20} = 6{,}15$.

5. Observa las faldas del armario de Rosa.



Si elige una de ellas al azar, calcula la probabilidad de estos sucesos:

a) Sacar una falda roja.

b) No sacar una falda negra.

c) Sacar una falda azul o negra.

d) Sacar una falda que no sea ni azul ni roja.

e) No sacar una falda.

a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

c) $\frac{7}{10}$

d) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

e) 0

www.yoquieroaprobar.es

10 Medida de magnitudes

Investiga y contesta

La creación de la Asamblea Nacional supuso el inicio de la Revolución Francesa. ¿Qué rey de Francia fue destronado y ajusticiado durante la misma?

Luis XVI

Actividades

1. Indica cuáles de las siguientes variables son magnitudes, y la unidad que usarías para medirlas.

a) La simpatía de una persona

b) La temperatura de una bebida

c) El color de un coche

d) El precio de un coche

e) La cantidad de agua que cabe en una jarra

f) La nota de un examen

g) La belleza de una imagen

a) No es una magnitud.

b) Es una magnitud, que se puede medir en ºC.

c) No es una magnitud.

d) Es una magnitud, que se puede medir en euros.

e) Es una magnitud, que se puede medir en litros.

f) Es una magnitud, que se puede medir en puntos.

g) No es una magnitud.

2. Mide el ancho y el largo de tu libro de matemáticas usando como unidad de medida el ancho de tu pulgar. ¿Cuánto mide? ¿Coincide con el resultado de tus compañeros?

Respuesta libre

3. Indica la unidad que utilizarías para expresar estas magnitudes.

a) La distancia de tu casa al instituto

b) La capacidad de un cartón de zumo

c) La masa que contiene una caja de galletas

a) Metros

b) Centilitros

c) Gramos

4. Indica qué magnitud podrías medir con las siguientes unidades.

a) Grado centígrado

b) Centímetro

c) Gramo

d) Pulgada

a) Temperatura

b) Longitud

c) Masa

d) Longitud

e) MegaByte

f) Minuto

g) Centímetro cúbico

h) Píxel

e) Datos (informática)

f) Tiempo

g) Volumen

h) Tamaño de imágenes (informática, fotografía)

www.yoquieroaprobar.es

5. Copia y completa en tu cuaderno.

a) 1 kilómetro = ●●● metros

b) 1 hectolitro = ●●● litros

c) 1 decagramo = ●●● gramos

d) 1 decímetro = ●●● metros

e) 1 centilitro = ●●● litros

f) 1 miligramo = ●●● gramos

a) 1 kilómetro = 1000 metros

b) 1 hectolitro = 100 litros

c) 1 decagramo = 10 gramos

d) 1 decímetro = 0,1 metros

e) 1 centilitro = 0,01 litros

f) 1 miligramo = 0,001 gramos

6. Indica alguna unidad de medida que no forme parte del Sistema Métrico Decimal y que se use con cierta frecuencia.

Respuesta modelo: la pulgada o la milla.

7. La caloría (cal) es una unidad de energía. Se define como la cantidad de energía necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua pura de 14,5 °C a15,5 °C, cuando la presión es de una atmosfera.

a) ¿Qué magnitudes aparecen en esta definición?

b) ¿Qué unidades se usan para medirlas?

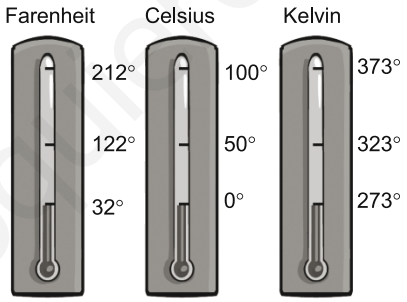
c) Otra unidad de energía es el Julio. Una caloría equivale a 4,1868 Julios. ¿Cuántos Julios equivalen a 300 calorías?

a) Energía, temperatura, masa y presión

b) Caloría, grados centígrados, gramo y atmósfera, respectivamente

c) Serán 300 · 4,1868 = 1256,04 julios.

8. La temperatura se puede expresar en varias unidades: Kelvin (K), grados Celsius o centígrados (°C) y grados Fahrenheit (°F).En la siguiente imagen aparecen tres termómetros que usan esas escalas.



a) ¿Cuál es la equivalencia de 0 °C en las otras escalas? ¿Y la de 100 °C?

b) Para pasar de grados Celsius a grados Fahrenheit se multiplica por 1,8 y se suma 32. Expresa en grados Fahrenheit una temperatura de 35 °C.

c) ¿A cuántos grados centígrados equivalen 77 °F?

a) 0 ºC = 32 ºF = 273 K. 100 ºC = 212 ºF = 373 K

b) 35 · 1,8 + 32 = 95 ºF

c) (77 – 32) : 1,8 = 25 ºC

9. Para medir distintas magnitudes físicas como el tiempo, la velocidad o la temperatura, a veces se utilizan unidades distintas de las establecidas por el Sistema Métrico Decimal.

a) La unidad básica de tiempo es el segundo (s). ¿Qué otras unidades de tiempo conoces? ¿La escala es decimal, es decir, las unidades varían de 10 en 10?

b) La velocidad mide el desplazamiento de un objeto en un tiempo determinado. ¿Qué unidades utilizarías para medir la velocidad?

a) Minutos, horas, días, años, etc. La escala no es decimal. Por ejemplo, para pasar a minutos o días se usa una escala sexagesimal.

b) Se usan los metros por segundo (m/s) u otras, como los kilómetros por hora (km/h).

www.yoquieroaprobar.es

10. Indica que unidad utilizarías en cada una de las siguientes medidas.

a) El grosor de tu DNI

b) La longitud de un autobús

c) La distancia diaria recorrida por un taxi

d) La altura de un jugador de baloncesto

e) La altura de un árbol

f) La longitud del ala de una mosca

a) Milímetros

b) Metros

c) Kilómetros

d) Metros o centímetros

e) Metros

f) Milímetros

11. Expresa 6,4 cm en unidades de mayor orden hasta llegar a los hectómetros.

6,4 cm = 0,64 dm = 0,064 m = 0,0064 dam = 0,000 64 hm

12. Expresa las siguientes medidas en metros, indicando todas las medidas intermedias.

a) 35 km

b) 2 mm

c) 82 dam

d) 7 dm

e) 2700 hm

f) 2700 cm

a) 35 km = 350 hm = 3500 dam = 35 000 m

b) 2 mm = 0,2 cm = 0,02 dm = 0,002 m

c) 82 dam = 820 m

d) 7 dm = 0,7 m

e) 2700 hm = 27 000 dam = 270 000 m

f) 2700 cm = 270 dm = 27 m

13. Expresa las siguientes medidas en decímetros.

a) 9,8 km

b) 12,92 mm

c) 0,4 dam

d) 74,44 m

e) 0,27 hm

f) 900 cm

a) 9,8 km = 98 000 dm

b) 12,92 mm = 0,1292 dm

c) 0,4 dam = 40 dm

d) 74,44 m = 744,4 dm

e) 0,27 hm = 270 dm

f) 900 cm = 90 dm

14. Actividad resuelta

15. Escribe las siguientes medidas en metros.

a) 7 km 7 dam 7 dm 7 mm

b) 1 km 27 hm 58 dam 3 m

c) 60 hm 345 m 267 mm

d) 9 dm 57 cm 984 mm

a) 7070,707 m

b) 1000 + 2700 + 580 + 3 = 4283 m

c) 6000 + 345 + 0,267 = 6345,267 m

d) 0,9 + 0,57 + 0,984 = 2,454

16. Escribe las medidas en forma compleja.

a) 8848 m

b) 1,98 m

c) 23,552 hm

d) 0,010 09 km

a) 8 km 8 hm 4 dam 8 m

b) 1 m 9 dm 8 cm

c) 2 km 3 hm 5 dam 5 m 2 dm

d) 1 dam 9 cm

17. Efectúa las siguientes sumas.

a) 78 hm 12 m 6 mm + 34 dam 41 dm

b) 1 km 37 m 23 cm 12 mm + 45 dam 8 m

c) 65 dam 14 m 15 cm + 40 hm 18 mm

d) 135 dam 89 cm + 75 m 26 dm 99 cm 11 mm

Lo más cómodo es expresar ambas medidas en una sola unidad, por ejemplo, en metros.

a) 7800 + 12 + 0,006 + 340 + 4,1= 8156,106 m

b) 1000 + 37 + 0,23 + 0,012 + 450 + 8 = 1495,242 m

c) 650 + 14 + 0,15 + 4000 + 0,018 = 4664,168 m

d) 1350 + 0,89 + 75 + 2,6 + 0,99 + 0,011 = 1429,491 m

www.yoquieroaprobar.es

18. Escribe los resultados del ejercicio anterior en metros.

Resuelto en el ejercicio anterior.

19. Actividad resuelta

20. Para ir por carretera de Nueva York a Los Ángeles hay que recorrer 4490 km. ¿A cuántas millas equivalen?

Equivalen a 4490 : 1,609 344 = 2789,957 millas, aproximadamente.

21. Una medida de longitud anglosajona de uso frecuente es la pulgada. Una pulgada mide 25,4 mm, y se emplea principalmente para definir el tamaño de una pantalla. Se dice que una pantalla es de 20 pulgadas si su diagonal tiene esa medida.

a) ¿Cuántos centímetros mide la diagonal de un televisor de 46 pulgadas?

b) La diagonal de la pantalla de un móvil mide 20 cm. ¿Cuál es su tamaño en pulgadas?

a) Mide 46 · 2,54 = 116,84 cm.

b) Mide 20 : 2,54 = 7,87 pulgadas.

22. Actividad interactiva

23. Indica en la unidad más apropiada la masa de estos animales.

a) Elefante: 7 500 000 g

b) Mosca: 0,000 000 02 t

a) Elefante: 7,5 t

b) Mosca: 20 mg o 2 cg

c) Perro: 35 000 g

d) Ratón: 0,0004 t

c) Perro: 35 kg

d) Ratón: 400 g o 4 hg

24. Expresa en kilogramos las siguientes medidas.

a) 7,78 q	**b) 4,8 dag**	**c) 4,8 dg**	**d) 1,9 t**
a) 778 kg	**b)** 0,048 kg	**c)** 0,00048 kg	**d)** 1900 kg

25. Expresa las siguientes medidas en gramos.

a) 3,5 t	**b) 67 mg**	**c) 33,47 kg**	**d) 0,082 q**
a) 3 500 000 g	**b)** 0,067 g	**c)** 33 470 g	**d)** 8200 g

26. Actividad resuelta

27. Expresa las siguientes medidas en gramos.

a) 3 kg 8 hg 5 dag 7 g

b) 20 dag 49 g 300 cg

a) 3000 + 800 + 50 + 7 = 3857 g

b) 200 + 49 + 3 = 252 g

c) 3 kg 4 hg 20 dag 3678 mg

d) 15 hg 5 dag 3 g 67 cg

c) 3000 + 400 + 200 + 3,678 = 3603,678 g

d) 1500 + 50 + 3 + 0,67 = 1553,67 g

28. Actividad resuelta

29. Expresa en forma compleja.

a) 5540 kg

b) 16 005,472 t

a) 5 t 5 q 4 mag

b) 16005 t 4 q 7 mag 2 kg

c) 0,002 45 mag

d) 1 700 000 mg

c) 2 dag 4 g 5 dg

d) 1 kg 7 hg

www.yoquieroaprobar.es

30. Un paquete de 500 folios tiene una masa de 4,25 kg. ¿Cuál es la masa de un folio? ¿Podremos usarlos en una impresora que solo admite folios de 9 g?

Un folio pesa 4250 : 500 = 8,5 g. Sí se puede usar en esa impresora.

31. Indica la unidad de capacidad adecuada en cada caso:

a) Capacidad de un botijo

b) Capacidad de una piscina olímpica

c) Capacidad de un camión cisterna

d) Capacidad de un vaso

e) Capacidad de una lata de refresco

a) Litros o decilitros

b) Kilolitros

c) Kilolitros

d) Centilitros o decilitros

e) Centilitros o decilitros. También se usan los mililitros.

32. Expresa las siguientes medidas en litros.

a) 35 mL

b) 720 cL

a) 0,035 L

b) 7,2L

c) 0,8752 hL

d) 43,7721 dL

c) 87,52 L

d) 4,37721 L

33. Expresa las siguientes medidas en decilitros y decalitros.

a) 27 mL

b) 1,35 hL

a) 0,27 dL = 0,0027 daL

b) 1350 dL = 13,5 daL

c) 800 mL

d) 0,098 kL

c) 8 dL = 0,08 daL

d) 980 dL = 9,8 daL

34. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes equivalencias.

a) 8,1 hL = ●●●daL = ●●● L = ●●●dL

b) ●●●kL = ●●●hL = 442 daL = ●●●L

a) 8,1 hL = 81daL = 810 L = 8100dL

b) 4,42kL = 44,2 hL = 442 daL = 4420 L

c) ●●●cL = 25 dL = ●●●L = ●●●mL

d) ●●●kL = ●●●dL = ●●●daL = 3341 mL

c) 250cL = 25 dL = 2,5L = 2500mL

d) 0,003 341 kL = 33,41dL = 0,3341daL = 3341 mL

35. Actividad resuelta

36. Expresa estas medidas en litros.

a) 5 hL 7 daL 3 L 8 dL 6 cL

b) 8 kL 1 L 3 dL 9 mL

a) 500 + 70 + 3 + 0,8 + 0,06 = 573,86 L

b) 8000 + 1 + 0,3 + 0,009 = 8001,309 L

c) 0,7 kL 16 daL 588 dL

d) 3 kL 5 daL 1 mL

c) 700 + 160 + 58,8 = 918,8 L

d) 3000 + 50 + 0,001 = 3050,001 L

37. Calcula en decilitros.

a) (3 L 5 dL 8 cL) + (7 dL 9 cL 4 mL)

b) (9 hL 4 dL 85 mL) · 6

a) 35,8 + 7,94 = 43,74 dL

b) 9004,85 · 6 = 54 029,1 dL

c) 7 kL + 15,5 daL + 3 L

d) (6 kL 14 daL 24 cL) : 6

c) 70 000 + 1550 + 30 = 71 580 dL

d) 61 402,4 : 6 = 10 233,733… dl

www.yoquieroaprobar.es

38. Calcula en kilolitros.

a) 9,3 L · 360

b) 15,2 hL · 85

c) 99,9 daL · 65

d) 9,9 dL · 5000

a) 0,0093 · 360 = 3,348 kL

b) 1,52 · 85 = 129,2 kL

c) 0,999 · 65 = 61,93 kL

d) 0,00099 · 5000 = 4,95 kL

39. Indica la unidad del Sistema Métrico Decimal y la unidad agraria más adecuadas para expresar las siguientes medidas.

a) Superficie de un campo de fútbol

b) Superficie de una hoja de papel A4

c) Superficie de tu casa

d) Superficie del desierto del Sáhara

a) Hectómetro cuadrado o hectárea

b) Decímetro cuadrado

c) Metro cuadrado o área

d) Kilómetro cuadrado o hectárea

40. Copia y completa en tu cuaderno.

a) 1,6 hm^2 = ●●● cm^2

b) 547,88 mm^2 = ●●● dm^2

c) 0,004 km^2 = ●●● mm^2

a) 1,6 hm^2 = 160 000 000 cm^2

b) 547,88 mm^2 = 0,054 788 dm^2

c) 0,004 km^2 = 4 000 000 000 mm^2

41. Expresa estas medidas en metros cuadrados y en hectómetros cuadrados.

a) 0,5 km^2

b) 43 cm^2

c) 173 dam^2

d) 8388 dm^2

e) 44 cm^2

f) 2 000 000 mm^2

a) 50 hm^2 = 500 000 m^2

b) 0,000 000 43 hm^2 = 0,0043 m^2

c) 1,73 hm^2 = 17300 m^2

d) 0,008 388 hm^2 = 83,88 m^2

e) 0,000 000 44 hm^2 = 0,0044 m^2

f) 0,0002 hm^2 = 2 m^2

42. Expresa en hectáreas y en metros cuadrados.

a) 65 km^2

b) 438 dam^2

c) 48 900 ca

d) 937,5 a

e) 126,5 dam^2

f) 126,5 dm^2

a) 6500 ha = 65 000 000 m^2

b) 4,38 ha = 43 800 m^2

c) 4,89 ha = 48 900 m^2

d) 9,375 ha = 93 750 m^2

e) 1,265 ha = 12 650 m^2

f) 0,000 126 5 ha = 1,265m^2

43. Actividad resuelta

44. Expresa estas medidas en metros cuadrados.

a) 6 km^2 85 m^2 94 cm^2 18 mm^2

b) 33 dam^2 1 m^2 67 dm^2 3000 mm^2

c) 0,43 km^2 0,06 hm^2 51 m^2 1 dm^2

d) 3 hm^2 16 m^2 25 cm^2 75 mm^2

a) 6 000 000 + 85 + 0,0094 + 0,000 018 = 6 000 085,009 418 m^2

b) 3300 + 1 + 0,67 + 0,003 = 3301,673 m^2

c) 430 000 + 600 + 51 + 0,01 = 430 651,01 m^2

d) 30 000 + 16 + 0,0025 + 0,000 075 = 30 016,002 575 m^2

www.yoquieroaprobar.es

45. Ordena de menor a mayor las siguientes cantidades. ¿Qué unidad es la más adecuada para expresarlas?

0,005 hm^2 17 000 dm^2 7,3 dam^2 0,73 ha 17 a

Las medidas, expresadas en metros cuadrados, son 50 m^2, 170m^2, 730 m^2, 7300 m^2 , 1700 m^2.

El orden es 0,005 hm^2 < 17 000 dm^2 < 7,3 dam^2 < 17 a < 0,73 ha

46. Expresa en forma compleja estas medidas de superficie.

a) 723,89 dam^2

b) 389 213,4 cm^2

a) 7 $hm^2$23 $dam^2$89 m^2

b) 38 m^2 92 $dm^2$13 $cm^2$40mm^2

c) 5206,135 m^2

d) 16 813,76 dm^2

c) 52 $dam^2$6$m^2$13 $dm^2$50cm^2

d) 1 $dam^2$68 $m^2$13 $dm^2$76 cm^2

47. Calcula.

a) 37 421 mm^2 + (12 dam^2 + 34 m^2 + 17 cm^2)

b) (9 hm^2 + 16 dam^2 + 23 cm^2) − 1253,18 m^2

c) 7 · (7 dm^2 14 dam^2 28 cm^2)

d) (15 km^2 7 m^2 8 mm^2) · 12

a) 0,037 421+1200+34+0,0017 = 1234,039121 m^2

b) 91 600,0023 − 1253,18 = 90 346,8223 m^2

c) 7 · 1400,0728 = 9800,5096 m^2

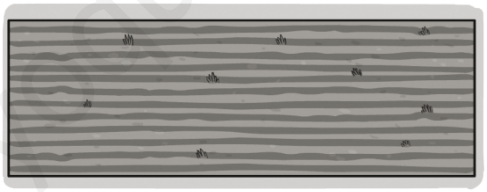
d) 15 000 007,000 008 · 12 = 180 000 084,000 096 m^2

48. Actividad resuelta

49. Andrés y Genoveva cultivan árboles frutales. Tienen un terreno de 25,3 ha de las cuales han sembrado1580 dam^2. ¿Cuántos metros cuadrados les quedan disponibles para seguir sembrando? ¿Y acres?

De los 253 000 m^2 han sembrado 158 000 m^2, les quedan 95 000 m^2, que equivalen a 95 000 : 4000 = 23,75 acres.

50. Un agricultor quiere vender este terreno.



250 m

375 m

a) Calcula su superficie en metros cuadrados y en kilómetros cuadrados.

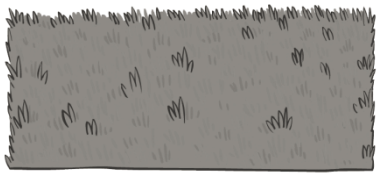
b) El comprador le ofrece 31 500 € por hectárea. ¿Cuál será el precio del terreno?

a) 375 · 250 = 93 750 m^2 = 0,093 75 km^2

b) 31 500 · 9,375 = 295 312,5 €

51. En el hipódromo hay que renovar el césped de la pista, que tiene 12 ha y 6 a de superficie. Para ello utilizan piezas de césped rectangulares como esta.

3 m



7 m

a) ¿Cuántas piezas necesitarán?

b) Si cada pieza cuesta 80 €, ¿cuánto cuesta en total la renovación del césped?

a) Cada pieza mide 21 m^2, y la pista mide 12 · 10 000 + 6 · 100 = = 120 600 m^2.

Necesitan 120 600 : 21 = 5742,85… , es decir, 5743 piezas.

b) Cuesta 80 · 5743 = 459 440 €

www.yoquieroaprobar.es

52. Indica la unidad de volumen adecuada en cada caso.

a) Volumen de un bote de refresco

b) Volumen de un edificio

c) Volumen de una clase

d) Volumen de un grano de arroz

e) Volumen de un planeta

a) Centímetros cúbicos

b) Metros cúbicos

c) Metros cúbicos

d) Milímetros cúbicos

e) Kilómetros cúbicos

53. Expresa los siguientes volúmenes en metros cúbicos.

a) 0,017 km^3

b) 4,03 hm^3

c) 9952 dm^3

d) 1,73 dam^3

e) 4 000 000 cm^3

f) 80 000 000 mm^3

a) 17 000 000 m^3

b) 4 030 000 m^3

c) 9,952 m^3

d) 1730 m^3

e) 4 m^3

f) 0,08 m^3

54. Ordena los siguientes volúmenes de menor a mayor.

a) 45 dam^3; 0,087 hm^3; 7500 m^3; 10 000 mm^3

b) 2 hm^3; 345 m^3; 0,0001 km^3; 10 cm^3

a) 45 dam^3 = 45 000 m^3; 0,087 hm^3 = 87 000 m^3; 7500 m^3; 10 000 mm^3 = 0,000 01 m^3

El orden es 10 000 mm^3 < 7500 m^3 < 45 dam^3 < 0,087 hm^3

b) 2 hm^3; 345 m^3; 0,0001 km^3 = 0,1 hm^3; 10 cm^3. No es necesario poner todos en la misma unidad, solo los dos valores que pueden estar más próximos, en los que puede haber dudas.

El orden es 10 cm^3 < 345 m^3 < 0,0001 km^3 < 2 hm^3

55. Actividad resuelta

56. Expresa los siguientes volúmenes en forma compleja.

a) 41 326 596,5 m^3

b) 80 005 004 152,76 mm^3

c) 16 485,742 15 dam^3

d) 2,057 781 442 69 km^3

a) 41 $hm^3$326 dam^3 596 m^3 500 dm^3

b) 80 $m^3$5 dm^3 4 cm^3 152,76 mm^3

c) 16 hm^3 485 $dam^3$742 $m^3$150 dm^3

d) 2 $km^3$57 hm^3 781 dam^3 442 m^3 690 dm^3

57. Expresa los siguientes volúmenes en metros cúbicos.

a) 13 hm^3 25 dam^3 428 m^3 20 dm^3

b) 512 dam^3 1465 dm^3 7 cm^3 3248 mm^3

c) 0,012 km^3 3 dam^3 0,25 cm^3

d) 512 hm^3 15 dam^3 7822 cm^3 32 mm^3

a) 13 025 428,02 m^3

b) 512 000 + 1,465 + 0, 000 007 + 0,000 003 248 = 512 001,465 010 248 m^3

c) 12 000 000 + 3 000 + 0,000 000 25 = 12 003 000,000 000 25 m^3

d) 512 000 000 + 15 000 + 0,007 822 + 0,000 000 032 = 512 015 000,007 822 032 m^3

www.yoquieroaprobar.es

58. Expresa en litros estas medidas de volumen.

a) 458,2 cm^3 **d) 0,752 m^3**

b) 31 546,4 mm^3 **e) 0,016 dam^3**

c) 0,8 km^3 **f) 256 hm^3**

a) 0,4582 dm^3 = 0,4582 L **d)** 752 dm^3 = 752 L

b) 0,031 5464 dm^3 = 0,031 546 4 L **e)** 16 000 dm^3 = 16 000 L

c) 800 000 000 000 dm^3 = 800 000 000 000 L **f)** 256 000 000 000 dm^3 = 256 000 000 000 L

59. Expresa en centímetros cúbicos estas medidas.

a) 1,05 daL **c) 20,08 cL**

b) 415,3 mL **d) 33 L**

a) 10 500 mL = 10 500 cm^3 **c)** 200,8 cm^3

b) 415,3 cm^3 **d)** 33 000mL = 33 000 cm^3

60. Para hallar el volumen de una piscina, se multiplican sus tres dimensiones (largo por ancho por profundidad). Una piscina olímpica debe medir 50 m de largo, al menos21 m de ancho y como mínimo 2 m de profundidad. ¿Cuáles su capacidad en litros?

Como mínimo mide 50 · 21 · 2 = 2 100 m^3, luego su capacidad es de 2 100 kL = 2 100 000 L.

61. Ordena de menor a mayor.

45 cm^3	**10 cL**	**0,0095 m^3**	**18 700 mL**	**2 dm^3**	**6 dL**
0,045 L	0,1 L	9,5 L	18,7 L	2 L	0,6 L

Expresamos todas las medidas en la misma unidad.

El orden es: 45 cm^3 < 10 cL< 6 dL< 2 dm^3 < 0,0095 m^3 < 18 700 mL

62. Observa la capacidad de este bote de refresco (33 cL)

a) Exprésala en centímetros cúbicos y en litros.

b) ¿Cuántos botes harían falta para llenar un cubo con una capacidad de 165 dL?

a) 33 cL = 330 cm^3 = 0,33 L

b) Harían falta 1650 :33 = 50 botes.

63. La pinta es una unidad usada en el sistema anglosajón. En el Reino Unido equivale a unos 568 mL. ¿Cuántas pintas tendrá 1 m^3?

En 1 m^3 = 1 000 L cabrán 1 000 : 0,568 = 1760,56…; aproximadamente 1761 pintas.

64. Si la arista de un cubo mide medio metro, ¿su volumen es medio metro cúbico? Compruébalo.

Su volumen es $0,5^3$ = 0,125 m^3, no es medio metro cúbico.

65. Cuando se habla de la capacidad de los embalses, se suele expresar utilizando hectómetros cúbicos. El embalse de La Serena, el mayor de España, se encuentra en la provincia de Badajoz, y tiene una capacidad de 3219 hm^3.

a) Calcula su capacidad en litros.

b) Si el embalse está a $\frac{4}{5}$ de su capacidad, ¿cuánta agua contiene?

a) 3219 hm^3 = 3 219 000 000 000 dm^3 = 3 219 000 000 000 L

b) Contiene 4 · 3 219 000 000 000 : 5 = 2 575 200 000 000 L

www.yoquieroaprobar.es

66. Busca cuatro formas distintas de pagar 3,75 €.

Respuesta modelo:

2 + 1 + 0,5 + 0,2 + 0,05; 1 + 1 + 1 + 0,5 + 0,2 + 0,05

2 + 1 + 0,5 + 0,1 + 0,1 + 0,05; 2 +1+ 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,1 + 0,05

67. Actividad resuelta

68. Si 1 € = 1,41 $, indica el valor en dólares de las siguientes cantidades.

a) 1000 €

b) 221,43 €

a) 1 410 $

b) 221,43 · 1,41 = 312,22 $

c) 100 000 €

d) 125 €

c) 141 000 $

d) 125 · 1,41 = 176,25 $

69. Noelia quiere llevar 300 libras esterlinas (£) a Londres. El cambio oficial es de 0,86 £ por cada euro. ¿Cuántos euros tendrá que cambiar?

Necesita 300 : 0,86 = 348,84 €.

70. Un euro (€) equivale a 0,86 libras esterlinas (£), y una libra esterlina equivale a 19,56 pesos mexicanos ($).

a) ¿A cuántos pesos mexicanos equivale un euro?

b) ¿A cuántos euros y pesos mexicanos equivalen 100 £?

a) 1 € = 0,86 · 19,56 = 16,82 $

b) 100 £ = 100 : 0,86 = 116,28 €. 100 £ = 100 · 19,56 = 1956 $

71. En un periódico aparece la siguiente tabla de conversión de divisas.

Par	USD	EUR	GBP	JPY
USD	1	0,7495	0,6448	96,26
EUR	1,3343	1	0,8604	128,43
GBP	1,5507	1,1623	1	149,26
JPY	0,0104	0,0078	0,0067	1

a) ¿Qué significa el 1 que aparece en la diagonal?

b) En la tabla falta uno de los valores. Calcúlalo.

c) Calcula el valor de 25 € en cada una de las divisas restantes.

a) En la diagonal aparece la misma divisa en la fila y la columna.

b) El valor será el inverso de 149,26, es decir, 0,0067, aproximadamente.

c) Multiplicando por el valor correspondiente en la fila del euro, se obtiene que 25 € = 33,3575 $ = 21,51 £ = 3210,75 yenes.

72. Enumera cinco instrumentos de medida distintos.

Respuesta modelo: una regla, una balanza, un termómetro, un barómetro y una jarra graduada.

73. En una receta aparecen los siguientes ingredientes: 1 taza de arroz, 4 champiñones, una pizca de sal, abundante aceite, 1 diente de ajo, 1 loncha de jamón

a) ¿Cuáles de estas medidas son menos precisas?

b) Si una persona sigue esta receta, ¿con qué ingredientes puede cometer algún error?

a) Las medidas que no se expresan con cantidades son menos precisas: una pizca de sal, abundante aceite.

b) Puede equivocarse con las medidas menos precisas.

www.yoquieroaprobar.es

74. Con una regla milimetrada se ha medido la longitud de una tira de papel, y se ha obtenido 12,3 cm.

a) ¿La medida real puede ser 12,33 cm? ¿Y 12,27 cm?

b) ¿Es posible que la tira mida 13 cm?

c) ¿Qué error se ha cometido, como máximo?

a) La medida podría ser cualquiera de esas dos, al redondear a los milímetros se obtiene 12,3 cm.

b) No es posible, el error es excesivo.

c) El error máximo es de 1 mm, que es la unidad más pequeña de la regla.

75. Un palmo de Julio mide entre 15 y 16 cm. ¿Entre qué dos valores estará comprendida la altura de su hermano si ha medido 9 palmos? ¿Cuál es el error máximo de la estimación?

La altura estará entre 135 cm y 144 cm, con un error máximo de 9 cm.

76. Expresa las siguientes medidas en metros.

a) 32,5671 km

b) 145 267 mm

c) 13,2 dam

d) 25,42 dm

e) 0,012 hm

f) 155,5 cm

a) 32567,1 m

b) 145, 267 m

c) 132 m

d) 2,542 m

e) 1,2 m

f) 1,555 m

77. Expresa las siguientes medidas en kilómetros.

a) 156,482 hm

b) 23 001 cm

c) 3325 dam

d) 42 000 dm

e) 502 m

f) 2 650 000 mm

a) 15,6482 km

b) 0,23001 km

c) 33,25 km

d) 4,2 km

e) 0,502 km

f) 2, 650 km

78. Copia y completa la siguiente tabla de equivalencias.

hm	dam	m	dm	cm
45	450	4500	45 000	450 000
0,0652	0,652	6,52	65,2	**652**
2,567	25,67	**256,7**	2567	25670
1,233	**12,33**	123,3	1233	12330
0,000789	0,00789	0,0789	**0,789**	7,89

79. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

a) 17 hm = ●●● dam = ●●● dm

b) 0,0458 km = 4,58 ●●●= 4580 ●●●

c) 15 421 mm = ●●● m = 154,21 ●●●

d) 167 dm = ●●● mm = 0,0167 ●●●

a) 17 hm = 170 dam = 17000 dm

b) 0,0458 km = 4,58 dam= 4580 cm

c) 15 421 mm = 15,421 m = 154,21 dm

d) 167 dm = 16 700 mm = 0,0167 km

80. Expresa las siguientes medidas en metros.

a) 3 km 7 hm 2 dam 5 m

b) 16 dam 5 m 3 dm 5 cm

c) 7 hm 3 m 5 cm

d) 4,3 dam 58 m 73,4 dm

e) 5 km 9 dam 2 dm 3 cm

f) 0,86 km 3 hm 16 dam 22,45 dm

a) 3725 m

b) 165,35 m

c) 700 + 3 + 0,05 = 703,05 m

d) 43 + 58 + 7,34 = 108,34 m

e) 5000 + 90 + 0,2 + 0,03 = 5090,23 m

f) 860 + 300 + 160 + 2,245 = 1322,245 m

www.yoquieroaprobar.es

81. Escribe en forma compleja.

a) 652,4 dam

b) 1682,45 cm

a) 6 km 5 hm 2 dam 4 m

b) 1 dam 6 m 8 dm 2 cm 4,5 mm

c) 35,908 m

d) 3,4178 hm

c) 3 dam 5 m 9 dm 8 mm

d) 3 hm 4 dam 1 m 7 dm 8 cm

82. Actividad resuelta.

83. Realiza las siguientes operaciones.

a) 0,74 km + 16,33 dam + 4588 dm

b) 6 hm 5 dam 7 m − 3 dam 8 dm 9 cm

a) 740 + 163,3 + 458,8 = 1362,1 m

b) 657 – 30,89 = 626,11 m

c) 5 · (4 dam 7 m 3 cm 6 mm)

d) (8 hm 9 m 6 dm 5 cm 5 mm) : 11

c) 5 · 47,036 = 235,18 m

d) 809,655 : 11 = 73,605 m

84. Expresa las siguientes medidas en gramos, decagramos y kilogramos.

a) 485 hg

b) 46 mg

c) 0,0024 t

a) 48,5 kg = 4850 dag = 48500 g

b) 0,000 046 kg = 0, 004 6 dag = 0, 046 g

c) 2,4 kg = 240 dag = 2400 g

d) 15 428 cg

e) 0,06 q

f) 439 dg

d) 0,15428 kg = 15,428 dag = 154,28 g

e) 6 kg = 600 dag = 6000 g

f) 0,0439 kg = 4,39 dag = 43,9 g

85. Expresa las siguientes masas en gramos.

a) 17 dg 6 cg

b) 7 hg 1 dg

a) 1,7 + 0,06 = 1,76 g

b) 700,1 g

c) 2 dag 9 g 3 dg 9 cg

d) 6 kg 477 dag

c) 29,39 g

d) 6000 + 4770 = 10770 g

86. Expresa en forma compleja.

a) 5415,62 kg

b) 76,499 hg

a) 5 t 4 q 1 mag 5 kg 6 hg 2 dag

b) 7 kg 6 hg 4 dag 9 g 9 dg

c) 10,109 dag

d) 9 962 235 mg

c) 1 hg 1 g 9 cg

d) 9 kg 9 hg 6 dag 2 g 2 dg 3 cg 5 mg

87. Realiza las siguientes operaciones.

a) 5 t + 4 q + 12 900 kg

b) 99,37 kg – 165 992 dg

Expresamos todas las medidas en kilogramos:

a) 5000 + 400 + 12 900 = 18 300 kg

b) 99,37 – 16,5992 = 82,7708 kg

c) 10 · (2 mag 5 kg 9 hg)

d) (6 kg 9 hg 5 g 7 dg) : 4

c) 10 · 25,9 = 259 kg

d) 6,9057 : 4 = 1,726 425 kg

88. Expresa las siguientes medidas de capacidad en litros.

a) 16 daL

b) 0,05 hL

a) 160 L

b) 5 L

c) 520 cL

d) 14 612 mL

c) 5,2L

d) 14, 612L

www.yoquieroaprobar.es

89. Expresa las siguientes medidas de capacidad en centilitros.

a) 5 L **b) 0,0067 kL** **c) 2 daL 3 L 3 dL 8 Cl** **d) 1,6 L 488 mL**

a) 500 cL **b)** 670cL **c)** 2338 cL **d)** 160 + 48,8 = 208,8 cL

90. Expresa en forma compleja.

a) 3,457 68 kL

b) 21,903 daL

c) 290 672 mL

d) 348,2 dL

a) 3 kL 4 hL 5 daL 7 L 6 dL 8 cL

b) 2 hL 1 daL 9 L 3 cL

c) 2 hL 9 daL 6 dL 7 cL 2 mL

d) 3 daL 4 L 8 dL 2 cL

91. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

a) 15 L = ●●● kL = ●●● dL = ●●● daL

b) 8,89 hL = 8890 ●●● = ●●● kL = 889 000 ●●●

c) 345,179 kL = ●●● daL = ●●● dL = 345 179 ●●●

d) 5321 mL = 5,321 ●●● = 0,005 321 ●●● = ●●● L

a) 15 L = 0,015kL = 150dL = 1,5daL

b) 8,89 hL = 8890 dL= 0,889kL = 889 000 mL

c) 345,179 kL = 34517,9 daL = 3451790 dL = 345 179 L

d) 5321 mL = 5,321 L= 0,005 321 kL= 5,321 L

92. Actividad resuelta

93. Indica en cada caso cuánto falta o cuánto sobra para completar un litro.

a) 23 cL 48 mL

b) 1 dL 7 mL

c) 92 cL 92 mL

d) 0,0073 kL

a) 0,23 + 0,048 = 0,278 L; 1 – 0,278 = 0,722 L

b) 0,107 L. Faltan 0,893 L

c) 0,92 + 0,092 = 1,012 L; sobran 0,012 L

d) 7,3 L. Sobran 6,3 L

94. Realiza las siguientes operaciones.

a) 2 L 3 dL 7 cL + 7 L 6 dL 8 cL

b) 24,37 kL – 4555 daL

c) 7 · (2 hL 5 daL 6 L)

d) (6 kL 5 daL 5 L 2 dL) : 5

Expresamos todas las medidas en litros.

a) 2,37 + 7,68 = 10,05 L

b) 24 370 – 45 550 = – 21 180 L

c) 7 · 256 = 1792 L

d) 6055,2 : 5 = 1211,04 L

95. Expresa las siguientes medidas en metros cuadrados.

a) 36 dam^2 **b) 1255 mm^2** **c) 1,9 hm^2** **d) 150 cm^2**

a) 3600 m^2 **b)** 0,001255 m^2 **c)** 19 000 m^2 **d)** 0,015 m^2

96. Expresa las siguientes medidas en centímetros cuadrados.

a) 8 hm^2 6 dam^2

b) 37 dam^2 15 m^2

c) 1,9 m^2 16,88 dm^2

d) 1 m^2 150 cm^2 488 mm^2

a) 800 000 000 + 6000000 = 806 000 000 cm^2

b) 37 000 000 + 150 000 = 3 7150 000 cm^2

c) 19 000 + 1688 = 20 688 cm^2

d) 10 000 + 150 + 4,88 = 10 154,88 cm^2

97. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

a) 6 hm^2 = ●●● dam^2 = ●●● dm^2

b) 0,047 km^2 = 4,7 ●●● = 47 000 ●●●

c) 3 600 000 mm^2 = ●●● m^2 = 0,036 ●●●

d) 8,45 dm^2 = ●●● mm^2 = 0,000 845 ●●●

a) 6 hm^2 = 600 dam^2 = 6 000 000 dm^2

b) 0,047 km^2 = 4,7 hm^2 = 47 000 m^2

c) 3 600 000 mm^2 = 3,6 m^2 = 0,036 dam^2

d) 8,45 dm^2 = 84 500 mm^2 = 0,000 845 dam^2

www.yoquieroaprobar.es

98. Expresa las siguientes medidas en áreas.

a) 167 m^2 **b) 15 000 mm^2** **c) 4,858 dam^2** **d) 3 km^2 76 hm^2**

a) 1,67 a **b)** 0,00 015 a **c)** 4,858 a **d)** 37 600 a

99. Expresa las siguientes medidas en metros cuadrados.

a) 25 ha
b) 47 205 ca
c) 175 843 ca
d) 3 ha 45 a 77 ca
e) 56,8 ha 311,5 a
f) 5,6 ha 9 a 63,2 ca

a) 250 000 m^2
b) 47 205 m^2
c) 175 843 m^2
d) 34 577 m^2
e) 568 000 + 31150 = 59 9150 m^2
f) 56 963,2 m^2

100. Escribe en forma compleja.

a) 2216,43 dm^2
b) 3621,5 m^2
c) 59 359,08 dam^2
d) 1670,54 mm^2

a) 22 m^2 16 dm^2 43 cm^2
b) 36 dam^2 21 m^2 50 dm^2
c) 5 km^2 93 hm^2 59 dam^2 8 m^2
d) 16 cm^2 70,54 mm^2

101. Suma las siguientes medidas de superficie.

a) 2 hm^2 + 165 dam^2 + 98 200 m^2
b) 16 ha + 475 a + 9900 ca
c) 16 hm^2 25 dam^2 88 m^2 + 7 ha 19 a 45 ca
d) 288 dm^2 + 4915 cm^2 + 77,4 m^2

Expresamos todas las medidas en metros cuadrados.

a) 20 000 + 16 500 + 98 200 = 134 700 m^2
b) 160 000 + 47 500 + 9900 = 217 400 m^2
c) 162 588 + 71 945 = 234 533 m^2
d) 2,88 + 0,4915 + 77,4 = 80,7715 m^2

102. Expresa las siguientes medidas en metros cúbicos.

a) 415 dam^3
b) 22 000 000 mm^3
c) 0,079 hm^3
d) 250 dm^3

a) 415 000 m^3
b) 0,022 mm^3
c) 79 000 m^3
d) 0,25 m^3

103. Expresa en forma compleja.

a) 4 778 558 m^3
b) 26 623 165 cm^3
c) 2251,4778 cm^3
d) 9988,007 421 hm^3

a) 4 hm^3 778 dam^3 558 m^3
b) 26 m^3 623 dm^3 165 cm^3
c) 2 dm^3 251 cm^3 477,8 mm^3
d) 9 km^3 988 hm^3 7 dam^3 421 m^3

104. Expresa las siguientes medidas en centímetros cúbicos.

a) 18 dm^3 675 cm^3
b) 0,00715 m^3
c) 0,12 m^3 441 dm^3
d) 150 cm^3 4988 mm^3

a) 18 675 cm^3
b) 7150 cm^3
c) 120 441 000 cm^3
d) 154,988 cm^3

105. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes igualdades.

a) 3548 dm^3 = ●●●dam^3 = ●●●m^3
b) 0,007 km^3 = 7 ●●●= 7 000 000 ●●●
c) 3 600 000 mm^3 = ●●●m^3 = 3,6 ●●●
d) 1211,4 dm^3 = ●●●mm^3 = 0,0 012 114 ●●●

a) 3548 dm^3 = 0,003 548dam^3 = 3,548m^3
b) 0,007 km^3 = 7 hm^3= 7 000 000 m^3
c) 3 600 000 mm^3 = 0,0036m^3 = 3,6 dm^3
d) 1211,4 dm^3 = 1 211 400 000mm^3 = 0,001 211 4 dam^3

www.yoquieroaprobar.es

106. Ordena de menor a mayor las siguientes medidas.

1 dam^3 0,000 18 hm^3 1675 m^3 0,001 km^3 0,000 11 m^3 12,35 cm^3 12 880 mm^3

Expresamos todas las medidas en la misma unidad.

1000 m^3 ; 180 m^3 ; 1675 m^3 ; 1 000 000m^3; 0,000 11 m^3 ; 0,000 012 35 m^3 ; 0,000 012 880 m^3

El orden es 12,35 cm^3 < 12 880 mm^3 < 0,000 11 m^3 < 0,000 18 hm^3 < 1 dam^3 < 1675 m^3 < 0,001 km^3

107. Indica en cada caso la cantidad que hace falta para completar un decímetro cubico.

a) 0,534 dm^3

b) 25 cm^3

c) 120 cm^3 488 mm^3

d) 645 778 mm^3

Expresamos todas las medidas en decímetros cúbicos:

a) 0,534 dm^3. Faltan 0,466 dm^3

b) 0,025 dm^3. Faltan 0,975 dm^3

c) 0,120 488 dm^3. Faltan 0,879 512 dm^3

d) 0,645 778 dm^3. Faltan 0,354 222 dm^3

108. Expresa estas medidas de capacidad en decímetros cúbicos.

a) 8,75 daL **b) 560 mL** **c) 6 kL 8 hL 3 L 9 dL** **d) 470 L 366 cL**

a) 87,5 dm^3 **b)** 0,56 dm^3 **c)** 6803,9 dm^3 **d)** 473,66 dm^3

109. Expresa estas medidas de capacidad en centímetros cúbicos.

a) 3,2 L **b) 26 cL** **c) 5 hL 4 daL 2 L 8 dL** **d) 160 cL 488 mL**

a) 3200 cm^3 **b)** 260 cm^3 **c)** 542 800 cm^3 **d)** 2088 cm^3

110. Expresa estas medidas de volumen en litros.

a) 333 cm^3 **b) 2000 mm^3** **c) 2 dm^3 45 cm^3** **d) 588 cm^3 9 mm^3**

a) 0,333 L **b)** 0,002 L **c)** 2,045 L **d)** 0,588 009 L

111. Ordena de menor a mayor.

980 cm^3 0,99 L 0,095 m^3 94 900 mL 0,9 dm^3 0,009 kL

Expresamos todas las medidas en litros.

0,98 L; 0,99 L; 95 L; 94,9 L; 0,9 L; 9 L

El orden es: 0,9 dm^3 < 980 cm^3 < 0,99 L < 0,009 kL < 94 900 mL < 0,095 m^3.

112. Realiza las siguientes operaciones.

a) 0,74 kL + 230 dm^3 – 45881 cm^3

b) 2 dam^3 5 m^3 7000 dm^3 – 3 hL 8 daL

c) 250 mL – 250 mm^3

d) 3,6 m^3 – 455 dL – 28,4 daL – 7540,45 cm^3

Expresamos todas las medidas en litros:

a) 740 + 230 – 45,881 = 924,119 L

b) 2 012 000 – 380 = 2 011 620 L

c) 0,25 – 0,000 25 = 0,24975 L

d) 3600 – 45,5 – 284 – 7,54045 = 3 262,959 55 L

113. Expresa en euros las siguientes cantidades.

a) 28 € 30 CENT **b) 28 € 3 CENT** **c) 147 CENT** **d) 4890 CENT**

a) 28,3 € **b)** 28,03 € **c)** 1,47 € **d)** 48,9 €

114. Indica cómo pagar las siguientes cantidades usando la menor cantidad posible de monedas y billetes.

a) 76,29 € **b) 10,93 €** **c) 127,81 €**

a) 50 + 20 + 5 + 1 + 0,2 + 0,05 + 0,02 + 0,02

b) 10 + 0,5 + 0,2 + 0,2 + 0,02 + 0,01

c) 100 + 20 + 5 + 2 + 0,5 + 0,2 + 0,1 + 0,01

www.yoquieroaprobar.es

115. En la tabla aparecen las equivalencias entre varias divisas.

Euro (€)	1
Dólar ($)	1,3296
Libra (£)	0,8605
Yen (¥)	130,3806

Realiza las siguientes conversiones.

a) 25 € en dólares

b) 2000 € en yenes

c) 40 £ en euros

d) 1000 $ en libras

a) 25 · 1,3296 = 33,24 $

b) 2000 · 130,3806 = 260 761,2 ¥

c) 40 : 0,8605 = 46,48 €

d) 1000 : 1,3296 · 0,8605 = 6477,19 £

116. Calcula el error absoluto cometido en cada una de las siguientes situaciones.

a) Una bolsa de naranjas tiene una masa de 1,98 kg y en la báscula pone 2 kg.

b) El alcalde de un pueblo de 2521 habitantes dice que tiene unos 2500.

c) Un pívot mide 213 cm, y en el periódico afirman que mide 2,15 m.

d) En una lata de espárragos pone que tiene una masa de200 g y en realidad tiene 208 g.

e) Una barra de cortina indica en la etiqueta que mide 2 my en realidad mide 198,5 cm.

a) 0,02 kg

b) 21 habitantes

c) 2 cm

d) 8 g

e) 15 mm

117. Al realizar varias mediciones se han redondeado los resultados. Indica el error absoluto cometido en cada caso.

Valor real	Aproximación
2,57 hg	260 g
924,33 cm^3	1 dm^3
0,333 L	33 cL
2857,43 dam	29 km
0,049 ha	5 dam^2
15,368 kg	15370 g

Valor real	Aproximación	Error
2,57 hg = 257 g	260 g	3 g
924,33 cm^3	1 dm^3 = 1 000 cm^3	75,67 cm^3
0,333 L	33 cL = 0,33 L	0,003 L
2857,43 dam	29 km = 2900 dam	42,57 dam
0,049 ha = 4,9 dam^2	5 dam^2	0,1 dam^2
15,368 kg = 15368 g	15370 g	2 g

118. Alfonso mide el patio de su casa, que es rectangular. Como no tiene ningún instrumento para medirlo, decide hacerlo en pasos. Obtiene unas medidas de 8 pasos de largo y unos 13 pasos y medio de ancho. La longitud de su paso es de 0,65 m. Si las dimensiones reales del patio son 5,5 m de ancho y 8,6 metros de largo, ¿cuál es el error cometido por Alfonso al medir? ¿Y al calcular la superficie a partir de sus pasos?

Error al medir el largo: $|8 \cdot 0{,}65 - 5{,}5| = 0{,}3$ m.

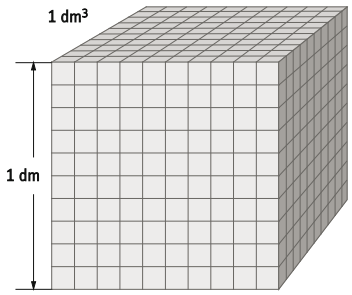
Error al medir el ancho: $|13{,}5 \cdot 0{,}65 - 8{,}6| = 0{,}175$ m.

Error al medir la superficie: $|8 \cdot 0{,}65 \cdot 13{,}5 \cdot 0{,}65 - 5{,}5 \cdot 8{,}6| = 1{,}67$ m^2.

119. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

120. Justifica que 1 dm^3 = 1000 cm^3 ayudándote de un dibujo.



Un decímetro cúbico es el volumen de un cubo de un decímetro de arista.

Si dividimos cada arista en unidades de 1 cm, se obtienen 1000cubitos, cada uno de los cuales mide1 cm^3.

121. Un decímetro cubico de agua destilada tiene una masa de un kilogramo.

a) Determina el volumen de 5 kg 4 hg 21 g de agua destilada y exprésalo en centímetros cúbicos.

b) ¿Existe alguna relación entre la masa del agua destilada expresada en gramos y su volumen dado en centímetros cúbicos?

a) 5,421 kg tienen un volumen de 5,421 dm^3, equivalentes a 5 421 cm^3.

b) El número que expresa la masa en gramos y el volumen en centímetros cúbicos es el mismo.

122. Mario mide 165 cm. Ha ido a ver la Torre Eiffel, en Paris, que tiene una altura de 324 m. ¿Cuántas veces es la torre más alta que Mario?

Como 324 : 1,65 = 196,3636…, la torre es unas 196 veces más alta que Mario.

123. Julián ha comprado 10 m de cuerda, y la ha dividido en tres trozos. El primer trozo mide 257 cm, y el segundo mide 67dm. ¿Cuánto medirá el tercer trozo?

Medirá 10 – 2,57 – 6,7 = 0,73 m.

124. En un restaurante han comprado 10 L de aceite y lo quieren repartir en aceiteras pequeñas de 15 cL de capacidad.

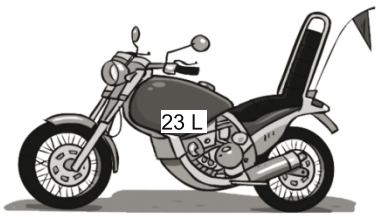
a) ¿Cuántas aceiteras se pueden llenar completamente?

b) ¿Qué cantidad de aceite sobra?

a) Como 10 : 0,15 = 66,666…, se llenan completamente 66 aceiteras.

b) Sobran 10 – 66 · 0,15 = 0,1 L

125. ¿Cuál es el volumen del depósito de esta motocicleta en centímetros cúbicos?



23 L equivalen a 23 dm^3, es decir, a 23 000 cm^3.

126. Actividad resuelta

127. Un campo de futbol tiene 7140 m^2 de superficie. La selva amazónica tiene una superficie aproximada de seis millones de kilómetros cuadrados. ¿A cuántos campos de futbol equivale?

Como 6 000 000 000 000 : 7140 = 840 336 134,5, la selva equivale a más de 840 millones de campos de fútbol.

www.yoquieroaprobar.es

128. Nuria mide la distancia que hay desde su casa hasta la casa de sus abuelos. En total ha dado 537 pasos. Si cada uno de sus pasos mide aproximadamente 60 cm, ¿a qué distancia se encuentra la casa de sus abuelos?

Se encuentra a unos $537 \cdot 60 = 32\,220$ cm = 322,2 m

129. Un tanque de agua tiene un volumen de 15,43 m^3.

a) El tanque está lleno hasta los $\frac{2}{5}$ de su capacidad. ¿Cuántos metros cúbicos de agua contiene?

b) ¿Cuántos litros de agua faltan para llenar ese tanque?

a) Contiene $2 \cdot 15{,}43 : 5 = 6{,}172$ m^3.

b) Faltan 9,258 m^3, que equivalen a 9258 L.

130. Hemos construido un pequeño cubo de 5 cm de lado con el que queremos llenar un recipiente de 4 L.

a) ¿Cuántos cubos harán falta para llenar el recipiente?

b) Si el recipiente tuviera una capacidad de 0,75 L, ¿se podría llenar con un número exacto de cubos?

a) Para llenar 4 dm^3 = 4000 cm^3 con cubos de $5^3 = 125$ cm^3 hacen falta $4000 : 125 = 32$ cubos.

b) Como $750 : 125 = 6$, se llenará con 6 cubos.

131. EMPRENDE

Para medir el tiempo sin reloj se suelen emplear varios trucos. En Estados Unidos, por ejemplo, se cuentan "Mississippis", ya que en decir esa palabra se tarda aproximadamente un segundo. Así, la frase "un Mississippi, dos Mississippis, tres Mississippis", leída a un ritmo normal, dura unos 3 segundos.

a) Cuenta 10 segundos de esta forma, mientras alguien cronometra ese tiempo. ¿Cuál es el error que cometes?

b) En español se puede utilizar alguna palabra de parecida longitud. Busca una palabra adecuada y realiza la misma prueba. Calcula el error que cometes con la palabra que has elegido y compara tu resultado con tus compañeros.

Respuesta abierta

132. La arroba era una unidad de masa usada en España durante siglos. La arroba castellana equivalía a 11,5 kg, y era la cuarta parte del quintal.

a) ¿Cuál era la masa de un quintal castellano?

b) El cerdo ibérico suele tener una masa de 14 o 15 arrobas. ¿A cuántos kilogramos equivalen?

a) Un quintal castellano equivalía a cuatro arrobas, es decir, a 46 kg.

b) Su masa estará entre 161 kg y 172,5 kg.

133. El médico ha mandado a un enfermo un medicamento en polvo. Estas son las instrucciones:

"Administrar 12 mg por cada kilogramo de masa del paciente, hasta un máximo de 0,75 g".

a) ¿Qué dosis debe tomar un paciente que tenga una masa de 60 kg?

b) ¿A partir de qué masa se alcanza la dosis máxima?

a) Tomaría $60 \cdot 12 = 720$ mg, no alcanza la dosis máxima.

b) La dosis máxima se alcanza a los $750 : 12 = 62{,}5$ kg.

134. Olga ha comprado una estantería para colocar sus libros. En la tienda le han dicho que cada balda puede soportar una masa máxima de 20 kg. Olga tiene 300 libros, cada uno de los cuales tiene una masa de unos 800 g de media. ¿Cuántas baldas necesitaría para poder colocar toda su colección?

Sus libros pesan $300 \cdot 0{,}8 = 240$ kg, y necesita $240 : 20 = 12$ baldas.

www.yoquieroaprobar.es

135. Un turista de Estados Unidos viaja a México durante sus vacaciones. En ese momento, el tipo de cambio es de 12,8 pesos por dólar.

a) Si cambió 375 dólares, ¿cuántos pesos lleva?

b) En una tienda, un pequeño recuerdo se vende por 15dólares o por 190 pesos. ¿Qué moneda debe elegir para pagar menos?

a) Lleva 375 · 12,8 = 4800 pesos.

b) Como 15 dólares equivalen a 15 · 12,8 = 192 pesos, debería pagar en pesos.

136. Marta va todos los días de su casa al instituto andando, pero no sabe qué distancia recorre Para poder medirla, cuenta el tiempo que tarda en hacer el trayecto, 17 minutos. El patio del instituto tiene525 m de perímetro, y andando al mismo ritmo tarda 7minutos en recorrerlo.

a) ¿Cuántos kilómetros recorrerá en una hora?

b) ¿Qué distancia hay, aproximadamente, entre su casa y el instituto?

a) Si en 7 minutos recorre 525 m, en 1 minuto recorre 75 m, y en una hora, 60 · 75 = 4500 m (4,5 km).

b) En 17 minutos recorre 17 · 75 = 1 275 m.

137. Guillermo viaja por el mundo con cierta frecuencia, y se ha hecho un lio con los cambios de divisas. Primero viajó a Londres, donde la moneda es la libra, que estaba a 1,16 euros. Después viajo a Noruega, donde la moneda es la corona, que equivalía a 0,9 libras. Para terminar, viajo a Rusia, donde el rublo cotizaba a 0,18 coronas. En Rusia compro un reloj que le costó 4500 rublos. ¿Qué precio tiene el reloj en euros?

Deshaciendo los cambios, 4500 rublos eran 4500 · 0,18 = 810 coronas, que equivalen a 810 · 0,9 = 729 libras, que a su vez equivalen a 729 · 1,16 = 845,64 €.

138. Colocamos seis toallas idénticas extendidas en la playa como indica la figura, formando un rectángulo cuyo perímetro medía 1260 cm.



¿Cuál es, en decímetros, el perímetro de cada toalla?

A. 54 **B. 30** **C. 27** **D. 21**

A. 54 dm. Como el largo de cada toalla es el doble del ancho, el perímetro del rectángulo equivale a la suma de 5 lados largos y 4 cortos, es decir, a 14 cortos. Por tanto, el ancho de la toalla es 1260 : 14 = 90 cm, su perímetro es 90 · 6 = 540 cm.

139. La distancia entre dos ciudades es de 150 km. Juan tiene un mapa en el que estas ciudades distan 300 mm.

¿Cuál es la escala del mapa de Juan?

A. 1 : 500 000 **B. 30 : 150** **C. 1 : 500** **D. 1 : 2000**

A. 1 : 500 000. Como a 150 000 m reales les corresponden 0,3 m del mapa, y 150 000 : 0,3 = 500 000, la escala es 1 : 500 000.

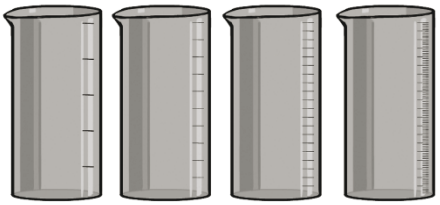
140. Una botella llena de cierto líquido tiene una masa de kilo y medio. Cuando está solo hasta la mitad su masa es 1200 g. Un camión que puede transportar hasta 9 toneladas, ¿cuántas botellas vacías podrá llevar?

A. 100 **B. 1000** **C. 10 000** **D. 100 000**

C. 10 000. El líquido de media botella pesa 300 g, luego el de la botella entera pesa 600 g, y la botella vacía pesa 900 g. El camión llevará 9000 : 0,9 = 10 000 botellas vacías.

www.yoquieroaprobar.es

141. En el laboratorio del instituto tienen cuatro tipos de vasos de 100 mL, con las siguientes graduaciones.



A. 20 mL B. 10 mL C. 5 mL D. 1 mL

¿Qué vaso utilizarías para medir 47 ml de una sustancia?

D. 1 mL. Es el único que permite medir 47 mL.

142. Observa esta conversación entre dos personas:

− La masa de esta botella es 80 g mayor que la de su tapón.

− ¿Cuál es la masa de cada cosa?

− Entre los dos, 85 g.

− Entonces es fácil… la masa del tapón es 5 g.

¿Es cierto?

No es cierto. Si el tapón pesara 5 g, la botella debería pesar 80 g más, es decir, 85 g, y sumarían 90 g.

El tapón pesa 2,5 g y la botella pesa 82,5 g.

www.yoquieroaprobar.es

PONTE A PRUEBA

Pequeños gestos que suman mucho

Problema resuelto

La sal de la vida

La Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda no consumir más de 5 g de sal al día. Sin embargo, el consumo medio en España casi duplica esa cantidad.

Carmen está siguiendo una dieta en la que no debe tomar más de 3 g de sal al día. A la hora de comer, tiene varios productos para elegir.

Producto	Cantidad de sal por cada 100 g de producto
Patatas fritas	6,5 dg
Atún en lata	0,31 g
Tomate frito	42 cg
Embutido	1,235 g
Judías	0,6 cg
Mantequilla	0,000 285 kg
Hamburguesa	0,056 dag
Galletas	6 dg
Pan	49 cg
Queso	0,45 g
Leche	5 mg

1. **Ordena los alimentos en función de la proporción de sal que contienen, de menor a mayor.**
2. **Antes de ver la lista, Carmen había elegido una hamburguesa de 150 g, 50 g de pan, 100 g de patatas fritas y 20 g de tomate frito. ¿Cuánta sal le aportaría esta comida?**
3. **Carmen decide que solo comerá los tres alimentos de la lista que contengan menos sal, ya que así podrá consumir más cantidad y no pasara hambre. ¿Es recomendable esa dieta? ¿Por qué?**

1. Expresamos todas las cantidades en la misma unidad y las ordenamos de menor a mayor.

Producto	Cantidad de sal por cada 100 g de producto
Leche	0,005 g
Judías	0,006 g
Mantequilla	0,285 g
Atún en lata	0,31 g
Tomate frito	0,42 g
Queso	0,45 g
Pan	0,49 g
Hamburguesa	0,56 g
Galletas	0,6 g
Patatas fritas	0,65 g
Embutido	1,235 g

2. Contiene $1{,}5 \cdot 0{,}56 + 0{,}5 \cdot 0{,}49 + 0{,}65 + 0{,}2 \cdot 0{,}42 = 1{,}819$ g de sal.

3. La dieta no es recomendable, ya que la leche, las judías y la mantequilla aportan poca sal, pero tampoco aportan los nutrientes necesarios.

www.yoquieroaprobar.es

Densidad

El agua y el aceite tienen distinta densidad. La densidad del aceite es, aproximadamente, 900 kg/m^3, lo que quiere decir que un metro cubico de aceite pesa 900 kg, mientras que la densidad del agua es 1000 kg/m^3.

En la tabla aparecen las densidades de algunas sustancias.

Sustancia	Densidad (kg/m^3)
Agua	1000
Agua de mar	1030
Alcohol	780
Cuerpo humano	950
Gasolina	680
Madera	700
Mercurio	13 580
Oro	19 300
Plomo	11 340
Sangre	1060

1. **Las sustancias aparecen por orden alfabético. Ordénalas de menor a mayor densidad.**
2. **¿Cuántos kilogramos pesará un litro de gasolina? ¿Y un litro de mercurio?**
3. **Al mezclar agua y aceite, el aceite flota, por ser menos denso. ¿Qué ocurre cuando hay un vertido de gasolina en el mar?**
4. **¿Dónde flotaría mejor una persona?**

   A. En una piscina **C. En un contenedor de gasolina**

   B. En el mar **D. En un depósito lleno de alcohol**

5. **El hielo tiene una densidad de 0,92 kg/m^3. Si congelamos un litro de agua, ¿el volumen de hielo será mayor o menor que un decímetro cúbico? Razona la respuesta y da un ejemplo que apoye tu teoría.**

1.

Sustancia	Densidad (kg/m^3)
Gasolina	680
Madera	700
Alcohol	780
Cuerpo humano	950
Agua	1000
Agua de mar	1030
Sangre	1060
Plomo	11340
Mercurio	13580
Oro	19300

2. Si 1 m^{3}de gasolina pesa 680 kg, 1 dm^3 pesará 0,68 kg. Por tanto, 1 L de gasolina pesa 0,68 kg. Del mismo modo, 1 L de mercurio pesa 13,58 kg.
3. La gasolina flota, ya que es menos densa que el agua de mar.
4. B. En el mar, ya que el agua de mar es la sustancia con mayor densidad de las cuatro.
5. 1 L de agua pesa 1 kg. En cambio, 1 kg de hielo ocupa un volumen de 1 : 0,92 = 1,087 dm^3, mayor que el del agua. Por eso, si introducimos una botella llena de agua en el congelador, la botella se rompe al congelarse el agua, ya que el volumen que contiene aumenta.

www.yoquieroaprobar.es

AUTOEVALUACIÓN

1. Expresa las siguientes medidas en decámetros.

a) 3,8996 km **b) 677 cm** **c) 0,034 85 hm** **d) 15 312 dm**

a) 389,96 dam **b)** 0,677 dam **c)** 0,3485 dam **d)** 153,12 dam

2. Realiza las siguientes operaciones.

a) 5 kg 6 hg 9 g + 82 900 mg

b) 361,5 kg − 0,235 q

c) 6 · (7 kg 9 dag 5 g 5 dg)

d) (9 mag 6 hg 8 g) · 16

Expresamos las medidas en cada operación en la misma unidad.

a) 5609 g + 82,9 g = 5691,9 g

b) 361,5 kg – 23,5 kg = 338 kg

c) 6 · 7095,5 g = 42 573 g

d) 90 608 g · 16 = 1 449 728 g

3. Un terreno mide 360 m^2. Expresa esta medida en las siguientes unidades.

a) Decímetros cuadrados **b) Hectáreas** **c) Decámetros cuadrados**

a) 36 000 dm^2 **b)** 0,036 ha **c)** 3,6 dam^2

4. Expresa las siguientes medidas en forma compleja.

a) 25 771 488 m^3 **b) 556 766,4992 dm^3**

a) 25 hm^3 771 dam^3 488 m^3 **b)** 556 m^3 766 dm^3 499 cm^3 200 mm^3

5. Expresa estas medidas en decímetros cúbicos y ordénalas de menor a mayor.

415 L **0,0415 dam^3** **41 500 mL** **4,15 m^3**

415 L = 415 dm^3 0,0415 dam^3 = 41 500 dm^3 41 500 mL = 41,5 dm^3 4,15 m^3 = 4 150 dm^3

41 500 mL < 415 L < 4,15 m^3 < 0,0415 dam^3

6. Una pared mide 5,6 m de largo y 3,2 m de alto. ¿Cuánto costará empapelarla con un papel que tiene un precio de 7 € por metro cuadrado?

La pared mide 5,6 · 3,2 = 17,92 m^2, y empapelarla costará 17,92 · 7 = 125,44 €.

7. Un termo tiene un depósito de 98 000 cm^3. ¿Qué capacidad tiene?

Su volumen ese de 98 dm^3, por lo que tiene una capacidad de 98 L.

8. En un viaje a Nueva York, Paula quiere comprar una cámara de fotos que cuesta 526 dólares. Si el tipo de cambio es de 1,35 dólares por euro, ¿cuál es el precio en euros de la cámara?

La cámara costará 526 : 1,35 = 389,629… euros, unos 389,63 €.

www.yoquieroaprobar.es

9. Para medir el grosor de una hoja de su libro, Daniel cuenta el número de páginas, 270, y mide el grosor de todas juntas, 0,12 dm. ¿Qué grosor tendrá cada hoja? Exprésalo en la unidad más apropiada.

En milímetros, cada hoja tiene un grosor de 12 : 270 = 0,044… mm.

10. Calcula el error cometido al tomar 4,8 kg como valor aproximado de 4797,36 g.

El error es 4800 – 4797,36 = 2,64 g.

www.yoquieroaprobar.es

11 Elementos geométricos

1. Representa cada una de las siguientes situaciones:

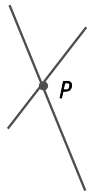
a) El punto *P* está contenido en dos rectas.

b) Los puntos *A*, *B* y *C* están alineados.

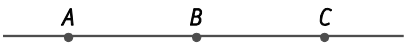
c) El punto *M* no pertenece a la recta *r*.

d) La recta *s* contiene al punto *C* y *D* pero no contiene al *P* ni al *Q*.

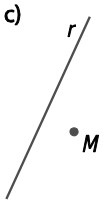
a)



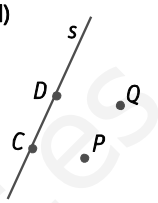
b)



c)

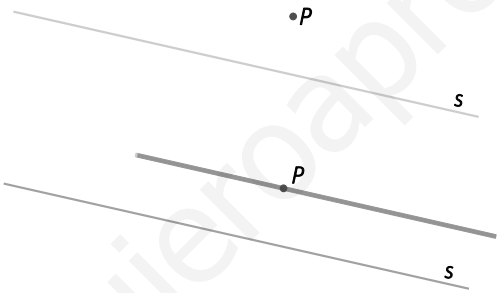


d)

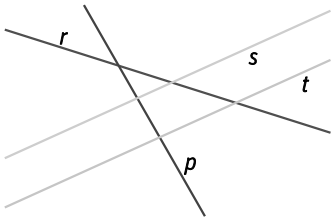


2. Actividad resuelta

3. Copia y dibuja en tu cuaderno una recta paralela a *s* que pase por *P*.



4. Indica qué rectas del siguiente dibujo son secantes, perpendiculares o paralelas. ¿Cuántos ángulos se forman?



Secantes: *r* y *p*; *r* y *s*; *r* y *t*; *p* y *s*; *p* y *t*

Perpendiculares: *p* y *s*; *p* y *t*

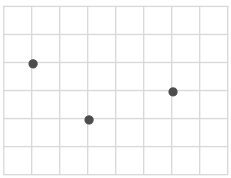
Paralelas: *s* y *t*

Se forman 20 ángulos.

www.yoquieroaprobar.es

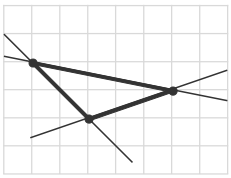
5. Copia y dibuja todas las rectas que pasen al menos por dos de los puntos. ¿Cuántos segmentos se forman?

a)



b)

a) Tres segmentos



b) Tres segmentos

6. Responde verdadero o falso en tu cuaderno.

a) Por dos puntos cualesquiera solo puede pasar una recta.

b) Por tres puntos cualesquiera solo puede pasar una recta.

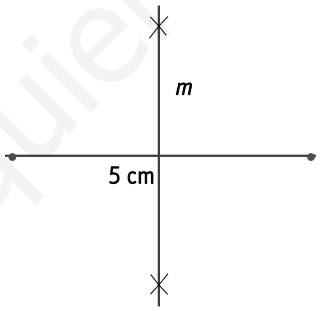
c) Por tres puntos cualesquiera pasan como mínimo dos rectas.

a) V

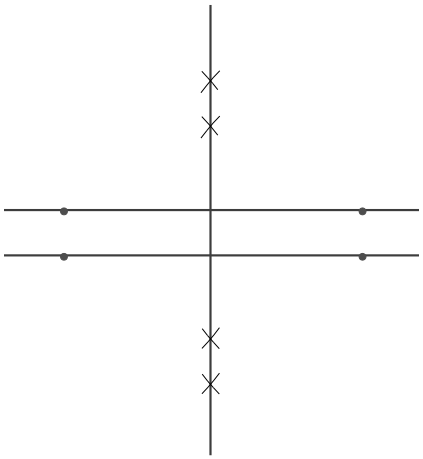
b) F

c) F

7. Dibuja un segmento de longitud 5 cm en tu cuaderno y traza su mediatriz.



8. Traza las mediatrices de dos segmentos paralelos de la misma longitud.



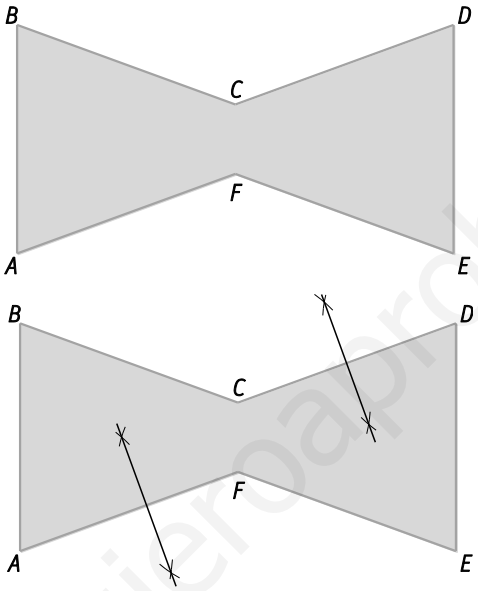
www.yoquieroaprobar.es

9. Copia la figura en tu cuaderno y traza la mediatriz del lado *AB*. ¿Qué observas?



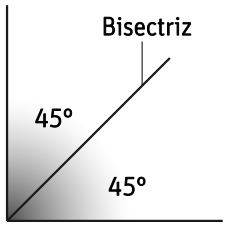
El triángulo queda dividido en dos partes iguales, la mediatriz es un eje de simetría, pasando por el vértice *C*.

10. Traza las mediatrices de los lados *AF* y *CD* de la siguiente figura. ¿Qué observas?



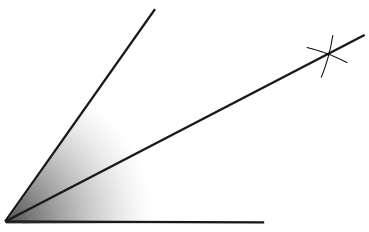
Se observa que son paralelas, porque *CD* y *AF* son paralelas.

11. Traza la bisectriz de un ángulo recto. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos resultantes?



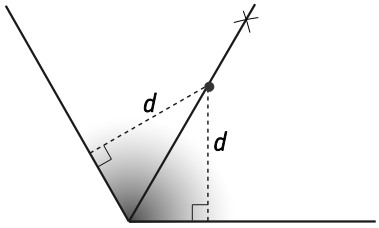
Cada uno de los ángulos mide 45º.

12. Dibuja un ángulo de 55° con ayuda del transportador y traza su bisectriz utilizando regla y compás. Comprueba que los dos ángulos que se forman son iguales.



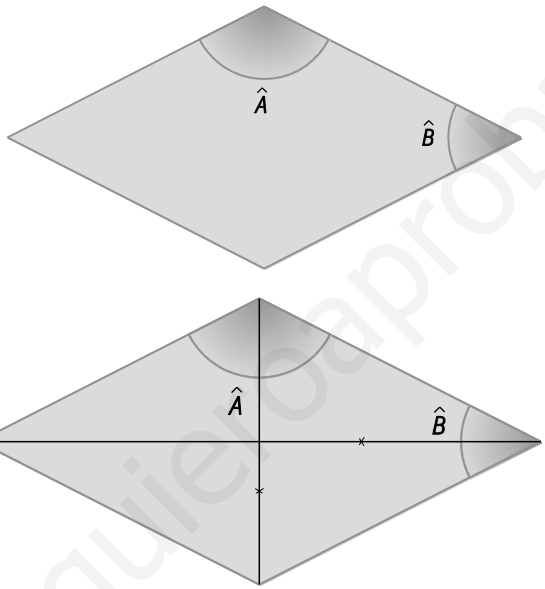
www.yoquieroaprobar.es

13. Dibuja un ángulo en tu cuaderno de 120° usando el transportador. Traza la bisectriz con regla y compás. Después elige un punto cualquiera que esté en la bisectriz y comprueba que está a la misma distancia de cada uno de los lados del ángulo.



La distancia del punto de la bisectriz a los lados del ángulo se debe medir con segmentos perpendiculares a los lados.

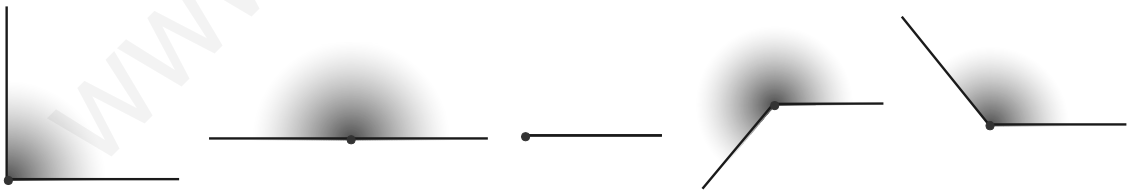
14. Copia la figura en tu cuaderno y traza las bisectrices de los ángulos *A* y *B*. ¿Qué observas?



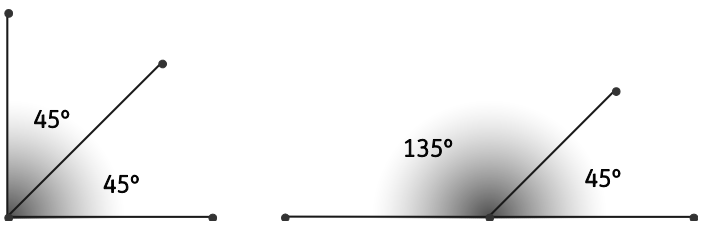
Se observa que son las diagonales del polígono, son perpendiculares y se cortan en el punto medio.

15. Utilizando los instrumentos de dibujo, representa en tu cuaderno los siguientes ángulos: recto, llano, nulo, cóncavo y obtuso.

Respuesta modelo:



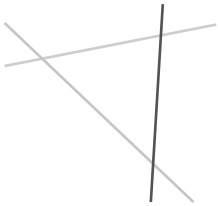
16. Dibuja un ángulo de 45° y sus ángulos complementario y suplementario. ¿Cuánto miden?

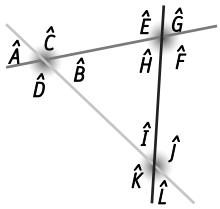


El complementario mide 45º, y el suplementario, 135º.

www.yoquieroaprobar.es

17. Copia la siguiente figura y nombra todos los ángulos. Indica los pares de ángulos que son opuestos por el vértice y los que son adyacentes.

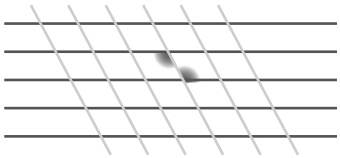




Opuestos por el vértice: A y B; C y D; E y F; G y H; $\hat{I}$ y L; J y K

Adyacentes: A y C; B y D; C y B; A y D; E y G; H y F; E y H; G y F; $\hat{I}$ y J; K y L; J y L; $\hat{I}$ y K

18. Copia en tu cuaderno la siguiente trama y colorea dos ángulos alternos internos. ¿Son iguales?



Sí son iguales. Cualquiera de ellos es igual a su opuesto por el vértice, que, a su vez, es el mismo ángulo que el otro alterno, puesto que se construye con la misma secante sobre una paralela.

19. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Grados	Minutos	Segundos
25º	●●●	●●●
●●●	3600'	●●●
	●●●	288 000"

Grados	Minutos	Segundos
25º	1500'	90 000"
60º	3600'	216 000"
80º	4800'	288 000"

20. Expresa en segundos los ángulos:

a) 35° 25' 42"

a) 127 542"

b) 110° 5' 30"

b) 396 330"

21. Expresa en forma compleja los siguientes ángulos.

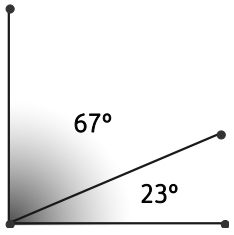
a) 3330"

a) 55' 30"

b) 253 512"

b) 70º 25' 12"

22. Dibuja dos ángulos que sean al mismo tiempo consecutivos y complementarios.



67º y 23º son dos ángulos consecutivos y complementarios.

www.yoquieroaprobar.es

23. Actividad interactiva

24. Actividad resuelta

25. Realiza las siguientes sumas y restas.

a) 12° 24' 13" + 24° 35' 50"

b) 45° 32' 46" + 55° 49' 14"

c) 38° 43' 46" − 24° 15' 50"

d) 13° 35' 10" − 12° 48' 13"

a) 37º 0' 3"

b) 101º 22'

c) 14º 27' 56"

d) 46' 57"

26. Realiza las multiplicaciones y divisiones.

a) (12° 24' 13") · 2

b) (24° 35' 50") · 5

c) (27° 73' 25") · 3

d) (55° 49' 14") : 3

e) (38° 43' 46") : 7

f) (14° 53' 49") : 4

a) 24º 48' 26"

b) 122º 59' 10"

c) 84º 40' 15 "

d) 18º 36' 24,7"

e) 5º 31' 58"

f) 3º 43' 27,3"

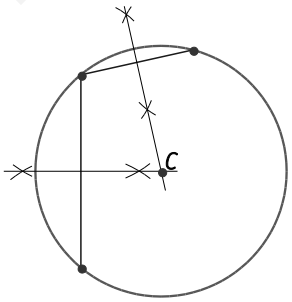
27. Si *A* y *B* son ángulos suplementarios, ¿cuánto mide el ángulo *B* si *A* mide 27° 1' 44"?

$B = 180º - 27º\ 1'\ 44'' = 152º\ 58'\ 16''$

28. Actividad interactiva

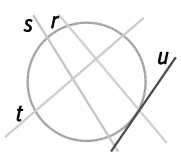
29. Actividad resuelta

30. Con ayuda de un bote de refresco u otro objeto circular, dibuja una circunferencia y encuentra su centro.

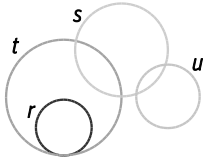


31. Indica la posición relativa:

a) De las rectas respecto de la circunferencia.



b) De las circunferencias entre sí.



a) Secantes: *r*, *s* y *t*. Tangente: *u*

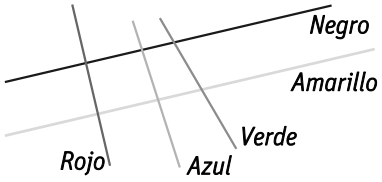
b) Secantes: *s* y *t*; *s* y *u*. Tangentes interiores: *r* y *t*. Exteriores: *t* y *u; r* y *u*.

www.yoquieroaprobar.es

32. Dos circunferencias tienen radios de 3 y 4 cm, respectivamente. Si sus centros se encuentran a 7 cm, ¿cuál es su posición relativa?

Son tangentes.

33. Observa la siguiente figura y completa la tabla en tu cuaderno, indicando las posiciones relativas de cada par de rectas:



	Roja	Azul	Verde	Negra	Amarilla
Roja	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
Azul	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
Verde	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
Negra	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●
Amarilla	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●

	Roja	Azul	Verde	Negra	Amarilla
Roja	-	Secantes	Secantes	Perpendiculares	Perpendiculares
Azul	Secantes	-	Secantes	Secantes	Secantes
Verde	Secantes	Secantes	-	Secantes	Secantes
Negra	Perpendiculares	Secantes	Secantes	-	Paralelas
Amarilla	Perpendiculares	Secantes	Secantes	Paralelas	-

34. Dibuja una recta y señala sobre ella tres puntos *A*, *B* y *C* con la condición de que *B* esté situado entre *A* y *C*.

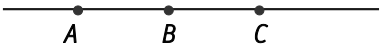
a) ¿El punto *A* pertenece al segmento *AC*?

b) ¿El segmento *BC* contiene al punto *A*?

c) ¿Pertenece el punto *B* al segmento *AC*?

d) ¿El punto *B* está contenido en la semirrecta de origen *A* y que contiene a *C*?

e) ¿Pertenece el punto *A* a la semirrecta de origen *B* y que contiene a *C*?



a) Sí

b) No

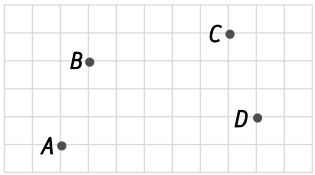
c) Sí

d) Sí

e) No

www.yoquieroaprobar.es

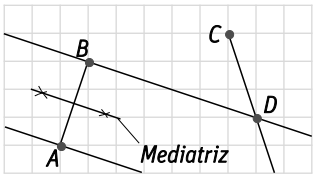
35. Copia en tu cuaderno estos puntos y dibuja los elementos que se indican.



a) El segmento *AB* y su mediatriz.

b) Una semirrecta con origen en *C* y que pase por *D*.

c) Una recta que pase por *D* y por *B* y una paralela a esta última que pase por *A*.



36. Copia el triángulo de la figura y sobre él, dibuja las siguientes rectas con regla y escuadra:



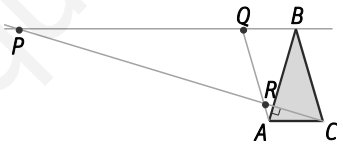
a) Una perpendicular a *AB* que pase por *C*.

b) Una paralela a *AC* que pasa por *B*.

c) Una paralela a *CB* que pase por *A*.

d) ¿Dónde se cortan las tres rectas? ¿Qué figura se obtiene?

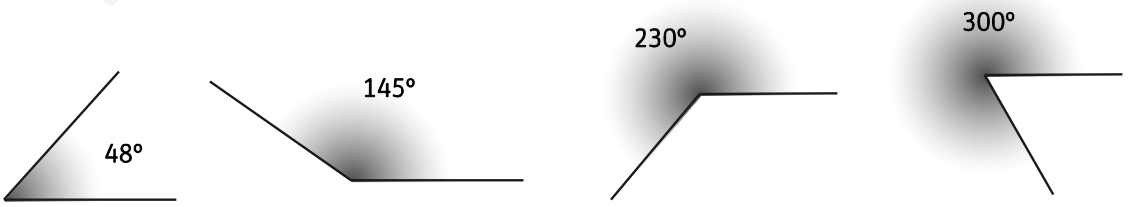
Se cortan en los puntos *P*, *Q* y *R* que forman un triángulo.



37. Actividad resuelta

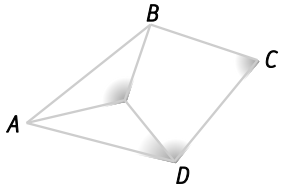
38. Dibuja en tu cuaderno, con ayuda del transportador, los siguientes ángulos.

a) 48° **b) 145°** **c) 230°** **d) 300°**



www.yoquieroaprobar.es

39. Clasifica los ángulos señalados en la figura.



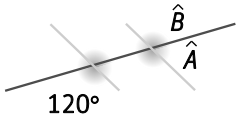
En el vértice D los dos ángulos señalados son acutángulos.

En C es acutángulo, el cuarto es obtusángulo.

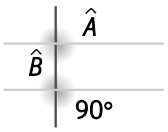
40. Actividad resuelta

41. ¿Cuál es el valor de los ángulos *A* y *B*?

a)



b)

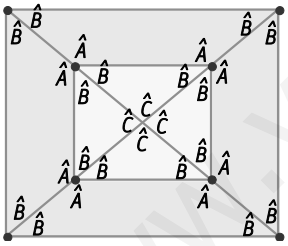


a) *B* mide 120º por ser alternos externos; *A* mide 60º por ser suplementario de *B*.

b) *A* = *B* = 90º por ser la recta roja perpendicular a las paralelas azules.

42. Copia la figura en tu cuaderno e indica los pares de ángulos adyacentes que encuentres.

¿Encuentras pares de ángulos consecutivos que no sean adyacentes?



Las parejas de ángulos *A* y *B* son adyacentes entre ellos.

También lo son las parejas *C* y *C*.

Las parejas *B* y *B* son complementarios.

43. Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

Grados	Minutos	Segundos
●●●	●●●	46 800
●●●	9000	●●●
5	●●●	●●●
●●●	●●●	324 000

Grados	Minutos	Segundos
13	780	46 800
150	9000	540 000
5	300	18 000
90	5400	324 000

www.yoquieroaprobar.es

44. Expresa las siguientes medidas angulares en segundos.

a) 24° 42'

b) 16° 35' 23"

a) 88 920"

b) 59 723"

c) 54° 15' 11"

d) 120° 30"

c) 195 311"

d) 432 030"

45. Expresa las siguientes amplitudes en forma compleja.

a) 936'

b) 145 510"

a) 15º 36'

b) 40º 25' 10"

c) 74 875"

d) 269 550"

c) 20º 47' 55"

d) 74º 52' 30"

46. ¿Cuáles de los siguientes ángulos son iguales?

a) 36° 27'

b) 36° 1620"

c) 35° 87'

d) 35° 3623"

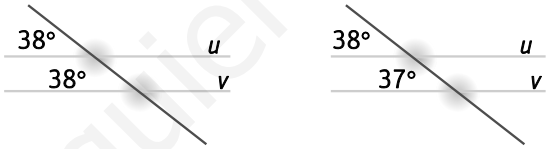
Son iguales el a, b y c.

47. Ordena los siguientes ángulos.

105' **1° 10"** **1° 1' 9"**

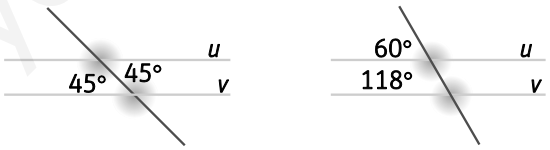
Orden de mayor a menor: 105' > 1° 1' 9" > 1° 10"

48. ¿Son paralelas las rectas *u* y *v* en cada caso?



a) A partir de lo que has observado, ¿cuándo dos rectas son paralelas?

b) Utiliza el criterio que has establecido para decir si las rectas *u* y *v* son paralelas.



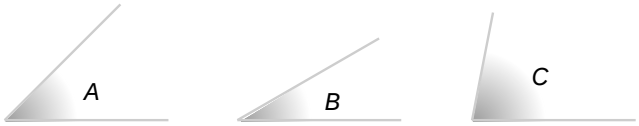
En el primer caso sí, pero en el segundo no son paralelas, porque la recta secante no forma los mismos ángulos sobre las supuestas rectas paralelas.

a) Respuesta modelo: dos rectas son paralelas si al cortarlas con una recta secante los ángulos en la misma posición son iguales.

b) El primer caso son paralelas, en el segundo no, ya que 60º y 118º no son suplementarios.

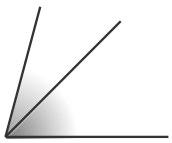
www.yoquieroaprobar.es

49. Realiza gráficamente en tu cuaderno las siguientes operaciones con los ángulos *A*, *B* y *C* .

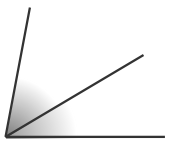


a) $A+B$ **b)** $C-B$ **c)** $3C$

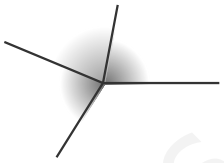
a)



b)



c)



50. Mide cada uno de los ángulos de la actividad anterior con el transportador de ángulos, realiza las operaciones numéricamente y comprueba la solución obtenida.

a) 45º + 30º = 75º **b)** 80º – 30º = 50º **c)** 3 · 80º = 240º

51. El ángulo *A* mide 37° 23' 52". Calcula:

a) El ángulo suplementario de *A*.

b) La mitad de *A*.

c) El triple de *A*.

d) El complementario de *A*.

a) 142º 36' 8"

b) 18º 41' 56"

c) 112º 11' 36"

d) 52º 36' 8"

52. Realiza las siguientes operaciones.

a) 58° 23' 15" + 12° 47' 33"

b) 62° 14' 25" − 55° 45' 18"

c) (24° 38' 15") · 2

d) (28° 12' 36") : 3

a) 71º 10' 48"

b) 6º 29' 7"

c) 49º 16' 30"

d) 9º 24' 12"

53. Completa las siguientes igualdades.

a) 23° 32' 34" + 34° 53' 42" = • • •

b) 45° 54' 37" − • • • = 31° 35' 10"

c) • • • · 2 = 31° 40'

d) • • • : 3 = 15° 12' 13"

a) 58º 26' 16"

b) 14º 19 '27"

c) 15º 50'

d) 45º 36' 39"

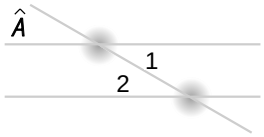
54. En el siguiente triángulo isósceles, cada uno de los ángulos iguales mide 43° 22'. Si la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180°, ¿cuánto mide el tercero?



Mide 93º 16'.

www.yoquieroaprobar.es

55. Sabiendo que A mide 26° 32' 54":



a) Calcula el valor de todos los ángulos que encuentras en la figura.

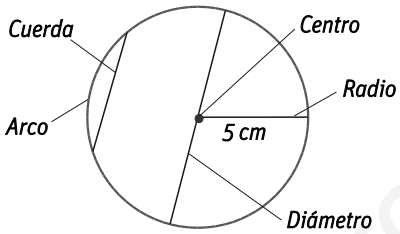
b) Indica cuáles son adyacentes y cuáles son alternos internos.

a) Los cuatro ángulos sin sombrear toman el valor de 26º 32’ 54’’. Los ángulos sombreados miden 153º 27’ 6’’.

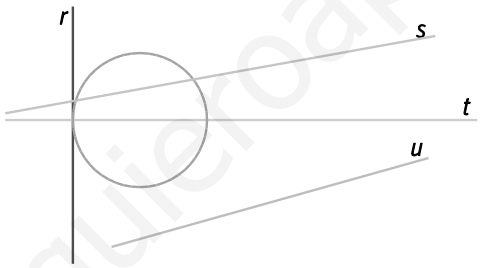
b) Un ángulo sombreado y uno sin sombrear, forman una pareja de ángulos adyacentes.

Alternos internos son los ángulos 1 y 2.

56. Dibuja una circunferencia de radio 5 cm y señala el centro, un radio, una cuerda, un arco y un diámetro.



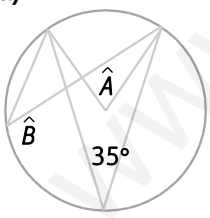
57. Indica cuál es la posición relativa de cada una de las rectas respecto de la circunferencia.



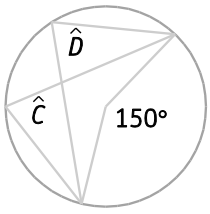
s y *t* son secantes, *r* es tangente y *u* es exterior.

58. Calcula el valor de los ángulos desconocidos en las siguientes figuras.

a)



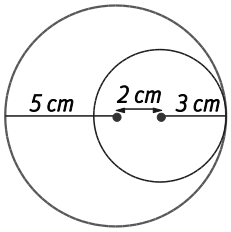
b)



a) A será el doble de 35º, por tanto 70º. B medirá 35º.

b) $C = D$ será la mitad del ángulo central. Por tanto, 75º.

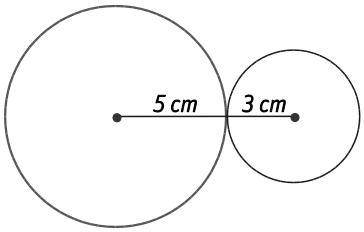
59. Dibuja dos circunferencias de radios 5 cm y 3 cm, respectivamente, que sean tangentes interiores. ¿A qué distancia se encuentran sus centros?



Se encuentran a 2 cm.

www.yoquieroaprobar.es

60. Dibuja las mismas circunferencias anteriores, pero esta vez en posición de tangentes exteriores. ¿A qué distancia se encuentran ahora sus centros?



Se encuentran a 8 cm.

61. Dibuja dos puntos *A* y *B* que disten 5 cm.

a) Dibuja todos los puntos que estén situados a 3 cm de *A*.

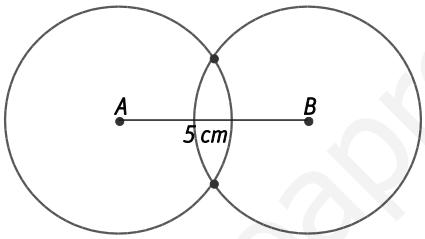
b) Dibuja todos los puntos que estén situados a 3 cm de *B*.

c) Sitúa todos los puntos que están a 3 cm de *A* y de *B* simultáneamente.

a) Circunferencia de radio 3 cm con centro en *A*.

b) Circunferencia de radio 3 cm con centro en *B*.

c) Los dos puntos de corte entre las dos circunferencias**.**



62. Dibuja tres puntos *A*, *B* y *C* que no estén alineados.

a) Traza la mediatriz del segmento *AB*. ¿Qué se puede decir de todos sus puntos con relación a *A* y *B*?

b) Traza la mediatriz de *BC*. ¿Qué se puede decir de todos sus puntos con relación a *B* y *C*?

c) ¿Qué puedes afirmar del punto de corte de las mediatrices *O* respecto de *A*, *B* y *C*?

d) Dibuja una circunferencia de radio *OA* y centro *O*. ¿Tres puntos no alineados siempre están contenidos en una circunferencia?

Dibujo libre.

a) Están a la misma distancia de *A* y de *B.*

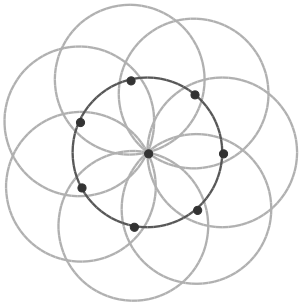
b) Están a la misma distancia de *B* y *C.*

c) Está a la misma distancia de *A*, *B* y *C.*

d) Sí. Basta calcular el punto de corte de las mediatrices de los segmentos que unen los puntos para tener el centro de la circunferencia.

63. Dibuja circunferencias iguales que pasen todas por un mismo punto. ¿Qué figura determinan los centros de esas circunferencias?

Determinarán una circunferencia, porque los centros de las circunferencias pintadas estarán a la misma distancia del punto fijado.



www.yoquieroaprobar.es

64. ¿Las rectas secantes son todas perpendiculares? ¿Las rectas perpendiculares son todas secantes?

No todas las rectas secantes son perpendiculares, solo las que se cortan formando 4 ángulos rectos. Todas las rectas perpendiculares son secantes.

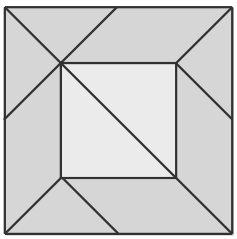
65. Clasifica las siguientes palabras en distintos grupos. Justifica tu respuesta.

Recta, perpendicular, agudo, complementario, oblicuo, ángulo, cuerda, obtuso, segmento, recto, suplementario, secante, vertical, paralelo, punto, adyacente, circunferencia, radio, diámetro.

Se pueden clasificar en tres categorías, por ejemplo:

- Elementos geométricos: recta, punto segmento, etc.
- Ángulos: agudo, complementario, recto, etc.
- Circunferencia: cuerda, radio, diámetro, etc.

66. Copia la siguiente figura en tu cuaderno.



a) Señala los ángulos agudos.

b) Señala los ángulos rectos.

c) Señala ángulos consecutivos.

d) Señala ángulos adyacentes.

e) Señala ángulos suplementarios.

f) ¿Hay ángulos opuestos por el vértice?

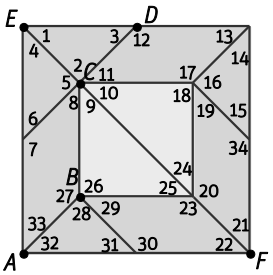
g) Nombra dos segmentos más pequeños que el lado del cuadrado exterior.

h) Nombra un segmento mayor que el lado del cuadrado exterior.

i) Indica dos segmentos situados sobre rectas perpendiculares.

j) Indica dos segmentos situados sobre rectas paralelas.

Sobre la figura, numeramos los ángulos para poder clasificarlos.



a) 1, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 19, 21, 22, 24, 25, 28, 29, 31, 32 y 33

b). 2, 5, 16,18, 26 y 28

c). Respuesta modelo: 1 y 4

d) Respuesta modelo: 30 y 31

e). Respuesta modelo: 23 y 25

f) No hay ángulos opuestos por el vértice.

g) *AB* y *CD*

h) *EF*

i) *EA* y *AF*

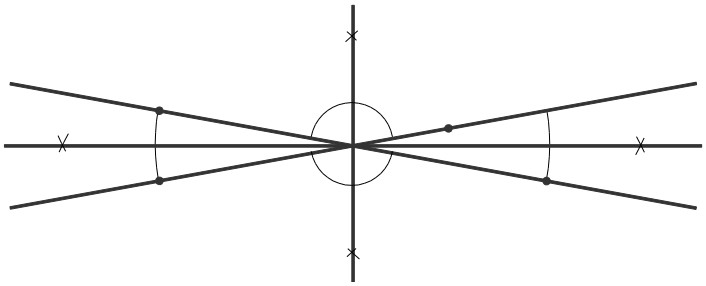
j). *AB* y *CD*

www.yoquieroaprobar.es

67. Traza las bisectrices de dos rectas secantes.

a) ¿Qué ángulo forman?

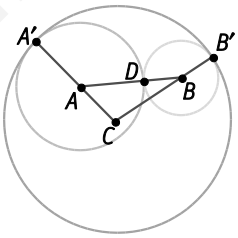
b) Demuestra que son perpendiculares.



a) Forman ángulos rectos.

b) La mitad de un ángulo y la mitad del suplementario del primero tienen que ser dos ángulos complementarios. Forman 90º y son, por tanto, perpendiculares.

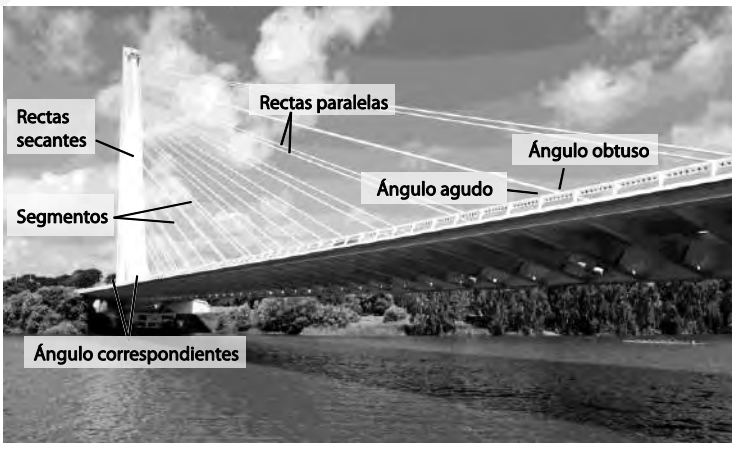
68. En la figura siguiente puedes ver tres circunferencias, cada una de las cuales es tangente a las otras dos. Los puntos *A*, *B* y *C* son los centros. Prueba que la suma de los lados del triángulo *ABC* es igual al diámetro de la circunferencia más grande.



$AB + CB + AC = AD + DB + CB + AC = AA' + BB' + CB + AC$ = diámetro de la más grande.

69. Describe los elementos geométricos que ves en la siguiente imagen del Puente del Alamillo en Sevilla.





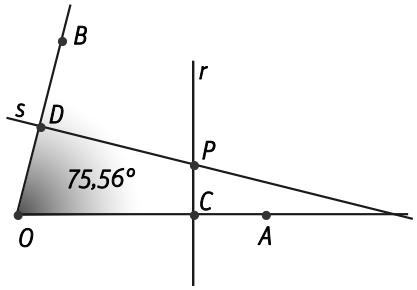
www.yoquieroaprobar.es

70. Víctor ha estado enfermo y no ha podido asistir a clase, de manera que ha llamado a su compañero Alejandro para que le explique lo que habían hecho.

Esto ha sido lo que le ha contado:

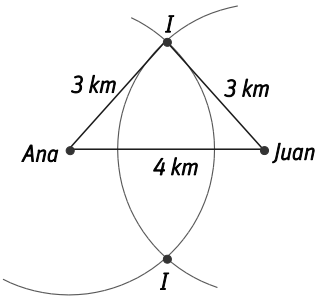
"Dibujamos un ángulo *AOB*. En el lado *OA* señalamos un punto *C* y en el lado *OB* un punto *D*. Trazamos la recta *r* perpendicular al lado *OA* por el punto *C*, y la recta *s* perpendicular al lado *OB* por el punto *D*. Las rectas *r* y *s* se cortan en el punto *P*."

¿Qué dibujo reprodujo Víctor?



El dibujo que reprodujo Víctor es un cuadrilátero: *ODPC.*

71. Ana y Juan viven separados 4 km. Ambos afirman que viven a 3 km del instituto. Dibuja la situación.



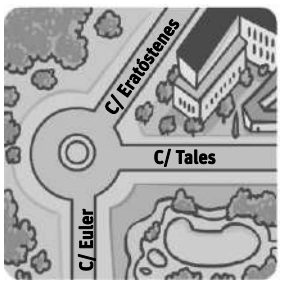
El instituto estará situado en un punto de la mediatriz que une la casa de Juan y Ana. Ese punto estará a 3 km de ambas casas y, por tanto, admite dos posiciones.

72. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 5 de la tarde? ¿Formarán el mismo ángulo a otra hora?

Forman un ángulo de 150º.

Si consideramos el ángulo convexo entre las manecillas, volverán a formar 150º a las 7 en punto. También volverán a formar ese mismo ángulo cada hora, pero no en horas exactas. Por ejemplo, entre las 6.05 y las 6.10 volverán a formar 150º, pero el momento exacto no es inmediato de calcular, debido a que la manecilla de las horas se mueve cada minuto $\frac{1}{60}$ del arco entre el número 6 y el 7.

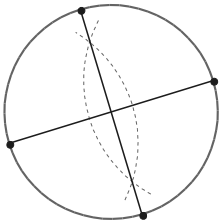
73. Las calles Tales, Eratóstenes y Euler confluyen en la plaza Pitágoras. Las calles Tales y Eratóstenes forman un ángulo de 55° 50' 30", y las calles Tales y Euler forman un ángulo de 270°. ¿Qué ángulo forman las calles Eratóstenes y Euler?



270º – 55º 50' 30' = 145º 50' 30''

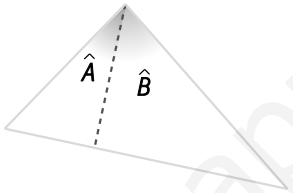
www.yoquieroaprobar.es

74. Queremos construir una fuente con 4 dragones que sustenten el plato de la fuente. Los 4 dragones deben estar dispuestos a igual distancia. Dibuja la disposición sobre la circunferencia utilizando únicamente regla y compás. ¿Y si fuesen 8 dragones?



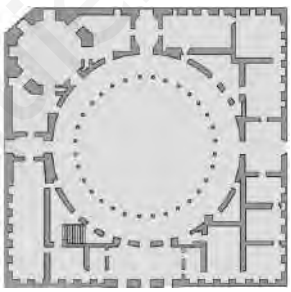
En el caso de 4 dragones el ángulo central será 90º y en el caso de 8 dragones será 45º. También se puede trazar utilizando la mediatriz de un diámetro, para el caso de 8 dragones, y la bisectriz de los ángulos rectos, para el caso de 8 dragones.

75. Un topógrafo pretende medir un terreno con forma de triángulo rectángulo. Para ganar tiempo no quiere medir todos los ángulos y afirma que los ángulos *A* y *B* son iguales. ¿Está en lo cierto? ¿Por qué?



No está en lo cierto, porque la línea roja no es la bisectriz del ángulo.

76. En la figura se puede ver el plano del Palacio de Carlos V en Granada.



a) Desde el centro del patio, ¿qué ángulo forman dos columnas consecutivas?

b) Desde una de las columnas, ¿qué ángulo forman otras dos columnas consecutivas?

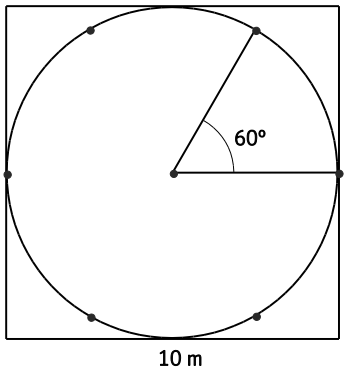
a) Hay 32 columnas, por tanto, el ángulo central es 11º 15'.

b) La mitad del ángulo central, es decir, 5º 37' 30''.

77. Problema resuelto

78. El patio de una casa tiene planta cuadrada de lado 10 m. Queremos colocar en su interior seis columnas en una disposición circular. ¿Podrías dibujar el plano?

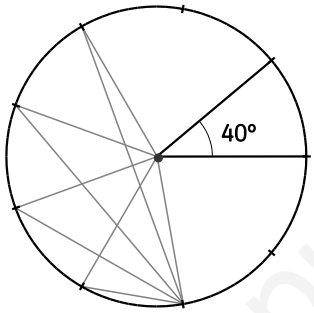
www.yoquieroaprobar.es



79. Dibuja una circunferencia y marca en ella nueve puntos igualmente espaciados.

a) ¿Cuántos triángulos diferentes puedes formar si uno de los vértices es el centro?

b) Calcula el ángulo del centro en cada uno de ellos.



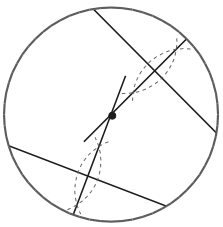
a) 36 triángulos

b) 9 triángulos con un ángulo central de 40º. 9 triángulos con un ángulo central de 80º. 9 triángulos con un ángulo central de 120º. 9 triángulos con un ángulo central de 160º.

80. Problema resuelto

81. Un cortijo tiene tres viviendas. Los vecinos quieren situar un pozo a la misma distancia de las tres casas. ¿Dónde deberán situarlo?

En el punto de intersección de las mediatrices de los segmentos que unen los tres cortijos.

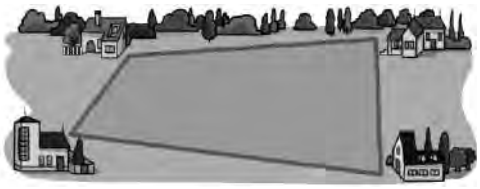


82. Se quiere colocar una fuente en el centro de una plaza que tiene forma circular. Dibuja en un plano dónde ubicar la fuente exactamente.

Se trazan dos cuerdas de la circunferencia y se dibujan sus mediatrices. El punto de corte es el lugar donde situar la fuente.

83. Cuatro vecinos quieren construir una barbacoa y un merendero a la misma distancia de sus casas.

www.yoquieroaprobar.es



a) ¿Dónde construirán el merendero si sus casas forman un rectángulo? Dibújalo en tu cuaderno.

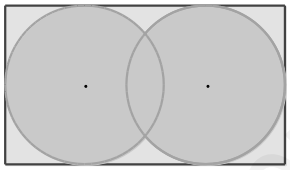
b) ¿Podrán encontrar un lugar equidistante de las cuatro casas independientemente de la situación de estas?

c) Copia este dibujo en tu cuaderno e intenta encontrar el lugar que equidista de las cuatro casas.

a) Si fuese un rectángulo, tendrían que construir la barbacoa y el merendero en el punto de corte de las diagonales o punto de corte de las mediatrices de los lados.

b) y c) Si trazamos una circunferencia que pase por 3 de las casas y la cuarta está en la circunferencia, el centro equidistará de las cuatro. Si no es así, no existe un único punto que equidiste de las 4 casas.

84. La figura muestra dos círculos iguales dentro de un rectángulo de 4,5 cm de largo por 2,5 cm de alto. ¿Cuál es la distancia entre los dos centros?

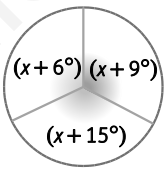


A. 2,5 cm **B. 3 cm** **C. 1,5 cm** **D. 2 cm**

D. 2 cm. El radio de cada círculo es de 1,25 cm, por lo que entre los dos centros la distancia es:

$$d = 4{,}5 - (1{,}25 + 1{,}25) = 2 \text{ cm}$$

85. ¿Cuánto mide el mayor de los ángulos que se indican en la figura?



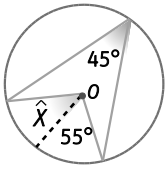
A. 110º **B. 116º** **C. 120º** **D. 125º**

D. 125º

$x + 9º + x + 6º + x + 15º = 360º \Rightarrow 3x + 30º = 360º \Rightarrow x = 110º$

El mayor ángulo mide 110º + 15º = 125º.

86. En el dibujo, *O* es el centro del círculo. ¿Cuánto mide *x* ?



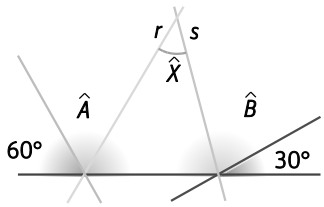
A. 30º **B. 35º** **C. 40º** **D. 125º**

B. 35º.

Si el ángulo inscrito mide 45º, el ángulo central correspondiente mide 90º, por lo que $x = 90º - 55º = 35º$.

www.yoquieroaprobar.es

87. En la siguiente figura, *r* es la bisectriz del ángulo *A* y *s* es la bisectriz del ángulo *B*. ¿Cuánto mide *X*?



A. 45º **B. 50º** **C. 60º** **D. 65º**

A. 45º.

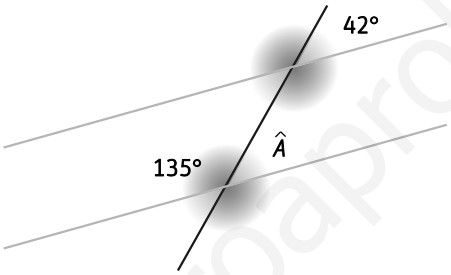
A mide 180º – 60º = 120º, por lo que la mitad es 60º.

B mide 180º – 30º = 150º, por lo que la mitad es 75º.

X se calcula a partir del triángulo que forman la bisectriz de *A*, la bisectriz de *B* y la horizontal:

180º – 60º – 75º = 45º

88. Dos amigos mantienen la siguiente discusión. Para Álex el ángulo *A* de la figura vale 42° por ser correspondientes. Para Pablo su valor es 45° por ser el suplementario de 135°.



¿Quién tiene razón y cómo se justifica el error del otro?

Pablo tiene la razón. Álex se equivoca porque da por hecho que sean paralelas pero eso es solo un efecto óptico.

PONTE A PRUEBA

Problema resuelto.

El helicóptero

El agente secreto

El agente secreto 008 debe indicar en clave el lugar en el que se encuentra. Para ello cuando llama a la Central de Inteligencia indica el ángulo que forman las agujas de su reloj en ese momento. ¿Dónde se encuentra cuando al llamar dice que forman un ángulo de 120°?

www.yoquieroaprobar.es



Se encuentra en Bogotá.

El relojero

La maquinaria de los relojes está formada por numerosos engranajes y volantes circulares. Un relojero necesita reparar el interior de un antiguo reloj y lo único que recuerda es que tres de los engranajes están dispuestos de forma que sean tangentes exteriores entre sí. Dibuja en tu cuaderno tres formas distintas de cómo se pueden colocar.

Respuesta libre

www.yoquieroaprobar.es

En educación física

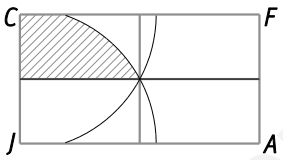
Juan, Ana, Carolina, Fernando y Jesús están jugando al balón prisionero en clase de Educación Física. El profesor les ha dicho a Juan, Ana, Carolina y Fernando que se coloquen formando un cuadrado y se han colocado como puede verse en la figura.



A Jesús le ha dicho que debe colocarse en una zona del interior del cuadrado en la que se cumpla que:

- Esté más cerca de Carolina que de Ana.
- Esté más cerca de Juan que de Fernando.
- Esté más cerca de Carolina que de Juan.

Dibuja un esquema en tu cuaderno y señala en qué zona del interior del cuadrado puede colocarse Jesús.



Jesús se hallará en la zona sombreada.

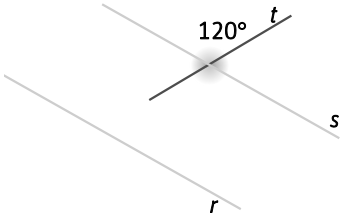
AUTOEVALUACIÓN

1. Describe los elementos geométricos más representativos de este edificio:



Circunferencias, paralelas, ángulos rectos, ángulos agudos, segmentos, perpendiculares, mediatrices, …

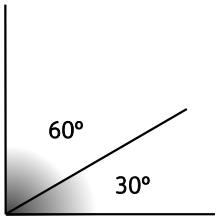
2. Si las rectas *r* y *s* son paralelas, ¿puedes decir, sin necesitad de prolongar *t*, cuánto mide el ángulo obtuso que forman las rectas *t* y *r*?

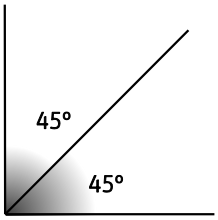


Mide 120º.

www.yoquieroaprobar.es

3. Traza con el transportador un ángulo de 30° y otro de 45°. Dibuja los ángulos complementarios de cada uno de ellos y calcula sus medidas.

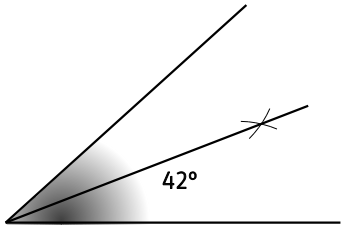




El complementario de 30º mide 60º y el complementario de 45º mide 45º.

4. Dibuja un ángulo de 42° y traza su bisectriz. ¿Cuánto mide cada ángulo resultante?

Cada ángulo resultante mide 21º.



5. Calcula el complementario y el suplementario del ángulo *A* = 35° 23' 16".

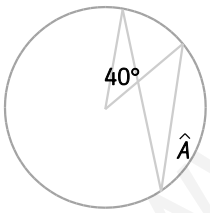
Suplementario: 180º – 35º 23' 16" = 144º 36' 44".

Complementario: 90º – 35º 23' 16" = 54º 36' 44"

6. Calcula la medida de un ángulo cuya amplitud es $\frac{2}{3}$ de la de otro ángulo que mide 18° 27' 54".

$\frac{2}{3}$ de 18° 27' 54".= 12º 18' 36"

7. Halla el valor de *A*.



Como el ángulo central que abarca el mismo arco de circunferencia mide 40º, el ángulo inscrito mis 20º.

8. La comarca de Remedal pretende que se construya una gasolinera al pie de la autovía con la condición de que esté a la misma distancia de los dos pueblos principales, Villanueva y Cantorral. Haz un esquema en tu cuaderno e indica dónde se situaría la gasolinera.



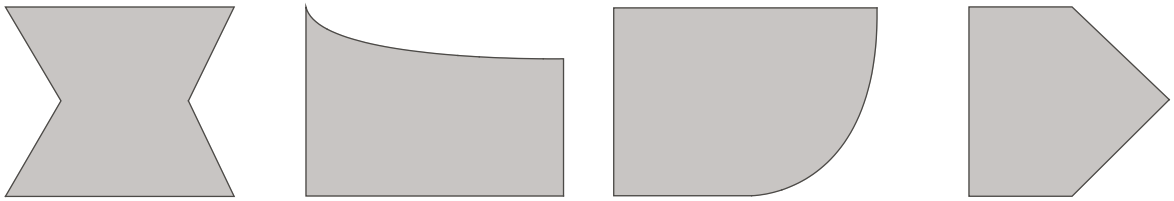
Se hallaría en el punto del borde de la autopista situado en la mediatriz del segmento que une los dos pueblos.

www.yoquieroaprobar.es

12 Figuras geométricas

1. Indica qué figuras son un polígono.

A. **B.** **C.** **D.**



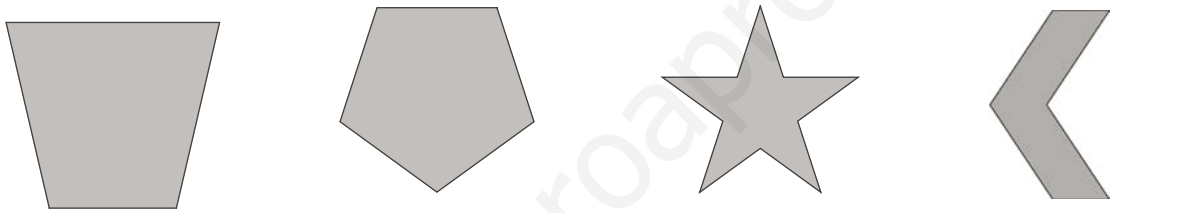
Son polígonos las figuras A. y D.

2. Indica tres elementos de la naturaleza o tres objetos de tu entorno con una forma que recuerde a la de un polígono. ¿A qué polígonos se parecen?

Respuesta modelo: marco de fotos (cuadrado), pantalla de televisión (rectángulo), señal de tráfico (triángulo).

3. Clasifica los siguientes polígonos según sus lados y según la amplitud de sus ángulos interiores.

a) **b)** **c)** **d)**



a) Cuadrilátero convexo **b)** Pentágono convexo **c)** Decágono cóncavo **d)** Hexágono cóncavo

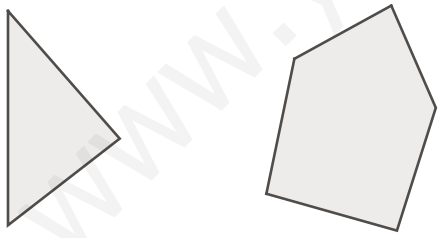
4. Dibuja en tu cuaderno:

a) Un polígono convexo de tres lados y otro de cinco.

b) Tres polígonos cóncavos de 4, 5 y 6 lados.

Respuesta modelo:

a)

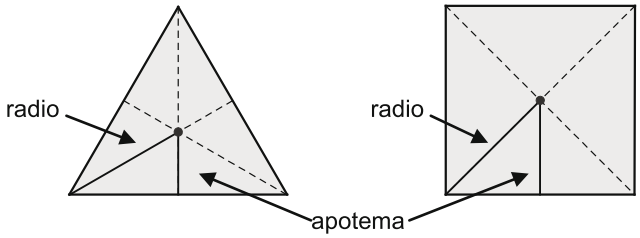


b)



www.yoquieroaprobar.es

5. Dibuja un polígono regular de tres lados y un polígono regular de cuatro lados. Señala su centro, un radio y una apotema.



6. Actividad resuelta

7. Si el ángulo central de un polígono regular mide 45º, ¿de qué polígono se trata? ¿Y si mide 60º?

Si mide 45º se trata de un octógono regular, y si mide 60º, de un hexágono regular.

8. ¿Cuánto mide el ángulo central de un eneágono? ¿Y de un decágono?

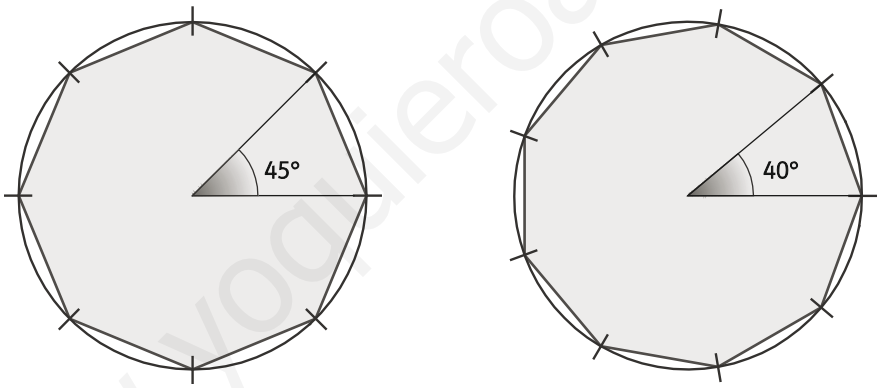
El de un eneágono mide 40º. Y el de un decágono mide 36º.

9. Dibuja un octógono y un eneágono regulares siguiendo estos pasos:

1.º Dibuja una circunferencia cualquiera.

2.º Calcula el ángulo central del polígono que quieras dibujar y divide la circunferencia en arcos de esa amplitud.

3.º Une los puntos que has marcado sobre la circunferencia y obtendrás tu polígono regular.



10. En un triángulo isósceles, uno de los ángulos iguales mide 25°. ¿Cuánto mide el tercer ángulo?

Mide 130º.

11. Un triángulo es a la vez isósceles y rectángulo, ¿cuánto miden sus ángulos?

Miden 90º, 45º y 45º.

12. ¿Qué tipos de triángulos se forman al cortarse las diagonales de los diferentes tipos de paralelogramos?

Cuadrado: triángulos rectángulos isósceles

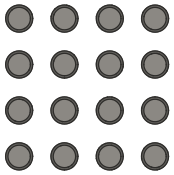
Rectángulo: triángulos isósceles acutángulos e isósceles obtusángulos

Rombo: triángulos rectángulos

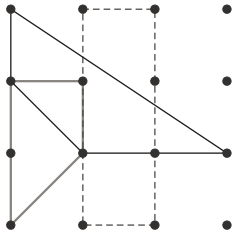
Romboide: Triángulos escalenos obtusángulos y escalenos acutángulos.

www.yoquieroaprobar.es

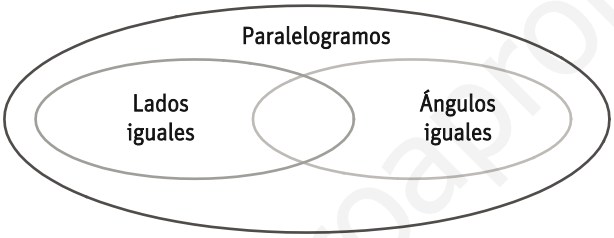
13. Copia en tu cuaderno una trama como la siguiente y, colocando cada vértice en un punto, dibuja tres cuadriláteros que no tengan lados paralelos, tres con los lados paralelos dos a dos y otros tres que tengan solo dos lados paralelos.



Respuesta modelo:



14. Dibuja en tu cuaderno polígonos que cumplan las condiciones de cada zona del diagrama.



En “Lados iguales”: Rombo

En “Ángulos iguales”: Rectángulo

En la intersección: Cuadrado

En “Paralelogramos”: Romboide

15. ¿Qué paralelogramos tienen sus diagonales iguales? ¿Y perpendiculares?

Los paralelogramos que tienen sus diagonales iguales son los cuadrados y los rectángulos. Los cuadrados y los rombos tienen las diagonales perpendiculares.

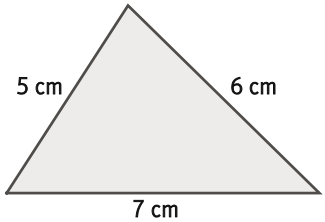
16. Teniendo en cuenta el valor de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, calcula cuánto suman los ángulos interiores de un cuadrilátero cualquiera.

Las diagonales dividen el cuadrilátero en cuatro triángulos (720º), como en torno al punto de corte, suman 360º, los ángulos interiores del cuadrilátero suman 720 – 360 = 360º.

17. Actividad interactiva

18. Dibuja en tu cuaderno un triángulo cuyos lados midan 5 cm, 6 cm y 7 cm.

Respuesta modelo:



www.yoquieroaprobar.es

19. Justifica cuáles de los siguientes triángulos no pueden construirse.

A. a **= 5 cm,** b **= 5 cm,** c **= 5 cm**

B. a **= 9 cm,** b **= 8 cm,** c **= 2 cm**

C. a = 1 cm, b **= 1 cm,** c **= 5 cm**

D. a **= 3 cm, b = 6 cm,** c **= 4 cm**

El C no puede construirse, porque la suma de las longitudes de los dos menores es menor que el segmento de mayor longitud.

20. Construye en tu cuaderno triángulos con las siguientes características.

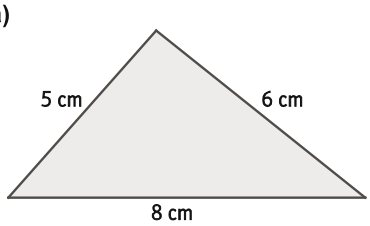
a) Lados de 5, 8 y 6 cm

b) Un ángulo de 110° y lados 4 y 5 cm

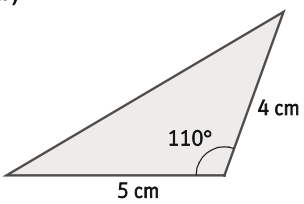
c) Un lado de 5 cm y los ángulos contiguos 25° y 40°

Respuesta modelo:

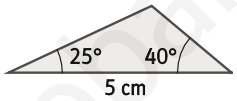
a)



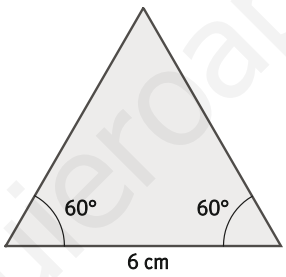
b)



c)



21. Construye un triángulo ABC **sabiendo que la longitud del lado** a **es 6 cm y la medida de los ángulos** $\hat{B}$ **y** $\hat{C}$ **es 60°. ¿Puedes dibujar otro triángulo distinto?**



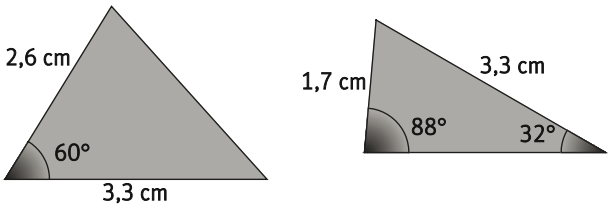
No puede dibujarse otro distinto.

22. Justifica si son iguales los siguientes pares de triángulos utilizando los criterios de igualdad.

a)



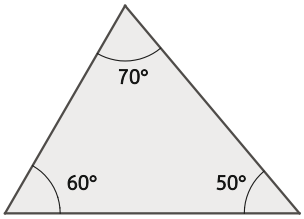
b)



a) Sí, porque tienen iguales dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

b) No. No cumplen ninguno de los criterios de igualdad de triángulos.

23. Construye un triángulo en tu cuaderno cuyos ángulos sean $\hat{A}$ **= 70°,** $\hat{B}$ **= 50° y** $\hat{C}$ **= 60°. ¿Puedes construir más de uno? Si la respuesta es afirmativa, ¿en qué se distinguen?**



Sí, se puede construir más de uno. Se diferenciarán en el tamaño de los lados.

www.yoquieroaprobar.es

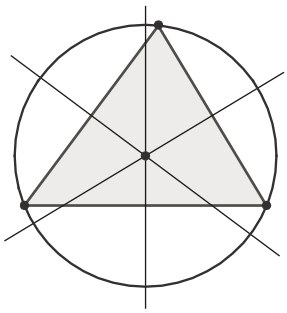
24. Dibuja las mediatrices y la circunferencia circunscrita de estos triángulos. Indica si el circuncentro está dentro o fuera del triángulo.

a) Triángulo acutángulo

b) Triángulo rectángulo

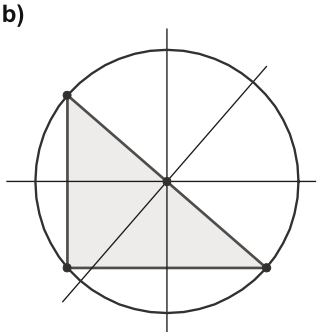
c) Triángulo obtusángulo

a)



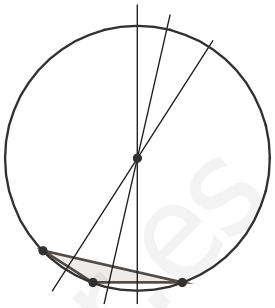
Está dentro del triángulo.

b)



Está en la hipotenusa del triángulo.

c)



Está fuera del triángulo.

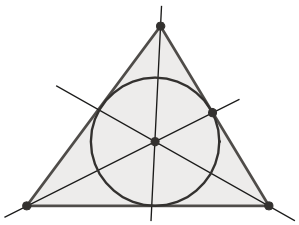
25. Dibuja las bisectrices de los siguientes triángulos, traza la circunferencia inscrita e indica si el incentro está dentro o fuera del triángulo.

a) Triángulo acutángulo

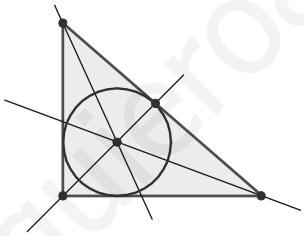
b) Triángulo rectángulo

c) Triángulo obtusángulo

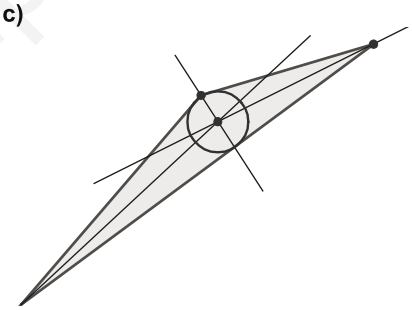
a)



b)

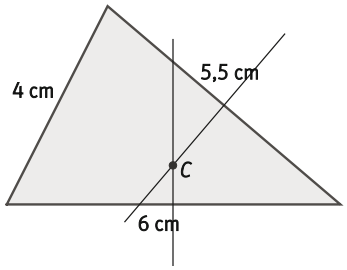


c)



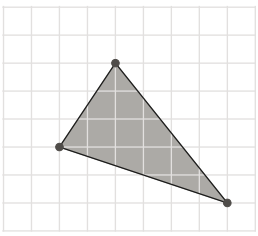
En los tres casos está dentro del triángulo.

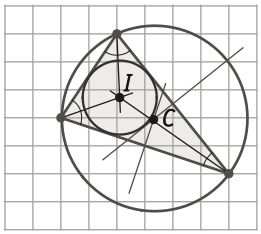
26. Dibuja un triángulo de lados 6 cm; 5,5 cm y 4 cm. Clasifícalo según sus ángulos e indica si el circuncentro estará dentro o fuera del triángulo.



Acutángulo. El circuncentro quedará dentro del triángulo.

27. Copia en tu cuaderno el siguiente triángulo. Encuentra el circuncentro y el incentro y traza las circunferencias circunscrita e inscrita.





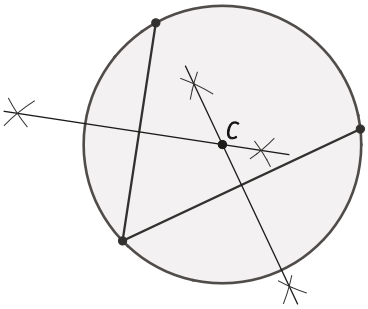
www.yoquieroaprobar.es

28. Jaime ha dibujado una circunferencia con ayuda de un bote. ¿Cómo puede hallar el centro de la circunferencia?

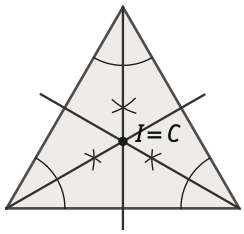
Pista: Utiliza la definición del circuncentro.

Dibujada la circunferencia, se sitúan tres puntos sobre ella. Se construye el triángulo y se obtienen las mediatrices.

El punto de corte será el centro de la circunferencia.

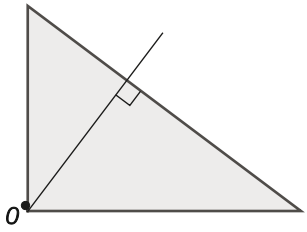


29. ¿Existe algún tipo de triángulo en el que coincidan el circuncentro y el incentro? Ayúdate de un dibujo.



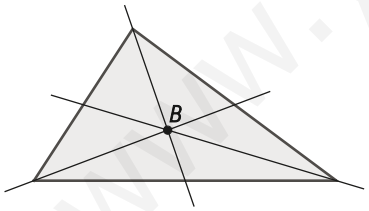
Triángulo equilátero.

30. Dibuja las alturas de un triángulo rectángulo e indica el ortocentro. ¿Dónde está situado?



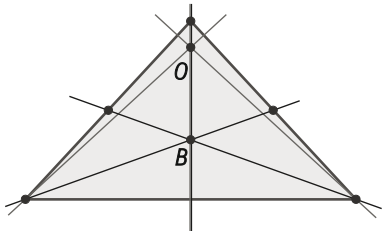
Está en el vértice que forman los catetos.

31. Dibuja las medianas de un triángulo escaleno e indica el baricentro. ¿Dónde está situado?



En el interior del triángulo.

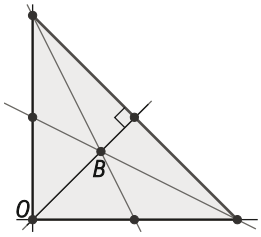
32. Dibuja el baricentro y el ortocentro de un triángulo isósceles. ¿Coinciden?



No coinciden.

www.yoquieroaprobar.es

33. Dibuja las alturas y las medianas de un triángulo rectángulo isósceles. Indica el ortocentro y el baricentro. ¿Cuál es su posición respecto al triángulo?



El baricentro es interior al triángulo. El ortocentro es el vértice en el que se cortan los catetos.

34. ¿El baricentro y el ortocentro pueden coincidir en algún tipo de triángulo? Justifica tu respuesta. Sobre el mismo triángulo, dibuja su circuncentro y su incentro. ¿Qué observas?

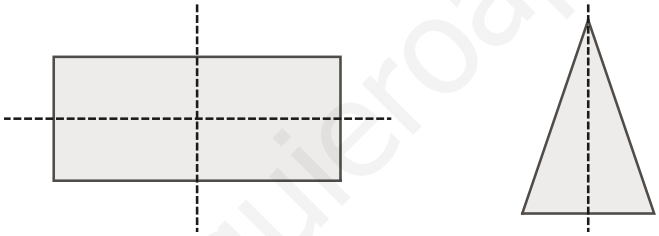
El baricentro y el ortocentro pueden coincidir en el triángulo equilátero, porque las alturas y las medianas coinciden.

Si sobre el mismo triángulo dibujamos su circuncentro y su incentro observaremos que coinciden los puntos.

35. En la naturaleza se encuentran muchos ejemplos de simetrías. ¿Se te ocurren algunos? Compara tus respuestas con las de tus compañeros.

Respuesta libre.

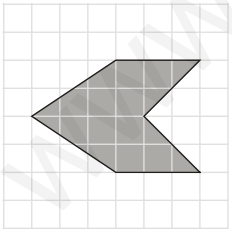
36. Dibuja en tu cuaderno un rectángulo y un triángulo isósceles y traza sus ejes de simetría. ¿Cuántos ejes tienen?



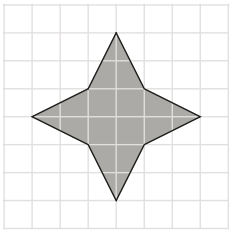
El rectángulo tiene dos ejes de simetría, y el triángulo isósceles, uno.

37. Copia las siguientes figuras en tu cuaderno y dibuja sus ejes de simetría.

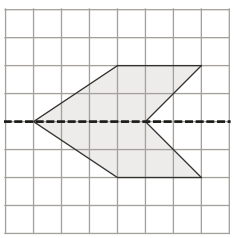
a)



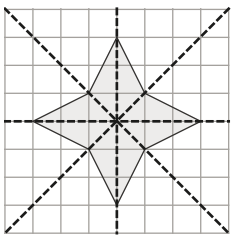
b)



a)



b)



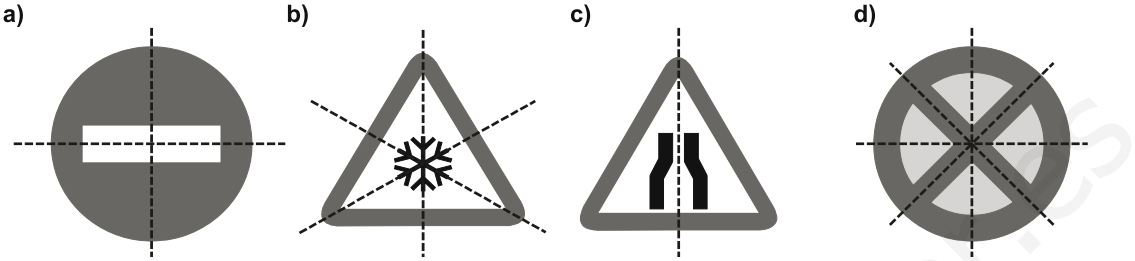
www.yoquieroaprobar.es

38. Señala los ejes de simetría de las siguientes figuras.

a) **b)** **c)** **d)**



a) **b)** **c)** **d)**



39. ¿Cuántos ejes de simetría tiene una circunferencia?

Tiene infinitos ejes de simetría.

40. Actividad interactiva

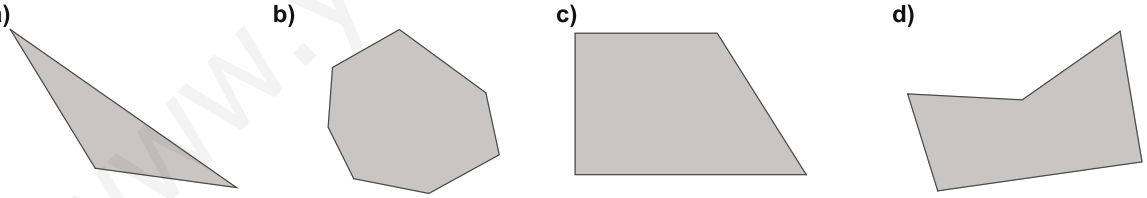
41. Identifica polígonos en la siguiente fotografía.



Respuesta libre

42. Nombra y clasifica los siguientes polígonos según el número de lados y según sus ángulos.

a) **b)** **c)** **d)**



a) Triángulo obtusángulo **b)** Heptágono convexo **c)** Trapecio rectángulo **d)** Pentágono cóncavo

43. Dibuja en tu cuaderno los siguientes polígonos.

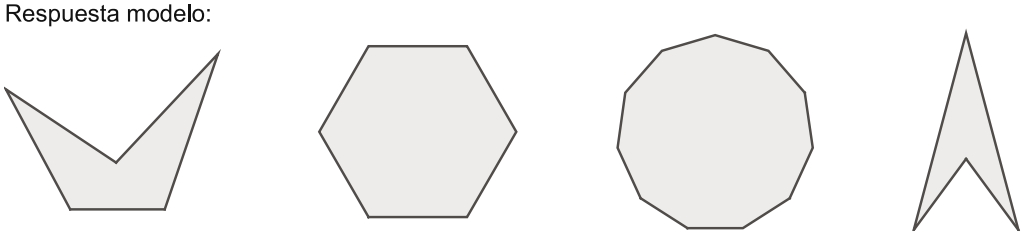
a) Un polígono de 5 lados cóncavo

b) Un polígono de 6 lados regular

c) Un polígono de 11 lados convexo

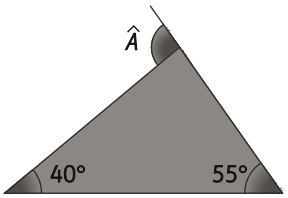
d) Un polígono de 4 lados cóncavo

Respuesta modelo:



www.yoquieroaprobar.es

44. ¿Cuánto vale el ángulo $\hat{A}$?



El tercer ángulo del triángulo vale: 180º – 95º = 85º. Por tanto, $\hat{A} = 180° - 85° = 95°$.

45. Calcula el ángulo central de estos polígonos.

a) Un octógono regular

b) Un cuadrilátero regular

c) Un polígono regular de *n* lados

a) 360º : 8 = 45º

b) 360º : 4 = 90º

c) 360º : n

46. ¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo equilátero?

Miden 60º.

47. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 35°, ¿cuánto miden sus otros ángulos?

Miden 55º y 90º.

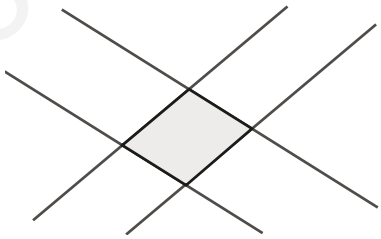
48. ¿Cuánto suman dos ángulos consecutivos de un paralelogramo?

Suman 180º.

49. Traza un par de rectas paralelas. Traza otro par de rectas paralelas que corten a las anteriores. Dibuja el cuadrilátero obtenido.

a) ¿Qué nombre recibe? ¿Podrías haber obtenido otro?

b) ¿Cómo son los ángulos opuestos del cuadrilátero? ¿Por qué?



a) Se pueden obtener diversos paralelogramos según el ángulo de corte de los pares de rectas paralelas y según la separación entre dichos pares.

b) Son iguales porque son opuestos por el vértice.

50. Problema resuelto

51. Calcula la suma de todos los ángulos interiores de los siguientes polígonos regulares. Halla también el valor de los ángulos interiores correspondientes a cada uno de ellos.

a) Un cuadrado

b) Un octógono

a) Suma 360º, ángulo interior 90º

b) Suma 1080º, ángulo interior 135º

c) Un decágono

d) Un dodecágono

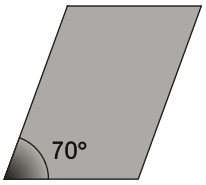
c) Suma 1440º, ángulo interior 144º

d) Suma 1800º, ángulo interior 150º

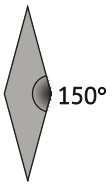
www.yoquieroaprobar.es

52. ¿Cuánto miden los ángulos interiores de los siguientes paralelogramos?

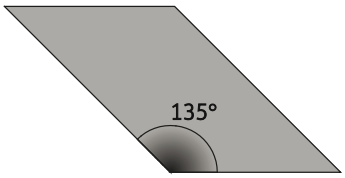
a)



b)



c)



d)



a) 70º y 110º **b)** 150º y 30º **c)** 135º y 45º **d)** 155º y 25º

53. Halla el número de lados del polígono regular sabiendo que la suma de sus ángulos interiores vale 540°.

Calculamos: 540º : 180º = 3 triángulos formados desde las diagonales de un vértice. Por tanto, el polígono es un pentágono regular.

54. Halla el número de lados del polígono cuya suma de sus ángulos interiores vale 1260°.

Calculamos: 1260º : 180º = 7 triángulos formados desde las diagonales de un vértice. Por tanto, el polígono es un eneágono regular.

55. Analiza si los siguientes triángulos se pueden construir.

a) 3,5 cm; 2 cm y 7,5 cm

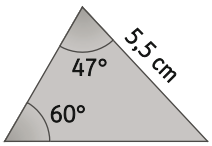
b) 7 cm; 15 cm y 20 cm

c) 3 cm; 5,1 cm y 9,3 cm

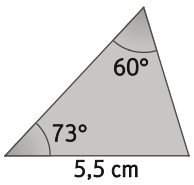
a) y c) No se pueden construir. La suma de los segmentos de menor longitud es menor que el segmento de mayor longitud. b) Sí se puede construir.

56. Estudia si son iguales los siguientes triángulos.

a)

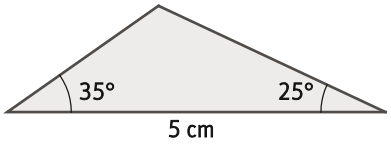


b)

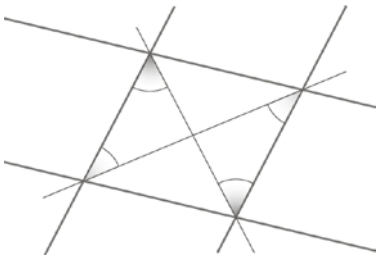


Sí. Tienen un lado igual y los ángulos contiguos iguales.

57. Construye todos los triángulos posibles con un lado de 5 cm, un ángulo de 35° y otro 25°.



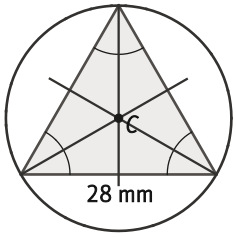
58. Utilizando la igualdad de triángulos demuestra que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.



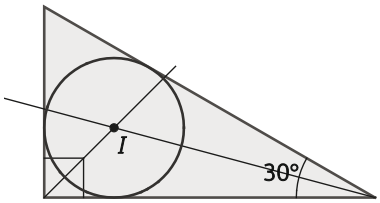
Los triángulos *OAB* y *OCD* son iguales, por tanto, *OB* = *OD* y *OC* = *OA*.

www.yoquieroaprobar.es

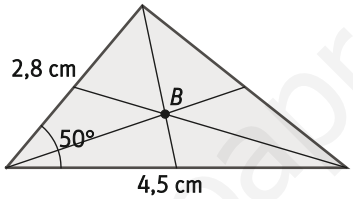
59. Construye el circuncentro de un triángulo equilátero de 28 mm de lado y traza su circunferencia circunscrita.



60. Dibuja un triángulo rectángulo con un ángulo de 30° y traza su circunferencia inscrita.



61. Construye un triángulo que tenga un ángulo de 50° y que los lados que lo forman midan 4,5 cm y 2,8 cm. Encuentra el baricentro.



62. ¿Es posible que el circuncentro de un triángulo esté situado en uno de los lados? ¿Y el incentro? Justifica razonadamente tu respuesta.

El circuncentro podemos encontrarlo en un lado cuando se trata de un triángulo rectángulo isósceles. La hipotenusa sería el diámetro de la circunferencia. El incentro siempre será interior porque la circunferencia inscrita tiene que ser tangente a los lados del triángulo.

63. Dibuja un triángulo isósceles de lados 7, 7 y 10 cm y traza su altura respecto al lado desigual. Recorta el triángulo y doblando por la altura comprueba si las siguientes propiedades son ciertas.

a) La altura es la bisectriz del ángulo desigual.

b) La altura es la mediatriz de la base. Utilizando los criterios de igualdad de triángulos, demuestra las propiedades anteriores.

En el triángulo isósceles los ángulos consecutivos sobre el lado desigual son iguales. La altura forma dos ángulos de 90º y, por tanto, el tercer ángulo en los dos triángulos es igual en los dos triángulos que forma la altura (bisectriz). Como los dos triángulos formados tienen dos lados iguales (altura y los que lo hacen isósceles) y el ángulo comprendido entre ellos es igual (bisectriz), los dos triángulos son iguales. Por tanto, el lado desigual se divide en dos partes iguales y la altura es mediatriz.

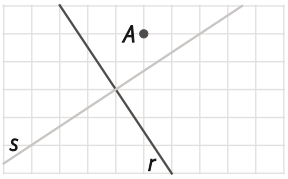
64. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

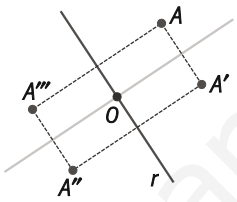
65. Copia el alfabeto griego y dibuja los ejes de simetría de las letras que poseen simetría.

Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ
Ι Κ Λ Μ Ν Ξ Ο Π
Ρ Σ Τ Υ Φ Χ Ψ Ω

66. Las rectas *r* y *s* se cortan perpendicularmente. Dibuja un rectángulo que tenga como uno de los vértices el punto *A* y las rectas *r* y *s* sean ejes de simetría. ¿Cuántos rectángulos hay?



Se busca el simétrico de A respecto de cada eje. Sólo hay un rectángulo.



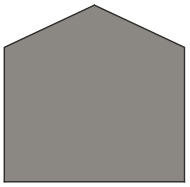
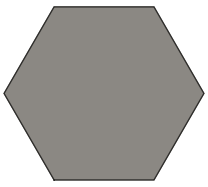
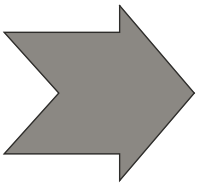
67. Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

Polígono	
¿Es convexo o cóncavo?	•••
¿Es regular?	•••
N.º de ejes de simetría	•••
N.º de lados	•••
Nombre	•••

Polígono	
¿Es convexo o cóncavo?	Cóncavo
¿Es regular?	No
N.º de ejes de simetría	2
N.º de lados	12
Nombre	Dodecágono

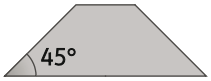
www.yoquieroaprobar.es

68. Completa una tabla como la anterior para cada uno de estos polígonos.

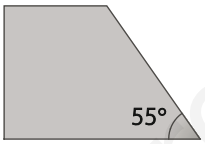
Polígono			
¿Es cóncavo o convexo?	convexo	convexo	cóncavo
¿Es regular?	no	sí	no
Nº de ejes de simetría	1	6	1
Nº de lados	5	6	8
Nombre	pentágono	hexágono	Octógono

69. Calcula el valor de los ángulos desconocidos de los siguientes trapecios.

a)



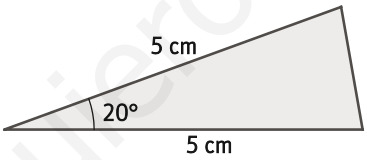
b)



a) 45º, 135º, 135º

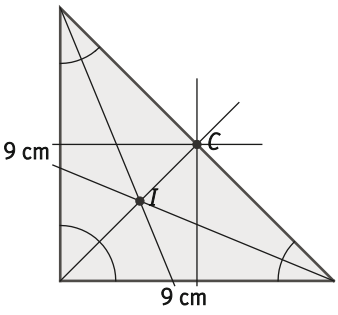
b) 90º, 90º, 125º

70. Dibuja un triángulo isósceles sabiendo que el ángulo desigual mide 20° y la longitud de los lados iguales es 5 cm. ¿Cuánto miden los otros ángulos?



Los otros dos ángulos miden 80º cada uno.

71. Dibuja el incentro y el circuncentro de un triángulo rectángulo isósceles cuyo cateto mide 9 cm.



72. ¿Puede haber un triángulo cóncavo? Razona tu respuesta.

No puede haber un triángulo cóncavo, porque la suma de los tres ángulos de un triángulo es 180º y para que un polígono sea cóncavo, tiene que tener un ángulo mayor que 180º.

73. Si divides una circunferencia en nueve partes iguales y unes cada par de puntos consecutivos...

a) ¿Qué polígono obtienes? **b) ¿Cuánto mide el ángulo central?** **c) ¿Cuánto mide el ángulo interior?**

a) Un eneágono **b)** 40º **c)** 140º

www.yoquieroaprobar.es

74. Razona y contesta:

a) ¿Qué polígonos tienen menos diagonales que lados?

b) ¿Qué polígonos tienen el mismo número de diagonales que de lados?

c) ¿Qué polígonos tienen más diagonales que lados?

d) ¿Qué polígonos no tienen diagonales?

a) Los cuadriláteros, porque las diagonales unen vértices opuestos y desde cada vértice sólo sale una diagonal al vértice opuesto del que ya no sale ninguna diagonal distinta. Eso no puede ocurrir en el resto de polígonos.

b) Los pentágonos

c) Todos los polígonos de más de cinco lados

d) Los triángulos

75. Una escalera está apoyada en una pared formando un ángulo de 35°, ¿qué ángulo forma la escalera con el suelo?

Forma un ángulo de 55º.

76. Se quiere enmarcar una fotografía triangular. Se sabe que uno de los lados mide 1,30 m, otro, 2,1 m y que el ángulo que forman es de 32°. ¿Con estos datos, es posible construir el marco?

Sí, es posible construirlo.

77. Un ebanista recibe el encargo de construir cuatro piezas que encajen en el vértice indicado. En realidad, solo le han dado la información que aparece en el dibujo y necesita conocer los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$.



¿Podrías ayudarle?

Medidas de los ángulos: $\hat{A} = \hat{C} = 45º$; $\hat{B} = \hat{D} = 135º$

78. Tenemos un terreno con forma de decágono regular. Lo hemos dividido en parterres como los que se ven en la figura.

En cada uno de ellos hemos plantado diferentes hortalizas, que necesitan una cantidad de agua distinta. Por ello hemos comprado un aspersor al que se le puede indicar el ángulo de giro.

¿Qué ángulo deberíamos indicarle para regar un parterre cada vez?

Un ángulo de 360º : 10 = 36º.



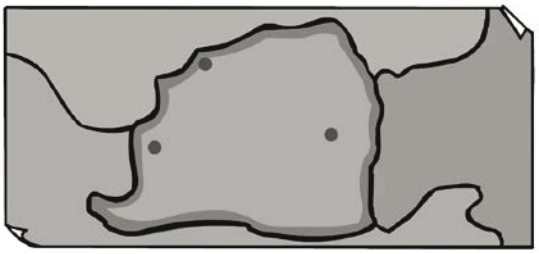
79. Juan piensa que para que un polígono sea paralelogramo es suficiente que: "tenga sus lados paralelos dos a dos". ¿Podrías decirle si es correcto o le faltan características a la definición? Utiliza ejemplos para ilustrar tu explicación.

Para que sea paralelogramo le falta decir que es un cuadrilátero. Un hexágono regular tiene sus lados paralelos dos a dos y no es un paralelogramo.

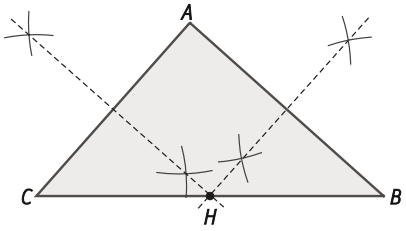
80. Problema resuelto

www.yoquieroaprobar.es

81. Los tres pueblos del mapa tienen un centro de atención médica primaria. El Gobierno pretende construir un hospital situado a la misma distancia de los tres para mejorar la atención médica de la zona. Copia la situación de los pueblos en tu cuaderno e indica dónde deben situar el hospital.



Los tres pueblos están formando un triángulo. Basta calcular dos de las mediatrices de los lados y hallar el punto en el que se cortan. Esta sería la ubicación del hospital.



82. Buddy es el perro que vigila la finca de mi abuelo. La finca tiene forma triangular. No queremos que invada el huerto de los vecinos. ¿En qué lugar debemos atarlo de manera que la correa sea lo más larga posible sin que Buddy pueda salirse de la finca y molestar a los vecinos?

Buddy debería ser atado al incentro del triángulo y la longitud de la cuerda sería la longitud del radio de la circunferencia inscrita.

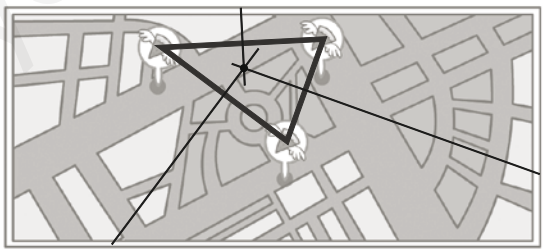
83. En una oficina debe ubicarse un teléfono a igual distancia de las mesas de Abel, de Borja y de Cintia ¿Dónde lo ubicarías? ¿Cuántas soluciones has encontrado?

Si consideramos las mesas de cada trabajador como los vértices de un triángulo habría que calcular el circuncentro de dicho triángulo. Sería suficiente hallar dos de las mediatrices y el punto de intersección.

84. Pizzavelocísima tiene tres tiendas ubicadas en los puntos que aparecen en el plano. La empresa necesita saber qué zona se atenderá desde cada *pizzería*. Divide el plano en tres zonas para que cada casa sea atendida por la tienda más cercana.



Uniendo los segmentos que unen las tres tiendas y calculando sus mediatrices el plano queda dividido en tres zonas si consideramos las mediatrices como semirrectas con origen el punto de corte de las tres.



85. Los responsables de los parques acuáticos de Oviedo, Málaga y Castellón quieren saber quiénes son los habitantes más cercanos a cada uno para emprender una campaña de publicidad. Divide el mapa de la península ibérica en tres partes para que cada una corresponda a los posibles clientes de cada parque acuático.



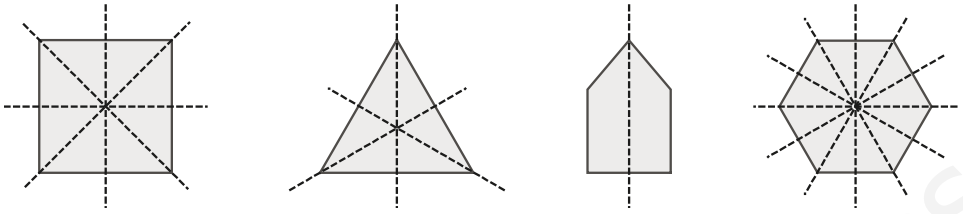
Consideramos los parques como los vértices de un triángulo, trazamos las mediatrices y con ellas dividimos a la península ibérica.

www.yoquieroaprobar.es

86. Javier y Miguel Ángel quieren construir un juguete móvil con distintos triángulos. ¿Dónde deberá unir el hilo a los triángulos para que se mantengan horizontales? ¿Cualquier tipo de triángulo serviría?

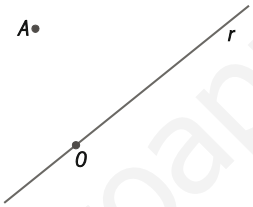
Debería unirlos por el baricentro, que es el centro de gravedad del triángulo. Cualquier triángulo vale porque el baricentro siempre queda dentro del triángulo.

87. Dibuja los ejes de simetría de un triángulo equilátero y de un cuadrado. Hazlo también de un pentágono y de un hexágono cualquiera, pero que presenten alguna simetría. Enuncia una propiedad para los ejes de simetría según tengan los polígonos un número de lados impar o par.

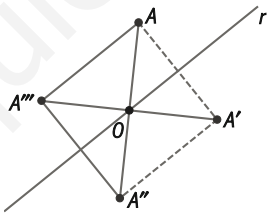


Respuesta modelo: Los polígonos de número de lados impar con alguna simetría tienen un número impar de ejes de simetría. Los polígonos de número de lados par con alguna simetría tienen un número par de ejes de simetría.

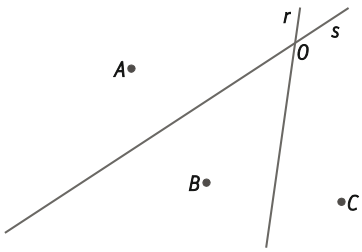
88. Dibuja una recta *r*, un punto *A* fuera de la recta y un punto *O* dentro de la recta. Dibuja un rectángulo que tenga a *A* como un vértice, a *r* como eje de simetría y a *O* como punto de corte de las diagonales. ¿Cuántos rectángulos hay?



El segundo eje de simetría será la recta perpendicular a r en O. Después basta encontrar los simétricos de A respecto de cada eje de simetría. Hay un solo rectángulo.



89. En la figura adjunta, el punto *B* es el simétrico de *A* respecto de la recta *s*, y el punto *C* es el simétrico de *B* respecto de la recta *r*.



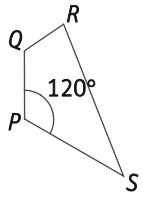
¿Qué es el punto *O* en el triángulo *ABC*?

A. El circuncentro **B. El baricentro** **C. El incentro** **D. El ortocentro**

A. Circuncentro

www.yoquieroaprobar.es

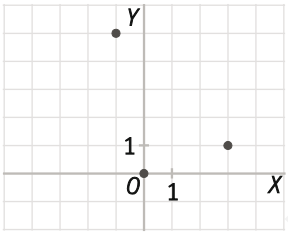
90. En el cuadrilátero *PQRS*, el ángulo *SPQ* (de vértice *P*) es de 120°, y el ángulo *PQR* es el cuádruple del ángulo *RSP*. Si el ángulo *QRS* es recto, ¿cuántos grados mide el ángulo *RSP* ?



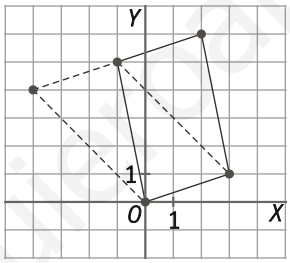
A. 28° **B. 30°** **C. 32°** **D. 34°**

B. 30º

91. Los puntos (−1, 5), (0, 0) y (3, 1) son tres vértices de un paralelogramo. ¿Cuántas posiciones posibles puede tener el cuarto vértice?



A. 0 **B. 1** **C. 2** **D. 3**



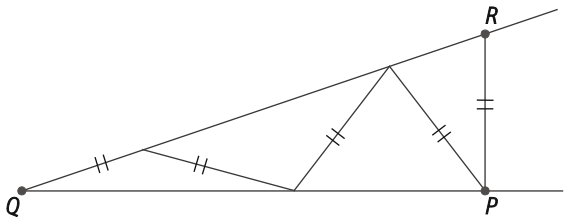
C. 2

92. Uno de los siguientes números no puede ser el número de diagonales de un polígono convexo. ¿Cuál?

A. 9 **B. 27** **C. 45** **D. 54**

C. Porque no es posible escribir el doble de *n* como producto de $n \cdot (n - 3)$, siendo *n* el número de lados.

93. El ángulo *PQR* (de vértice *Q*) es de 12°. Dibujamos una sucesión de triángulos isósceles como indica la figura. ¿Cuántos podemos dibujar como máximo?



A. 8 **B. 7** **C. 5** **D. 4**

B. 7

www.yoquieroaprobar.es

94. El profesor ha planteado la siguiente actividad:

- **"Calcula la medida del ángulo interior de un hexágono regular."**

Miguel ha pensado lo siguiente:

- **Los lados del polígono son paralelos dos a dos.**

Es entonces un paralelogramo. En ese caso, la suma de los ángulos interiores es 360°.

Como hay 6 ángulos iguales, entonces cada ángulo interior valdrá $\frac{360^o}{6} = 60^o$.

Explica si el razonamiento de Miguel es correcto.

El razonamiento no es correcto, porque un hexágono no es un paralelogramo.

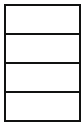
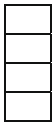
PONTE A PRUEBA

Problema resuelto

Pin, Pan y Pun

Amueblando la buhardilla

Martín quiere cubrir de estanterías una de las paredes de su buhardilla. Observa el catálogo y contesta.

	ESTANTERÍAS SERIE BÁSICA							
	A1	A2	B1	B2	Altillo 1	Altillo 2	Porta CD A	Porta CD A
								
Alto	180 cm	180 cm	140 cm	140 cm	50 cm	28 cm	180 cm	140 cm
Ancho	100 cm	60 cm	100 cm	60 cm	100 cm	60 cm	25 cm	25 cm
Fondo	30 cm	30 cm	30 cm	30 cm	30 cm	30 cm	17 cm	17 cm
Precio	44,95 €	32,95 €	26,95 €	20,95 €	15,95 €	13,95 €	28,95 €	19,95 €

La pared en la que Martín quiere que vayan las estanterías tiene la forma de la figura.



1. ¿Qué polígono forma la pared de la buhardilla?

2. Observa las dimensiones de la pared y diseña una forma de cubrirla con estanterías.

3. ¿Cuál es el precio de la combinación más económica?

A. 196,65 € **C. 200,05 €**

B. 184,13 € **D. 178,15 €**

1. Un trapecio rectángulo.

2. Respuesta libre.

3. Valoración según diseño.

www.yoquieroaprobar.es

Un poquito de geometría

Observa las siguientes figuras.

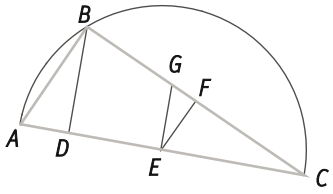


Figura 1

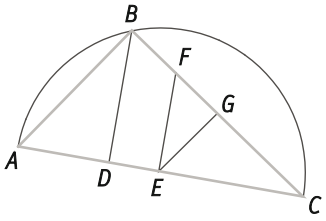


Figura 3

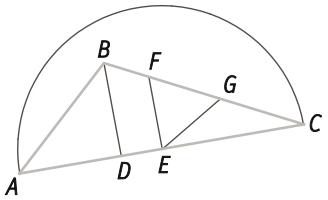


Figura 2

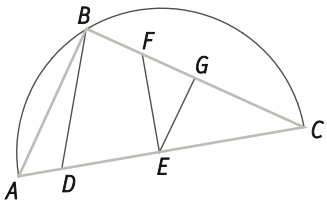


Figura 4

Copia la tabla en tu cuaderno y completa, indicando si son verdaderos o falsos los siguientes enunciados para cada figura.

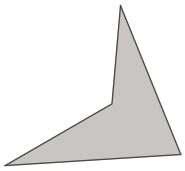
	Figura 1		Figura 2		Figura 3		Figura 4	
	V	F	V	F	V	F	V	F
1. El triángulo *ABC* es rectángulo en *B*.	•	•	•	•	•	•	•	•
2. *BD* es una altura del triángulo *ABC*.	•	•	•	•	•	•	•	•
3. *EF* es un segmento contenido en una mediatriz del triángulo.	•	•	•	•	•	•	•	•
4. *GE* es perpendicular a *CB* en su punto medio.	•	•	•	•	•	•	•	•
5. *E* es el circuncentro del triángulo *ABC*.	•	•	•	•	•	•	•	•

	Figura 1		Figura 2		Figura 3		Figura 4	
	V	F	V	F	V	F	V	F
1. El triángulo *ABC* es rectángulo en *B*.	Sí			Sí	Sí		Sí	
2. *BD* es una altura del triángulo *ABC*.	Sí		Sí		Sí			Sí
3. *EF* es un segmento contenido en una mediatriz del triángulo.	Sí		Sí		Sí		Sí	
4. *GE* es perpendicular a *CB* en su punto medio.		Sí		Sí	Sí		Sí	
5. *E* es el circuncentro del triángulo *ABC*.	Sí			Sí	Sí		Sí	

AUTOEVALUACIÓN

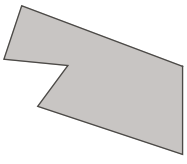
1. Clasifica los siguientes polígonos.

a)



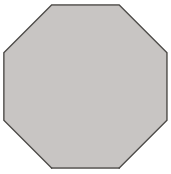
a) Cóncavo, cuadrilátero

b)



b) Cóncavo, hexágono

c)



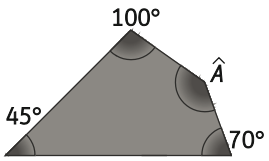
c) Convexo, octógono regular

www.yoquieroaprobar.es

2. Halla el número de lados del polígono cuya suma de sus ángulos interiores vale 720°.

720º : 180º = 4 triángulos. Por tanto, el número de lados es 6.

3. ¿Cuánto mide el ángulo $\hat{A}$?



Mide 360º – (100º + 45º +70 º) = 145º.

4. Construye, si es posible, los siguientes triángulos.

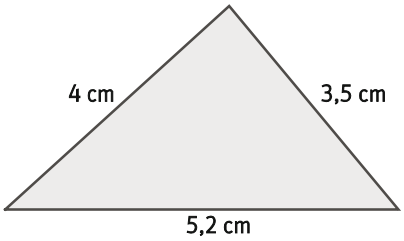
a) Sus lados miden 3,5, 4 y 5,2 cm.

b) Sus lados miden 4 y 6 cm y el ángulo que forman es de 40°.

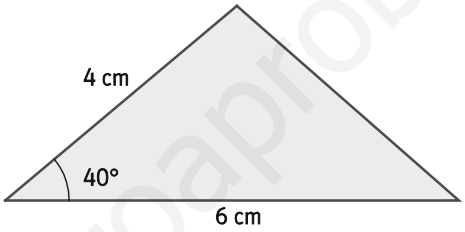
c) Sus lados miden 3 cm; 5,1 cm y 9,3 cm.

Respuesta modelo:

a)

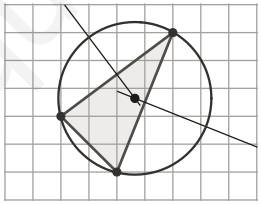


b)



El c) no es posible porque los dos lados menores suman menos que el lado mayor.

5. Copia en tu cuaderno el siguiente triángulo y encuentra su circunferencia circunscrita.



6. Corrige en tu cuaderno las afirmaciones que no sean ciertas.

a) Las medianas de un triángulo se cortan en el circuncentro.

b) Las alturas son perpendiculares a las bases del triángulo.

c) El incentro es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.

d) El baricentro equidista de los tres vértices de un triángulo.

e) El circuncentro equidista de los vértices del triángulo.

f) El incentro equidista de los lados del triángulo.

g) El ortocentro es el punto donde se cortan las medianas.

Las afirmaciones a), d) y g) son incorrectas. Corregidas son:

a) Las medianas de un triángulo se cortan en el baricentro.

d) El circuncentro equidista de los tres vértices de un triángulo.

g) El ortocentro es el punto donde se cortan las alturas.

www.yoquieroaprobar.es

13 Longitudes y áreas

Reflexiona y saca conclusiones

Nadie duda de que si dos pentágonos son iguales tienen los mismos lados. Pero, ¿es cierto al revés?, es decir, si dos pentágonos tienen los lados de las mismas longitudes, ¿son iguales?, ¿tienen la misma área?

Dos pentágonos con los lados iguales pueden tener distinta forma según sus ángulos internos.

¿Ocurre lo mismo si se trata de dos cuadriláteros con lados de las mismas longitudes? Intenta construir dos cuadriláteros cuyos lados tengan las mismas longitudes y compara sus áreas.

Sí, dos cuadriláteros pueden tener los mismos lados y tener diferente forma, por ejemplo, si los lados son todos iguales, pueden ser un cuadrado o un rombo.

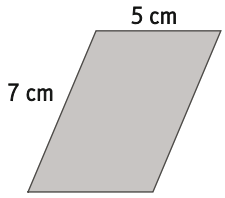
Aimapep descubre que las únicas parcelas que no pueden alterarse son las triangulares. ¿Puedes explicar por qué ocurre esto?

Porque dados tres lados, solo puede construirse un triángulo.

Actividades propuestas

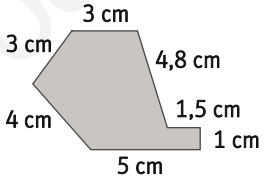
1. Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

a)



a) $7 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 24$ cm

b)



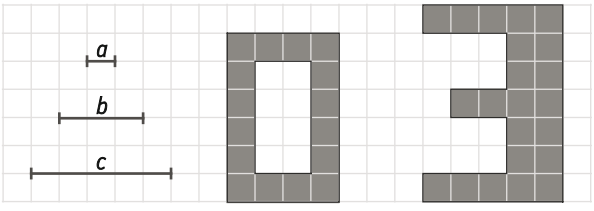
b) $3 + 4{,}8 + 1{,}5 + 1 + 5 + 4 + 3 = 22{,}3$ cm

2. Se quiere cercar un campo con forma de pentágono regular de 15 m de lado. Se pondrán tres filas de alambre. ¿Cuántos metros se necesitan?

Perímetro del campo: $5 \cdot 15$ m = 75 m

$75 \cdot 3 = 225$ m. Se necesitan 225 m.

3. Mide el perímetro de estas figuras utilizando las unidades indicadas.



Compara los resultados obtenidos para un mismo perímetro al utilizar distintas unidades.

Primera figura: $32a$, $10+\frac{2}{3}b$ y $6+\frac{2}{5}c$

Segunda figura: $34a$, $11+\frac{1}{3}b$ y $6+\frac{4}{5}c$

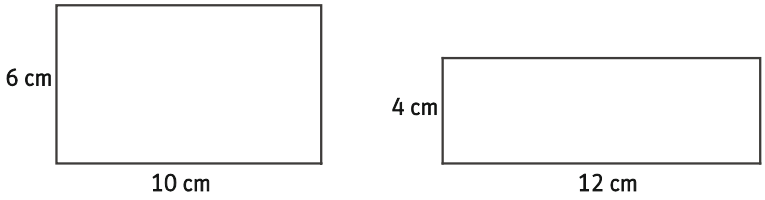
Según la unidad de medida, se obtienen distintos resultados, aunque el perímetro es el mismo.

www.yoquieroaprobar.es

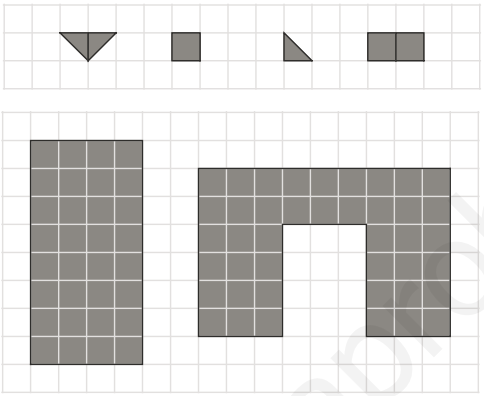
4. Dibuja un rectángulo que tenga el mismo perímetro que un cuadrado de 8 cm de lado.

Un cuadrado de 8 cm de lado tiene un perímetro de $8 \cdot 4 = 32$. Hay muchos rectángulos posibles con este perímetro.

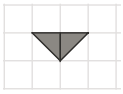
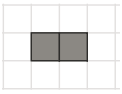
Respuestas modelo:



5. Utiliza estas unidades para medir la superficie de las siguientes figuras.



Compara los resultados obtenidos para una misma superficie al utilizar distintas unidades.

				
Primera figura	32	32	64	16
Segunda figura	42	42	84	21

6. Un rectángulo tiene 28 cm de perímetro, de los cuales, 10 son de la base. ¿Cuál es su altura?

Perímetro $= 2 \cdot 10 + 2 \cdot h = 28 \Rightarrow 2 \cdot h = 28 - 20 = 8 \Rightarrow h = 4$

Tiene una altura de 4 cm.

7. Calcula la longitud de las circunferencias de radios:

a) 10 cm

b) 2,2 hm

c) 1,2 m

d) 3,32 m

a) $L = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62{,}83$ cm

c) $L = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}32 = 20{,}86$ m

8. La longitud de una circunferencia es de 28,26 mm. ¿Cuál es el radio?

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 28{,}26 \Rightarrow r = \frac{28{,}26}{2 \cdot \pi} = 4{,}5$$

Su radio es de 4,5 mm.

9. Calcula la longitud de un arco de circunferencia de radio 6 cm y amplitud 75°.

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 75°}{360°} = 7{,}85$$

Tiene una longitud de 7,85 cm.

www.yoquieroaprobar.es

10. Alejandra quiere construir un aro de baloncesto con un cable de 2 m de longitud. Sabe que el diámetro de un aro oficial mide 45,7 cm. ¿Tendrá suficiente con el cable del que dispone?

Longitud del aro reglamentario: $L = 2 \cdot \pi \cdot 22{,}85 = 143{,}5$ cm = 1,435 m

Si tendrá suficiente cable.

11. Juan tiene 80 cm de alambre y quiere hacer anillas de 2 cm de radio. ¿Cuántas anillas podrá construir?

Longitud de cada anilla: $L = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 12{,}56$ cm

80 : 12,56 = 6,36. Podrá construir 6 anillas.

12. Calcula la longitud de una semicircunferencia inscrita en un rectángulo de 16 m de base y 8 m de altura.

Radio de la semicircunferencia: 8 m.

$L = \pi \cdot 8 = 22.12$ m

13. Comprueba si los siguientes segmentos forman triángulos rectángulos:

a) 25 mm, 24 mm, 7 mm

b) 12 mm, 15 mm, 4 mm

c) 8 mm, 15 mm, 17 mm

d) 2,5 cm, 10 mm, 14 mm

a) Sí, $24^2 + 7^2 = 25^2 \Rightarrow 576 + 49 = 625$

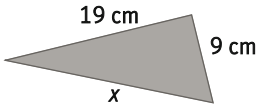
b) No, $12^2 + 4^2 \neq 15^2 \Rightarrow 144 + 16 \neq 225$

c) Sí, $15^2 + 8^2 = 17^2 \Rightarrow 225 + 64 = 289$

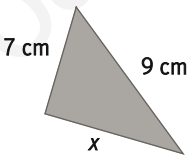
d) No, $2{,}5^2 + 10^2 \neq 14^2 \Rightarrow 6{,}25 + 100 \neq 196$

14. Calcula la medida del lado desconocido en los siguientes triángulos.

a)



b)



a) $x^2 = 19^2 + 9^2 = 361 + 81 = 442 \Rightarrow x = \sqrt{442} = 21{,}02$ cm

b) $9^2 = 7^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 81 - 49 = 32 \Rightarrow x = \sqrt{32} = 5{,}66$ cm

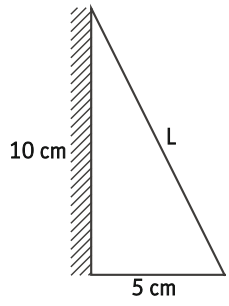
15. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 cm y 8 cm. Calcula cuánto mide la hipotenusa.

$h^2 = 5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89 \Rightarrow x = \sqrt{89} = 9{,}43$ cm

16. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 17 cm. Uno de los catetos 15 cm. ¿Cuánto mide el otro?

$17^2 = 15^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 289 - 225 = 64 \Rightarrow x = \sqrt{64} = 8$ cm.

17. Una torre de 10 m de altura está sujeta por un cable de seguridad fijado al suelo a 5 m de la base de la torre. Calcula la longitud del cable.



$L^2 = 10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125 \Rightarrow L = \sqrt{125} = 11{,}18$

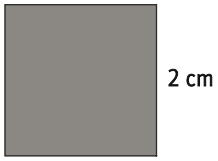
El cable mide 11,18 cm.

www.yoquieroaprobar.es

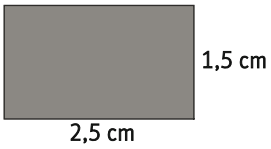
18. Actividad interactiva

19. Calcula el área de los siguientes paralelogramos.

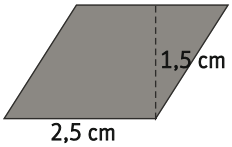
a)



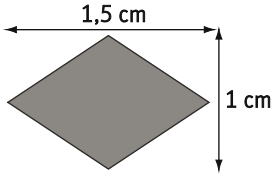
b)



c)



d)



a) $A = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$

b) $A = 2{,}5 \cdot 1{,}5 = 3{,}75 \text{ cm}^2$

c) $A = 2{,}5 \cdot 1{,}5 = 3{,}75 \text{ cm}^2$

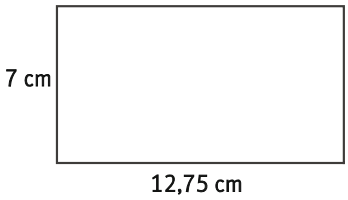
d) $A = \frac{1{,}5 \cdot 1}{2} = 0{,}75 \text{ cm}^2$

20. Dibuja y calcula el área de los siguientes rectángulos.

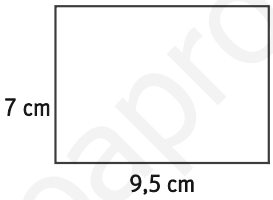
a) Longitud de la base 12,75 cm y altura 7 cm.

b) Longitud de la base 9,5 cm y altura 7 cm.

a) $A = 12{,}75 \cdot 7 = 89{,}25 \text{ cm}^2$



b) $A = 9{,}5 \cdot 7 = 66{,}5 \text{ cm}^2$



21. Calcula el área de un romboide de base 10 cm y altura 5 cm.

$A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$

22. ¿Cuál es el área de un rombo de diagonales 8 y 6 cm?

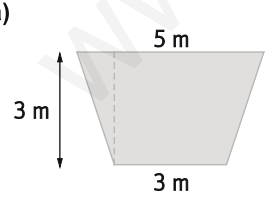
$A = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$.

23. Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 10 y 12 mm y su altura 5 mm.

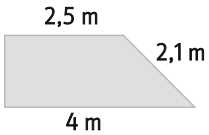
$A = \frac{(10+12) \cdot 5}{2} = 55 \text{ mm}^2$

24. Calcula el área de estas figuras:

a)

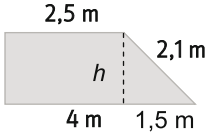


b)



a) $A = \frac{(5+3) \cdot 3}{2} = 12 \text{ m}^2$

b) Para calcular la altura, trazamos una vertical para formar un triángulo rectángulo y poder aplicar Pitágoras.



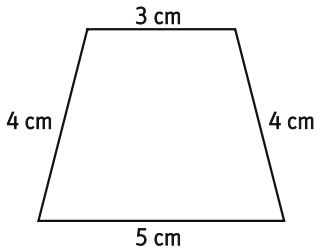
$2{,}1^2 = 1{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 4{,}41 - 2{,}25 = 2{,}16 \Rightarrow x = \sqrt{2{,}16} = 1{,}47 \text{ cm}$

$A = \frac{(2{,}5+4) \cdot 1{,}47}{2} = 4{,}77 \text{ m}^2$

www.yoquieroaprobar.es

25. Actividad resuelta

26. Dibuja un trapecio isósceles de bases 3 y 5 cm, y lados iguales de 4 cm. Calcula su área y su perímetro.



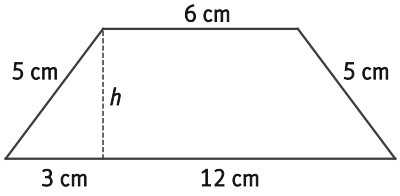
Perímetro: $3 + 5 + 4 \cdot 2 = 16$ cm

Para calcular el área, primero hallamos la altura utilizando el teorema de Pitágoras:

$4^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 16 - 1 = 15 \Rightarrow x = \sqrt{15} = 3{,}87$ cm

$A = \dfrac{(3+5)\cdot 3{,}87}{2} = 15{,}48$ m^2

27. ¿Cuál es el área de un trapecio isósceles cuyo perímetro es 28 cm si sus bases miden 6 y 12 cm?



Los lados iguales miden: $P = 6 + 12 + 2 \cdot a = 5$ cm $\Rightarrow a = 5$ cm

Para calcular el área, primero hallamos la altura utilizando el teorema de Pitágoras:

$5^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16} = 4$ cm

$A = \dfrac{(6+12)\cdot 4}{2} = 36$ cm^2.

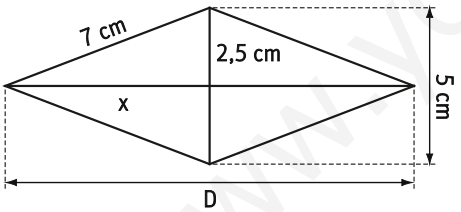
28. Halla el área de un cuadrado cuya diagonal mide 18 cm.

La diagonal es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por dos lados:

$18^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow l^2 = \dfrac{18^2}{2} = 162 \Rightarrow l = \sqrt{162} = 12{,}73$

$A = l^2 = \dfrac{18^2}{2} = 162$ cm^2

29. Calcula el perímetro y el área de un rombo de 7 cm de lado y cuya diagonal menor mide 5 cm.



Perímetro = $7 \cdot 4 = 28$ cm.

Para calcular el área, primero hallamos la diagonal mayor utilizando el teorema de Pitágoras:

$7^2 = 2{,}5^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 49 - 6{,}25 = 42{,}75 \Rightarrow x = \sqrt{42{,}75} = 6{,}54$ cm

$\Rightarrow D = 6{,}54 \cdot 2 = 13{,}08$

$A = \dfrac{5\cdot 13{,}08}{2} = 32{,}69$ cm^2

30. Calcula el área de un triángulo de 7 cm de base y 4 cm de altura.

$A = \dfrac{7\cdot 4}{2} = 14$ cm^2

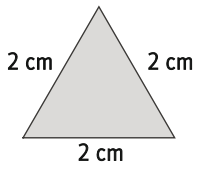
31. Calcula el área de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 10 cm y 6 cm.

$A = \dfrac{10\cdot 6}{2} = 30$ cm^2

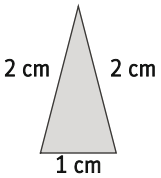
www.yoquieroaprobar.es

32. Calcula el área de los siguientes triángulos.

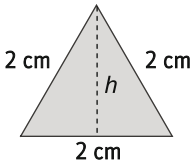
a)



b)



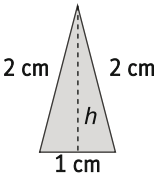
a) Dividimos el triángulo isósceles en dos triángulos rectángulos y utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura:



$2^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} = 1{,}73$ cm

$A = \dfrac{2 \cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73$ cm^2

b)

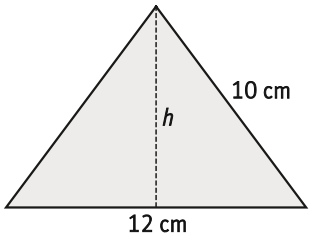


$2^2 = 0{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 4 - 0{,}25 = 3{,}75 \Rightarrow x = \sqrt{3{,}75} = 1{,}94$ cm

$A = \dfrac{1 \cdot 1{,}94}{2} = 0{,}97$ cm^2

33. Calcula el área de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 12 cm y su perímetro es 32 cm.

Conociendo su perímetro podemos calcular la medida de sus lados iguales. $P = 12 + 2 \cdot a = 32 \Rightarrow a = 10$ cm



Dividimos el triángulo isósceles en dos triángulos rectángulos y utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura.

$10^2 = 6^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow x = \sqrt{64} = 8$ cm

$A = \dfrac{12 \cdot 8}{2} = 48$ cm^2

34. La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles mide 12,72 cm. ¿Cuánto miden los catetos? Calcula su perímetro.

Los catetos son los lados iguales del triángulo isósceles.

$12{,}72^2 = 2c^2 \Rightarrow c^2 = \dfrac{12{,}72^2}{2} = 80{,}9 \Rightarrow c = \sqrt{80{,}9} = 8{,}99$ cm

$P = 12{,}72 + 2 \cdot 8{,}99 = 30{,}7$ cm

35. El área de un cuadrado que está situado sobre el cateto de un triángulo rectángulo mide 144 mm^2 y el área del cuadrado que está situado sobre la hipotenusa mide 169 mm^2.

a) ¿Cuánto mide el área del cuadrado que está situado sobre el otro cateto?

b) ¿Cuál es el área del triángulo?

a) Aplicamos el teorema de Pitágoras: $169 = 144 + c^2 \Rightarrow c^2 = 25$

El área del cuadrado que está sobre el otro cateto es 25 mm^2.

b) Si las áreas de los cuadrados sobre los catetos son 144 mm^2 y 25 mm^2 los catetos miden: $\sqrt{144} = 12$ mm y $\sqrt{25} = 5$ mm.

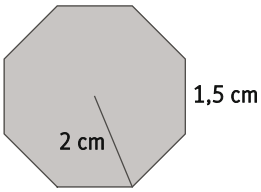
El área del triángulo es: $A = \dfrac{12 \cdot 5}{2} = 30$ mm^2.

www.yoquieroaprobar.es

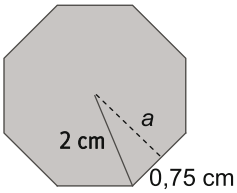
36. Calcular el área de un hexágono de apotema 1,7 cm y perímetro 12 cm.

$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{12 \cdot 1{,}7}{2} = 10{,}2 \text{ cm}^2$$

37. Calcula el área del siguiente polígono.



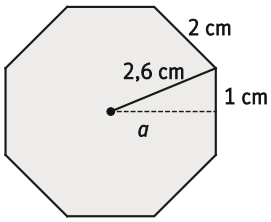
Calculamos la apotema utilizando el teorema de Pitágoras:



$$2^2 = 0{,}75^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 4 - 0{,}5625 = 3{,}4375 \Rightarrow a = \sqrt{3{,}4375} = 1{,}85 \text{ cm}$$

$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{1{,}5 \cdot 8 \cdot 1{,}85}{2} = 11{,}1 \text{ cm}^2$$

38. Calcula el área de un octógono regular de lado 2 cm y radio 2,6 cm.



Calculamos la apotema utilizando el teorema de Pitágoras:

$$2{,}6^2 = 1^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 6{,}76 - 1 = 5{,}76 \Rightarrow a = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4 \text{ cm.}$$

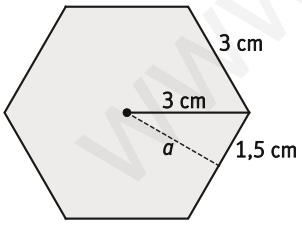
$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 2{,}4}{2} = 19 \text{ cm}^2$$

39. Calcula la apotema de un pentágono regular cuyo lado mide 3 cm, y su área, 15,48 cm^2.

$$A = \frac{p \cdot a}{2} \Rightarrow 15{,}48 = \frac{3 \cdot 5 \cdot a}{2} \Rightarrow a = 2{,}064 \text{ cm}$$

40. Calcular el área de un hexágono regular de radio 3 cm.

En un hexágono regular el radio es igual a la apotema.



Calculamos la apotema utilizando el teorema de Pitágoras:

$$3^2 = 1{,}5^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 9 - 2{,}25 = 6{,}75 \Rightarrow a = \sqrt{6{,}75} = 2{,}6 \text{ cm.}$$

$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{3 \cdot 6 \cdot 2{,}6}{2} = 23{,}4 \text{ cm}^2$$

41. Actividad interactiva

www.yoquieroaprobar.es

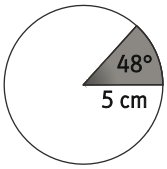
42. Calcula el área de cada círculo sabiendo su radio.

Radio	Área
50 cm	• • •
7 km	• • •
0,25 m	• • •

Radio	Área
50 cm	7853 cm^2
7 km	154 km^2
0,25 m	0,20 m^2

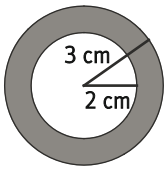
43. Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



a) $A = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 48°}{360°} = 10{,}47\ cm^2$

b)



b) $A = \pi \cdot (3^2 - 2^2) = \pi \cdot 5 = 15{,}7\ cm^2$

44. Calcula el área de un sector circular de radio 2 dm y amplitud 12°.

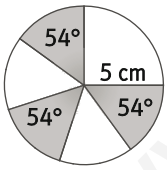
$A = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 12°}{360°} = 0{,}42\ dm^2$

45. Calcula el área comprendida entre dos circunferencias de radios *r* = 6 mm y *R* = 8 mm.

$A = \pi \cdot (8^2 - 6^2) = \pi \cdot 28 = 87{,}92\ mm^2$

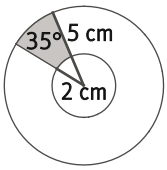
46. Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



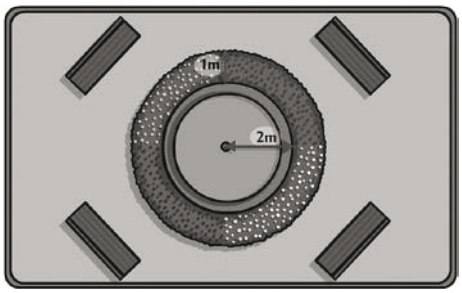
a) $A = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 54°}{360°} = 3 \cdot 11{,}75 = 35{,}33\ cm^2$

b)



b) $A = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 35°}{360°} - \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 35°}{360°} = 7{,}63 - 1{,}22 = 6{,}41\ cm^2$

47. Calcula el área de la fuente y el área del arbusto de flores rojas.

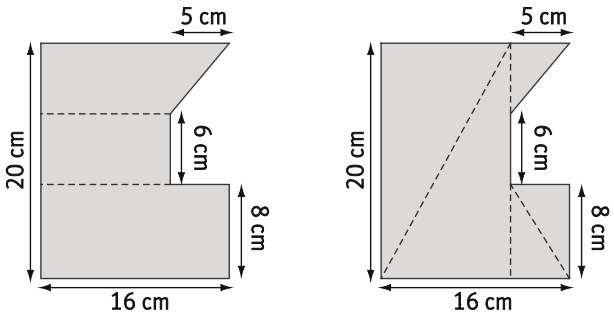


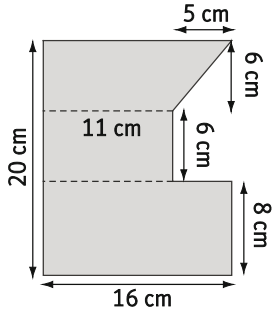
Área de la fuente: $A = \pi \cdot 2^2 = 12{,}56\ m^2$.

Área de arbustos flores rojas: $A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (3^2 - 2^2) = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5 = 3{,}92\ m^2$.

www.yoquieroaprobar.es

48. Calcula el área de la figura utilizando las descomposiciones que se proponen. ¿Qué observas?



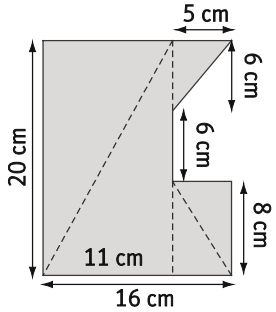


Área del trapecio: $A = \frac{(16+11)\cdot 6}{2} = 81\ \text{cm}^2$.

Área del rectángulo pequeño: $A = 6 \cdot 11 = 66\ \text{cm}^2$.

Área del rectángulo grande: $A = 16 \cdot 8 = 128\ \text{cm}^2$

Área total: $A = 81 + 66 + 128 = 275\ \text{cm}^2$



Área de los triángulos grandes: $A = \frac{11 \cdot 20}{2} = 110\ \text{cm}^2$.

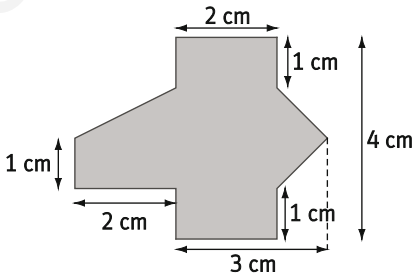
Área del triángulo pequeño: $A = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15\ \text{cm}^2$.

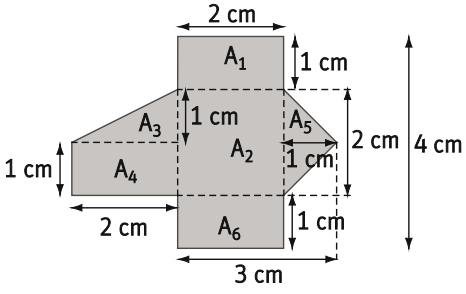
Área de los triángulos medianos: $A = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20\ \text{cm}^2$

Área total: $A = 2 \cdot 110 + 15 + 2 \cdot 20 = 275\ \text{cm}^2$

Con las dos descomposiciones se obtiene la misma superficie.

49. Calcula el área de la siguiente figura.





$A_1 = 2 \cdot 1 = 2\ \text{cm}^2$ $\quad A_4 = 2 \cdot 1 = 2\ \text{cm}^2$

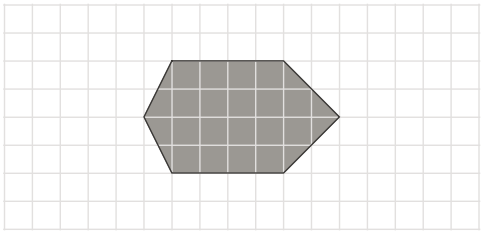
$A_2 = 2 \cdot 2 = 4\ \text{cm}^2$ $\quad A_5 = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1\ \text{cm}^2$

$A_3 = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1\ \text{cm}^2$ $\quad A_6 = 2 \cdot 1 = 2\ \text{cm}^2$

$A_T = 2 + 4 + 1 + 2 + 1 + 2 = 12\ \text{cm}^2$

www.yoquieroaprobar.es

50. ¿Cuál es el perímetro y el área de esta figura?



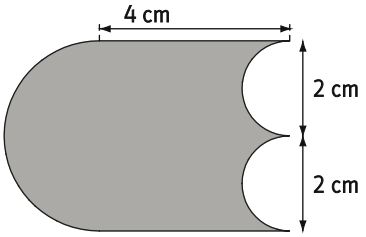
Para calcular el perímetro, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la longitud de los lados inclinados.

$l_1^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow l_1 = \sqrt{5} = 2{,}24$ $\qquad$ $l_2^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow l_1 = \sqrt{8} = 2{,}83$

P = 4 + 2,83 + 2,83 + 4 + 2,24 + 2,24 = 18,14 unidades.

El área se puede calcular contando cuadraditos: A = 22 unidades^2.

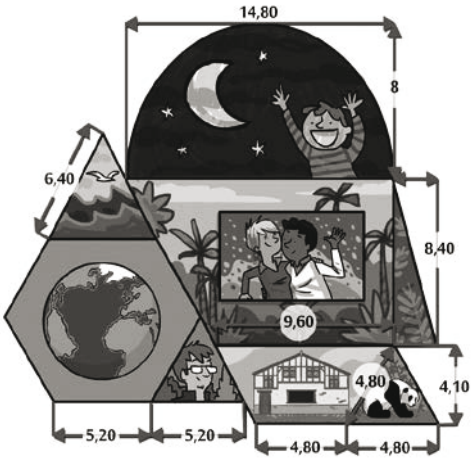
51. Calcula el área de la siguiente figura.



Se puede calcular sumando el área de un semicírculo de 2 cm de radio y el área de un cuadrado de 4 cm de lado y restando el área de dos semicírculos de radio 1 cm:

$$A = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} + 4 \cdot 4 - 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 19{,}14 \text{ cm}^2.$$

52. Quiero hacer el mural que aparece en el dibujo para la última semana de curso. ¿Qué superficie de papel continuo tengo que pedir a mi tutor?



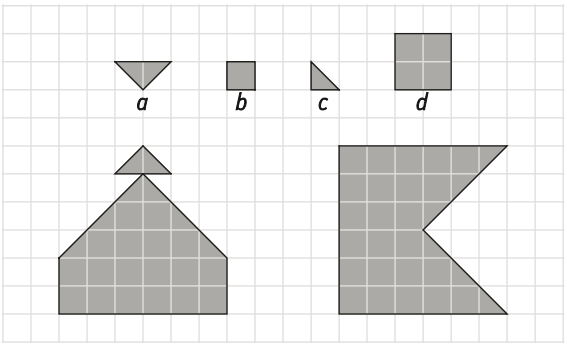
- Área del semicírculo: $A_1 = \frac{\pi \cdot (14{,}8 : 2)^2}{2} = 85{,}97 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo isósceles: calculamos la altura aplicando en teorema de Pitágoras:
  $6{,}4^2 = 2{,}6^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 40{,}96 - 6{,}76 = 34{,}2 \Rightarrow h = \sqrt{34{,}2} = 5{,}85$ cm
  $A_2 = \frac{5{,}2 \cdot 5{,}85}{2} = 15{,}21 \text{ cm}^2$
- Área del trapecio rectángulo: $A_3 = \frac{(14{,}8 + 9{,}6) \cdot 8{,}4}{2} = 102{,}48 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo rectángulo: $A_4 = \frac{2{,}4 \cdot 8{,}4}{2} = 10{,}08 \text{ cm}^2$
- Área del hexágono regular: calculamos la apotema aplicando en teorema de Pitágoras y teniendo en cuenta que el radio es igual que el lado:
  $5{,}2^2 = 2{,}6^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 27{,}04 - 6{,}76 = 20{,}28 \Rightarrow h = \sqrt{20{,}28} = 4{,}5$ cm
  $A_5 = \frac{6 \cdot 5{,}2 \cdot 4{,}5}{2} = 70{,}2 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo equilátero: la altura del triángulo es igual que la apotema del hexágono.
  $A_6 = \frac{5{,}2 \cdot 4{,}5}{2} = 11{,}7 \text{ cm}^2$
- Área del trapecio con la casa: $A_7 = \frac{(4{,}8 + 9{,}6) \cdot 4{,}1}{2} = 29{,}52 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo con el oso panda: $A_8 = \frac{4{,}8 \cdot 4{,}1}{2} = 9{,}84 \text{ cm}^2$

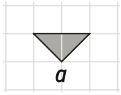
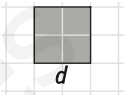
El área total es: $A = 85{,}97 + 15{,}21 + 102{,}48 + 10{,}08 + 70{,}2 + 11{,}7 + 29{,}52 + 9{,}84 = 335 \text{ cm}^2$.

53. Actividad interactiva

www.yoquieroaprobar.es

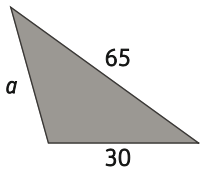
54. ¿Cuál es el área de las siguientes figuras tomando cada una de las unidades indicadas?



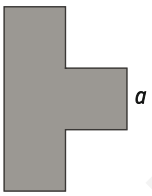
				
Primera figura	$22a$	$22b$	$44c$	$\left(5+\frac{1}{2}\right)d$
Segunda figura	$27a$	$27b$	$54c$	$\left(6+\frac{3}{4}\right)d$

55. Calcula el lado desconocido sabiendo que el perímetro de cada figura es 120 cm.

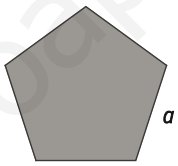
a)



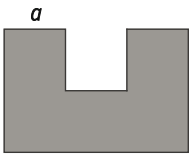
b)



c)



d)



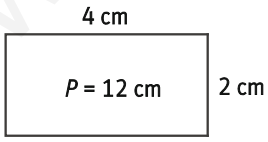
a) $a = 120 - 65 - 30 = 25$ cm

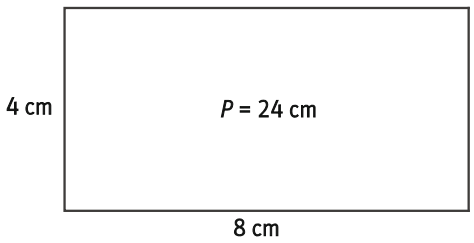
b) $120 = 10a \Rightarrow a = 12$ cm

c) $120 = 5a \Rightarrow a = 24$ cm

d) $120 = 12a \Rightarrow a = 10$ cm

56. Dibuja un rectángulo. Después dibuja otro con un perímetro doble que el primero. Explica cómo lo has realizado.





Cada lado mide el doble.

57. Se quiere cubrir el canto de una mesa con forma de trapecio isósceles con un protector de goma. Las bases miden 80 cm y 150 cm y los lados iguales 90 cm. ¿Qué longitud debe tener el protector?

$P = 80 + 150 + 2 \cdot 90 = 410$ cm

58. Calcula la longitud de una circunferencia de 4,5 m de diámetro.

$L = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}25 = 14{,}13$ m

www.yoquieroaprobar.es

59. Calcula la longitud de un arco que abarca la tercera parte de la circunferencia de radio 3,73 cm.

$L = \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 3{,}73) = \frac{1}{3} \cdot 23{,}42 = 7{,}81$ cm

60. Las siguientes medidas corresponden a los lados de algunos triángulos. ¿Cuáles son rectángulos?

a) 22 m, 17 m, 10 m

b) 12 cm, 35 cm, 37 cm

c) 25 cm, 28 cm, 32 cm

d) 40 cm, 41 cm, 9 cm

a) No, $17^2 + 10^2 \neq 22^2 \Rightarrow 289 + 100 \neq 484$

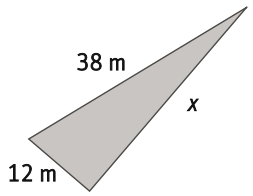
b) Sí, $12^2 + 35^2 = 37^2 \Rightarrow 144 + 1225 = 1369$

c) No, $25^2 + 28^2 \neq 32^2 \Rightarrow 625 + 784 \neq 1024$

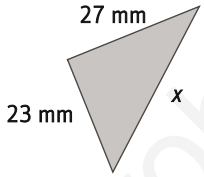
d) Sí, $40^2 + 9^2 = 41^2 \Rightarrow 1600 + 81 = 1681$

61. Averigua el lado desconocido de los siguientes triángulos rectángulos.

a)



b)

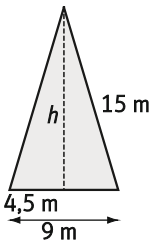


a) $38^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 1444 - 144 = 1300 \Rightarrow x = \sqrt{1300} = 36{,}06$ m

b) $x^2 = 23^2 + 27^2 = 529 + 729 = 1258 \Rightarrow x = \sqrt{1258} = 35{,}47$ mm

62. Actividad resuelta

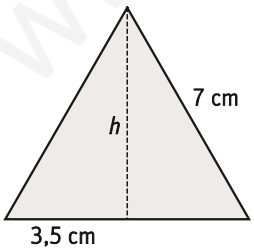
63. Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 15 m, y el lado desigual, 9 m.



Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura:

$15^2 = 4{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 225 - 20{,}25 = 204{,}75 \Rightarrow h = \sqrt{204{,}75} = 14{,}31$ m

64. Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado *l* = 7 cm.



Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura:

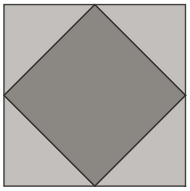
$7^2 = 3{,}5^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 49 - 12{,}25 = 36{,}75 \Rightarrow h = \sqrt{36{,}75} = 6{,}06$ cm

65. Calcula la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si los cuadrados que se construyen sobre los catetos tienen áreas de 9 cm^2 y 16 cm^2.

$h^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow h = \sqrt{25} = 5$ cm

www.yoquieroaprobar.es

66. Calcula el perímetro del cuadrado rojo sabiendo que el lado del cuadrado mayor mide 4 cm.

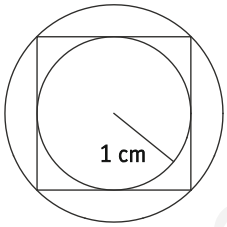


Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular el lado del cuadrado interior:

$l^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow l = \sqrt{8} = 2{,}83$ cm

El perímetro mide: $P = 2{,}83 \cdot 4 = 11{,}32$ cm

67. Un círculo cuyo radio mide 1 cm, está inscrito en un cuadrado, y este, a su vez, está inscrito en otro círculo, como se muestra en la figura. ¿Cuántos centímetros mide el radio de éste último círculo?



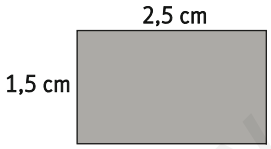
El lado del cuadrado mide lo mismo que el diámetro del círculo que tiene inscrito: $l = 2$ cm

El diámetro del círculo circunscrito al cuadrado es igual que la diagonal del cuadrado, que se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $d^2 = 2^2 + 2^2 = 8 \Rightarrow d = \sqrt{8} = 2{,}83$ cm

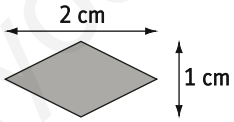
Por tanto, el radio mide: $r = 1{,}42$ cm.

68. Calcula el área de los siguientes polígonos.

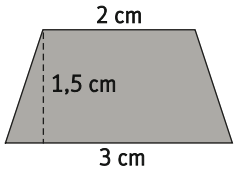
a)



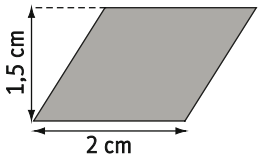
b)



c)



d)



a) $A = 2{,}5 \cdot 1{,}5 = 3{,}75$ cm^2

b) $A = \dfrac{2 \cdot 1}{2} = 1$ cm^2

c) $A = \dfrac{(3+2) \cdot 1{,}5}{2} = 3{,}75$ cm^2

d) $A = 2 \cdot 1{,}5 = 3$ cm^2

69. Calcula la altura de un rectángulo cuya base mide 10 cm y su área es 60 cm^2.

$60 = 10 \cdot h \Rightarrow h = \dfrac{60}{10} = 6$ cm

70. Calcula el área de un romboide de base $b = 6$ mm y altura $h = 3{,}2$ mm.

$A = 6 \cdot 3{,}2 = 19{,}2$ mm^2

71. Calcula el área de un rombo cuya diagonal mayor mide 6,18 cm, y su diagonal menor, 4,5 cm.

$A = \dfrac{6{,}18 \cdot 4{,}5}{2} = 13{,}91$ cm^2

www.yoquieroaprobar.es

72. Calcula el área de un cuadrado cuyo perímetro es 2,8 m.

$2{,}8 = 4 \cdot l \Rightarrow l = \dfrac{2{,}8}{4} = 0{,}7$ m

$A = 0{,}7^2 = 0{,}49$ m^2

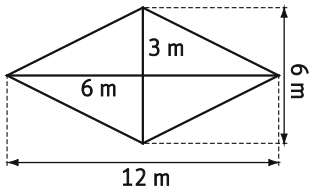
73. El perímetro de un rectángulo mide 72,5 mm. Sabiendo que la base mide 18,25 mm, calcula el área.

$72{,}5 = 2 \cdot 18{,}25 + 2 \cdot a \Rightarrow a = \dfrac{72{,}5 - 36{,}5}{2} = 18$ m

$A = 18{,}25 \cdot 18 = 328{,}5$ mm^2

74. Actividad resuelta

75. ¿Cuál es el área de un rombo cuyas diagonales miden 12 m y 6 m? ¿Cuánto mide su perímetro?



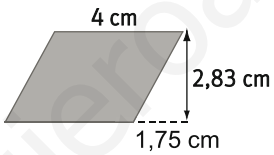
$A = \dfrac{12 \cdot 6}{2} = 36$ cm^2

Para hallar la medida de un lado, aplicamos el teorema de Pitágoras:

$l^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45 \Rightarrow l = \sqrt{45} = 6{,}71$ cm

$P = 4 \cdot 6{,}71 = 26{,}84$ m

76. Calcula el área y el perímetro del romboide.

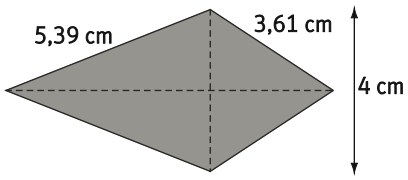


$A = 4 \cdot 2{,}83 = 11{,}32$. El área mide 11,32 cm^2.

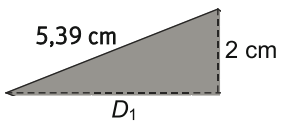
Para calcular el perímetro, calculamos el lado del romboide aplicando el teorema de Pitágoras:

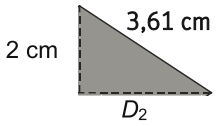
$l^2 = 1{,}75^2 + 2{,}83^2 = 3{,}06 + 8{,}01 = 11{,}07 \Rightarrow l = \sqrt{11{,}07} = 3{,}33$. El perímetro es $P = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3{,}33 = 14{,}66$ cm

77. Calcula el área y el perímetro de la figura.



Para calcular el área, calculamos la diagonal mayor aplicando el teorema de Pitágoras:





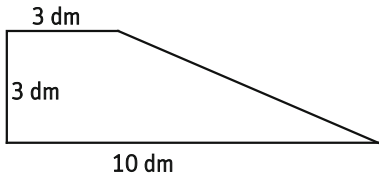
$D_1^2 = 5{,}39^2 - 2^2 = 29{,}05 - 4 = 25{,}05 \Rightarrow D_1 = \sqrt{25{,}05} \simeq 5$

$D_2^2 = 3{,}61^2 - 2^2 = 13{,}03 + 4 = 9{,}03 \Rightarrow D_2 = \sqrt{9{,}03} \simeq 3$. La diagonal mayor mide 8 cm.

Por lo que el área es $A = \dfrac{8 \cdot 4}{2} = 16$ cm^2 y el perímetro 18 cm.

www.yoquieroaprobar.es

78. Calcula el área de un trapecio rectángulo de altura 3 dm, una de sus bases mide 10 dm y la otra base es $\frac{3}{10}$ de la anterior.

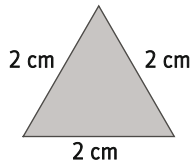


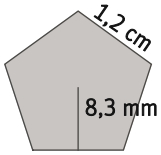
$A = \frac{(3+10)\cdot 3}{2} = 19{,}5$

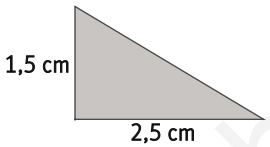
El área es 19,5 cm^2.

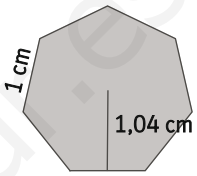
79. Calcula el perímetro y el área de estas figuras.

a) **b)** **c)** **d)**









a) Calculamos la altura del triángulo aplicando Pitágoras: $l^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow l = \sqrt{3} = 1{,}73$.

El área es $A = \frac{2\cdot 1{,}73}{2} = 1{,}73$ cm^2 y el perímetro mide 6 cm.

b) El área es $A = \frac{6\cdot 0{,}83}{2} = 2{,}49$ cm^2 y el perímetro mide 6 cm.

c) El área es $A = \frac{2{,}5\cdot 1{,}5}{2} = 1{,}875$ cm^2 y para calcular el perímetro aplicamos Pitágoras:

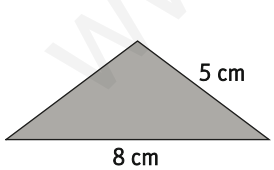
$l^2 = 2{,}5^2 + 1{,}5^2 = 6{,}25 + 2{,}25 = 8{,}5 \Rightarrow l = \sqrt{8{,}5} \simeq 2{,}92$. El perímetro es 6,92 cm.

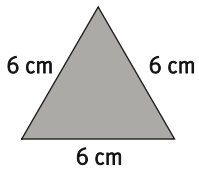
d) El área es $A = \frac{7\cdot 1{,}04}{2} = 3{,}64$ cm^2 y el perímetro mide 7 cm.

80. Calcula el área de un decágono regular de apotema 9,23 cm y perímetro 60 cm.

El área es $A = \frac{60\cdot 9{,}23}{2} = 276{,}9$ cm^2.

81. Calcula el área de los siguientes triángulos.





a) Calculamos la altura del triángulo aplicando Pitágoras: $l^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow l = \sqrt{9} = 3$.

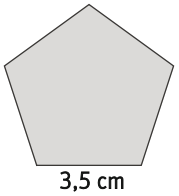
El área es $A = \frac{8\cdot 3}{2} = 12$ cm^2.

b) Calculamos la altura del triángulo aplicando Pitágoras: $l^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow l = \sqrt{27} \simeq 5{,}2$.

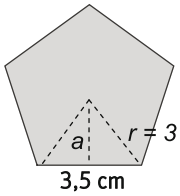
El área es $A = \frac{6\cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6$ cm^2.

www.yoquieroaprobar.es

82. El radio de la circunferencia circunscrita del siguiente pentágono regular mide 3 cm. Calcula el área del pentágono.



Como el radio de la circunferencia circunscrita mide 3 cm, podemos formar un triángulo isósceles. Su altura coincide con la apotema del pentágono.



Calculamos la apotema aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = 3^2 - 1{,}75^2 = 9 - 3{,}06 = 5{,}94 \Rightarrow a = \sqrt{5{,}94} = 2{,}44$

El área es $A = \dfrac{17{,}5 \cdot 2{,}44}{2} = 21{,}35 \text{ cm}^2$

83. Dos triángulos tienen la misma base, pero el área de uno es el doble que el área del otro. ¿Qué relación hay entre sus alturas?

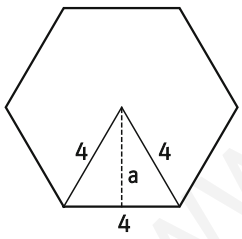
El área del primer triángulo es $A_1 = \dfrac{b_1 \cdot h_1}{2}$. El área del segundo es el doble de la del primero $A_2 = \dfrac{b_2 \cdot h_2}{2} = 2\ A_1$.

Como las bases son iguales $b_1 = b_2$:

$$\frac{b_2 \cdot h_2}{2} = 2 \cdot \frac{b_1 \cdot h_1}{2} \Rightarrow h_2 = 2h_1.$$

La altura del segundo triángulo es el doble que la del primer triángulo.

84. El lado de un hexágono regular mide 4. Calcula su apotema y su área.



Un hexágono regular se puede dividir en 6 triángulos equiláteros. La altura de cualquiera de estos triángulos es la apotema del hexágono.

Calculamos la apotema aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} = 3{,}46$

El área es $A = \dfrac{24 \cdot 3{,}46}{2} = 41{,}52 \text{ cm}^2$.

85. Calcula el área de un círculo de radio $r = 3{,}75$ cm.

El área del círculo viene dada por $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3{,}75^2 = 44{,}18 \text{ cm}^2$.

86. Calcula el área encerrada entre dos circunferencias concéntricas de radios 4 cm y 7 cm.

El área encerrada se puede calcular como el área de una corona circular:

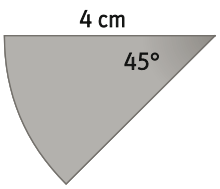
$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (7^2 - 4^2) = \pi \cdot (49 - 16) = 103{,}67 \text{ cm}^2$.

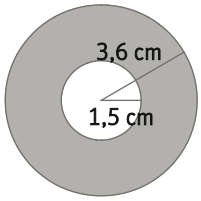
O bien, como la diferencia de las superficies de los círculos de radios 4 cm y 7 cm:

$C_R - C_r = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = 153{,}94 - 50{,}27 = 103{,}67$

www.yoquieroaprobar.es

87. Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras.





a) El área del sector circular viene dada por $A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = 6{,}28 \text{ cm}^2$.

El perímetro es la suma de los dos radios y el arco de circunferencia correspondiente a 45º, $P = 4 + 4 + 2\pi \cdot 4 \cdot \frac{45^\circ}{360^\circ} = 11{,}14 \text{ cm}$.

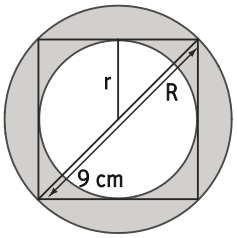
b) El área de la corona circular viene dada por $A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (3{,}6^2 - 1{,}5^2) = \pi \cdot (12{,}96 - 2{,}25) = 33{,}65 \text{ cm}^2$.

El perímetro es la suma de las longitudes de las dos circunferencias, $P = 2\pi \cdot 3{,}6 + 2\pi \cdot 1{,}5 = 10{,}2\pi = 32{,}04 \text{ cm}$.

88. El área de un sector circular de radio *r* = 13 cm es 48,57 cm^2. ¿Qué amplitud tiene el sector?

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ} \Rightarrow n^\circ = \frac{A \cdot 360^\circ}{\pi \cdot r^2} = \frac{48{,}57 \cdot 360^\circ}{\pi \cdot 13^2} = 32{,}93$$

89. Calcular el área de la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita a un cuadrado de 9 m de diagonal.

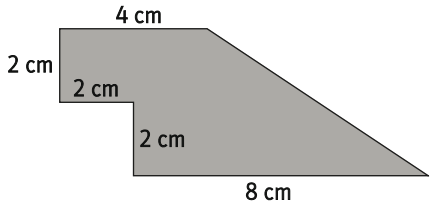


El radio de la circunferencia circunscrita coincide con la mitad de la diagonal por lo tanto será *R* = 4,5 cm. El radio de la circunferencia inscrita *r* es la mitad del lado del cuadrado. Para calcularlo aplicamos el teorema de Pitágoras:

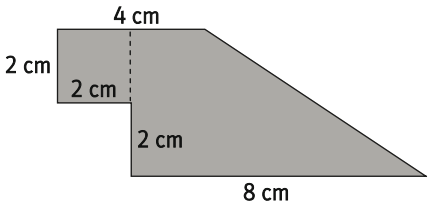
$$4{,}5^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{20{,}25}{2} \Rightarrow r = \sqrt{10{,}125} = 3{,}18$$

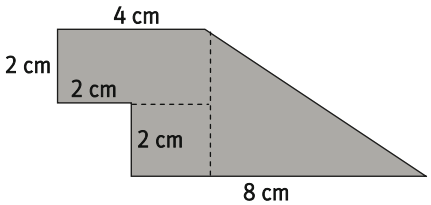
El área de la corona es: $A = \pi \cdot (4{,}5^2 - 3{,}18^2) = \pi \cdot (20{,}25 - 10{,}11) \simeq 31{,}85 \text{ cm}^2$.

90. Descompón la figura y averigua su área.



Hay diversas formas de dividir la figura





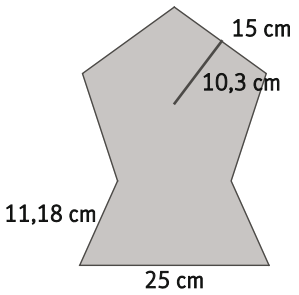
$$A = l^2 + \frac{(b+B)\cdot h}{2} = 2^2 + \frac{(2+8)\cdot 4}{2} = 4 + 20 = 24$$

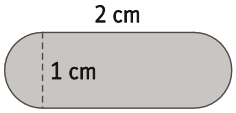
$$A = l^2 + b \cdot h + \frac{b \cdot h}{2} = 2^2 + 4 \cdot 2 + \frac{6 \cdot 4}{2} = 24$$

En cualquier caso, el área mide 24 cm^2.

www.yoquieroaprobar.es

91. Calcula el perímetro y el área.

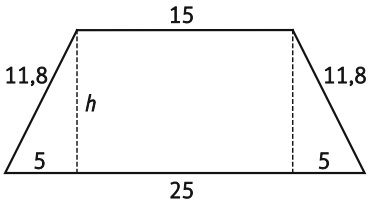




a) La figura está formada por un pentágono regular y un trapecio isósceles.

El perímetro mide $P = 25 + 2 \cdot 11{,}18 + 4 \cdot 15 = 107{,}36$ cm.

Para calcular el área, calculamos la altura del trapecio aplicando el teorema de Pitágoras:



$h^2 = 11{,}18^2 - 5^2 = 124{,}99 - 25 = 99{,}99 \Rightarrow h = \sqrt{99{,}99} \simeq 10$

Por lo que,

$$A = \frac{p \cdot a}{2} + \frac{(b+B) \cdot h}{2} = \frac{75 \cdot 10{,}3}{2} + \frac{(15+25) \cdot 10}{2} = 386{,}25 + 200 = 586{,}25$$

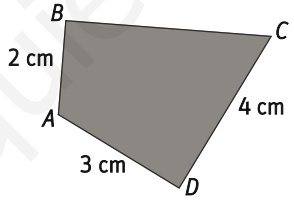
El área mide 586,25 cm^2

b) La figura está formada por dos semicírculos y un rectángulo.

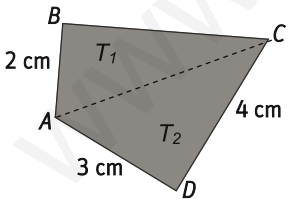
El perímetro mide $P = 2\pi \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 2 = 3{,}14 + 4 = 7{,}14$ cm.

El área mide $A = \pi \cdot r^2 + b \cdot h = \pi \cdot 0{,}5^2 + 2 \cdot 1 = 2{,}79$ cm^2

92. ¿Cuál es el área del cuadrilátero si los ángulos *B* y *D* son rectos?



El área de la figura es la suma del área de los dos triángulos rectángulos que la forman.



El área de T_2 es $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

Para calcular el área de T_1 calculamos la hipotenusa AC y el cateto de BC

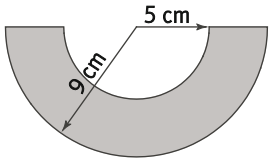
$AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AC = \sqrt{25} = 5$

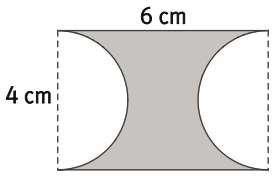
$BC^2 = 5^2 - 2^2 = 21 \Rightarrow BC = \sqrt{21} = 4{,}58$

El área de T_2 es $A = \frac{4{,}58 \cdot 2}{2} = 4{,}58$. El área de la figura es 10,58 cm^2.

www.yoquieroaprobar.es

93. Calcula el área de las siguientes figuras.





a) El área de la figura se puede calcular como el área de la mitad de una corona circular.

$$A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2)}{2} = \frac{\pi \cdot (9^2 - 5^2)}{2} = \frac{\pi \cdot (81 - 25)}{2} = 87{,}96 \text{ cm}^2$$

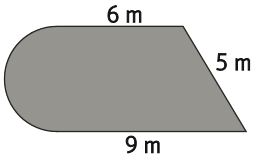
b) El área de la figura se puede calcular como la diferencia entre el área de un rectángulo y de un círculo.

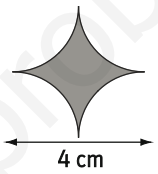
$$A = b \cdot h - \pi \cdot r^2 = 6 \cdot 4 - \pi \cdot 2^2 = 11{,}43 \text{ cm}^2$$

94. Las dimensiones del siguiente campo de fútbol son 90 m × 120 m.

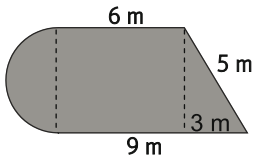
Una hectárea (ha) son 10 000 m^2. La superficie del campo será 90 · 120 = 10 800 m^2, que son de 1,08 ha.

95. Calcula el área y el perímetro de las siguientes figuras.





a) El área de la figura se puede calcular como la suma entre el área de un trapecio y de un semicírculo.



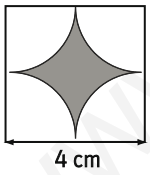
Calculamos la altura del trapecio aplicando el teorema de Pitágoras:

$h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow h = \sqrt{16} = 4$.

El área es: $A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} + \frac{(b + B) \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} + \frac{(6 + 9) \cdot 4}{2} = 36{,}28 \text{ m}^2$.

El perímetro es $P = \pi \cdot 2 + 6 + 5 + 9 = 26{,}28$

b) El área de la figura se puede calcular como la diferencia entre el área de un cuadrado y de cuatro sectores circulares de 90º de amplitud que forman un círculo.

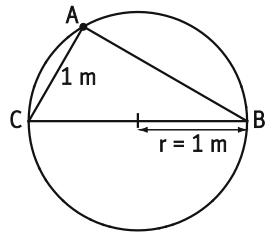


$A = l^2 - \pi \cdot r^2 = 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 3{,}44$

El perímetro es la suma de los cuatro arcos de circunferencia de amplitud 90º, es decir, la longitud de una circunferencia de radio 2 cm:

$P = 2\pi \cdot r = 4\pi = 12{,}57$

96. Halla el área del triángulo de base, el diámetro de una circunferencia de radio 1 m y el vértice opuesto a la base está sobre la circunferencia a 1 m de otro vértice.



El triángulo es rectángulo porque el ángulo correspondiente al vértice que está sobre la circunferencia mide 90º al ser la mitad del central correspondiente que es el formado por un diámetro por lo que su amplitud es 180º. Calculamos el cateto desconocido del triángulo aplicando el teorema de Pitágoras:

$c^2 = 2^2 - 1^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3} = 1{,}73$.

Por lo que el área es: $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 1{,}73}{2} = 0{,}87 \text{ m}^2$.

www.yoquieroaprobar.es

97. Las dimensiones de un patio rectangular de 10 m × 14 m, se reducen a la mitad. ¿Cuánto ha disminuido su área?

El área es $A = 10 \cdot 14 = 140$. Al reducir las dimensiones a la mitad el área será $A = 5 \cdot 7 = 35$. Por lo que el área se ha reducido 4 veces.

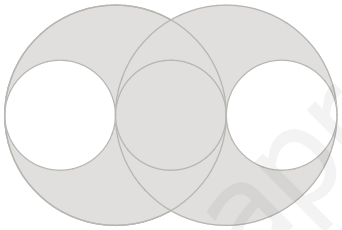
98. Calcula el área de un hexágono regular que tiene el mismo perímetro que un cuadrado de área 3969 m^2.

El lado del cuadrado es $\sqrt{3969} = 63$, por lo que el perímetro del cuadrado es 252 m. Si tiene el mismo perímetro, el lado del hexágono medirá $\frac{252}{6} = 42$ m. Como un hexágono está formado por seis triángulos equiláteros, la altura del triángulo coincide con la apotema del perímetro. Aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = 42^2 - 21^2 = 1764 - 441 = 1323 \Rightarrow a = \sqrt{1323} = 36,37$

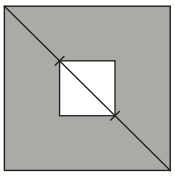
Así el área del hexágono es $A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{252 \cdot 36,37}{2} = 4582,62$ m^2.

99. En el dibujo siguiente, el radio de los círculos grandes es 2 cm. ¿Cuánto mide el área blanca?



El diámetro del círculo pequeño coincide con el radio del círculo grande. El área blanca es: $A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 1^2 = 6,28$ cm^2.

100. En esta figura, el área del cuadrado mayor es 1 m^2. La diagonal está dividida en tres segmentos de la misma longitud. ¿Cuál es el área del cuadrado pequeño?



Como conocemos el área del cuadrado mayor, deducimos que su lado mide 1 m. Calculamos la diagonal mediante el teorema de Pitágoras: $h^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow h = \sqrt{2} = 1,41$ m.

La diagonal del cuadrado pequeño es $\frac{1,41}{3} = 0,47$ m. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular el lado del cuadrado pequeño:

$0,47^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{0,22}{2} = 0,11 \Rightarrow l = 0,33$

El área del cuadrado pequeño es $A = l^2 = 0,33^2 = 0,11$ m^2.

www.yoquieroaprobar.es

101. En la noche del 16 de agosto de 1790 se produjo el tercer gran incendio de la Plaza Mayor de Madrid, quedando completamente destruido un tercio de su perímetro. Las dimensiones de la plaza entonces eran 120 m × 94 m. ¿Cuántos metros se destruyeron?

El perímetro es $P = 120 \cdot 2 + 94 \cdot 2 = 428$m. La tercera parte son 142,67 m.

102. Quiero hacer un tapete para una mesa cuadrada de 85 cm de lado. ¿Qué cantidad de tela necesito? Si le pongo una cinta alrededor, ¿cuánta necesito?

La tela que necesito es la superficie de un cuadrado de 85 cm de lado, es decir, $A = 85^2 = 7225$ cm^2 de tela y la cantidad de cinta es el perímetro del mismo cuadrado, es decir, 340 cm de cinta.

103. Un aspersor que da una vuelta completa, tiene un alcance de 5 m. ¿Qué superficie de césped se riega?



La superficie es un círculo de radio 5 m, por tanto $A = \pi \cdot r^2 = 78{,}54$ m^2.

104. Una ruleta tiene seis sectores iguales, 3 rojos y tres negros. Si el radio de la ruleta es 3 cm, calcula el área de cada sector.

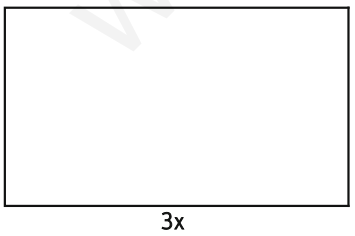
Cada sector tiene una amplitud de $\frac{360°}{6} = 60°$, por lo que la superficie que ocupa es:

$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 60°}{360°} = 4{,}71\text{cm}^2$.

105. El abuelo quiere enmarcar una lámina de 50 m × 70 m. El cristal cuesta 10 €/m^2 y el marco 15 €/m. ¿Cuánto costará enmarcar la lámina?

La superficie de cristal es el área de la lámina, $A = 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}35\,\text{m}^2$. El coste del cristal es 0,35 · 10 = 3,5 €. El marco tendrá la longitud del perímetro, $P = 0{,}5 \cdot 2 + 0{,}7 \cdot 2 = 2{,}4$ m. El coste del marco 2,4 · 15 = 36 €. Enmarcar la lámina costará 39,5 €.

106. El ancho de una parcela rectangular es tres veces mayor que el largo. Si el perímetro es 720 m, ¿cuál es el área?



$P = 3x \cdot 2 + x \cdot 2 \Rightarrow 720 = 8x \Rightarrow x = \frac{720}{8} = 90$. El área será

$A = x \cdot 3x = 3 \cdot 90^2 = 24\,300 = 24\,300$ m^2.

107. Problema resuelto

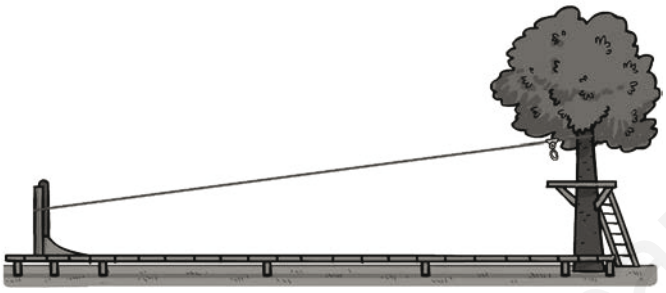
www.yoquieroaprobar.es

108. Queremos sujetar un mástil de 1,5 m de altura de una tienda de campaña con cuatro vientos. La separación entre la parte inferior del viento y la base del poste es de 5 m. ¿Cuánta cuerda necesitaremos comprar?

Para calcular la longitud de cada viento, aplicamos Pitágoras: $l^2 = 1{,}5^2 + 5^2 = 27{,}25 \Rightarrow l = \sqrt{27{,}25} = 5{,}22$.

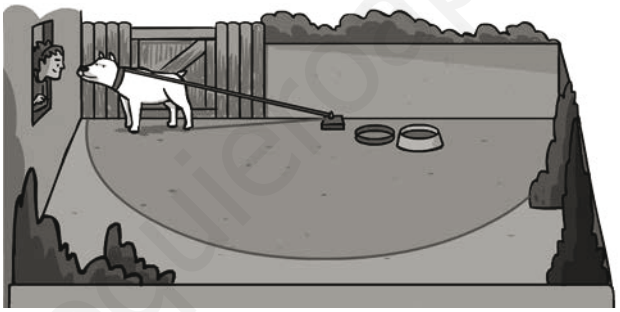
La longitud total de cuerda será 4 · 5,22 = 20,88 m.

109. Vamos a construir una tirolina entre un árbol y un poste que está a 35 m. Si la diferencia de altura entre los dos puntos de anclaje de la cuerda es de 4,5 m, ¿cuánto mide la cuerda?



Aplicando el teorema de Pitágoras: $l^2 = 35^2 + 4{,}5^2 = 1245{,}25 \Rightarrow l = \sqrt{1245{,}25} = 35{,}29$. La cuerda mide 35,29 m.

110. Un perro está atado con una cuerda de 3 m en una finca como muestra el dibujo.



a) ¿Qué superficie tiene el perro para correr?

b) Manteniendo la cuerda estirada, ¿qué distancia máxima puede recorrer en cada semi vuelta?

a) La superficie que tiene el perro para correr es un semicírculo de radio 3 m. $A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = 14{,}14 \text{ m}^2$

b) La longitud que puede recorrer es la mitad de la longitud de la circunferencia $L = \frac{2\pi \cdot r}{2} = 9{,}42\,9{,}42 \text{ m}$

111. ¿Cuántas vueltas da la rueda de una bicicleta de 56 cm de radio al recorrer un kilómetro?

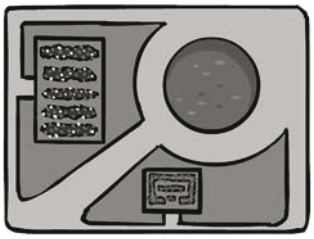
La longitud que recorre una rueda de 56 cm de radio en una vuelta es $L = 2\pi \cdot r = 351{,}86$ cm. Por lo que en un kilómetro $\frac{100000}{351{,}86} = 284{,}2$ vueltas.

112. El torno de un pozo tiene 20 cm de diámetro. Para recoger la cuerda hemos dado 43 vueltas. Calcula la longitud de la cuerda.

Cada vuelta necesita $L = 2\pi \cdot r = 62{,}83$ cm. Por lo que la cuerda medirá 43 · 62,83 = 2701,7cm = 27,01 m.

www.yoquieroaprobar.es

113. En un parque de forma rectangular, el estanque tiene forma de círculo de radio 80 dm. La rosaleda ocupa una zona cuadrada de lado *l* = 19 m, y la dalieda, una zona rectangular de 2350 dm^2. El resto son jardines que ocupan 562 m^2. ¿Cuánto mide la superficie del parque?



La superficie del parque es la suma de la superficie que ocupa la fuente, la rosaleda, la dalieda y los jardines, es decir, $A = \pi \cdot 80^2 + 190^2 + 2350 + 56200 = 20106{,}19 + 36100 + 2350 + 56200 = 114756{,}19$ dm^2 = 1147,56 m^2.

114. La Luna está llena de cráteres como consecuencia del impacto de numerosos meteoritos. En la fotografía se ve el cráter Euler, en honor al famoso matemático. Su diámetro mide 28 km.

a) ¿Qué superficie ocupa?

b) ¿Cuántos campos de fútbol se pueden construir dentro, si un campo de fútbol mide 90 × 120 m?

a) La superficie del cráter es aproximadamente el área de un círculo $A = \pi \cdot 14^2 = 615{,}75$ km^2.

b) La superficie de un campo de fútbol es $A = 90 \cdot 120 = 10800$ m^2 =0,0108 km^2.

El número de campos de fútbol es $\frac{615{,}75}{0{,}0108} \simeq 57013$.

115. Un faro barre con su luz un ángulo de 120°. El alcance máximo del faro es de 10 millas náuticas, ¿cuál es la longitud máxima en metros del arco correspondiente? (1 milla náutica = 1852 m)



Calculamos el arco correspondiente a una amplitud de 120º. $L = \frac{2\pi \cdot 10 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = 20{,}94$ millas.

En metros: 20,94 · 1852 = 38 788,18 m.

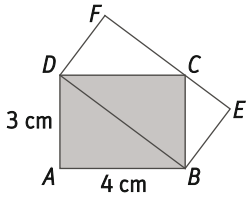
116. En la plaza del ayuntamiento se ha producido una concentración de ciudadanos. Por los vídeos la densidad era de 1,5 personas por metro cuadrado. Según los organizadores se concentraron 9000 personas. ¿Estás de acuerdo con la organización si la plaza es rectangular con dimensiones *b* = 96 m y *h* = 54 m?

La superficie de la plaza es $A = b \cdot h = 96 \cdot 54 = 5184$ m^2. Si la densidad de personas era de 1,5 personas por metro cuadrado, el número de personas que asistió es $\frac{5184}{1{,}5} = 3456$

No podemos estar de acuerdo, porque se concentraron 3456 personas (5544 personas menos de lo que dicen los organizadores).

www.yoquieroaprobar.es

117. En la figura se observan dos rectángulos: *ABCD* y *DBEF*. ¿Cuál es, en cm^2, el área del rectángulo *DBEF*?



A. 10 **B. 16** **C. 14** **D. 12**

La base del rectángulo *DBEF* coincide con la diagonal del rectángulo *ABCD* que se puede obtener aplicando el teorema de Pitágoras y mide 5 cm. La altura del rectángulo *DBEF* coincide con la altura del triángulo *DCB* que aplicando el teorema de Pitágoras, mide 2,4 cm. Por tanto el área es $5 \cdot 2{,}4 = 12$. La correcta es la D.

118. ¿Cuál de las regiones sombreadas tiene área distinta a todas las demás?

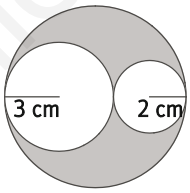
A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Si tomamos como unidad el área de un cuadradito obtenemos:

	A.	B.	C.	D.
Área	$9-\frac{3\cdot3}{2}-\frac{3\cdot1}{2}=3$	$\frac{3\cdot2}{2}=3$	$9-\frac{3\cdot2}{2}=3$	$9-\frac{3\cdot2}{2}\cdot2-\frac{1\cdot1}{2}=2{,}5$

La respuesta es la D.

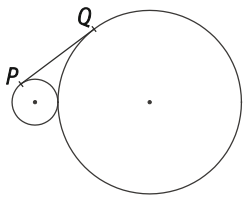
119. Las circunferencias de la figura son tangentes entre sí. ¿Cuánto mide, en cm^2, el área sombreada?



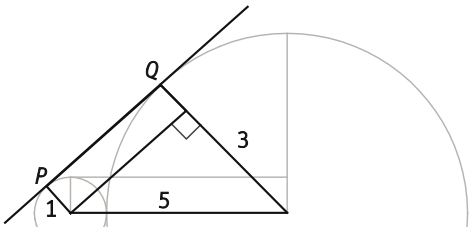
A. 4π **B. 6π** **C. 9π** **D. 12π**

El área sombreada es la diferencia entre el área del círculo de diámetro 10 cm y la suma de las dos circunferencias de radios 3 y 2 cm. Es decir, $\pi \cdot 5^2 - (\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 2^2) = 12 \cdot \pi$. La respuesta es la D.

120. Los radios de las circunferencias de la figura son 1 cm y 4 cm y el segmento *PQ* es tangente a ambas circunferencias. ¿Cuál es su longitud?



A. $\sqrt{17}$ cm **B. 4 cm** **C. 3 cm** **D. $\sqrt{18}$ cm**

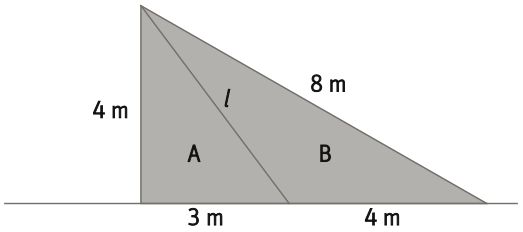


Aplicando el teorema de Pitágoras el segmento *PQ* mide: $\sqrt{5^2-3^2}=4$.

La respuesta correcta es la B.

www.yoquieroaprobar.es

121. Un triángulo está dividido por la mitad, como muestra el dibujo. Queremos conocer la medida del lado *l*.



-Juan, utilizando el triángulo A, lo calcula así:

Por el teorema de Pitágoras:

$l^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow l = 5$ m

-Alejandro utiliza el triángulo B para calcularlo:

Por el teorema de Pitágoras:

$8^2 = l^2 + 4^2 \Rightarrow l^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow l = 6{,}9$ m

¿Por qué no obtienen el mismo resultado? ¿Quién tiene razón?

En el triángulo B no se puede utilizar el Teorema de Pitágoras porque no es un rectángulo. Por lo tanto, tiene razón Juan.

PONTE A PRUEBA

Problema resuelto

La parcela

El concierto

Un grupo de música quiere celebrar un concierto muy especial al aire libre. Se esperan unos 25 000 asistentes y las normas de seguridad establecen que el aforo se calcule considerando 3 personas por metro cuadrado. Se necesita montar un escenario rectangular de dimensiones 20 × 12 m. El perímetro de seguridad es de 25 × 15 m. A continuación, te indicamos las dimensiones de algunos recintos.

Recinto	Dimensiones
Campo de fútbol	129 m × 94 m
Patio del castillo	Aprox. 81 m × 81 m
Parque	Aprox. 112 m × 37 m
Velódromo	120 m × 80 m

Selecciona aquellos recintos en los que se pueda celebrar el concierto.

Para cubrir el aforo se necesitan como mínimo $25\,000 : 3 = 8333{,}\overline{3}$ m^2. Para el escenario $20 \cdot 12 = 240$ m^2 y para el perímetro de seguridad $25 \cdot 15 = 375$ m^2. En total se necesitan, como mínimo $8948{,}\overline{3}$ m^2.

El área de los recintos es:

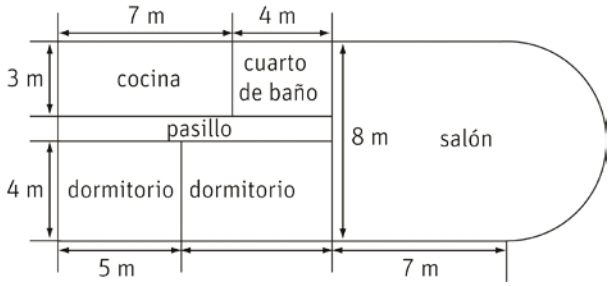
Recinto	Área
Campo de fútbol	12 126 m^2
Patio del castillo	6561 m^2
Parque	4144 m^2
Velódromo	9600 m^2

Por tanto, los recintos en los que se podría celebrar el concierto son en el campo de fútbol y en el velódromo.

www.yoquieroaprobar.es

La reforma

Los dueños de la vivienda que se muestra en el plano quieren hacer obra.



En la tabla se presenta el coste de los materiales.

Material	€/m^2
Azulejos	11
Tarima	20
Mármol	20
Solería cocina	25

Haz un presupuesto de materiales para una reforma con las siguientes características:

– Todo el piso tiene tarima menos el cuarto de baño y la cocina.

– En el suelo del cuarto de baño se utilizará mármol.

– En el suelo de la cocina se utilizará solería de barro cocido.

– En las paredes del cuarto de baño y de la cocina se colocará azulejo hasta una altura de 1,5 m.

El área de las diferentes estancias es:

Estancia	Área (m^2)
Dormitorio pequeño	$5 \cdot 4 = 20$
Dormitorio grande	$6 \cdot 4 = 24$
Pasillo	$11 \cdot 1 = 11$
Cocina	$3 \cdot 7 = 21$
Salón	$8 \cdot 7 + \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 81{,}13$
Cuarto de baño	$4 \cdot 3 = 12$

Superficie tarima: 20 m^2 + 24 m^2 + 11 m^2 + 81,13 m^2 = 136,13 m^2 Precio: 20 €/m^2 Total: 136,13 · 20 = 2722,6 €

Suelo cuarto de baño: 12 m^2 Precio: 20 €/m^2 Total: 12 · 20 = 240 €

Suelo cocina: 21 m^2 Precio: 25 €/m^2 Total: 21 · 25 € = 525 €

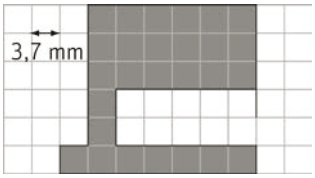
Paredes cuarto de baño y cocina: 14 · 1,5 + 20 · 1,5 = 51 m^2 Precio: 11 €/m^2 Total: 51 · 11 = 561 €

Total: 2722,6 + 240 + 525 + 561 = 4048,6 €.

www.yoquieroaprobar.es

AUTOEVALUACIÓN

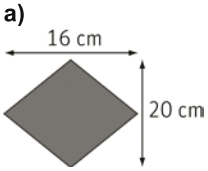
1. ¿Cuánto mide el perímetro de la siguiente figura?



Perímetro: $36 \cdot 3{,}7 = 133{,}2$ mm

2. Averigua el área de las siguientes figuras.

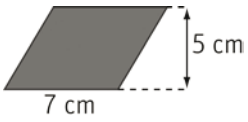
a)



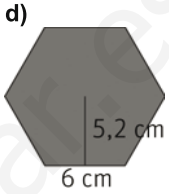
b)



c)



d)



a) $\frac{16 \cdot 20}{2} = 160 \text{ cm}^2$

b) $\frac{2 \cdot \sqrt{15}}{2} = 3{,}87 \text{ cm}^2$

c) $7 \cdot 5 = 35 \text{ cm}^2$

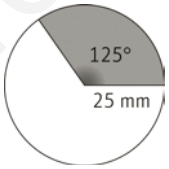
d) $\frac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$

3. Halla el área de estas figuras circulares.

a)



b)



a) $\pi \cdot \left(\frac{22{,}30}{2}\right)^2 = 390{,}57 \text{ cm}^2$

b) $\frac{\pi \cdot 25^2 \cdot 125^\circ}{360^\circ} = 681{,}77 \text{ mm}^2$

4. ¿Cuál es el área y el perímetro de una corona circular de radios 7 cm y 4 cm?

Área = $\pi \cdot (7^2 - 4^2) = 103{,}67 \text{ cm}^2$

Perímetro = $2 \cdot \pi \cdot 7 + 2 \cdot \pi \cdot 4 = 69{,}16$ cm

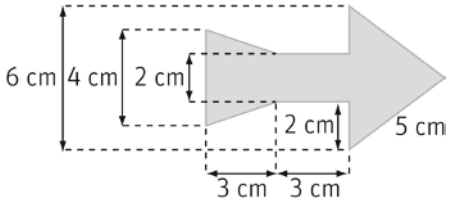
5. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 5,57 mm. Si recorto un arco que mide 5 mm, ¿qué ángulo abarca dicho arco?

Longitud circunferencia = $2 \cdot \pi \cdot 5{,}57 = 35$ mm.

Ángulo que abarca: $5 = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5{,}57 \cdot n^\circ}{360^\circ} \Rightarrow n^\circ = \frac{5 \cdot 360^\circ}{2 \cdot \pi \cdot 5{,}57} = 51{,}43^\circ$

www.yoquieroaprobar.es

6. Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura.



La altura del triángulo de la punta de la flecha mide: $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm.

La hipotenusa de los triángulos de la cola de la flecha mide: $\sqrt{1^2 + 3^2} = 3{,}16$ cm.

Área = $\frac{1 \cdot 3}{2} \cdot 2 + 2 \cdot 6 + \frac{3 \cdot 4}{2} = 21$ cm^2.

Perímetro = 4 + 3,16 + 2 + 3 + 5 + 5 + 2 + 3 + 3,16 = 32,32 cm

7. Un ratón está en la esquina de una habitación de dimensiones 5 m × 4 m. En la esquina opuesta hay un trozo de queso. ¿Cuál es el camino más corto que recorre el ratón para apoderarse el queso? ¿Qué longitud tiene?

El camino más corto es la diagonal, que mide $\sqrt{5^2 + 4^2} = 6{,}40$ m.

www.yoquieroaprobar.es

14 Cuerpos geométricos. Volúmenes

Analiza y contesta

¿Cuál fue el último poliedro regular que se conoció? ¿Qué polígonos forman sus caras?

El icosaedro. Sus caras son triángulos equiláteros.

¿Qué poliedro es el más parecido a la esfera? ¿A qué crees que es debido?

El icosaedro, ya que es el que tiene mayor número de caras.

Reflexiona y saca conclusiones

¿Puede haber un poliedro regular en cuyos vértices confluyan seis triángulos equiláteros?

No, confluyen 5 triángulos equiláteros en el icosaedro.

En el cubo, en cada vértice, convergen tres caras cuadradas. ¿Puede haber otro poliedro regular en el que en cada vértice converjan cuatro cuadrados? ¿Por qué?

No, porque 4 cuadrados con un vértice en común forman un plano.

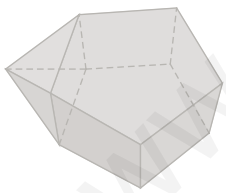
¿Cuántos pentágonos confluyen en cada vértice del dodecaedro?

3 pentágonos

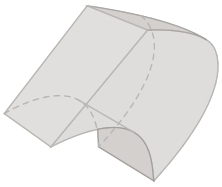
Actividades

1. Indica cuál de las siguientes figuras no es un poliedro. Explica por qué.

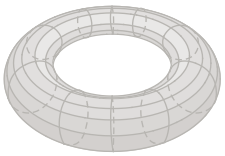
A.



B.



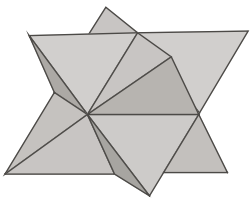
C.



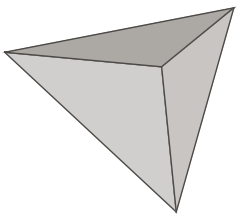
No son poliedros las figuras B y C, porque tienen superficies curvas.

2. Indica el número de caras, aristas y vértices de cada uno de los siguientes poliedros.

a)



b)



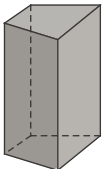
a) Caras: 24 Aristas: 34 Vértices: 12

b) Caras: 4 Aristas: 6 Vértices: 4

www.yoquieroaprobar.es

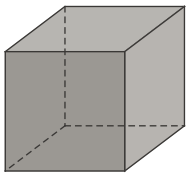
3. Nombra los siguientes poliedros.

a)



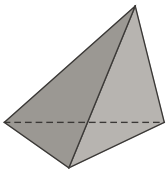
a) Prisma cuadrangular

b)



b) Hexaedro o cubo

c)



c) Pirámide triangular

4. Indica el número de caras, aristas y vértices de:

a) Un prisma pentagonal

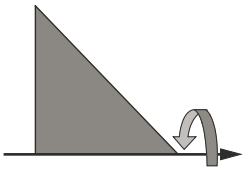
b) Una pirámide hexagonal

c) Un ortoedro

d) Un octaedro

a)	Caras: 7	Aristas: 15	Vértices: 10
b)	Caras: 7	Aristas: 12	Vértices: 7
c)	Caras: 6	Aristas: 12	Vértices: 8
d)	Caras: 8	Aristas: 12	Vértices: 6

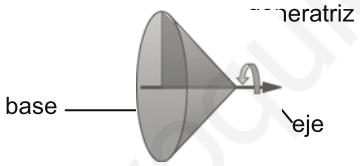
5. ¿Qué cuerpos geométricos obtenemos al girar los siguientes polígonos por el eje señalado? Indica sus elementos.

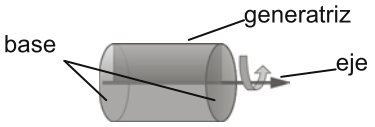


Al girar el triángulo se obtiene un cono.



Al girar el rectángulo se obtiene un cilindro.

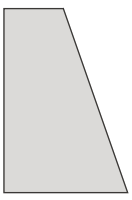




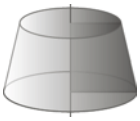
6. Si cogemos un rectángulo, ¿se obtiene el mismo cilindro si lo hacemos girar por la base o por la altura?

No se obtiene el mismo cilindro.

7. ¿Qué cuerpo geométrico se genera al girar este trapecio alrededor de su lado izquierdo? Trata de dibujarlo en tu cuaderno. ¿Qué nombre le pondrías?

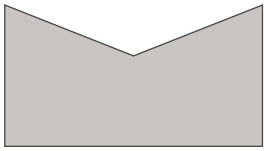


Se genera un tronco de cono. La figura generada sería:



www.yoquieroaprobar.es

8. ¿Qué figura se genera al girar este polígono alrededor de la base?



Se genera una figura similar a un diábolo.

9. ¿Qué figura obtenemos al girar un cuarto de círculo por uno de los radios que lo limitan?

Al girar un cuarto de círculo sobre uno de sus radios se genera una semiesfera.

10. Indicar la figura que debemos hacer girar para obtener los objetos siguientes. Indica dónde se situaría el eje de giro.

a)



c)



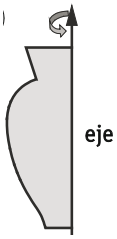
b)



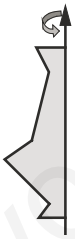
d)



a)



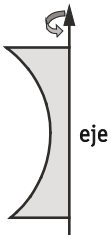
b



c)



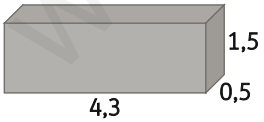
d)



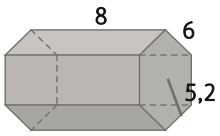
11. Actividad interactiva

12. Calcula el volumen de las siguientes figuras.

a)



b)



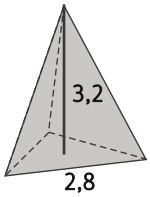
a) $V = (4{,}3 \cdot 0{,}5) \cdot 1{,}5 = 3{,}225$

b) $V = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} \cdot 8 = 748{,}8$

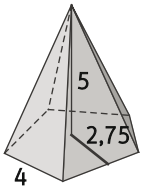
www.yoquieroaprobar.es

13. Calcula el volumen de las siguientes figuras.

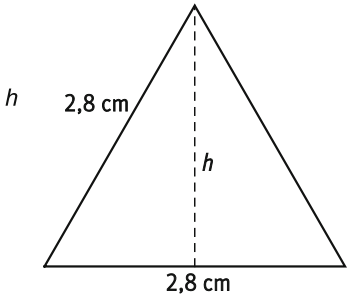
a)



b)



a) Como la base de la pirámide triangular regular es un triángulo equilátero, calculamos su altura con el teorema de Pitágoras:



$h^2 + 1{,}4^2 = 2{,}8^2$

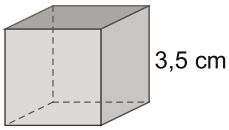
$h^2 = 7{,}84 - 1{,}96 = 5{,}88$

$= \sqrt{5{,}88} = 2{,}42$

$$V = \frac{1}{3}A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\left(\frac{2{,}8 \cdot 2{,}42}{2} \cdot 3{,}2\right) = 3{,}61$$

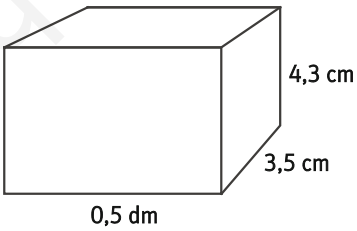
b) $V = \frac{1}{3}A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 2{,}75}{2} \cdot 5 = 45{,}83$

14. Dibuja un cubo de 3,5 cm de lado y calcula su volumen.



El volumen será: $V = 3{,}5^3 = 42{,}88$ cm^3.

15. Dibuja un ortoedro cuya base mide 0,5 dm de largo y 3,5 cm de ancho y cuya altura es 4,3 cm. Calcula su volumen.



El volumen es: $V = 5 \cdot 3{,}5 \cdot 4{,}3 = 75{,}25$ cm^3.

16. ¿Cuál es el volumen de una pirámide cuadrangular de lado 4 m y altura 23 dm?

Volumen de la pirámide cuadrangular regular: $V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2{,}3 = 12{,}27$ m^3

17. El volumen de un prisma pentagonal es 980 cm^3. Sabiendo que su altura es 7 cm, ¿cuál es el área de la base?

Volumen del prisma: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow 980$ cm$^3 = A_{base} \cdot 7$cm $\Rightarrow A_{base} = \frac{980}{7} = 140$ cm^2

18. Actividad resuelta

www.yoquieroaprobar.es

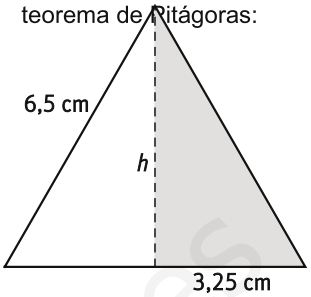
19. Calcula el volumen de las siguientes pirámides.

a) Una pirámide de altura 5 cm y cuya base es un triángulo rectángulo isósceles de catetos 4 cm.

b) Una pirámide de altura 4 m y cuya base es un triángulo equilátero de lado 6,5 m.

a) Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{4 \cdot 4}{2} \cdot 5 \Rightarrow V = 13{,}33 \text{ cm}^3$

b) Volumen de la pirámide: Calculamos la altura del triángulo equilátero por el teorema de Pitágoras:



$h^2 + 3{,}25^2 = 6{,}5^2 \Rightarrow h^2 = 42{,}25 - 10{,}56 = 31{,}69 \Rightarrow h = \sqrt{31{,}69} = 5{,}63$

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6{,}5 \cdot 5{,}63}{2} \cdot 4 \Rightarrow V = 24{,}4 \text{ m}^3$

20. Calcula el volumen de un cilindro de 2 m de radio y 3 m de alto.

Volumen del cilindro: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 3 = 37{,}68 \text{ m}^3$

21. Actividad resuelta

22. Calcula el volumen de estos conos:

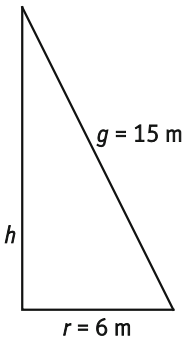
a) La generatriz mide 15 m y el radio de la base es 6 m.

b) La altura mide 12 mm y su generatriz mide 15 mm.

a) Volumen del cono: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

El área de la base es: $A = 3{,}14 \cdot 6^2 = 113{,}04 \text{ m}^2$.

La generatriz, el radio y la altura forman un triángulo rectángulo, utilizando el teorema de Pitágoras:

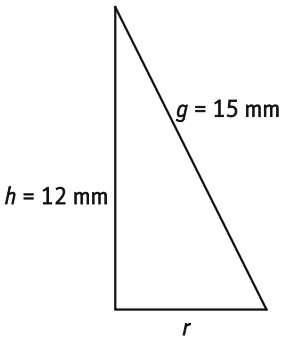


$h^2 + r^2 = g^2 \Rightarrow h^2 + 36 = 225 \Rightarrow h^2 = 225 - 36 \Rightarrow h^2 = 189 \Rightarrow h = \sqrt{189} = 13{,}75$ m de altura

Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 113{,}04 \cdot 13{,}75 \Rightarrow V = 518{,}1 \text{ m}^3$

b) Volumen del cono: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

El radio es un cateto del triángulo rectángulo formado por la generatriz, la altura y el radio. Calculamos el radio: $12^2 + r^2 = 15^2 \Rightarrow r^2 = 225 - 144 \Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = \sqrt{81} = 9$ mm



Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 81 \cdot 12 \Rightarrow V = 1017{,}36 \text{ mm}^3$

23. En un pozo cilíndrico de 2 m de diámetro y 10 m de profundidad, ¿cuánta agua cabría?

Se calcula el volumen del pozo: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 10 = 31{,}4 \text{ m}^3$. Como cada metro cúbico tiene una capacidad de 1000 L, en el pozo cabrán: $3{,}14 \text{ m}^3 \cdot 1000 = 31\,400$ L.

www.yoquieroaprobar.es

24. Un heladero tiene que decidir qué cucurucho ofertar: uno mide 4 cm de diámetro y 15 cm de altura y el otro mide 3 cm de radio y 7 cm de generatriz.



Primer cucurucho: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 15 = 62{,}8 \text{ cm}^3$.

Segundo cucurucho: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot h$

La generatriz es la hipotenusa, el radio es el cateto de la base y falta calcular el otro cateto, que es la altura:

$3^2 + h^2 = 7^2 \Rightarrow h^2 = 49 - 9 \Rightarrow h^2 = 40 \Rightarrow h = \sqrt{40} = 6{,}32$ cm de altura.

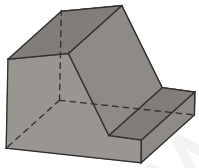
Entonces: $V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 6{,}32; V = 59{,}53 \text{ cm}^3$. Como: 62,8 cm^3 > 59,53 cm^3, tiene mayor capacidad el primer cucurucho.

Respuesta modelo: elegiría el cucurucho menor, porque con el 1.º me dan: $\frac{62{,}8}{3} = 20{,}93 \text{ cm}^3$ por cada euro y con el 2º: $\frac{59{,}53}{2{,}5} = 23{,}81 \text{ cm}^3$ por cada euro.

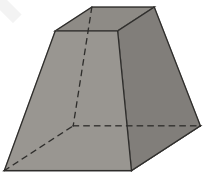
25. Actividad interactiva

26. ¿Son poliedros los siguiente es cuerpos geométricos? ¿Por qué?

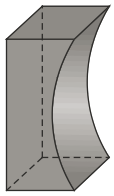
a)



b)



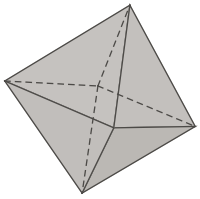
c)



Son poliedros los cuerpos de los apartados a y b, porque tienen las caras planas. El c no es un poliedro porque tiene una cara curva.

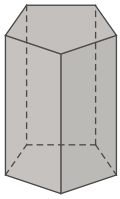
27. Nombra los siguientes cuerpos geométricos.

a)



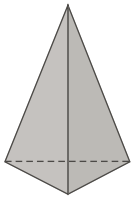
a) Octaedro

b)



b) Prisma pentagonal regular

c)



c) Pirámide triangular.

www.yoquieroaprobar.es

28. Completa los siguientes enunciados.

a) Un poliedro regular con 6 vértices, ●●● aristas y 8 caras se llama ●●●.

b) El dodecaedro tiene ●●● aristas, ●●● vértices y sus 12 caras son ●●●.

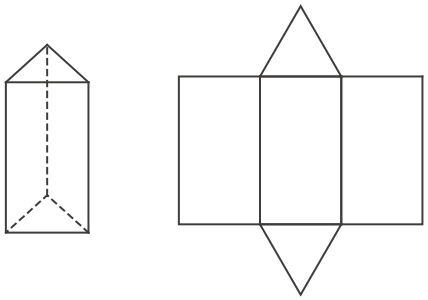
c) Un dado es un ●●●. Tiene ●●● caras, 12 aristas y el número de vértices es ●●●.

a) Un poliedro regular con 6 vértices, 12 aristas y 8 caras se llama octaedro.

b) El dodecaedro tiene 30 aristas, 20 vértices y sus 12 caras son pentágonos regulares.

c) Un dado es un hexaedro o cubo. Tiene 6 caras, 12 aristas y el número de vértices es 8.

29. Dibuja un prisma triangular y su desarrollo plano. ¿Cuántas aristas tiene? ¿Y caras?



Tiene 9 aristas y 5 caras.

30. Actividad resuelta

31. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla sobre pirámides.

Pirámide	N.º de vértices	N.º de aristas
Triangular	●●●	●●●
Cuadrangular	●●●	●●●
Pentagonal	●●●	●●●
Polígono de *n* lados	●●●	●●●

Pirámide	N.º de vértices	N.º de aristas
Triangular	4	6
Cuadrangular	5	8
Pentagonal	6	10
Polígono de *n* lados	$n + 1$	$2n$

32. ¿Qué figura se obtiene al unir dos cubos por una de sus caras? ¿Y dos tetraedros?

Al unir dos cubos por una de sus caras se obtiene un prisma cuadrangular regular.

Si se unen dos tetraedros se obtiene un poliedro de 6 caras iguales que son triángulos equiláteros.

33. ¿Puede haber paralelepípedos de más de seis caras? ¿Por qué?

No, porque los paralelepípedos son prismas rectangulares con las caras paralelas dos a dos y todos tienen 6 caras.

34. Contesta de forma razonada:

a) ¿Una pirámide recta es regular?

b) ¿Una pirámide regular es recta? Explícalo.

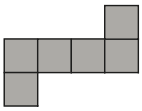
a) Una pirámide recta es regular si el polígono de su base es regular.

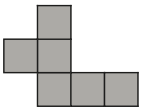
b) Una pirámide regular siempre es recta, porque todas sus caras laterales deben ser triángulos isósceles iguales.

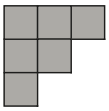
www.yoquieroaprobar.es

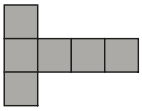
35. ¿Cuáles de los siguientes desarrollos planos corresponden a un cubo?

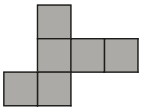
A. 

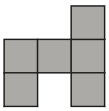
D. 

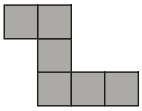
G. 

B. 

E. 

H. 

C. 

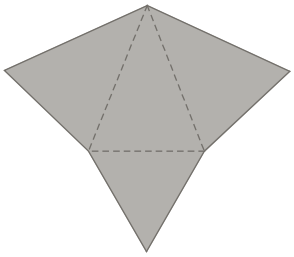
F. 

I. 

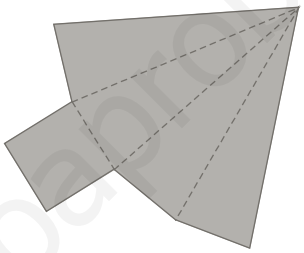
Corresponden a un cubo los desarrollos planos D, E y H.

36. ¿Cuáles de los siguientes desarrollos planos corresponden a una pirámide?

a)

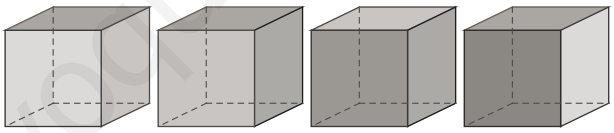


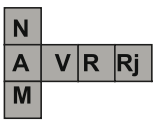
b)



Corresponden a una pirámide los dos desarrollos a y b.

37. Dibuja el desarrollo del cubo que corresponde a estas vistas.





38. Si cogemos un triángulo rectángulo de base 6 cm y altura 20 cm y lo hacemos girar sobre su altura, ¿cuánto mide la generatriz del cono obtenido?

La hipotenusa del triángulo rectángulo es g y los catetos son 6 cm y 20 cm. Aplicando el teorema de Pitágoras podemos calcular g:

$$2^2 + 20^2 = g^2 \Rightarrow 36 + 400 = g^2 \Rightarrow 436 = g^2 \Rightarrow g = \sqrt{436} = 20{,}88 \text{ cm}$$

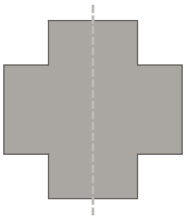
39. El rollo de papel higiénico tiene un cartón de 7 cm de altura y 4 cm de diámetro. Si cortamos por una generatriz, ¿qué forma tiene la figura plana resultante?

La figura resultante tiene forma de rectángulo.

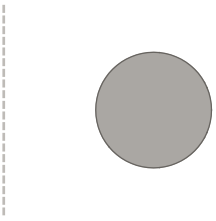
www.yoquieroaprobar.es

40. ¿Qué cuerpos se obtienen al hacer girar las figuras siguientes por el eje que se indica? Dibújalas en tu cuaderno.

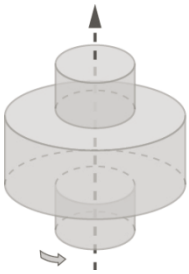
a)



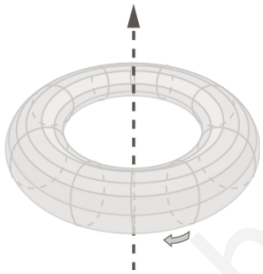
b)



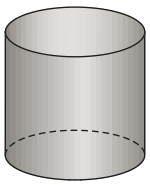
a)

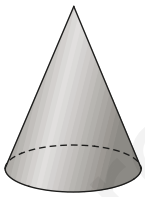


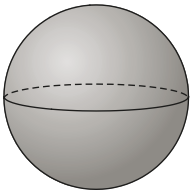
b)



41. Si tienes estos tres cuerpos redondos:







a) ¿Cómo cortarías la esfera para obtener el círculo más grande?

b) ¿Cómo conseguirías el círculo más grande en el cilindro? ¿Y en el cono?

c) ¿Cuál de las formas geométricas anteriores utilizarías para obtener el círculo más pequeño?

a) Cortaría por el círculo que pasa por el centro de la esfera.

b) En el cilindro, todos los círculos serían iguales. En el cono, el círculo mayor es la base.

c) Para obtener el círculo más pequeño utilizaría el cono.

42. Calcula el volumen de un cubo de 2 m de arista.

$V = 2^3 = 8\ m^3$

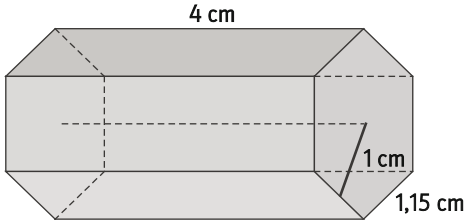
43. Calcula el volumen de un prisma cuadrangular de altura 5,3 m y cuya base tiene un perímetro de 7,2 m.

$V = A_{base} \cdot h$.

Como el perímetro de la base es 7,2 m, su lado medirá: 7,2 : 4 = 1,8 m.

Entonces: $V = 1{,}8^2 \cdot 5{,}3 = 17{,}17\ m^3$

44. La base de este prisma es un polígono regular de lado 1,5 cm y apotema 1 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 4 cm.



$V = A_{base} \cdot h$; Entonces: $V = \frac{1{,}5 \cdot 6 \cdot 1}{2} \cdot 4 = 18\ cm^3$

www.yoquieroaprobar.es

45. Calcula el volumen de una pirámide pentagonal. La apotema de la base mide 12 cm, el lado de la base mide 8,72 cm y la altura de la pirámide mide 30 cm.

$$V = \frac{2}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{8{,}72 \cdot 5 \cdot 12}{2} \cdot 30 = 2616 \text{ cm}^3$$

46. Calcula el volumen de un paralelepípedo de 25 cm de alto, 15 cm de ancho y 10 cm de largo.

$V = 25 \cdot 15 \cdot 10 = 3750 \text{ cm}^3$

47. Halla el volumen de un prisma de 40 cm de altura, cuya base es un triángulo equilátero de 25 cm de arista.

$V = A_{base} \cdot h$

Como la base es un triángulo equilátero utilizaremos el teorema de Pitágoras para calcular su altura:

$12{,}5^2 + h^2 = 25^2 \Rightarrow h^2 = 625 - 156{,}25 \Rightarrow h = \sqrt{468{,}75} = 21{,}65$ cm de altura

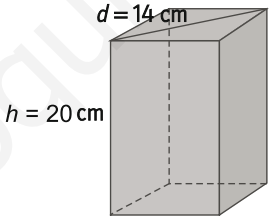
Entonces: $V = \frac{25 \cdot 21{,}65}{2} \cdot 40 = 10.825 \text{ cm}^3$

48. Una pirámide ocupa 332,55 cm^3 y tiene una altura de 12 cm. Si la base es un cuadrado, ¿cuánto mide su lado:

Volumen pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow 332{,}55 = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot 12 \Rightarrow A_{base} = \frac{332{,}55 \cdot 3}{12} = 83{,}14 \text{ cm}^2$

Como la base es un cuadrado: $A_{base} = l^2 \Rightarrow 83{,}14 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{83{,}14} = 9{,}12$ cm.

49. Calcula el volumen de un prisma de base cuadrada sabiendo que la diagonal de la base mide 14 cm y la altura del prisma son 20 cm.



Como la base es un cuadrado, la diagonal d la divide en dos triángulos rectángulos isósceles. Aplicando el teorema de Pitágoras:

$l^2 + l^2 = d^2 \Rightarrow l^2 = \frac{196}{2} = 98 \Rightarrow l = \sqrt{98} = 9{,}9$

$V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 9{,}9^2 \cdot 20 = 1960 \text{ cm}^3$

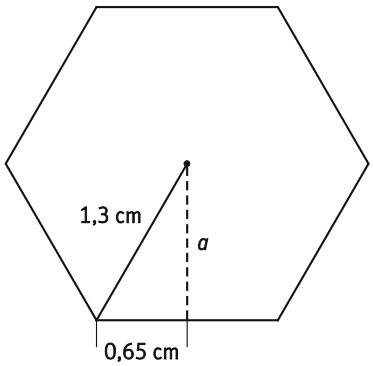
50. Una pirámide tiene por base un hexágono regular. La longitud del lado de la base es 1,3 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 3 cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$.

Calculamos la apotema del hexágono base a, aplicando el teorema de Pitágoras:

$a^2 + 0{,}65^2 = 1{,}3^2 \Rightarrow a^2 + 0{,}42 = 1{,}69 \Rightarrow a = \sqrt{1{,}27} = 1{,}13$ cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1{,}3 \cdot 6}{2} \cdot 1{,}13 \cdot 3 = 4{,}41 \text{ cm}^3$



www.yoquieroaprobar.es

51. ¿Qué cantidad es mayor, 2 m^3 o el volumen de un cubo de 2 metros de arista? Razona la respuesta.

Volumen de un cubo de 2 m de arista: $V = 2^3 = 8\ m^3$

Como $8\ m^3 > 2\ m^3$, será mayor el volumen del cubo.

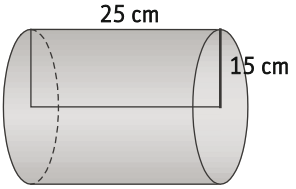
52. Actividad resuelta

53. Dibuja un cubo en tu cuaderno. Con otro color señala el lugar por el que lo cortarías para obtener dos prismas cuadrangulares rectos.

Compara tu respuesta con un compañero. ¿Habéis encontrado la misma solución? ¿Por qué?

Se forman prismas cuadrangulares cortando el cubo por cualquier plano paralelo a cualquiera de las caras del cubo. Es posible encontrar distintas soluciones.

54. Calcula el volumen del siguiente cilindro.



$V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 15^2 \cdot 25 = 17\,662{,}5\ cm^3$

55. Calcula la altura de un cilindro de 3393 cm^3 de volumen y 6 cm de radio de la base.

$V = A_{base} \cdot h$; $3393 = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot h \Rightarrow 3393 = 113{,}04 \cdot h \Rightarrow h = \dfrac{3393}{113{,}04} = 30{,}02\ cm$

56. El radio de la base de un cono es 4 m y la generatriz mide 15 m. Calcula su volumen.

Para calcular el volumen necesitamos la altura del cono, que se calcula utilizando el teorema de Pitágoras al triángulo formado por la generatriz, el radio de la base y la altura.

$h^2 + 4^2 = 15^2 \Rightarrow h^2 + 16 = 225 \Rightarrow h^2 = 225 - 16 \Rightarrow h^2 = 209 \Rightarrow h = \sqrt{209} = 14{,}46$

Entonces el volumen será: $V = \dfrac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \dfrac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 16 \cdot 14{,}46 = 242{,}16\ m^3$.

57. ¿Cuál es el radio de un cono de 678,58 m^3 si su altura son 6 m?

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow 678{,}58 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot r^2 \cdot 6; 678{,}58 = 6{,}28 \cdot r^2 = \frac{678{,}58}{6{,}28} = r^2 \Rightarrow r^2 = 108{,}05 \Rightarrow r = \sqrt{108{,}05} = 10{,}39\ m$$

58. Calcula el volumen de las siguientes esferas.

a) Una esfera de radio 4 m.

b) Una esfera de 24 m de diámetro.

c) Sabemos que el área de uno de los círculos máximos de la esfera es 156,86 m^2.

a) $V = \dfrac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 = 267{,}95\ m$

b) El radio medirá: 24 m : 2 = 12 m. Su volumen: $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 12^3 = 7234{,}56\ m^3$

c) Si el área del círculo máximo es 156,86 m^2, le corresponderá un radio de:

$156{,}86 = 3{,}14 \cdot r^2 \Rightarrow \dfrac{156{,}86}{3{,}14} = r^2 \Rightarrow r^2 = 49{,}96 \Rightarrow r = \sqrt{49{,}96} = 7{,}07\ m$

El volumen será: $V = \dfrac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 7{,}07^3 = 1479{,}54\ m^3$.

www.yoquieroaprobar.es

59. Se echan 5 cm^3 de agua en un recipiente cilíndrico de 2 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?

5 cm^3 es el volumen del cilindro de 2 cm de radio y h de altura de agua:

$$5 = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot h \Rightarrow 5 = 12{,}56 \cdot h \Rightarrow h = \frac{5}{12{,}56} = 0{,}40 \text{ cm}$$

El agua alcanzará 40 cm de altura.

60. Si el volumen de un cubo es 1 m^3, calcula:

a) ¿Qué volumen tiene un cilindro inscrito en el cubo?

b) ¿Qué volumen tiene una esfera inscrita en el cubo?

c) ¿Qué volumen tiene el cono inscrito en la semiesfera anterior?

a) Las dimensiones del cubo serán: 1 m de largo, 1 m de ancho y 1 m de alto. El diámetro de la base del cilindro inscrito y su altura coinciden con el lado del cubo.

$$V = 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1 = 0{,}785 \text{ m}^3.$$

b) El lado del cubo es el diámetro de la esfera, es decir, 1 m de diámetro y 0,5 m de radio. Por tanto, su volumen es: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^3 = 0{,}52 \text{ m}^3$.

c) Un cono inscrito en la semiesfera anterior tendrá el mismo radio que la esfera, 0,5 m y la altura del cono, igual que el radio, 0,5 m.

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5 \Rightarrow V = 0{,}13 \text{ m}^3$$

61. Actividad resuelta

62. El radio de la Tierra es 6370 km, y el de Júpiter, 70 000 km aproximadamente. Suponemos que los dos planetas tienen forma de esfera.

a) ¿Cuántas veces es mayor el radio de Júpiter al de la Tierra?

b) ¿Cuántas veces es mayor el volumen de Júpiter que el de la Tierra?

a) $\frac{70000}{6370} = 10{,}99 \Rightarrow$ El radio de Júpiter es aproximadamente 11 veces mayor que el de la Tierra.

b) Volumen de Júpiter: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 70000^3 \text{ km}^3$

Volumen de la Tierra: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6370^3 \text{ km}^3$

$$\frac{V_{\text{Júpiter}}}{V_{\text{Tierra}}} = \frac{\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 70000^3}{\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6370^3} = 1327{,}01$$

Por lo tanto, el volumen de Júpiter es aproximadamente 1330 veces mayor que el de la Tierra.

63. Si cogemos un triángulo isósceles de base 6 cm y altura 20 cm y lo hacemos girar sobre su altura, ¿cuánto mide la generatriz del cono obtenido?

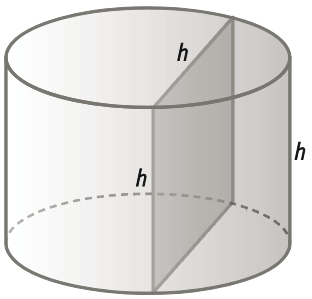
La generatriz del cono es la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son la altura del cono y la mitad de la base del triángulo isósceles.

$$20^2 + 3^2 = g^2 \Rightarrow 400 + 9 = g^2 \Rightarrow g = \sqrt{409} = 20{,}22 \text{ cm}$$

www.yoquieroaprobar.es

64. Al cortar un cilindro de altura menor que el radio con un plano, ¿es posible obtener un cuadrado? Dibuja la situación en tu cuaderno de forma aproximada.

Sí.



65. ¿Cuál es el volumen de una esfera inscrita en un cilindro de 4 m de altura y 4 de diámetro?

a) Calcula el volumen del cilindro.

b) Comprueba que el volumen de la esfera es dos terceras partes del volumen del cilindro.

El diámetro de la esfera también medirá 4 m, por tanto, el radio es de 2 m.

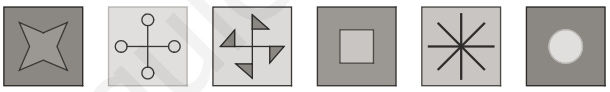
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2^3 \Rightarrow V = 33{,}49 \text{ m}^3$$

a) Volumen del cilindro: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 4 = 50{,}24 \text{ m}^3$

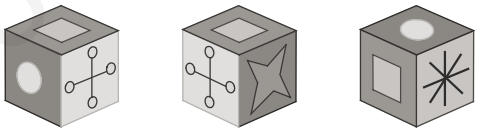
b) Comprobación: $\frac{2}{3} \cdot V_{cilindro}$ tiene que ser igual al V_{esfera}.

$$\frac{2}{3} \cdot 50{,}24 = 33{,}49 \text{ m}^3 \Rightarrow 33{,}49 \text{ m}^3 = 33{,}49 \text{ m}^3$$

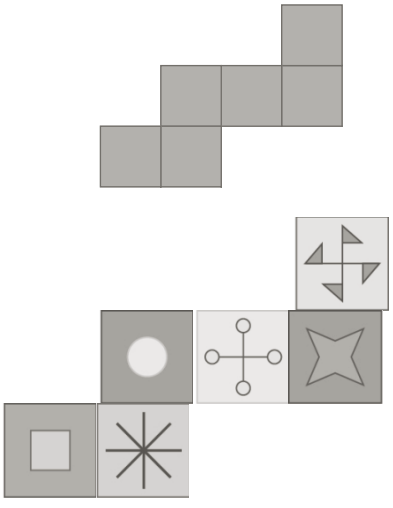
66. Las caras de un dado son las siguientes:



Si nos dan las siguientes vistas del dado,



Copia en tu cuaderno el desarrollo plano del dado y sitúa cada cara en el lugar que corresponda.



www.yoquieroaprobar.es

67. Calcula el volumen de una pelota de 5 cm de radio.

a) Calcula el volumen de una pelota de radio el doble de la anterior.

b) Calcula el volumen de una pelota de radio la mitad de la anterior.

c) Calcula el volumen de una pelota de radio el triple que la anterior.

¿Qué relación hay entre los volúmenes?

El volumen de la pelota es: $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 \Rightarrow V = 523{,}33 \text{ cm}^3$.

a) El radio, doble de 5 cm es: $r = 10$ cm. $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \Rightarrow V = 4186{,}66 \text{ cm}^3$.

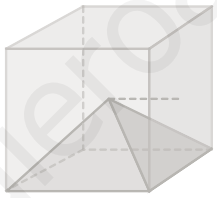
b) El radio mitad de 10 cm es: $r = 5$ cm. $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 \Rightarrow V = 523{,}33 \text{ cm}^3$.

c) El radio triple de 5 cm es: $r = 15$ cm. $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 15^3 \Rightarrow V = 14130 \text{ cm}^3$.

Relación entre los volúmenes:

- Si el radio se multiplica por 2, el volumen se multiplica por 8.
- Si el radio se divide por 2, el volumen se divide por 8.
- Si el radio se multiplica por 3, el volumen se multiplica por 27.

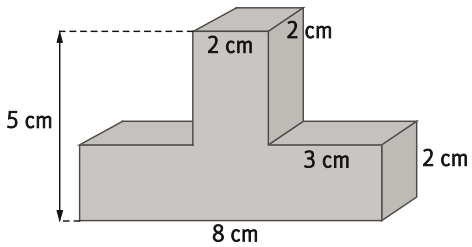
68. Cualquier cubo se puede dividir en seis pirámides iguales con la misma base, como se indica en la figura. Expresa el volumen de cada pirámide si la arista del cubo mide 4 m.



La altura de cada pirámide es 4 : 2 = 2 m y el lado de la base cuadrada es 4 m.

El volumen de cada pirámide es: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot 2 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 2 = 10{,}67 \text{ m}^3$.

69. Halla el volumen del siguiente cuerpo geométrico.



El cuerpo geométrico está formado por dos prismas. Uno mayor, en posición horizontal, cuyo volumen es: $V = 8 \cdot 2 \cdot 4 = 32 \text{ m}^3$.

Y otro prisma menor, cuyo volumen es: $V = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \text{ m}^3$.

El volumen total es: $32 \text{ m}^3 + 12 \text{ m}^3 = 44 \text{ m}^3$.

www.yoquieroaprobar.es

70. El área total de un cubo es de 486 cm^2. ¿Cuál es el volumen del octaedro cuyos vértices son los centros de las caras de dicho cubo?

Como el cubo tiene 6 caras iguales, el área de una cara será: 486 cm^2 : 6 = 81 cm^2. El lado del cubo será: 9 cm.

El octaedro está formado por dos pirámides cuadrangulares iguales. Cada una tendrá:

Altura, la mitad del lado del cubo: h = 4,5 cm.

Base de cada pirámide e el cuadrado cuyos vértices son los puntos medios de la base del cubo, por tanto, el lado de la base del octaedro mide $\sqrt{4,5^2 + 4,5^2} = 6,36$ cm, y el área de la base es 40,5 cm^2.

Entonces, el volumen del octaedro será: 2 · $V_{\text{pirámide}}$, es decir:

$$V_{\text{octaedro}} = 2\left(\frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h\right) = 2\left(\frac{1}{3} \cdot 40,5 \cdot 4,5\right) = 121,5 \text{ cm}^3$$

71. La Gran Pirámide de Giza actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen?

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 137 = 2415766,67 \text{ m}^3$$

72. El dueño de un circo quiere construir una carpa con forma de pirámide octogonal. La altura de la pirámide es 25 m, el lado de la base mide 10,5 m y la apotema 12,67 m. ¿Qué volumen encerrará la carpa?

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{10,5 \cdot 8 \cdot 12,67}{2}\right) \cdot 25 = 4434,5 \text{ m}^3$$

73. Una piscina tiene forma de paralelepípedo. Sus medidas son 25 m de largo, 12,5 m de ancho y 20 dm de profundidad. Se han llenado dos terceras partes. ¿Cuántos litros de agua harían falta para llenarla completamente?

Pasamos todas las medidas a metros: 25 m de largo, 12,5 m de ancho y 2 m de profundidad.

Volumen total: 25 · 12,5 · 2 = 625 m^3

Se han llenado $\frac{2}{3}$ partes de 625 m^3: $\frac{2}{3}$ · 625 m^3 = 416,67 m^3.

Faltan para llenarla: 625 – 416,67 = 208,33 m^3 = 208 330 L.

74. Durante una tormenta se registraron unas precipitaciones de 80 L por metro cuadrado. ¿Qué altura alcanzaría el agua en un pluviómetro cilíndrico de 10 cm de diámetro?

Un pluviómetro de 10 cm de diámetro tienen un área de la base de: $A_{\text{base}} = \pi \cdot 5^2 = 78,5$ cm^2

Para que se mantenga la proporción de lluvia caída: $\frac{80 \text{ L}}{1 \text{ m}^2} = \frac{x \text{ L}}{0,00785 \text{ m}^2} \Rightarrow x = \frac{0,00785 \cdot 80}{1} = 0,628 \text{ L}$

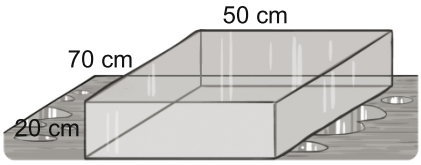
Si en el pluviómetro hay un volumen de agua de 0,628 L = 628 cm^3, la altura alcanzada por el agua será de:

$V = A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow 628 \text{ cm}^3 = 78,5 \cdot h \Rightarrow h = 8$ cm

En 1 m^2, un litro de agua alcanza una altura de 1 mm. Como en los pluviómetros la forma y el tamaño de la base no influyen en la altura alcanzada por el agua de la lluvia, si ha llovido 80 L por m^2, la altura será de 80 mm, es decir, 8 cm de altura.

www.yoquieroaprobar.es

75. Cuando el agua se transforma en hielo, aumenta un décimo su volumen.



Calcular los litros de agua que se obtienen al fundirse el bloque de hielo.

Volumen del bloque de hielo: $V = 50 \cdot 70 \cdot 20 = 70\,000\ \text{cm}^3$

Volumen del agua antes de congelarse: $x\ \text{cm}^3$

Como aumenta $\frac{1}{10}$ de su volumen al congelarse tenemos:

$$x + \frac{x}{10} = 70000 \Rightarrow 11x = 700000 \Rightarrow x = \frac{700000}{11} = 63636{,}36\ \text{cm}^3 = 63{,}63\ \text{L}.$$

76. Las dimensiones de una lata de tomate triturado con forma cilíndrica son 7,5 cm de diámetro y 10,5 cm de alto.

a) Calcula el volumen.

b) Averigua las dimensiones de un prisma cuadrangular que tenga aproximadamente el mismo volumen. ¿Por qué crees que las compañías alimentarias eligen como envase una lata cilíndrica?

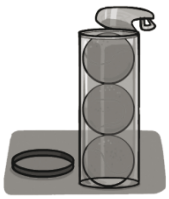
a) $r = 7{,}5 : 2 = 3{,}75$ cm y $h = 10{,}5$ cm. $V = A_{\text{base}} \cdot h \Rightarrow V = (3{,}14 \cdot 3{,}75^2) \cdot 10{,}5 = 463{,}64\ \text{cm}^3$

b) El prisma tendría una base cuadrada, de área igual que la base del cilindro: $A_{\text{base}} = 3{,}14 \cdot 3{,}75^2 = 44{,}16\ \text{cm}^2$, por lo que el lado será $\sqrt{44{,}16} = 6{,}65$ cm. Y una altura igual a la del cilindro, 10,5 cm.

Entonces las dimensiones serían: 6,65 cm de largo, 6,65 cm de ancho y 10,5 cm de alto. Las compañías alimentarias eligen las latas cilíndricas porque la superficie de material necesaria para su fabricación es menor.

77. Actividad resuelta

78. Las pelotas de tenis tienen un diámetro de 6,3 cm. Se venden en latas cilíndricas con capacidad para tres pelotas.



a) ¿Cuál es el volumen de una pelota de tenis?

b) ¿Cuál es el volumen del espacio no ocupado por las pelotas?

a) Volumen de una pelota: $V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}15^3 = 130{,}86\ \text{cm}^3$

b) El volumen del espacio no ocupado será el volumen de la lata menos el volumen que ocupan las tres pelotas:

$V_{\text{no ocupado}} = V_{\text{lata}} - V_{\text{tres pelotas}}$. $V = (3{,}14 \cdot 3{,}15^2) \cdot (6{,}3 \cdot 3) - 3 \cdot 130{,}86 = 588{,}86 - 392{,}58 = 196{,}28\ \text{cm}^3$.

79. David quiere guardar un globo terráqueo de radio 2,2 dm en una caja en forma de ortoedro. Las medidas son 60 cm de largo, 54 cm de ancho y 2,5 dm de alto. ¿Cabrá? ¿Cuál debería ser el radio máximo del globo para poder guardarlo en la caja?

El globo terráqueo no cabrá en la caja. Las medidas de la caja son 6 dm de largo, 5,4 dm de ancho y 2,5 dm. Como el diámetro del globo es de 4,4 dm, todas las dimensiones de la caja deberían ser como mínimo iguales a este diámetro. El radio máximo del globo para poder guardarlo en la caja será de 2,5 dm : 2 = 1,25 dm.

80. El maletero del coche mide 1,95 m de ancho, 0,6 m de alto y 0,9 m de profundidad. Si se abaten los asientos traseros su capacidad se triplica. ¿Cuál es la capacidad máxima?

Capacidad del maletero: $1{,}95 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}9 = 1{,}053\ \text{m}^3$

Con los asientos abatidos tiene $1{,}053 \cdot 3 = 3{,}159\ \text{m}^3$ de capacidad.

www.yoquieroaprobar.es

81. Se han fabricado unos radiadores eléctricos para calentar recintos de entre 60 m^3 y 65 m^3. ¿Comprarías un radiador de este tipo para una habitación que tiene 6 m de largo, 3,8 m de ancho y 2,8 m de altura?

Volumen de la habitación: 6 m · 3,8 m · 2,8 m = 63,84 m^3

Como 63,84 m^3 está entre 60 m^3 y 65 m^3, sí podría comprar el radiador eléctrico.

82. Un depósito tiene forma de prisma hexagonal regular. El lado de la base mide 1 m y la altura del prisma es 2 m. Si se echa agua a razón de 100 L por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse?

Volumen del depósito: $V = A_{base} \cdot h = A_{base} \cdot 2$ m

Para calcular el área de la base falta su apotema, a. Se calcula por el teorema de Pitágoras:

$1^2 = 0{,}5^2 + a^2 \Rightarrow 1 = 0{,}25 + a^2 \Rightarrow a^2 = 0{,}75 \Rightarrow a = 0{,}87$ m

El volumen del depósito será: $V = \left(\frac{1 \cdot 6 \cdot 0{,}87}{2}\right) \cdot 2 = 5{,}22$ m^3

Caben en el depósito: 5,22 m^3 = 5220 L. Tardará en llenarse: 5220 : 100 = 52,20 minutos.

83. Elena está preparando su fiesta de cumpleaños. Para calcular las botellas de refresco que necesita ha medido el diámetro de la base de los vasos cilíndricos y su altura.



Con una botella de refresco de 2 L, ¿cuántos vasos se pueden llenar?

Volumen de un vaso: $V = A_{base} \cdot h = (3{,}14 \cdot 3^2) \cdot 5 = 141{,}3$ cm^3

Volumen de la botella: 2 L = 2000 cm^3

Entonces: $\frac{2000}{141{,}3} = 14{,}15$, se podrán llenar 14 vasos completos.

84. La altura de una torre cónica es tres quintas partes del diámetro de su base, que mide 8 m. Calcula el volumen de la torre.

La altura de la torre es: $\frac{3}{5} \cdot 8$ m = 4,8 m. El radio de la base mide: 8 : 2 = 4 m.

El volumen de la torre es: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot (3{,}14 \cdot 4^2) \cdot 4{,}8 = 80{,}38$ m^3.

85. ¿Cuál es el menor número de tubos de ensayo necesarios para contener 1 L de líquido si cada uno tiene 2 cm de diámetro, siendo su fondo una semiesfera y la altura total del tubo 1,6 dm?

El tubo de ensayo es una figura compuesta por un cilindro y una semiesfera.

Radio del cilindro y radio de la semiesfera: 1 cm.

Altura del cilindro: 16 cm – 1 cm = 15 cm.

Volumen del cilindro: $V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 15 = 47{,}10$ cm^3

Volumen de la semiesfera: $V = \left(\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1^3\right) : 2 = 2{,}09$ cm^3

Volumen del tubo de ensayo: 47,10 + 2,09 = 49,19 cm^3

Como 1 L = 1000 $cm^3 \Rightarrow \frac{1000}{49{,}19} = 20{,}33 \Rightarrow$ el menor número de tubos de ensayo necesarios será 21.

www.yoquieroaprobar.es

86. Las dimensiones de una caja rectangular son *r*, *s* y *t* cm con $r < s < t$. Si aumentamos en 1 cm solamente una de las tres dimensiones, entonces el volumen verifica:

A. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *r*.

B. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *s*.

C. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *t*.

D. Aumenta igual, sea cual sea la dimensión que aumente.

Respuesta A. Aumenta más cuando la dimensión que aumenta es *r*, porque $(r + 1) \cdot s \cdot t = rst + st$, con lo cual, aumenta *st*, y como *s* y *t* son los valores mayores, es el mayor aumento.

87. ¿Cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, del mayor cilindro que cabe en un cubo de 10 cm de arista?

A. 25π **B. 100π** **C. 250π** **D. 500π**

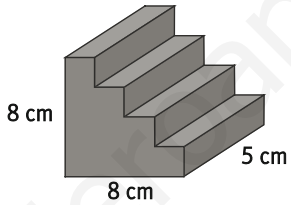
El mayor cilindro tiene el diámetro y la altura igual al lado del cubo: $V = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 250\pi$. Respuesta C.

88. La arista mayor de una caja rectangular mide 10 cm, y la menor, 6 cm. De los siguientes números, ¿cuál podría representar el volumen, en centímetros cúbicos, de la caja?

A. 60 **B. 120** **C. 300** **D. 480**

D. 480 porque la arista que nos falta está comprendida entre 6 y 10.

89. En la figura que ves, todos los escalones tienen igual altura que anchura. ¿Cuál es su volumen?

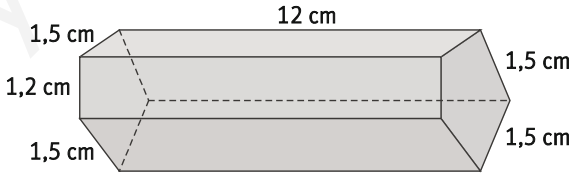


A. 200 cm^3 **B. 320 cm^3** **C. 21 cm^3** **D. 80 cm^3**

Cada escalón tienen un volumen de: $V_e = 5 \cdot 2 \cdot 2 = 20\ cm^3$

La escalera tienen un volumen: $V = 5 \cdot 8 \cdot 8 - 20 \cdot 6 = 200\ cm^3$. Respuesta A.

90. Javier tenía que calcular el volumen de la siguiente pirámide pentagonal.



Pensó lo siguiente:

"Mido la apotema con la regla, $a = 1{,}5$ cm.

Luego calculo el área de la base:

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{7{,}2 \cdot 1{,}5}{2} = 5{,}4\ \text{cm}^2$$

Por tanto, el volumen será:

$$V = A_{\text{base}} \cdot \text{altura} = 5{,}4 \cdot 12 = 64{,}8\ \text{cm}^3\text{."}$$

¿Es correcto? Justifica tu respuesta.

Errores en el problema:

1. El enunciado dice pirámide pentagonal y la figura es un prisma pentagonal.
2. Como la base no es un polígono regular no se puede calcular el área por la fórmula $A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$.

www.yoquieroaprobar.es

PONTE A PRUEBA

Problema resuelto

¿Botella, lata o tetrabrik?

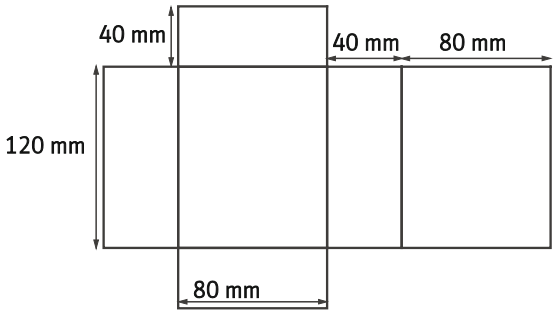
La fábrica de pelotas

Una fábrica de pelotas de pimpón tiene que encargar las cajas de envasado. Quieren cajas que sus operarios puedan montar sin tener que utilizar herramientas.



1. Dibuja el recortable de una caja de 6 pelotas para que la fabriquen, teniendo en cuenta que la medida oficial de una pelota de pimpón es 40 mm de diámetro.

Respuesta modelo: pueden diseñar cajas con forma de ortoedro.



2. El responsable del almacén está preocupado por el espacio que ocuparán las cajas. ¿Qué volumen ocuparán las 3000 pelotas envasadas en la caja que has diseñado?

Volumen de cada caja: $120 \cdot 80 \cdot 40 = 384\,000\ mm^3 = 384\ cm^3$

Número de cajas que se necesitan para 3000 pelotas: $3000 : 6 = 500$ cajas.

Volumen total que ocuparán: $384\ cm^3 \cdot 500 = 192\,000\ cm^3 = 192\ dm^3$.

3. ¿Cuánto costará como mínimo envasar 3000 pelotas al mes si el coste del material con el que se construye la caja es 0,04 € por decímetro cuadrado (€/dm²)?

Superficie total del material de una caja: $A_{Total} = A_{lata} + A_{2\ bases}$

$A_{Total} = (120 \cdot 2 + 80 \cdot 2) \cdot 40 + 2 \cdot (120 \cdot 80) = 16\,000 + 19\,200 = 35\,200\ mm^2 = 3{,}52\ dm^2$ cada caja

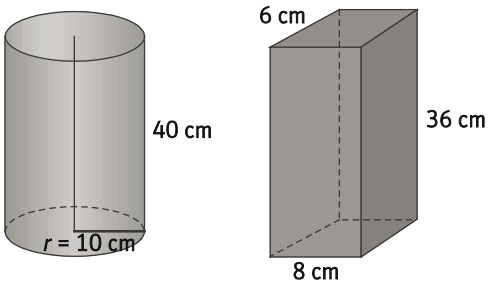
Superficie de las 500 cajas: $500 \cdot 3{,}52 = 1760\ dm^2$

El material costará: $1760\ dm^2 \cdot 0{,}04\ €/dm^2 = 70{,}4\ €$.

www.yoquieroaprobar.es

Midiendo la lluvia

Alicia y su vecino Raúl tienen en el jardín dos recipientes para medir la cantidad de lluvia. Han escuchado en la radio que la tormenta de ayer dejó 15 L por metro cuadrado.



1. **¿Qué altura ha alcanzado el agua en cada uno de los recipientes según esa información?**
2. **La última vez que tomaron datos la altura en el recipiente cilíndrico era de 25 cm. ¿Cuántos litros por metro cuadrado llovió?**
3. **Calcula la capacidad de cada recipiente e indica la respuesta correcta.**

	Capacidad del cilindro	Capacidad del prisma	¿Cuál es mayor?
A.	12,56 dm^3	17,28 L	El prisma
B.	12 566 cm^3	1,728 L	El prisma
C.	12,56 L	1,728 dm^3	El cilindro
D.	0,1256 m^3	1728 cm^3	El cilindro

1.

- Pluviómetro cilíndrico: tiene un área de la base de: $A_{base} = \pi \cdot 10^2 = 314\ cm^2$.

  Para que se mantenga la proporción de lluvia caída: $\frac{15\ L}{1\ m^2} = \frac{x\ L}{0{,}0314\ m^2} \Rightarrow x = \frac{0{,}0314 \cdot 15}{1} = 0{,}471\ L$

  Si en el pluviómetro hay un volumen de agua de 0,471 L = 471 cm^3, la altura alcanzada por el agua será de: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow 471\ cm^3 = 314 \cdot h \Rightarrow h = 1{,}5$ cm.

- Pluviómetro con forma de prisma: tiene un área de la base de: $A_{base} = 8 \cdot 6 = 48\ cm^2$.

  Para que se mantenga la proporción de lluvia caída: $\frac{15\ L}{1\ m^2} = \frac{x\ L}{0{,}0048\ m^2} \Rightarrow x = \frac{0{,}0048 \cdot 15}{1} = 0{,}072\ L$

  Si en el pluviómetro hay un volumen de agua de 0,072 L = 72 cm^3, la altura alcanzada por el agua será de: $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow 72\ cm^3 = 48 \cdot h \Rightarrow h = 1{,}5$ cm.

Una cantidad de lluvia de 15 L/m^2 alcanza en los dos recipientes la misma altura, 1,5 cm, porque la altura alcanzada es independiente de la forma y la capacidad del recipiente, con la única condición de que sus paredes sean verticales.

2. Como 25 cm = 250 mm, llovieron 250 L/m^2.

3. $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 314 \cdot 40 = 12\ 560\ cm^3$

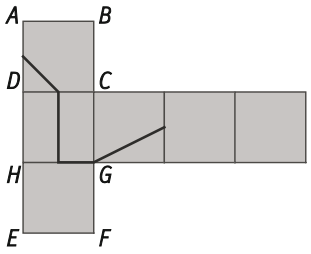
$V_{prisma} = A_{base} \cdot h = 48 \cdot 40 = 1728\ cm^3$

Es correcta la respuesta C.

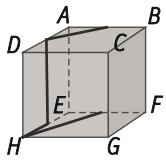
www.yoquieroaprobar.es

Caminos de hormigas

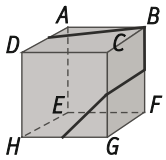
La figura representa el desarrollo de un cubo y el trayecto que ha seguido una hormiga al caminar sobre su superficie. Elige el cubo por el que ha caminado la hormiga.



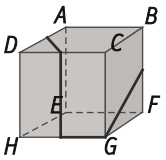
A.



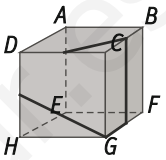
B.



C.



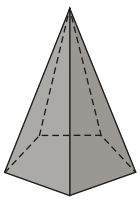
D.



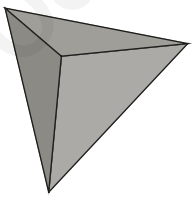
La hormiga ha caminado por el cubo: C.

AUTOEVALUACIÓN

1. ¿Qué nombre reciben los dos poliedros siguientes?



Pirámide pentagonal regular



Tetraedro.

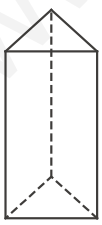
2. Dibuja un prisma triangular y responde:

a) ¿Cuántas aristas tiene un prisma triangular?

b) ¿Cuántos vértices?

c) ¿Qué polígonos forman sus bases?

d) ¿Y sus caras laterales?



a) 9 aristas

b) 6 vértices

c) Sus bases son triángulos.

d) Sus caras laterales son rectángulos.

www.yoquieroaprobar.es

3. Calcula el volumen de una pirámide rectangular con 30 cm de arista, y cuya base mide 15 cm de ancho y 10 cm de largo.

Volumen de la pirámide: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$

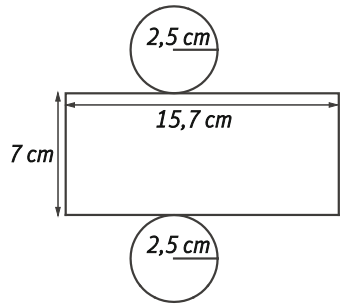
Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular:

1.º. La diagonal de la base: $d^2 = 15^2 + 10^2 \Rightarrow d^2 = 325 \Rightarrow d = \sqrt{325} = 18{,}02$ cm

2.º. La altura h, de la pirámide: la arista, 30 cm es la hipotenusa y la mitad de la diagonal de la base es un cateto, así 18,02 : 2 = 9,01 cm. Entonces: $h^2 = 30^2 - 9{,}01^2 = 900 - 81{,}18 = 818{,}82 \Rightarrow h = \sqrt{818{,}82} = 28{,}62$.

Calculamos el volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot (15 \cdot 10) \cdot 28{,}62 = 1431\ \text{cm}^3$.

4. Dibuja el desarrollo plano de un cilindro de 5 cm de diámetro y 7 cm de altura y calcula su volumen.



$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 7 = 137{,}375\ \text{cm}^3$

5. El diámetro de un cono mide 1,3 dm y la altura mide tres cuartas partes del diámetro. Calcula el volumen.

El radio de la base será: 1,3 dm : 2 = 0,65 dm. La altura del cono será: de $\frac{3}{4}$ 1,3 dm = 0,98 dm.

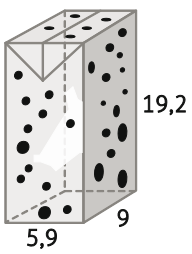
El volumen es: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}65^2 \cdot 0{,}98 = 0{,}43\ \text{dm}^3$.

6. Calcula el volumen de una esfera de 10 cm de diámetro.

El radio de la esfera es: 10 cm : 2 = 5 cm.

El volumen es: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = 523{,}33\ \text{cm}^3$.

7. Las dimensiones de una caja de leche son 19,2 cm de ancho, 5,9 cm largo y 9 cm, de altura. Calcula la capacidad del *brik*.



Si la leche ocupa el 90 % del envase, ¿qué volumen del envase queda vacío?

El *brik* tiene forma de ortoedro. Su volumen es: $V = 5{,}9 \cdot 9 \cdot 19{,}2 = 1019{,}52\ \text{cm}^3$.

Su capacidad será: $1019{,}52\ \text{cm}^3 = 1{,}02\ \text{dm}^3 = 1{,}02$ L aproximadamente.

Queda vacío el 10 % de $1{,}02 = 0{,}1 \cdot 1{,}02 = 0{,}10\ \text{dm}^3$.

www.yoquieroaprobar.es