

# 4 LOS NÚMEROS ENTEROS

Página 64

- 1 Copia y completa la tabla en tu cuaderno simulando la representación de números y operaciones, mediante tablillas, como lo hacían en la antigua China.

64		T	
			T
268			

64		T	
327			T
-123			
268		T	

Página 65

- 2 ¿Qué número, positivo o negativo, asocias a cada enunciado?

- a) Del portal a mi casa subo veintiocho escalones.  
 b) De la oficina al metro bajo veintiocho escalones.  
 c) He comprado quince vacas y he vendido quince ovejas.

- a) +28                      b) -28                      c) +15 y -15

- 3 ¿Cuántos metros ha subido en el primer trayecto? ¿Cuántos ha descendido en el segundo?

Ha subido  $3\ 404 - 3\ 355 = 49$  m.

Ha descendido  $3\ 404 - 3\ 375 = 29$  m.

- 4 Indica esas variaciones de altura utilizando números con signo + y -.

+49 m y -29 m

# 1 ► NÚMEROS POSITIVOS Y NEGATIVOS

Página 67

## Para fijar ideas

1 ¿Qué número, positivo o negativo, asocias a cada situación?



Nuria → +70

Pablo → -50

Rosa → +20

Juan → -120

2 Asigna un número positivo o negativo a cada enunciado.

- Una avioneta vuela, sobre las nubes, a 250 m de altura.
- Un submarino navega, sumergido, a 25 m de profundidad.
- La avioneta, desciende y se sitúa bajo las nubes, a 150 m de altura.
- El submarino sube y sale a la superficie.

a) +250                      b) -25                      c) -150                      d) +25

3 Teniendo en cuenta lo anterior, ¿qué número asignarás a la altura de la avioneta cuando haya aterrizado? ¿Es positivo o negativo?

El número 0.

El cero no es positivo ni negativo.

4 Escribe un enunciado que se asocie al número +50 y otro al número -50.

Respuesta abierta.

## Para practicar

1 Escribe en tu cuaderno tres elementos más en cada una de las siguientes series:

- |                          |                                 |
|--------------------------|---------------------------------|
| a) 0, 1, -1, 2, -2, ...  | b) 6, 4, 2, 0, -2, ...          |
| c) 20, 15, 10, 5, 0, ... | d) -21, -20, -18, -15, -11, ... |
| e) 8, 7, 5, 2, -2, ...   |                                 |
| a) 3, -3, 4              | b) -4, -6, -8                   |
| c) -5, -10, -15          | d) -6, 0, 7                     |
| e) -7, -13, -20          |                                 |

**2** Asocia un número positivo o negativo a cada uno de los enunciados siguientes:

a) Mercedes tiene en el banco 2 500 euros.

b) Miguel debe 150 euros.

c) El termómetro marca 18 °C.

d) El termómetro marca tres grados bajo cero.

a) +2 500

b) -150

c) +18

d) -3

**3** ¿Qué número asocias a la variación que expresa cada enunciado?

a) La temperatura ha bajado de 21 °C a 18 °C.

b) La semana pasada tenía 37 € en la hucha y ahora solo tengo 34 €.

c) Ha amanecido a dos grados bajo cero y ahora, a mediodía, tenemos 3 °C.

d) Llegué a casa del abuelo con 6 € en mi monedero, me dio la paga y ahora salgo con 16 €.

a) -3

b) -3

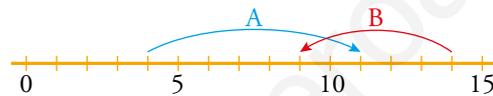
c) +5

d) +10

**4** Describe tres situaciones en las que se hace necesario el uso de números negativos. Por ejemplo, para expresar las lecturas del termómetro de ambiente.

Respuesta abierta.

**5** Escribe un número para cada uno de los siguientes movimientos en la recta numérica:

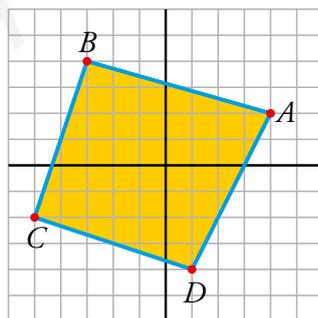


$A \rightarrow +7$

$B \rightarrow -5$

**6** Observa los ejes de coordenadas en el plano cuadrículado. El punto  $A$  se define mediante sus coordenadas:

$A \rightarrow (+4, +2)$



¿Cuáles son las coordenadas de los otros tres vértices del cuadrilátero?

$B \rightarrow (-3, +4)$

$C \rightarrow (-5, -2)$

$D \rightarrow (+1, -4)$

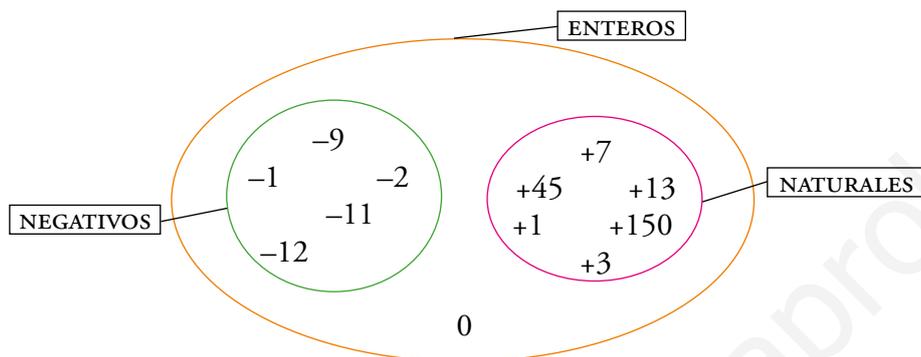
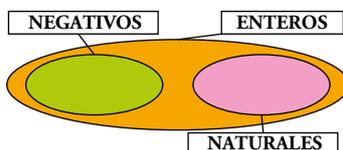
## 2 ▶ EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Página 69

Para fijar ideas

1 Clasifica estos números en un gráfico como este:

-9 +1 -1 +45  
+7 0 +13 -2  
+3 -12 -11 +150



2  Observa lo que dicen y contesta.



a) ¿Quién tiene una situación más favorable?

b) Ordena las cantidades de menor a mayor.

a) La chica que tiene 15 €.

b)  $-20 < -8 < 0 < +8 < +15$

3 Copia en tu cuaderno y coloca los signos  $<$  o  $>$  según corresponda.

a)  $(+3) \square (+5)$

b)  $(+3) \square (-5)$

c)  $(-3) \square (+5)$

d)  $(-3) \square (-5)$

a)  $(+3) < (+5)$

b)  $(+3) > (-5)$

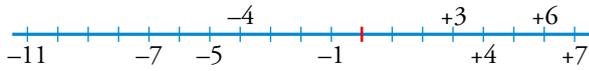
c)  $(-3) < (+5)$

d)  $(-3) > (-5)$

**Para practicar**

**1 Representa en la recta y ordena de menor a mayor.**

$-7, +4, -1, +7, +6, -4, -5, +3, -11$



$-11 < -7 < -5 < -4 < -1 < +3 < +4 < +6 < +7$

**2 Copia en tu cuaderno y coloca los signos < o > según corresponda.**

a)  $(+8) \square (+3)$

b)  $(-8) \square (+3)$

c)  $(+8) \square (-3)$

d)  $(-2) \square (-5)$

e)  $(+2) \square (-5)$

f)  $(-2) \square (+5)$

a)  $(+8) > (+3)$

b)  $(-8) < (+3)$

c)  $(+8) > (-3)$

d)  $(-2) > (-5)$

e)  $(+2) > (-5)$

f)  $(-2) < (+5)$

**3 Ordena de menor a mayor.**

a)  $+5, -3, -7, 0, +1, +6, -12, -5$

b)  $-6, -3, -9, 0, -1, -5, -12, -4$

a)  $-12 < -7 < -5 < -3 < 0 < +1 < +5 < +6$

b)  $-12 < -9 < -6 < -5 < -4 < -3 < -1 < 0$

**4 Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada número.**

a)  $+8$

b)  $-7$

c)  $+11$

d)  $-13$

a)  $|+8| = 8$ ; opuesto de  $(+8) = -8$

b)  $|-7| = 7$ ; opuesto de  $(-7) = +7$

c)  $|+11| = 11$ ; opuesto de  $(+11) = -11$

d)  $|-13| = 13$ ; opuesto de  $(-13) = +13$

**5 Calcula.**

a)  $|-6|$

b)  $|+6|$

c)  $|-2|$

d)  $|+9|$

e)  $|-11|$

f)  $|+10|$

a) 6

b) 6

c) 2

d) 9

e) 11

f) 10

**6 ¿Qué número entero es opuesto de sí mismo?**

El cero.

**7 Dos números enteros opuestos distan en la recta 12 unidades. ¿Qué números son?**

6 y  $-6$

8 Copia y completa la tabla en tu cuaderno.

$a$	$ a $	$-a$	$ -a $
+8			
-7			
		+11	
		-13	

$a$	$ a $	$-a$	$ -a $
+8	8	-8	8
-7	7	+7	7
-11	11	+11	11
+13	13	-13	13

9  ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta.

- Todos los números enteros son también naturales.
  - Todos los números naturales son también enteros.
  - Un número positivo es siempre mayor que su opuesto.
  - Entre dos números enteros, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
  - El valor absoluto de cero es cero.
- Falso. El número  $-8$  es entero pero no es natural.
  - Verdadero. Los números enteros incluyen a los naturales.
  - Verdadero. El opuesto de un número positivo es negativo.
  - Falso. Por ejemplo,  $-8 < -5$  y, sin embargo,  $|-8| > |-5|$ .
  - Verdadero.

## 3 ▶ SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS ENTEROS

Página 70

### Para fijar ideas

1 Copia en tu cuaderno y completa.

$$\text{a) } 8 - 2 - 10 - 5 + 3 = \begin{cases} \square - 10 - 5 + 3 = \square - 5 + 3 = \square + 3 = -6 \\ 8 + 3 - 2 - 10 - 5 = \square - \square = -6 \end{cases}$$

$$\text{b) } -6 + 19 - 15 + 23 - 12 = \begin{cases} \square - 15 + 23 - 12 = \square + 23 - 12 = \square - 12 = \square \\ 19 + \square - 6 - \square - \square = \square - \square = \square \end{cases}$$

$$\text{a) } 6 - 10 - 5 + 3 = -4 - 5 + 3 = -9 + 3 = -6$$

$$8 + 3 - 2 - 10 - 5 = 11 - 17 = -6$$

$$\text{b) } 13 - 15 + 23 - 12 = -2 + 23 - 12 = 21 - 12 = 9$$

$$19 + 23 - 6 - 15 - 12 = 42 - 33 = 9$$

Página 71

### Para fijar ideas

2  Copia y completa en tu cuaderno.

El ascensor de un rascacielos...

- a) Si sube trece plantas y después sube dos ( $+13 + 2 = \dots$ ), queda ... plantas más...
- b) Si sube diecisiete plantas y después baja siete ( $+17 - 7 = \dots$ ), queda ... plantas más...
- c) Si baja quince plantas y después sube siete ( $-15 + 7 = \dots$ ), queda ... plantas más...
- d) Si baja doce plantas y después baja otras cuatro ( $-12 - 4 = \dots$ ), queda ... plantas más...
- a) 15 plantas más arriba.                      b) 10 plantas más arriba.
- c) 8 plantas más abajo.                        d) 16 plantas más abajo.

### Para practicar

1 Calcula, teniendo en cuenta que ambos números tienen el mismo signo en cada caso.

- |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| a) $6 + 5$  | b) $4 + 8$  | c) $10 + 7$ |
| d) $-6 - 2$ | e) $-4 - 6$ | f) $-5 - 9$ |
| a) $+11$    | b) $+12$    | c) $+17$    |
| d) $-8$     | e) $-10$    | f) $-14$    |

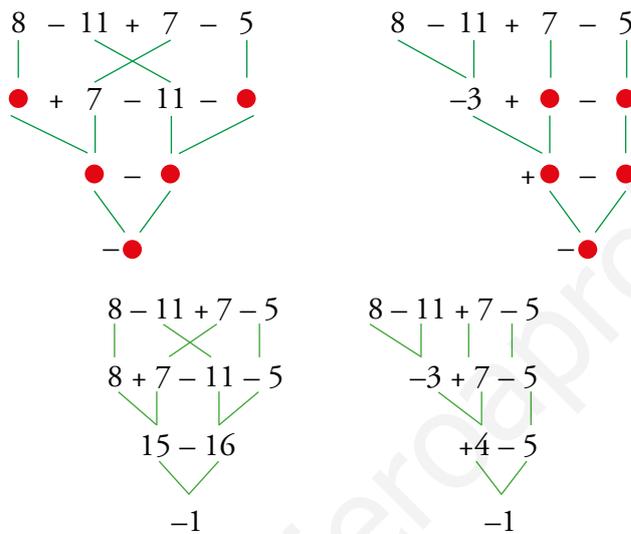
2 Opera, teniendo en cuenta que los dos números llevan signos diferentes en cada caso.

- |             |              |              |
|-------------|--------------|--------------|
| a) $9 - 5$  | b) $3 - 7$   | c) $6 - 10$  |
| d) $-2 + 7$ | e) $-15 + 5$ | f) $-11 + 8$ |
| a) $+4$     | b) $-4$      | c) $-4$      |
| d) $+5$     | e) $-10$     | f) $-3$      |

**3** Calcula.

- |              |               |               |
|--------------|---------------|---------------|
| a) $6 - 7$   | b) $-8 + 7$   | c) $-5 - 1$   |
| d) $8 + 2$   | e) $10 - 12$  | f) $-16 + 20$ |
| g) $11 + 21$ | h) $-13 - 12$ | i) $-18 + 11$ |
| a) $-1$      | b) $-1$       | c) $-6$       |
| d) $+10$     | e) $-2$       | f) $+4$       |
| g) $+32$     | h) $-25$      | i) $-7$       |

**4** Copia en tu cuaderno sustituyendo cada punto por un número.



**5** Resuelve como en el ejemplo.

- $-6 + 8 - 10 + 13 = +2 - 10 + 13 = -8 + 13 = +5$
- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| a) $10 - 3 - 5 + 11$ | b) $5 - 9 + 7 - 6$   |
| c) $-2 + 2 + 7 + 8$  | d) $-8 + 12 - 9 - 2$ |
- a)  $10 - 3 - 5 + 11 = 7 - 5 + 11 = 2 + 11 = +13$   
 b)  $5 - 9 + 7 - 6 = -4 + 7 - 6 = 3 - 6 = -3$   
 c)  $-2 + 2 + 7 + 8 = 0 + 7 + 8 = 7 + 8 = +15$   
 d)  $-8 + 12 - 9 - 2 = 4 - 9 - 2 = -5 - 2 = -7$

**6** Opera como en el ejemplo.

- $-12 + 19 - 14 = 19 - 12 - 14 = 19 - 26 = -7$
- |                     |                       |
|---------------------|-----------------------|
| a) $9 - 2 - 3 + 4$  | b) $7 - 11 + 3 - 6$   |
| c) $6 - 13 + 4 + 3$ | d) $-11 - 4 + 18 - 4$ |
- a)  $9 - 2 - 3 + 4 = 9 + 4 - 2 - 3 = 13 - 5 = +8$   
 b)  $7 - 11 + 3 - 6 = 7 + 3 - 11 - 6 = 10 - 17 = -7$   
 c)  $6 - 13 + 4 + 3 = 6 + 4 + 3 - 13 = 13 - 13 = 0$   
 d)  $-11 - 4 + 18 - 4 = 18 - 11 - 4 - 4 = 18 - 19 = -1$

**7 Resuelve paso a paso, igual que en el modelo resuelto.**

•  $7 - 5 - 8 - 4 = 2 - 8 - 4 = -6 - 4 = -10$

a)  $2 - 4 - 5 + 8$

b)  $6 - 7 + 4 - 3$

c)  $5 + 8 - 9 - 6$

d)  $-4 - 9 + 6 + 2$

e)  $-3 - 5 + 7 + 7$

f)  $-4 - 8 - 2 - 5$

a)  $2 - 4 - 5 + 8 = -2 - 5 + 8 = -7 + 8 = +1$

b)  $6 - 7 + 4 - 3 = -1 + 4 - 3 = +3 - 3 = 0$

c)  $5 + 8 - 9 - 6 = 13 - 9 - 6 = 4 - 6 = -2$

d)  $-4 - 9 + 6 + 2 = -13 + 6 + 2 = -7 + 2 = -5$

e)  $-3 - 5 + 7 + 7 = -8 + 7 + 7 = -1 + 7 = +6$

f)  $-4 - 8 - 2 - 5 = -12 - 2 - 5 = -14 - 5 = -19$

**8 Opera agrupando por signos, como en el ejemplo.**

•  $-4 + 6 - 8 + 7 = 6 + 7 - 4 - 8 = 13 - 12 = 1$

a)  $5 + 7 - 2 - 4$

b)  $2 - 6 + 4 - 9$

c)  $9 - 6 - 7 + 2$

d)  $-4 - 5 + 3 + 8$

e)  $-8 + 2 - 7 + 6$

f)  $-1 + 5 + 6 - 7$

a)  $5 + 7 - 2 - 4 = 12 - 6 = +6$

b)  $2 - 6 + 4 - 9 = 2 + 4 - 6 - 9 = 6 - 15 = -9$

c)  $9 - 6 - 7 + 2 = 9 + 2 - 6 - 7 = 11 - 13 = -2$

d)  $-4 - 5 + 3 + 8 = 3 + 8 - 4 - 5 = 11 - 9 = +2$

e)  $-8 + 2 - 7 + 6 = 2 + 6 - 8 - 7 = 8 - 15 = -7$

f)  $-1 + 5 + 6 - 7 = 5 + 6 - 1 - 7 = 11 - 8 = +3$

**9 Resuelve.**

a)  $6 - 9 - 7 - 5 + 2 + 11$

b)  $15 + 18 - 11 - 7 - 21 + 27$

c)  $-9 + 12 - 16 + 25 - 18 - 4$

d)  $-44 - 16 + 8 + 33 + 23 - 5$

e)  $-3 - 17 - 21 - 9 - 17 + 57$

a) -2

b) 21

c) -10

d) -1

e) -10

**10 Copia en tu cuaderno y completa.**

a)  $2 - 7 - 5 + 8 = \square - 5 + 8 = \square + 8 = \square$

b)  $15 - 21 + 13 - 10 = \square + 13 - 10 = \square - 10 = \square$

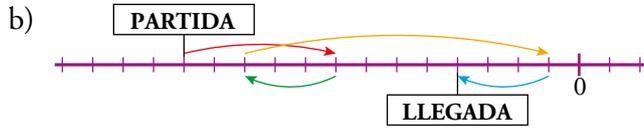
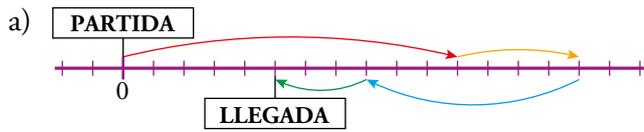
c)  $-6 + 11 - 8 + 4 = 11 + \square - 6 - \square = \square - \square = \square$

a)  $2 - 7 - 5 + 8 = -5 - 5 + 8 = -10 + 8 = -2$

b)  $15 - 21 + 13 - 10 = -6 + 13 - 10 = 7 - 10 = -3$

c)  $-6 + 11 - 8 + 4 = 11 + 4 - 6 - 8 = 15 - 14 = 1$

**11** Escribe una expresión para los movimientos reflejados en cada recta numérica, y resuélvela:



a)  $0 + 11 + 4 - 7 - 3 = 5$

b)  $-13 + 5 - 3 + 10 - 3 = -4$

## 4 ▶ SUMAS Y RESTAS CON PARÉNTESIS

Página 72

### Para fijar ideas

**1** Copia y completa en tu cuaderno.

- a) Recibo un talón de 80 €.  $\rightarrow +(+80) = \dots$
- b) Contraigo una deuda de 35 €.  $\rightarrow +(\dots) = \dots$
- c) Me perdonan una deuda de 15 €.  $\rightarrow -(\dots) = \dots$
- d) Pierdo un talón de 45 €.  $\rightarrow \dots$

- a)  $+(+80) = 80$
- b)  $+(-35) = -35$
- c)  $-(-15) = 15$
- d)  $-(+45) = -45$

**2** Resuelve comprobando que obtienes la solución indicada.

- a)  $7 + (+3)$
- b)  $7 + (-9)$
- c)  $12 - (+4)$
- d)  $12 - (-4)$
- e)  $16 + (-9) + (-11)$
- f)  $(-14) - (-8) + 6$

**Soluciones:** a) 10; b) -2; c) 8; d) 16; e) -4; f) 0

- a)  $7 + (+3) = 7 + 3 = 10$
- b)  $7 + (-9) = 7 - 9 = -2$
- c)  $12 - (+4) = 12 - 4 = 8$
- d)  $12 - (-4) = 12 + 4 = 16$
- e)  $16 + (-9) + (-11) = 16 - 9 - 11 = 16 - 20 = -4$
- f)  $(-14) - (-8) + 6 = -14 + 8 + 6 = -14 + 14 = 0$

Página 73

### Para fijar ideas

**3** Traduce cada enunciado mediante una expresión aritmética y calcula la variación del saldo de la cuenta en cada caso.

a) En la cuenta entran estos nuevos apuntes:

Un talón de 25 € y dos facturas, una de 16 € y otra de 38 €.

b) En la cuenta se anulan los siguientes apuntes anotados por error:

Un talón de 25 € y dos facturas, una de 16 € y otra de 38 €.

- a)  $+(25 - 16 - 38) = -29$
- b)  $-(+25 - 16 - 38) = 29$

**4 Quita los paréntesis, calcula y comprueba las soluciones.**

- a)  $5 - (9 - 3)$                       b)  $7 + (2 - 8)$                       c)  $12 - (-3 + 10)$   
d)  $15 - (8 + 11)$                       e)  $-(7 + 4) + 14$                       f)  $(6 - 9) - (10 - 7)$

**Soluciones:** a)  $-1$ ; b)  $+1$ ; c)  $+5$ ; d)  $-4$ ; e)  $+3$ ; f)  $-6$

- a)  $5 - (9 - 3) = 5 - 9 + 3 = 8 - 9 = -1$   
b)  $7 + (2 - 8) = 7 + 2 - 8 = 9 - 8 = +1$   
c)  $12 - (-3 + 10) = 12 + 3 - 10 = +5$   
d)  $15 - (8 + 11) = 15 - 8 - 11 = 15 - 19 = -4$   
e)  $-(7 + 4) + 14 = -7 - 4 + 14 = -11 + 14 = +3$   
f)  $(6 - 9) - (10 - 7) = 6 - 9 - 10 + 7 = 13 - 19 = -6$

**5 Copia y completa las dos formas de resolver la misma expresión.**

a) **Operar dentro de los paréntesis, empezando por los más pequeños.**

$$15 - [12 - (6 - 11) + (3 - 9)] = 15 - [12 - (\square) + (\square)] = 15 - [12 + \square - \square] = 15 - \square = \square$$

b) **Quitar paréntesis, empezando por los más pequeños, y después operar.**

$$15 - [12 - (6 - 11) + (3 - 9)] = 15 - [12 - \square + \square + \square - \square] =$$

$$15 - \square + \square - \square - \square + \square = 30 - \square = \square$$

- a)  $15 - [12 - (-5) + (-6)] = 15 - [12 + 5 - 6] = 15 - 11 = 4$   
b)  $15 - [12 - 6 + 11 + 3 - 9] = 15 - 12 + 6 - 11 - 3 + 9] = 30 - 26 = 4$

Página 74

**Para practicar**

**1 Quita el paréntesis y calcula igual que en el ejemplo.**

•  $-16 - (-5) = -16 + 5 = -11$

- a)  $12 + (+4)$                       b)  $10 - (+8)$                       c)  $15 - (-6)$   
d)  $10 - (+16)$                       e)  $-2 + (+8)$                       f)  $-3 - (-5)$   
a)  $12 + 4 = 16$                       b)  $10 - 8 = 2$                       c)  $15 + 6 = 21$   
d)  $10 - 16 = -6$                       e)  $-2 + 8 = 6$                       f)  $-3 + 5 = 2$

**2 Opera, como en el ejemplo, suprimiendo paréntesis.**

•  $-(+14) - (-12) = -14 + 12 = -2$

- |                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| a) $+(+7) + (+6)$   | b) $+(-5) + (-3)$  |
| c) $+(-6) - (+8)$   | d) $-(-7) + (-10)$ |
| e) $-(-3) - (-5)$   | f) $-(-2) - (+6)$  |
| g) $+(-7) - (-3)$   | h) $-(-5) + (+4)$  |
| i) $+(-12) + (+10)$ | j) $-(+6) - (+8)$  |
- a)  $+(+7) + (+6) = 7 + 6 = 13$                       b)  $+(-5) + (-3) = -5 - 3 = -8$   
c)  $+(-6) - (+8) = -6 - 8 = -14$                       d)  $-(-7) + (-10) = 7 - 10 = -3$   
e)  $-(-3) - (-5) = 3 + 5 = 8$                       f)  $-(-2) - (+6) = 2 - 6 = -4$   
g)  $+(-7) - (-3) = -7 + 3 = -4$                       h)  $-(-5) + (+4) = 5 + 4 = 9$   
i)  $+(-12) + (+10) = -12 + 10 = -2$                       j)  $-(+6) - (+8) = -6 - 8 = -14$

- 3 Juego:** se tiran los dos dados juntos, dos veces. A los puntos de la primera tirada se les restan los puntos de la segunda.

	1.ª TIRADA (+)		2.ª TIRADA (-)	
ANA	-5	+2	-5	+4
SARA	-6	+2	+4	-1
CHARO	+5	-4	-6	+1

Escribe la expresión que da la puntuación de cada jugadora y resuélvela.

$$\text{Ana} \rightarrow (-5 + 2) - (-5 + 4) = -3 - (-1) = -2$$

$$\text{Sara} \rightarrow (-6 + 2) - (4 - 1) = -4 - 3 = -7$$

$$\text{Charo} \rightarrow (5 - 4) - (-6 + 1) = 1 + 5 = 6$$

- 4 Calcula el valor de cada expresión como en el ejemplo.**

$$\bullet 2 - (+5) - 3 + (-6) - (-10) = 2 - 5 - 3 - 6 + 10 = 2 + 10 - 5 - 3 - 6 = 12 - 14 = -2$$

a)  $8 - (+6) - 2 + (-3) - (-9)$

b)  $+(-4) + (+12) - 11 + (-3) - 1$

c)  $- (+5) - (-6) + 14 - (+10) + 3$

d)  $(+5) - (+12) + (-7) - (-11) + (-1)$

a)  $8 - (+6) - 2 + (-3) - (-9) = 8 - 6 - 2 - 3 + 9 = 8 + 9 - 6 - 2 - 3 = 6$

b)  $+(-4) + (+12) - 11 + (-3) - 1 = -4 + 12 - 11 - 3 - 1 = 12 - 4 - 11 - 3 - 1 = -7$

c)  $- (+5) - (-6) + 14 - (+10) + 3 = -5 + 6 + 14 - 10 + 3 = 6 + 14 + 3 - 5 - 10 = 8$

d)  $(+5) - (+12) + (-7) - (-11) + (-1) = 5 - 12 - 7 + 11 - 1 = 5 + 11 - 12 - 7 - 1 = -4$

- 5 Resuelve, como en los ejemplos, quitando primero el paréntesis u operando dentro de él.**

a)  $12 + (+3 - 5)$

b)  $8 - (-5 + 13)$

c)  $14 - (+12 - 10)$

d)  $2 + (-4 - 7)$

a)  $12 + (+3 - 5)$

b)  $8 - (-5 + 13)$

c)  $14 - (+12 - 10)$

d)  $2 + (-4 - 7)$

$$\begin{array}{r} 12 + 3 - 5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 15 - 5 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 + 5 - 13 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 13 - 13 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 - 12 + 10 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 24 - 12 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 + (-11) \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 - 11 \\ \swarrow \quad \searrow \\ -9 \end{array}$$

- 6 Calcula, quitando primero los paréntesis, como en el ejemplo.**

$$\bullet (5 - 12) - (8 - 6) = 5 - 12 - 8 + 6 = 11 - 20 = -9$$

a)  $(7 - 4) + (9 - 5)$

b)  $(2 + 6) + (5 - 8)$

c)  $(5 - 9) + (2 - 12)$

d)  $(7 + 3) - (5 + 4)$

e)  $(8 - 12) - (2 - 5)$

f)  $(10 - 7) - (-2 - 6)$

g)  $-(8 + 4) + (5 - 9)$

h)  $-(6 - 2) - (7 - 9)$

a)  $(7 - 4) + (9 - 5) = 7 - 4 + 9 - 5 = 16 - 9 = 7$

b)  $(2 + 6) + (5 - 8) = 2 + 6 + 5 - 8 = 13 - 8 = 5$

c)  $(5 - 9) + (2 - 12) = 5 - 9 + 2 - 12 = 7 - 21 = -14$

d)  $(7 + 3) - (5 + 4) = 7 + 3 - 5 - 4 = 10 - 9 = 1$

e)  $(8 - 12) - (2 - 5) = 8 - 12 - 2 + 5 = 13 - 14 = -1$

f)  $(10 - 7) - (-2 - 6) = 10 - 7 + 2 + 6 = 18 - 7 = 11$

g)  $-(8 + 4) + (5 - 9) = -8 - 4 + 5 - 9 = 5 - 21 = -16$

h)  $-(6 - 2) - (7 - 9) = -6 + 2 - 7 + 9 = 11 - 13 = -2$

**7 Repite los ejercicios de la actividad anterior, operando en primer lugar dentro de los paréntesis, como se hace en este ejemplo:**

- $(5 - 12) - (8 - 6) = (-7) - (2) = -7 - 2 = -9$
- a)  $(7 - 4) + (9 - 5) = (+3) + (+4) = 3 + 4 = 7$
- b)  $(2 + 6) + (5 - 8) = (+8) + (-3) = 8 - 3 = 5$
- c)  $(5 - 9) + (2 - 12) = (-4) + (-10) = -4 - 10 = -14$
- d)  $(7 + 3) - (5 + 4) = (+10) - (+9) = 10 - 9 = 1$
- e)  $(8 - 12) - (2 - 5) = (-4) - (-3) = -4 + 3 = -1$
- f)  $(10 - 7) - (-2 - 6) = (+3) - (-8) = 3 + 8 = 11$
- g)  $-(8 + 4) + (5 - 9) = -(+12) + (-4) = -12 - 4 = -16$
- h)  $-(6 - 2) - (7 - 9) = -(+4) - (-2) = -4 + 2 = -2$

**8 Operar:  $[8 - (+11)] - [3 + (-7 + 5)]$**

Ejercicio resuelto.

**9 Calcula.**

- |                                  |                                 |
|----------------------------------|---------------------------------|
| a) $6 + [5 + (7 + 2)]$           | b) $8 + [4 - (3 + 5)]$          |
| c) $10 - [6 + (2 + 7)]$          | d) $15 - [2 - (6 - 10)]$        |
| e) $15 - [10 - (8 + 4)]$         | f) $12 - [7 - (2 - 10)]$        |
| g) $(-6) + [5 + (2 - 12)]$       | h) $(-7) - [3 - (4 - 9)]$       |
| a) $6 + [5 + (7 + 2)] = 20$      | b) $8 + [4 - (3 + 5)] = 4$      |
| c) $10 - [6 + (2 + 7)] = -5$     | d) $15 - [2 - (6 - 10)] = 9$    |
| e) $15 - [10 - (8 + 4)] = 17$    | f) $12 - [7 - (2 - 10)] = -3$   |
| g) $(-6) + [5 + (2 - 12)] = -11$ | h) $(-7) - [3 - (4 - 9)] = -15$ |

**10 Calcula.**

- |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(2 - 10) + [5 - (8 + 2)]$       | b) $(12 - 3) - [1 - (2 - 6)]$       |
| c) $[9 - (+5)] + [7 + (-10)]$       | d) $[10 - (-2)] - [5 - (+12)]$      |
| e) $[8 - (6 + 4)] - (5 - 7)$        | f) $[1 + (6 - 9)] - (8 - 12)$       |
| a) $(2 - 10) + [5 - (8 + 2)] = -13$ | b) $(12 - 3) - [1 - (2 - 6)] = 4$   |
| c) $[9 - (+5)] + [7 + (-10)] = 1$   | d) $[10 - (-2)] - [5 - (+12)] = 19$ |
| e) $[8 - (6 + 4)] - (5 - 7) = 0$    | f) $[1 + (6 - 9)] - (8 - 12) = 2$   |

## 5 ▶ MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Página 76

### Para fijar ideas

1 Copia y completa con un número entero, siempre que sea posible.

a)  $(+7) \cdot (-4) = \square$

b)  $(-10) \cdot (+4) = \square$

c)  $(-8) \cdot (-20) = \square$

d)  $(+15) : (-3) = \square$

e)  $(-20) : (+7) = \square$

f)  $(-8) : (-2) = \square$

a) -28

b) -40

c) 160

d) -5

e) No entero.

f) 4

2 Copia, completa y expresa el proceso en lenguaje aritmético.

a)  $(-5) \cdot (+2) \cdot (-6)$

$(\square) \cdot (-6)$

$\square$

a)  $(-5) \cdot (+2) \cdot (-6)$

$(-10) \cdot (-6)$

60

b)  $(+3) \cdot (+4) \cdot (-5)$

$+3 \cdot (\square)$

$\square$

b)  $(+3) \cdot (+4) \cdot (-5)$

$+3 \cdot (-20)$

-60

c)  $(-4) \cdot (-2) \cdot (-5)$

$(\square) \cdot (-5)$

$\square$

c)  $(-4) \cdot (-2) \cdot (-5)$

$(8) \cdot (-5)$

(-40)

3 Completa en tu cuaderno y contesta.

$(+24) : [(-6) : (-2)]$

$24 : (\square)$

$\square$

$[(+24) : (-6)] : (-2)$

$(\square) : (-2)$

$\square$

¿Cumple la división de números enteros la propiedad asociativa?

$(+24) : [(-6) : (-2)]$

$24 : (3)$

(8)

$[(+24) : (-6)] : (-2)$

$(-4) : (-2)$

2

La división de números enteros no cumple la propiedad asociativa.

**Para practicar**

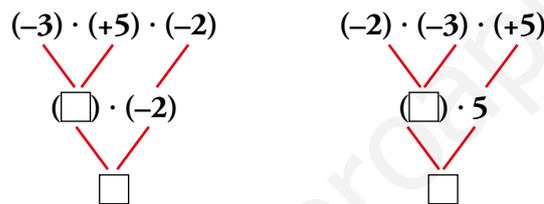
**1** Calcula estos productos:

- |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $3 \cdot (-2)$    | b) $-5 \cdot (+3)$   | c) $-4 \cdot (-6)$   |
| d) $(-4) \cdot (+7)$ | e) $(+2) \cdot (+6)$ | f) $(-5) \cdot (-7)$ |
| g) $(+3) \cdot (-8)$ | h) $(-9) \cdot (-3)$ | i) $(-6) \cdot (+4)$ |
| a) $-6$              | b) $-15$             | c) $24$              |
| d) $-28$             | e) $12$              | f) $35$              |
| g) $-24$             | h) $27$              | i) $-24$             |

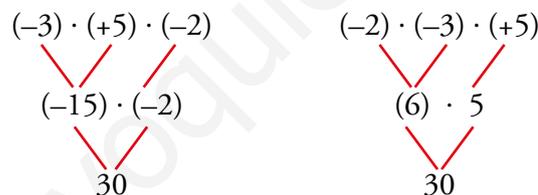
**2** Copia en tu cuaderno y completa.

- |                               |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|
| a) $(-6) \cdot \square = -18$ | b) $(+8) \cdot \square = -24$  |
| c) $(-7) \cdot \square = +35$ | d) $(+15) \cdot \square = +60$ |
| a) $(-6) \cdot (+3) = -18$    | b) $(+8) \cdot (-3) = -24$     |
| c) $(-7) \cdot (-5) = +35$    | d) $(+15) \cdot (+4) = +60$    |

**3** Copia y completa.



¿Cumple la multiplicación de números enteros la propiedad asociativa?



La multiplicación de números enteros sí cumple la propiedad asociativa.

**4** Calcula el cociente entero, si existe.

- |                   |                    |                   |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| a) $(-8) : (+2)$  | b) $(+20) : (-10)$ | c) $(-12) : (-4)$ |
| d) $(-4) : (+3)$  | e) $(-15) : (-3)$  | f) $(-1) : (+6)$  |
| g) $(+42) : (-7)$ | h) $(+38) : (+8)$  | i) $(-36) : (+9)$ |
| a) $-4$           | b) $-2$            | c) $3$            |
| d) No entero.     | e) $5$             | f) No entero.     |
| g) $-6$           | h) No entero.      | i) $-4$           |

**5** Escribe.

- a) Tres divisiones de enteros cuyo cociente sea entero.  
 b) Tres divisiones de enteros cuyo cociente no sea entero.

Respuesta abierta.

**6 Calcula.**

a)  $(+3) \cdot (-5) \cdot (+2)$

b)  $(-4) \cdot (-1) \cdot (+6)$

c)  $(-2) \cdot (-7) \cdot (-2)$

d)  $(+5) \cdot (-4) \cdot (-3)$

a)  $(+3) \cdot (-5) \cdot (+2) = -30$

b)  $(-4) \cdot (-1) \cdot (+6) = +24$

c)  $(-2) \cdot (-7) \cdot (-2) = -28$

d)  $(+5) \cdot (-4) \cdot (-3) = +60$

**7 Opera, sin olvidar el papel de los paréntesis.**

a)  $[(+80) : (-8)] : (-5)$

b)  $[(-70) : (-2)] : (-7)$

c)  $(+50) : [(-30) : (+6)]$

d)  $(-40) : [(+24) : (+3)]$

a)  $[(+80) : (-8)] : (-5) = [-10] : (-5) = +2$

b)  $[(-70) : (-2)] : (-7) = [+35] : (-7) = -5$

c)  $(+50) : [(-30) : (+6)] = (+50) : [-5] = -10$

d)  $(-40) : [(+24) : (+3)] = (-40) : [+8] = -5$

**8  $[(-12) \cdot (+5)] : (+10)$**

Ejercicio resuelto.

**9 Opera como en el ejercicio resuelto anterior.**

a)  $[(+6) \cdot (-4)] : (-3)$

b)  $[(-15) \cdot (-2)] : (+6)$

c)  $(-5) \cdot [(+12) : (-3)]$

d)  $[(-5) \cdot (+12)] : (-3)$

a)  $[(+6) \cdot (-4)] : (-3) = [-24] : (-3) = +8$

b)  $[(-15) \cdot (-2)] : (+6) = [+30] : (+6) = +5$

c)  $(-5) \cdot [(+12) : (-3)] = (-5) \cdot [-4] = +20$

d)  $[(-5) \cdot (+12)] : (-3) = [-60] : (-3) = +20$

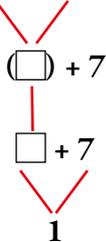
## 6 ▶ OPERACIONES COMBINADAS

Página 77

Para fijar ideas

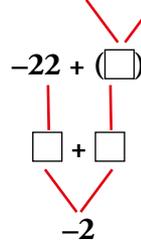
1 Copia, completa y expresa el proceso en lenguaje aritmético.

a)  $(+18) : (-3) + 7$



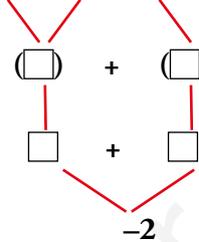
$(+18) : (-3) + 7 = \square$

b)  $(-22) + (-4) \cdot (-5)$



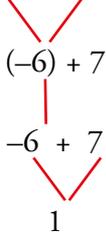
$(-22) + (-4) \cdot (-5) = \square$

c)  $(+10) : (-2) + (-1) \cdot (-3)$



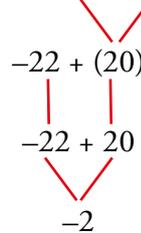
$(+10) : (-2) + (-1) \cdot (-3) = \square$

a)  $(+18) : (-3) + 7$



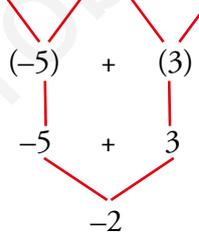
$(+18) : (-3) + 7 = 1$

b)  $(-22) + (-4) \cdot (-5)$



$(-22) + (-4) \cdot (-5) = -2$

c)  $(+10) : (-2) + (-1) \cdot (-3)$



$(+10) : (-2) + (-1) \cdot (-3) = -2$

2 Opera como en el ejemplo.

•  $(-20) : (10 - 6) - (-3) \cdot (-3) = (-20) : 4 - (+9) = -5 - 9 = -14$

a)  $5 \cdot (-4) + 2 \cdot (-3)$

b)  $(+40) : (-8) - (-30) : (+6)$

c)  $(-15) : (5 - 8) + 4$

d)  $(-8) \cdot (+2) + (-5) \cdot (-3)$

e)  $(7 - 10) \cdot (-2) + 1$

f)  $(+27) : (6 - 9) - (11 - 8)$

a)  $5 \cdot (-4) + 2 \cdot (-3) = (-20) + (-6) = -26$

b)  $(+40) : (-8) - (-30) : (+6) = (-5) - (-5) = 0$

c)  $(-15) : (5 - 8) + 4 = (-15) : (-3) + 4 = 5 + 4 = 9$

d)  $(-8) \cdot (+2) + (-5) \cdot (-3) = -16 + (15) = -1$

e)  $(7 - 10) \cdot (-2) + 1 = (-3) \cdot (-2) + 1 = 6 + 1 = 7$

f)  $(+27) : (6 - 9) - (11 - 8) = 27 : (-3) - 3 = -9 - 3 = -12$

## Para practicar

### 1 Calcula.

a)  $(-3) \cdot [(-2) + (-4)]$

b)  $(+6) : [(+5) - (+7)]$

c)  $(+4) \cdot [(-5) + (+2)]$

d)  $(-20) : [(-6) - (-2)]$

a)  $(-3) \cdot [(-2) + (-4)] = (-3) \cdot [-2 - 4] = (-3) \cdot [-6] = 18$

b)  $(+6) : [(+5) - (+7)] = (+6) : [+5 - 7] = (+6) : [-2] = -3$

c)  $(+4) \cdot [(-5) + (+2)] = (+4) \cdot [-5 + 2] = (+4) \cdot [-3] = -12$

d)  $(-20) : [(-6) - (-2)] = (-20) : [-6 + 2] = (-20) : [-4] = 5$

### 2 Resuelve.

a)  $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)]$

b)  $(-2) \cdot [(-4) - (-6)] - 9$

c)  $12 + (-5) : [(-9) + 8]$

d)  $(31 - 9) : [2 - (-9)]$

a)  $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)] = 19 - (-3) \cdot [-3] = 19 - (+9) = 19 - 9 = 10$

b)  $(-2) \cdot [(-4) - (-6)] - 9 = (-2) \cdot [+2] - 9 = -4 - 9 = -13$

c)  $12 + (-5) : [(-9) + 8] = 12 + (-5) : [-1] = 12 + 5 = 17$

d)  $(31 - 9) : [2 - (-9)] = 22 : 11 = 2$

## 7 ► POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS ENTEROS

Página 79

### Para fijar ideas

#### 1 Calcula.

- |             |             |              |              |             |
|-------------|-------------|--------------|--------------|-------------|
| a) $(+2)^4$ | b) $(-2)^4$ | c) $(-3)^2$  | d) $(-3)^3$  | e) $(-3)^4$ |
| f) $(+1)^6$ | g) $(-1)^7$ | h) $(+10)^3$ | i) $(-10)^4$ | j) $(-7)^3$ |
| k) $(+2)^5$ | l) $(-2)^6$ | m) $(-5)^3$  | n) $(+3)^4$  | ñ) $(-3)^5$ |
| a) 16       | b) 16       | c) 9         | d) -27       | e) 81       |
| f) 1        | g) -1       | h) 1 000     | i) 10 000    | j) -343     |
| k) 32       | l) 64       | m) -125      | n) 81        | o) -243     |

#### 2 ¿Verdadero o falso?

- Si elevas un número impar a una potencia, el resultado es negativo.
  - Una potencia de exponente impar siempre es negativa.
  - Una potencia de base negativa puede ser positiva.
  - La raíz cuadrada de un cuadrado perfecto es un número entero.
  - La raíz cuadrada de un número negativo existe si el número es par, y no existe si es impar.
- Falso. Por ejemplo:  $3^2 = 9$
  - Falso. Por ejemplo:  $2^3 = 8$
  - Verdadero. Por ejemplo:  $(-2)^2 = +4$
  - Verdadero. Por ejemplo:  $\sqrt{25} = 5$
  - Falso. No existe en ningún caso.

#### 3 Calcula como en el ejemplo y observa las diferencias.

- |             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| a) $(-2)^4$ | b) $(-5)^2$ | c) $(-2)^3$ | d) $(-3)^3$ |
| $-2^4$      | $-5^2$      | $-2^3$      | $-3^3$      |
| $(+2)^4$    | $(+5)^2$    | $(+2)^3$    | $(+3)^3$    |
| a) +16      | b) +25      | c) -8       | d) -27      |
| -16         | -25         | -8          | -27         |
| +16         | +25         | +8          | +27         |

#### 4 Reduce a una sola potencia y calcula.

- |                          |                          |                              |
|--------------------------|--------------------------|------------------------------|
| a) $(-4)^8 : (-4)^5$     | b) $(-3)^2 \cdot (-3)^2$ | c) $(-3)^{10} : (-3)^6$      |
| d) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$ | e) $(+6)^7 : (+6)^5$     | f) $(-10)^3 \cdot (-10)^4$   |
| a) $(-4)^3 = -64$        | b) $(-3)^4 = 81$         | c) $(-3)^4 = 81$             |
| d) $(-2)^5 = -32$        | e) $(+6)^2 = 36$         | f) $(-10)^7 = -10\,000\,000$ |

**5 Escribe la solución entera, si existe.**

- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| a) $\sqrt{+1}$   | b) $\sqrt{-1}$    |
| c) $-\sqrt{+1}$  | d) $\sqrt{+25}$   |
| e) $-\sqrt{+81}$ | f) $-\sqrt{-64}$  |
| g) $\sqrt{-100}$ | h) $-\sqrt{+400}$ |
- 
- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| a) 1 y -1                    | b) No tiene solución entera. |
| c) 1 y -1                    | d) +5 y -5                   |
| e) 9 y -9                    | f) No tiene solución entera. |
| g) No tiene solución entera. | h) 20 y -20                  |

**6 Las raíces cuadradas de 45, 70 y 90 no son enteras. Completa, en cada caso, con dos números enteros consecutivos.**

- |                                      |                                      |                                      |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $+\square < \sqrt{45} < +\square$ | b) $+\square < \sqrt{70} < +\square$ | c) $+\square < \sqrt{90} < +\square$ |
| $-\square < -\sqrt{45} < -\square$   | $-\square < -\sqrt{70} < -\square$   | $-\square < -\sqrt{90} < -\square$   |
- 
- |                          |                          |                           |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| a) $+6 < \sqrt{45} < +7$ | b) $+8 < \sqrt{70} < +9$ | c) $+9 < \sqrt{90} < +10$ |
| $-7 < -\sqrt{45} < -6$   | $-9 < -\sqrt{70} < -8$   | $-10 < -\sqrt{90} < -9$   |

**7 Calcula y observa las diferencias.**

- |                        |                          |                          |                          |
|------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $\sqrt{16+9}$       | b) $\sqrt{100-36}$       | c) $\sqrt{64+225}$       | d) $\sqrt{289-64}$       |
| $\sqrt{16} + \sqrt{9}$ | $\sqrt{100} - \sqrt{36}$ | $\sqrt{64} + \sqrt{225}$ | $\sqrt{289} - \sqrt{64}$ |
- 
- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| a) $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$       | b) $\sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$    |
| $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$     | $\sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4$ |
| c) $\sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17$   | d) $\sqrt{289-64} = \sqrt{225} = 15$  |
| $\sqrt{64} + \sqrt{225} = 8 + 15 = 23$ | $\sqrt{289} - \sqrt{64} = 17 - 8 = 9$ |

**Para practicar**

**1 Copia y completa.**

- |                        |                         |                        |
|------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) $(+2)^5 = \square$  | b) $(-2)^\square = -32$ | c) $(\square)^3 = 27$  |
| d) $(+10)^5 = \square$ | e) $(-3)^\square = 81$  | f) $(\square)^3 = -64$ |
- 
- |            |      |       |
|------------|------|-------|
| a) 32      | b) 5 | c) 3  |
| d) 100 000 | e) 4 | f) -4 |

**2 Escribe la solución en cada caso, si existe.**

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a) $\sqrt{(-9)}$ | b) $-\sqrt{49}$  |
| c) $\sqrt{121}$  | d) $-\sqrt{900}$ |
- 
- |               |             |
|---------------|-------------|
| a) No existe. | b) 7 y -7   |
| c) 11 y -11   | d) 30 y -30 |

**3 Observa el ejemplo resuelto y calcula.**

•  $(-5)^3 \cdot (-2)^3 = [(-5) \cdot (-2)]^3 = (+10)^3 = +1\ 000$

a)  $(+4)^3 \cdot (-5)^3$

b)  $(-6)^4 \cdot (-5)^4$

c)  $(-5)^7 : (+5)^7$

d)  $(-15)^4 : (-5)^4$

e)  $(+2)^5 \cdot (-5)^5$

f)  $(-24)^3 : (-6)^3$

a)  $[(+4) \cdot (-5)]^3 = (-20)^3 = -8\ 000$

b)  $[(-6) \cdot (-5)]^4 = (30)^4 = 810\ 000$

c)  $[(-5) : (+5)]^7 = (-1)^7 = -1$

d)  $[(-15) : (-5)]^4 = (3)^4 = 81$

e)  $[(+2) \cdot (-5)]^5 = (-10)^5 = -100\ 000$

f)  $[(-24) : (-6)]^3 = (4)^3 = 64$

Página 80

**Ejercicios y problemas**

**El conjunto  $\mathbb{Z}$ . Orden y representación**

**1 Expresa con la notación de los números enteros, como se hace en el ejemplo:**

• Me llega una factura de 84 €.  $\rightarrow +(-84) = -84$

a) Cobro 155 € por un trabajo realizado.

b) Le pago a Juana los 10 € que le debía.

c) Mi hermano me perdona los 10 € que me prestó.

a)  $+(+155) = +155$

b)  $-(+10) = -10$

c)  $-(-10) = +10$

**2 Escribe, en cada caso, todos los números enteros comprendidos entre:**

a) +5 y -5

b) -10 y -2

c) -8 y 0

a) -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5

b) -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2

c) -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0

**3 Ordena de menor a mayor.**

a) +6, +2, 0, +4, -7, +3

b) -7, -2, 0, -1, -5, -9

c) -4, 0, +6, -8, +3, -5

a)  $-7 < 0 < +2 < +3 < +4 < +6$

b)  $-9 < -7 < -5 < -2 < -1 < 0$

c)  $-8 < -5 < -4 < 0 < +3 < +6$

**4 Escribe todos los números enteros cuyo valor absoluto:**

a) Sea menor que 5.

b) Esté comprendido entre 5 y 8.

a) 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4 y -4

b) 6, -6, 7 y -7

5 Escribe un número entero para cada movimiento en la recta:

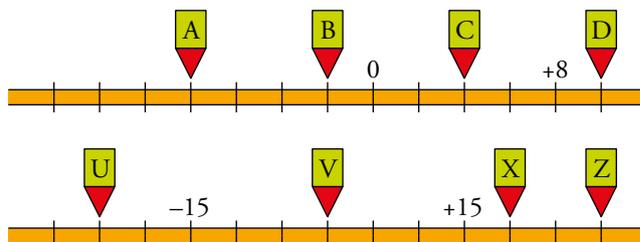


$M = -3$

$N = +5$

$K = -8$

6 ¿Qué número corresponde a cada letra?



$A = -8$

$B = -2$

$C = +4$

$D = +10$

$U = -25$

$V = 0$

$X = +20$

$Z = +30$

7 ¿Verdadero o falso?

- a) En la recta numérica, ningún número a la izquierda del cero tiene de valor absoluto 5.
  - b) El opuesto de  $(-7)$  está a la derecha del cero.
  - c) Dos números enteros distintos nunca tienen el mismo valor absoluto.
  - d) Cualquier número entero es mayor que su opuesto.
  - e) En la recta, dos números opuestos están a la misma distancia del cero.
- a) Falso.  $|-5| = 5$ .
- b) Verdadero; es el  $+7$ .
- c) Falso. Cualquier entero y su opuesto son distintos y tienen el mismo valor absoluto.
- d) Falso. Si el número es negativo no ocurre porque su opuesto es positivo y, por tanto, mayor.
- e) Verdadero.

### Suma y resta

8 Calcula.

a)  $14 - 10 + 4 - 6$

b)  $-7 - 5 + 8 + 2 - 6$

c)  $-3 + 5 + 2 - 1 - 7$

d)  $-3 - 7 + 14 + 10 - 9$

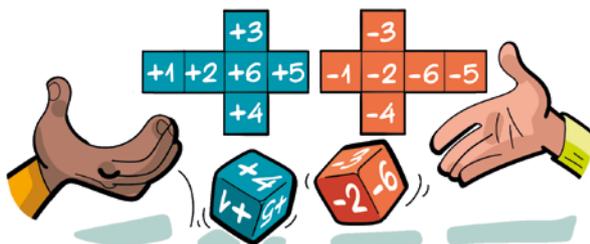
a) 2

b)  $-8$

c)  $-4$

d) 5

**9** ¿Qué resultados puedes obtener al tirar a la vez estos dos dados y sumar sus puntuaciones? Pon ejemplos.



Se pueden obtener todos los números comprendidos entre  $-5$  y  $+5$ .

Por ejemplo:  $(-6) + (+1) = -5$ ;  $(+4) + (-4) = 0$

**10** Quita paréntesis y opera.

a)  $(+3) - (+8)$

b)  $(-9) + (-6)$

c)  $(-7) - (-7) - (+7)$

d)  $(-11) + (+8) - (-6)$

e)  $(+15) - (-12) - (+11) + (-16)$

f)  $(-3) - (-2) - (+4) + (-7) + (+8)$

a)  $(+3) - (+8) = 3 - 8 = -5$

b)  $(-9) + (-6) = -9 - 6 = -15$

c)  $(-7) - (-7) - (+7) = -7 + 7 - 7 = -7$

d)  $(-11) + (+8) - (-6) = -11 + 8 + 6 = 14 - 11 = 3$

e)  $(+15) - (-12) - (+11) + (-16) = 15 + 12 - 11 - 16 = 27 - 27 = 0$

f)  $(-3) - (-2) - (+4) + (-7) + (+8) = -3 + 2 - 4 - 7 + 8 = 10 - 14 = -4$

**11** Calcular de dos formas:  $11 - (5 - 8 - 6 + 3)$

Ejercicio resuelto.

**12** Calcula.

a)  $(4 + 8) - (3 - 9)$

b)  $10 + (8 - 15 + 2 - 6)$

c)  $12 - (7 + 11 - 14 - 8)$

d)  $-9 + (-4 - 3)$

e)  $(6 - 12 + 2) - (11 - 4 + 2 - 5)$

a) 18

b) -1

c) 16

d) -16

e) -8

**13**  $[(+2) + (-12)] - [(3 - 7) - (7 - 2)]$

Ejercicio resuelto.

**14** Calcula.

- a)  $(5 - 7) - [(-3) + (-6)]$   
 b)  $(-8) + [(+7) - (-4) + (-5)]$   
 c)  $(+9) - [(+3) - (3 - 12) - (+8)]$   
 d)  $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)]$   
 e)  $[(2 - 8) + (5 - 7)] - [(-9 + 6) - (-5 + 7)]$
- a)  $(5 - 7) - [(-3) + (-6)] = +7$   
 b)  $(-8) + [(+7) - (-4) + (-5)] = -2$   
 c)  $(+9) - [(+3) - (3 - 12) - (+8)] = +5$   
 d)  $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)] = +8$   
 e)  $[(2 - 8) + (5 - 7)] - [(-9 + 6) - (-5 + 7)] = -3$

Página 81

**15** ¿Verdadero o falso?

- a) La suma de un número y su opuesto es cero.  
 b) El opuesto de la suma de dos números es igual a la suma de sus opuestos.  
 c) La diferencia de dos números enteros es siempre menor que su suma.  
 d) La suma de los valores absolutos de dos enteros es mayor o igual que el valor absoluto de su suma.
- a) Verdadero.  $3 + (-3) = 3 - 3 = 0$   
 b) Verdadero.  $-(a + b) = -a - b = (-a) + (-b)$   
 c) Falso.  $-3 - (-5) = 2$  y  $-3 + (-5) = -8$   
 d) Verdadero.

**Multiplicación y división**

**16** Observa el ejemplo y resuelve.

- $6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 - 28 : 4 + 36 : 9 = 30 - 28 - 7 + 4 = 34 - 35 = -1$
- a)  $2 \cdot 7 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3$   
 b)  $30 : 6 - 42 : 7 - 27 : 9$   
 c)  $3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5$   
 d)  $5 \cdot 4 - 28 : 4 - 3 \cdot 3$
- a)  $2 \cdot 7 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 14 - 12 - 6 = -4$   
 b)  $30 : 6 - 42 : 7 - 27 : 9 = 5 - 6 - 3 = -4$   
 c)  $3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5 = 15 - 24 + 20 - 30 = -19$   
 d)  $5 \cdot 4 - 28 : 4 - 3 \cdot 3 = 20 - 7 - 9 = 4$

**17 Calcular:**  $(-3) \cdot (-4) - (+2) \cdot (-9) - (-7) \cdot (-5)$

Ejercicio resuelto.

**18 Resuelve como en el ejercicio resuelto anterior.**

a)  $(-2) \cdot (-5) + (+4) \cdot (-3)$

b)  $(-8) \cdot (+2) - (+5) \cdot (-4)$

c)  $(-5) - (+4) \cdot (-3) - (-8)$

d)  $14 - (+5) \cdot (-4) + (-6) \cdot (+3) + (-8)$

a)  $(-2) \cdot (-5) + (+4) \cdot (-3) = (+10) + (-12) = 10 - 12 = -2$

b)  $(-8) \cdot (+2) - (+5) \cdot (-4) = (-16) - (-20) = -16 + 20 = +4$

c)  $(-5) - (+4) \cdot (-3) - (-8) = (-5) - (-12) - (-8) = -5 + 12 + 8 = 15$

d)  $14 - (+5) \cdot (-4) + (-6) \cdot (+3) + (-8) = 14 - (-20) + (-18) + (-8) = 14 + 20 - 18 - 8 = 8$

**19 Calcula como en el ejemplo.**

•  $(-4) \cdot (2 - 7) = (-4) \cdot (-5) = +20$

a)  $3 \cdot (3 - 5)$

b)  $(-4) \cdot (6 - 10)$

c)  $(-5) \cdot (2 - 9)$

d)  $16 : (1 - 5)$

e)  $(-35) : (9 - 2)$

f)  $(5 + 7) : (-4)$

a)  $3 \cdot (3 - 5) = 3 \cdot (-2) = -6$

b)  $(-4) \cdot (6 - 10) = (-4) \cdot (-4) = +16$

c)  $(-5) \cdot (2 - 9) = (-5) \cdot (-7) = +35$

d)  $16 : (1 - 5) = 16 : (-4) = -4$

e)  $(-35) : (9 - 2) = (-35) : (7) = -5$

f)  $(5 + 7) : (-4) = 12 : (-4) = -3$

**20 Opera estas expresiones:**

a)  $35 + 7 \cdot (6 - 11)$

b)  $60 : (8 - 14) + 12$

c)  $(9 - 13 - 6 + 9) \cdot (5 - 11 + 7 - 4)$

d)  $(6 + 2 - 9 - 15) : (7 - 12 + 3 - 6)$

e)  $-(8 + 3 - 10) \cdot [(5 - 7) : (13 - 15)]$

a)  $35 + 7 \cdot (6 - 11) = 35 + 7 \cdot (-5) = 35 - 35 = 0$

b)  $60 : (8 - 14) + 12 = 60 : (-6) + 12 = -10 + 12 = +2$

c)  $(9 - 13 - 6 + 9) \cdot (5 - 11 + 7 - 4) = (-1) \cdot (-3) = +3$

d)  $(6 + 2 - 9 - 15) : (7 - 12 + 3 - 6) = (-16) : (-8) = +2$

e)  $-(8 + 3 - 10) \cdot [(5 - 7) : (13 - 15)] = -1 \cdot [(-2) : (-2)] = -1 \cdot 1 = -1$

**21  $(+12) - (+2) \cdot [(-3) - (-8)]$**

Ejercicio resuelto.

**22 Calcula como en el ejercicio resuelto anterior.**

a)  $(-3) \cdot [(-9) - (-7)]$

b)  $28 : [(-4) + (-3)]$

c)  $[(-9) - (+6)] : (-5)$

d)  $(-11) - (-2) \cdot [15 - (+11)]$

e)  $5 - (-18) : [9 - (+15)]$

f)  $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - 3 \cdot [(-11) + 7]$

g)  $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)]$

a)  $(-3) \cdot [(-9) - (-7)] = (-3) \cdot [-2] = +6$

b)  $28 : [(-4) + (-3)] = 28 : [-7] = -4$

c)  $[(-9) - (+6)] : (-5) = [-15] : (-5) = +3$

d)  $(-11) - (-2) \cdot [15 - (+11)] = (-11) - (-2) \cdot [+4] = -11 + 8 = -3$

e)  $5 - (-18) : [9 - (+15)] = 5 - (-18) : [-6] = 5 - 3 = 2$

f)  $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - 3 \cdot [(-11) + 7] = (-4) \cdot [+2] - 3 \cdot [-4] = -8 + 12 = +4$

g)  $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)] = [+3] : [-1] = -3$

**23 Opera.**

- a)  $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)]$   
 b)  $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - (+3) \cdot [(-11) + (+7)]$   
 c)  $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)]$   
 d)  $8 + (4 - 9 + 7) \cdot 2 + 4 \cdot (3 - 8 + 4)$   
 e)  $4 \cdot [(1 + 4) + (-7)] - (-3) \cdot [7 - (5 - 2)]$   
 f)  $(-3) \cdot (+11) - [(2 - 8) + (-8) - (-2)] \cdot (+2)$   
 g)  $(-6) \cdot [(3 - 7) - (7 + 6 - 14)] - (+7) \cdot (+3)$

- a)  $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)] = 5 - (-18) : [-6] = 5 - 3 = 2$   
 b)  $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - (+3) \cdot [(-11) + (+7)] = (-4) \cdot [+2] - (+3) \cdot [-4] = -8 + 12 = 4$   
 c)  $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)] = [+3] : [-1] = -3$   
 d)  $8 + (4 - 9 + 7) \cdot 2 + 4 \cdot (3 - 8 + 4) = 8 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 8 + 4 - 4 = 8$   
 e)  $4 \cdot [(+5) + (-7)] - (-3) \cdot [7 - (+3)] = 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 4 = -8 + 12 = 4$   
 f)  $(-3) \cdot (+11) - [(-6) + (-8) - (-2)] \cdot (+2) = -33 - (-12) \cdot 2 = -33 + 24 = -9$   
 g)  $(-6) \cdot [(+7) + (+3) - (7 + 6 - 14)] - (+7) \cdot (+3) = (-6) \cdot [(+4) - (-1)] - 21 =$   
 $= (-6) \cdot (-3) - 21 = -3$

**Potencias y raíces**

**24 Halla las potencias siguientes:**

- a)  $(-1)^{10}$                       b)  $(-1)^7$                       c)  $(-4)^4$   
 d)  $(-9)^2$                       e)  $(-10)^7$   
 a) 1                              b) -1                              c) 256  
 d) 81                              e) -10 000 000

**25 Calcula.**

- a)  $(-3)^3$                       b)  $(+3)^3$                       c)  $-3^3$   
 d)  $(-3)^4$                       e)  $-3^4$   
 a) -27                              b) 27                              c) -27  
 d) 81                              e) -81

**26 Calcula, usando las propiedades de las potencias.**

- a)  $(-5)^4 \cdot (-2)^4$                       b)  $(-4)^4 \cdot (-5)^4$   
 c)  $(-18)^3 : (-6)^3$                       d)  $(+35)^3 : (-7)^3$   
 e)  $[(-5)^3]^2 : (-5)^5$                       f)  $[(+8)^4]^3 : (-8)^{10}$   
 a)  $(-5)^4 \cdot (-2)^4 = (+10)^4 = 10\,000$                       b)  $(-4)^4 \cdot (-5)^4 = 20^4 = 160\,000$   
 c)  $(-18)^3 : (-6)^3 = 3^3 = 27$                       d)  $(+35)^3 : (-7)^3 = (-5)^3 = -125$   
 e)  $[(-5)^3]^2 : (-5)^5 = (-5)^{6-5} = -5$                       f)  $[(+8)^4]^3 : (-8)^{10} = 8^2 = 64$

**27** Halla, si existe, el resultado entero, exacto o aproximado.

- |   |   |                        |
|---|---|------------------------|
| a) $\sqrt{(+121)}$  | b) $\sqrt{(-121)}$  | c) $\sqrt{(+225)}$     |
| d) $\sqrt{(+250)}$  | e) $\sqrt{(-250)}$  | f) $\sqrt{(+400)}$     |
| g) $\sqrt{(-900)}$  | h) $\sqrt{(+1\ 000)}$   | i) $\sqrt{(+10\ 000)}$ |
| a) +11 y -11  | b) No tiene solución.   | c) +15 y -15           |
| d) $\begin{cases} +15 < \sqrt{250} < +16 \\ -16 < \sqrt{250} < -15 \end{cases}$ | e) No tiene solución.   | f) +20 y -20           |
| g) No tiene solución.   | h) $\begin{cases} +31 < \sqrt{1\ 000} < +32 \\ -32 < \sqrt{1\ 000} < -31 \end{cases}$ | i) +100 y -100         |

Página 82

### Interpreta y resuelve

**28** En una industria de congelados, la nave de envasado está a 12 °C, y el interior del almacén frigorífico, a 15 °C bajo cero.

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones reflejan la diferencia de temperatura entre ambos espacios?

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a) 15 - 12       | b) 15 + 12       |
| c) (+12) - (-15) | d) (+12) + (-15) |
- b) 15 + 12 y c) (+12) - (-15)

**29** Un día de invierno amaneció a 2 grados bajo cero. A las doce del mediodía, la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cinco de la tarde subió 3 grados más. Desde las cinco a medianoche bajó 5 grados, y de medianoche al alba bajó 6 grados más.

a) ¿Con cuál de las siguientes expresiones se calcula la variación de temperatura en las 24 horas?

- $(-2) + (+8) + (+3) - (-5) - (-6)$
- $(-2) + (+8) + (+3) + (-5) + (-6)$
- $8 + 3 - 5 - 6$

b) ¿Con cuál se calcula la temperatura al alba?

c) Calcula ambos valores.

- |   |
|---|
| a) $8 + 3 - 5 - 6$  |
| b) $(-2) + (+8) + (+3) + (-5) + (-6)$                             |
| c) $8 + 3 - 5 - 6 = 0$<br>$(-2) + (+8) + (+3) + (-5) + (-6) = -2$ |

## Resuelve problemas

## 30 Resuelve mentalmente.

- a) El ascensor llega a la quinta planta tras subir seis pisos. ¿En qué planta estaba antes de subir?
- b) El ascensor estaba en la cuarta planta y baja siete pisos. ¿A qué planta ha llegado?
- c) Para mañana se anuncian temperaturas máximas de  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$  y mínimas de  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$  bajo cero. ¿Cuál será la variación térmica a lo largo del día?
- d) El termómetro, a las dos de la tarde de un día de invierno, marcaba siete grados centígrados, doce más que a las seis de la mañana. ¿Cuál era la temperatura a las seis de la mañana?
- e) La temperatura, a las 12 p. m., había descendido a  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$  bajo cero, y entre esa hora y las cinco de la madrugada bajó siete grados más. ¿Qué marcaba el termómetro a las 5 a. m.?
- a)  $-1$                       b)  $-3$                       c)  $11\text{ }^{\circ}\text{C}$                       d)  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$                       e)  $-9\text{ }^{\circ}\text{C}$

## 31 Alejandro Magno nació en 356 a. C. y murió en 323 a. C.

¿A qué edad murió? ¿Cuántos años hace de eso?

$$(-323) - (-356) = 356 - 323 = 33$$

Murió a los 33 años.

Para calcular cuánto tiempo hace que murió Alejandro Magno, se suman 323 años al año actual.

## 32 Resuelve mentalmente.

- a) Julio Pomponio, ciudadano de Roma, se casó el año 14 d. C. y había nacido el año 13 a. C. ¿A qué edad se casó?
- b) Marco Petronio, habitante de Cartago Nova, celebró su 25.º aniversario en el año 13 de nuestra era. ¿En qué año nació?
- a) A los 27 años.
- b) En el 12 a. C.

## 33 Una estación de montaña presenta este resumen de la evolución de sus finanzas a lo largo de un año:

MARZO-JUNIO: Pérdidas de  $5\,675\text{ €/mes}$ .

JULIO-AGOSTO: Ganancias de  $4\,280\text{ €/mes}$ .

SEPTIEMBRE-NOVIEMBRE: Pérdidas de  $3\,240\text{ €/mes}$ .

DICIEMBRE-FEBRERO: Ganancias de  $9\,720\text{ €/mes}$ .

¿Cuál fue el balance final del año?

$$4 \cdot (-5\,675) + 2 \cdot 4\,280 + 3 \cdot (-3\,240) + 3 \cdot 9\,720 = 5\,300$$

En el año ganó 5 300 euros.

**34** Un buzo se encuentra en la plataforma base a 6 m sobre el nivel del mar y realiza estos desplazamientos:

- Baja 20 metros para dejar material.
- Baja 12 metros más para hacer una soldadura.
- Sube 8 metros para reparar una tubería.
- Finalmente, vuelve a subir a la plataforma.

¿Cuántos metros ha subido en su último desplazamiento?

$$6 - 20 - 12 + 8 = 14 - 32 = -18$$

$$-18 + 24 = +6$$

En el último desplazamiento sube 24 metros.

**35** Cicerón y Séneca fueron ciudadanos de Roma, cultos, buenos oradores y metidos en política, lo que a ambos les costó la vida. Sin embargo, vivieron en distinta época:

- Cicerón nació en el año 106 a. C. y vivió 63 años.
- Séneca nació 47 años después de la muerte de Cicerón y vivió 61 años.

¿En qué año murió Séneca?

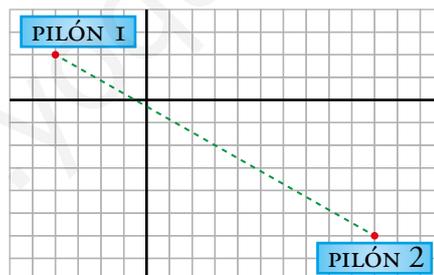
$$-106 + 63 = -43 \rightarrow \text{Cicerón murió en el año } 43 \text{ a. C.}$$

$$-43 + 47 = 4 \rightarrow \text{Séneca nació en el año } 4 \text{ d. C.}$$

$$4 + 61 = 65 \rightarrow \text{Séneca murió en el año } 65 \text{ d. C.}$$

**36** Dos agricultores acuerdan construir, de forma solidaria, un pozo que esté a la misma distancia de cada uno de sus respectivos pilones de riego.

Escribe las coordenadas de cada uno de los pilones y las del lugar donde se construirá el pozo.



Coordenadas del pilón 1  $\rightarrow (-4, 2)$

Coordenadas del pilón 2  $\rightarrow (10, -6)$

El pozo se construirá en el punto central del segmento que une los dos pilones. Su primera coordenada estará a una distancia de  $14 : 2 = 7$  unidades de las primeras coordenadas de cada pilón; y la segunda, a una distancia de  $8 : 2 = 4$  unidades de las segundas coordenadas.

Primera coordenada  $\rightarrow -4 + 7 = 10 - 7 = 3$

Segunda coordenada  $\rightarrow 2 - 4 = -6 - (-4) = -2$

Ese punto central es  $(3, -2)$ .

**37** Raquel y Antonio juegan tirando un dado. Si sale más de tres, Raquel anota cinco puntos y Antonio se quita cuatro, y en caso contrario, al revés. Después de diez tiradas, Raquel lleva 23 puntos. ¿Cuántos lleva Antonio?

Problema resuelto.

$$\text{Raquel} \rightarrow 7 \cdot (+5) + 3 \cdot (-4) = 35 - 12 = 23 \text{ puntos}$$

$$\text{Antonio} \rightarrow 7 \cdot (-4) + 3 \cdot (+5) = -28 + 15 = -13 \text{ puntos}$$

En cada tirada, un jugador gana 5 puntos y el otro pierde 4. Así el cómputo global es de +1 punto por tirada.

La suma de los puntos, de ambos jugadores, en 10 tiradas será +10 puntos.

Si Raquel lleva +23, Antonio tendrá:  $10 - 23 = -13$  puntos

**38** Resuelve la misma pregunta del problema resuelto, pero suponiendo que han realizado 12 tiradas y Raquel tiene -3 puntos.

$$\text{Raquel ha ganado 5 veces y ha perdido 7: } (+5) \cdot 5 + (-4) \cdot 7 = 25 - 28 = -3$$

$$\text{Antonio ha ganado 7 veces y perdido 5: } (+5) \cdot 7 + (-4) \cdot 5 = 35 - 20 = 15$$

Antonio lleva 15 puntos.

**39** Abel y Laura juegan tirando al aire una moneda. Cada vez que sale cara, Abel gana cuatro puntos, y Laura pierde dos. Y si sale cruz, al revés. Después de 12 tiradas, Laura lleva seis puntos negativos. ¿Cuántos lleva Abel?

En cada tirada, Laura gana cuatro puntos (+4) o pierde dos (-2).

Para que tenga -6 puntos, tienen que salir 3 caras.

Por cada cruz que salga, tienen que salir 2 caras para que Laura ni suba ni baje puntos.

Por tanto, tras doce tiradas, habrán salido 3 caras + (3 cruces + 6 caras).

En este caso, Abel lleva 30 puntos.

**40** En un examen de 20 preguntas, por cada pregunta acertada dan 3 puntos y por cada pregunta fallada (equivocada o no contestada) quitan 2. ¿Cuántas preguntas ha acertado un estudiante que ha obtenido un resultado de 20 puntos?

Un estudiante que contestase bien a las 20 preguntas obtendría  $20 \cdot 3 = 60$  puntos.

Sobre esos 60 puntos, por cada pregunta fallada o no contestada se pierden 5 puntos (3 que no suman y 2 que quitan).

El estudiante que ha obtenido 20 puntos ha perdido, sobre los 60 de máximo, 40 puntos, lo que supone haber contestado mal a  $40 : 5 = 8$  preguntas.

Ha acertado 12 preguntas.

**41** Un depósito se abastece de agua mediante un grifo que se abre cada día, automáticamente, durante un cuarto de hora, y aporta un caudal de 15 litros por minuto. Después, se conecta, durante hora y media, a un sistema de riego que demanda un caudal de 3 litros por minuto.

- Calcula cuánta agua gana o pierde el depósito al día.
- Calcula la cantidad de agua que debe contener hoy, al iniciar el día, para que el riego se mantenga durante un mes.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) Cada día recibe } 15 \cdot 15 = 225 \text{ litros.} \\ \text{Cada día suelta } 3 \cdot 90 = 270 \text{ litros.} \end{array} \right\} \text{Balance diario: } 225 - 270 = -45 \text{ litros}$$

Por tanto, el depósito pierde 45 litros al día.

- Suponemos que el mes tiene 30 días.

$$45 \cdot 30 = 1\,350$$

El depósito debe contener 1 350 litros a día de hoy.

### Problemas «+»

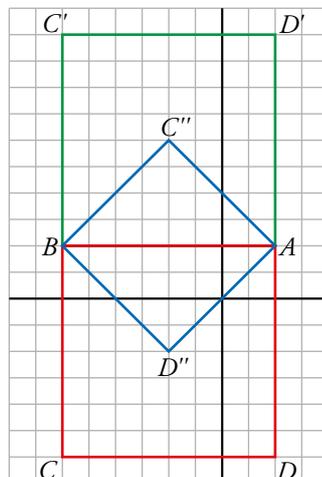
**42** Representa y reflexiona.

- Dibuja unos ejes de coordenadas.
- Representa los puntos  $A(2, 2)$  y  $B(-6, 2)$ .
- Los puntos  $A$  y  $B$  son vértices de un cuadrado. Dibuja el cuadrado.
- Escribe las coordenadas de los otros dos vértices y las coordenadas del centro.

Intenta encontrar las tres soluciones posibles.

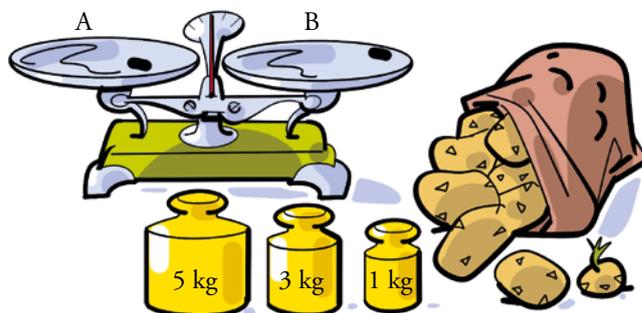
Hay tres posibles soluciones:

- Cuadrado rojo:  $C(-6, -6)$ ;  $D(2, -6)$   
Coordenadas del centro:  $(-2, -2)$
- Cuadrado verde:  $C'(-6, 10)$ ;  $D'(2, 10)$   
Coordenadas del centro:  $(-2, 6)$
- Cuadrado azul:  $C''(-2, 6)$ ;  $D''(-2, -2)$   
Coordenadas del centro:  $(-2, 2)$



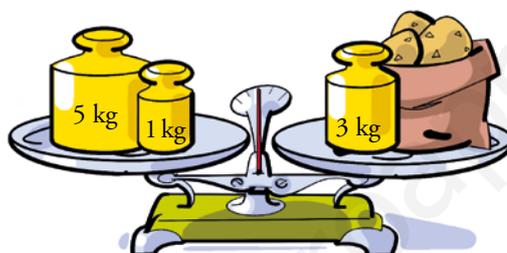
**43** Dispones de:

- Una balanza con dos platillos, A y B.
- Tres pesas: una de 1 kg, otra de 3 kg y otra de 5 kg.
- Un saco de patatas.



Busca todas las cantidades de patatas que podrías pesar, con una sola pesada, usando una, dos o las tres pesas.

Por ejemplo: para pesar 3 kg  $\rightarrow 3 = 5 + 1 - 3$



Respuesta abierta. Por ejemplo:

CÓMO PESAR	PESAS EN A	PESAS EN B
1 kg	1 kg	0 kg
2 kg	3 kg	1 kg
3 kg	3 kg	0 kg
4 kg	5 kg	1 kg
5 kg	5 kg	0 kg
6 kg	1 kg y 5 kg	0 kg
7 kg	5 kg y 3 kg	1 kg
8 kg	5 kg y 3 kg	0 kg
9 kg	5 kg, 3 kg y 1 kg	0 kg

## LEE E INFÓRMATE

Los cuadros mágicos 

- **Construye un cuadrado mágico de  $3 \times 3$  con los números enteros comprendidos entre el  $-4$  y el  $+4$ .**

AYUDA: ¿Cuánto valdrá la suma de cada línea, si restas 5 de cada casilla del anterior?

Restando 5 a cada número del cuadrado que aparece en la página, se obtiene el cuadrado pedido:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

 $\xrightarrow{(-5)}$ 

-1	4	-3
-2	0	2
3	-4	1

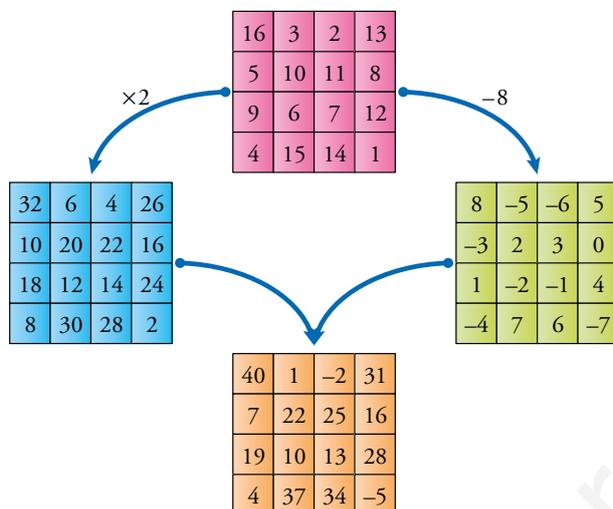
A partir de lo aprendido aquí, se pueden generalizar diferentes formas de obtener cuadrados mágicos partiendo de uno dado:

- Al sumar o restar una cantidad constante a todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado con las mismas propiedades.
- Al sumar, elemento a elemento, dos cuadrados mágicos, se obtiene otro cuadrado también mágico.

## INVESTIGA

### Nuevos cuadrados mágicos

Observa la ilustración, comprueba que todos los cuadrados son mágicos y describe cómo se han obtenido.



— Al multiplicar por el mismo número todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado mágico.

Esta propiedad se deriva de la propiedad distributiva del producto: si se multiplican los sumandos por un número, la suma queda multiplicada por el mismo número.

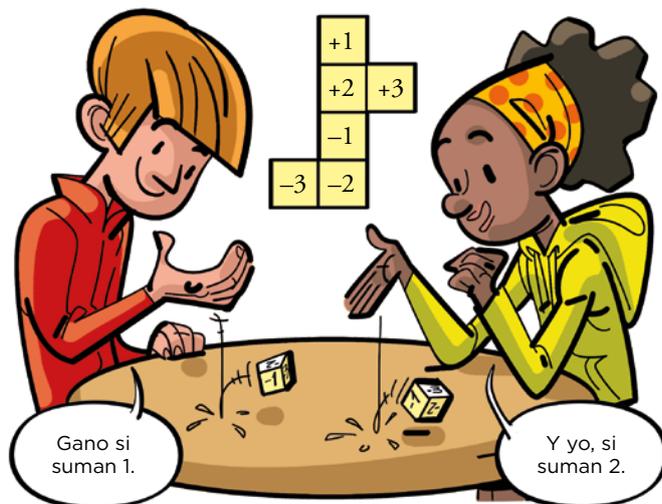
Así, las filas y las columnas quedarán multiplicadas por el número, pero seguirán sumando lo mismo.

— Al restar el mismo número a todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado mágico, ya que todas las líneas disminuyen en la misma cantidad y, por tanto, las sumas siguen siendo iguales.

— El cuadrado naranja se ha obtenido sumando el cuadrado azul y el cuadrado verde.

## Dados

Sara y Abel tiran dos dados idénticos.



¿Quién tiene más posibilidades de ganar? Explica por qué.

Abel gana en 4 casos:

DADO A	3	2	-2	-1
DADO B	-2	-1	3	2

Sara gana en 3 casos:

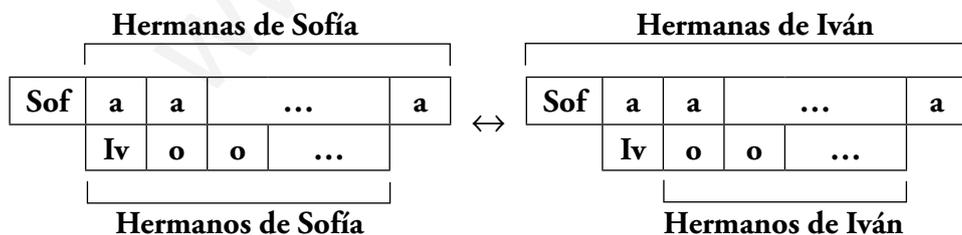
DADO A	3	-1	1
DADO B	-1	3	1

Página 85

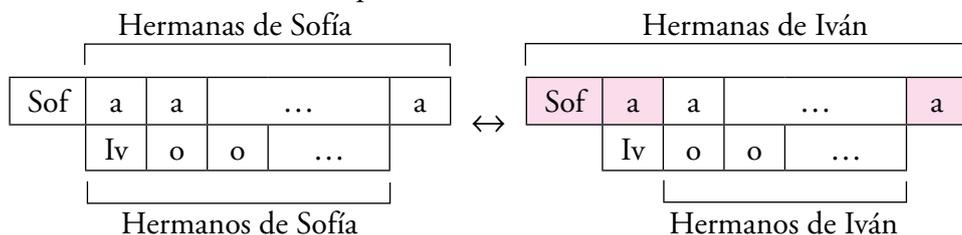
## ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Apóyate en un gráfico

Soy Sofía y tengo una hermana más que hermanos. ¿Cuántas hermanas más que hermanos tiene mi mellizo Iván? Resuélvelo con el apoyo de este gráfico:

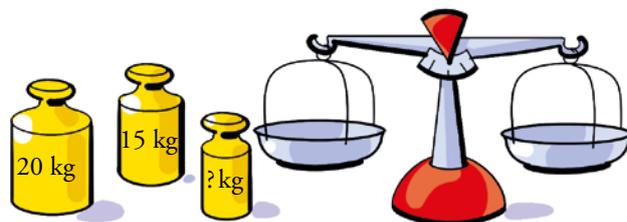


Iván tiene 3 hermanas más que hermanos.



### Experimenta, tantea, haz pruebas

Andrea dice que con su balanza y sus tres pesas puede apartar exactamente un kilo de un saco de arena. ¿De cuántos kilos es la pesa pequeña? ¿Cómo lo hará?



La pesa pequeña es de 4 kg.

En uno de los platillos pone la pesa de 20 kg y en el otro la de 15 kg y la de 4 kg, así puede pesar el kilo que falta para equilibrar la balanza.

www.yoquieroaprobar.es

## AUTOEVALUACIÓN

1 Escribe un número entero para cada enunciado:

- a) Jorge ha gastado 35 euros en el supermercado.
- b) Adela ha recibido 6 euros de paga.
- c) Hace frío. Estamos a dos grados bajo cero.
- d) Mi casa está en la cuarta planta.
- e) La temperatura ha subido de  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- f) La fiebre le ha bajado de  $39\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

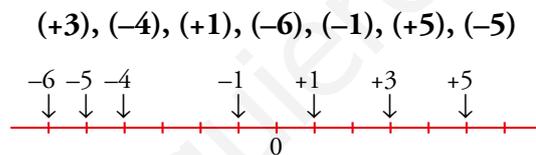
- a)  $-35$                       b)  $+6$                       c)  $-2$
- d)  $+4$                       e)  $+4$                       f)  $-2$

2 ¿Cuáles de los siguientes números son enteros?

$-3$	$+1/2$	$0,7$	$+5$
$0$	$1\ 000$	$-0,2$	$+37$
$-51$	$+15,3$	$-7/2$	$-538$

$-3$ ;  $+5$ ;  $0$ ;  $1\ 000$ ;  $+37$ ;  $-51$ ;  $-538$

3 Representa estos números en una recta numérica:



4 Ordena de menor a mayor.

$(+4)$ ,  $(-3)$ ,  $(+5)$ ,  $(-5)$ ,  $(+1)$ ,  $(-6)$ ,  $(+2)$ ,  $(-1)$

$-6 < -5 < -3 < -1 < +1 < +2 < +4 < +5$

5 Calcula.

- a)  $4 - 9$                       b)  $3 - 8 + 1$
- c)  $-5 - 7 + 4 + 2$               d)  $10 - 12 + 15 - 9 - 7$
- a)  $-5$                       b)  $-4$
- c)  $-6$                       d)  $-3$

6 Opera.

- a)  $(-7) + (+4)$                       b)  $(+2) - (-3) + (-5)$
- c)  $(-8) - (5 - 9)$                       d)  $20 - [(15 - 9) - (7 + 3)]$

a)  $(-7) + (+4) = -7 + 4 = -3$

b)  $(+2) - (-3) + (-5) = 2 + 3 - 5 = 5 - 5 = 0$

c)  $(-8) - (5 - 9) = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$

d)  $20 - [(15 - 9) - (7 + 3)] = 20 - [(+6) - (+10)] = 20 - [6 - 10] = 20 - (-4) = 20 + 4 = 24$

**7 Resuelve.**

- |                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| a) $5 \cdot (-2)$                     | b) $(-3) \cdot (-4)$                            |
| c) $(-1) \cdot (+3) \cdot (-5)$       | d) $15 : (-3)$                                  |
| e) $(-18) : (-6)$                     | f) $(-20) : [(+12) : (-3)]$                     |
| a) $5 \cdot (-2) = -10$               | b) $(-3) \cdot (-4) = +12$                      |
| c) $(-1) \cdot (+3) \cdot (-5) = +15$ | d) $15 : (-3) = -5$                             |
| e) $(-18) : (-6) = +3$                | f) $(-20) : [(+12) : (-3)] = (-20) : [-4] = +5$ |

**8 Resuelve.**

- a)  $4 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 3 \cdot 2$
- b)  $(-2) \cdot (6 - 8)$
- c)  $(-3) \cdot (+5) - [(8 - 12) - (5 - 2)]$
- a)  $4 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 3 \cdot 2 = 20 - 16 - 6 = 20 - 22 = -2$
- b)  $(-2) \cdot (6 - 8) = (-2) \cdot (-2) = +4$
- c)  $(-3) \cdot (+5) - [(8 - 12) - (5 - 2)] = -15 - [(-4) - (3)] = -15 - [-4 - 3] = -15 - (-7) = -15 + 7 = -8$

**9 Calcula.**

- |          |           |             |
|----------|-----------|-------------|
| a) $4^2$ | b) $-4^2$ | c) $(-4)^2$ |
| d) $2^3$ | e) $-2^3$ | f) $(-2)^3$ |
| a) 16    | b) -16    | c) 16       |
| d) 8     | e) -8     | f) -8       |

**10 Averigua el resultado en cada caso:**

- a)  $\sqrt{+49}$
- b)  $\sqrt{-25}$
- c)  $\sqrt{(-2)^6}$
- d)  $(-3)^5 : (-3)^4$
- e)  $[(-2)^5 \cdot (-2)^5] : (-2)^8$
- a)  $-7$  y  $+7$
- b) No tiene solución.
- c)  $\sqrt{64} = -8$  y  $+8$
- d)  $[(-3) : (-3)]^{5-4} = (-3)^1 = -3$
- e)  $(-2)^{10} : (-2)^8 = (-2)^{10-8} = (-2)^2 = +4$

**11 Virgilio (70-19 a. C.), Horacio (65-8 a. C.) y Ovidio (43 a. C.-17 d. C.) fueron poetas romanos.**

- a) ¿Cuántos años transcurrieron desde el nacimiento del primero hasta la muerte del último?
- b) ¿Cuántos años coexistieron Virgilio y Horacio?
- a)  $17 - (-70) = 87$  años
- b)  $65 - 19 = 46$  años

**12** Marcos y Julia juegan tirando una moneda. Si sale cara, Marcos suma dos puntos, y si sale cruz, se quita uno. Y Julia, al revés. Después de 10 tiradas, Marcos lleva 8 puntos.

a) ¿Cuántas veces ha salido cara?

b) ¿Cuántos puntos lleva Julia?

a) Si Marcos hubiera sacado cara en las 10 tiradas tendría  $10 \cdot 2 = 20$  puntos.

Sobre esos 20 puntos, por cada cruz pierde 3 puntos (2 que no suma y 1 que quita).

Como lleva 8 puntos ha perdido, sobre los 20 de máximo, 12 puntos, lo que supone haber sacado  $12 : 3 = 4$  cruces.

Por tanto, ha salido 6 veces cara.

b)  $4 \cdot (+2) + 6(-1) = 8 - 6 = 2$

Julia lleva 2 puntos.