

## Números cuadrados y números cúbicos

1. Escribe los tres términos siguientes de cada una de las series anteriores.

$$A_5 = 25$$

$$A_6 = 36$$

$$A_7 = 49$$

$$B_5 = 125$$

$$B_6 = 216$$

$$B_7 = 343$$

2. Calcula  $A_{100}$  y  $B_{100}$ .

$$A_{100} = 100^2 = 10\,000$$

$$B_{100} = 100^3 = 1\,000\,000$$

## Suma de impares

3. Según esto, calcula:

- a) La suma de los siete primeros números impares.

$$S_7 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$$

- b) La suma de los diez primeros números impares ( $S_{10}$ ).

- a) La suma de los siete primeros números impares es:

$$S_7 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2 = 49$$

- b)  $S_{10} = 10^2 = 100$

4. ¿Cómo calcularías, de forma rápida y sencilla, la suma de los cien primeros impares?

$$S_{100} = 1 + 3 + 5 + \dots + 199$$

$$S_{100} = 1 + 3 + 5 + \dots + 199 = 100^2 = 10\,000$$

## 1 Potencias

Página 31

## 1. Expresa con una potencia.

a)  $6 \cdot 6$

b)  $6 \cdot 6 \cdot 6$

c)  $7 \cdot 7$

d)  $5 \cdot 5$

e)  $10 \cdot 10 \cdot 10$

f)  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

g)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

h)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

a)  $6^2$

b)  $6^3$

c)  $7^2$

d)  $5^2$

e)  $10^3$

f)  $4^4$

g)  $3^6$

h)  $10^5$

## 2. Lee estas potencias y exprésalas como producto:

a)  $3^4$

b)  $2^7$

c)  $9^3$

d)  $15^2$

e)  $10^6$

f)  $20^4$

a)  $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b)  $2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

c)  $9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9$

d)  $15^2 = 15 \cdot 15$

e)  $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

f)  $20^4 = 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$

## 3. Completa la tabla en tu cuaderno.

| POTENCIA | BASE | EXPONENTE |
|----------|------|-----------|
| $2^6$    |      |           |
|          | 5    | 3         |
| $a^4$    |      |           |
|          | m    | 5         |

| POTENCIA | BASE | EXPONENTE |
|----------|------|-----------|
| $2^6$    | 2    | 6         |
| $5^3$    | 5    | 3         |
| $a^4$    | a    | 4         |
| $m^5$    | m    | 5         |

## 4. Calcula mentalmente y ordena de mayor a menor.

a)  $2^3$

b)  $5^2$

c)  $4^3$

d)  $20^3$

e)  $10^4$

f)  $11^2$

a) 8

b) 25

c) 64

d) 8 000

e) 10 000

f) 121

$10\,000 \geq 8\,000 \geq 121 \geq 64 \geq 25 \geq 8$

## 5. Calcula con lápiz y papel.

a)  $2^8$

b)  $3^5$

c)  $12^3$

d)  $9^4$

e)  $15^2$

f)  $85^2$

g)  $12^3$

h)  $30^4$

i)  $100^3$

a) 256

b) 243

c) 1 728

d) 6 561

e) 225

f) 7 225

g) 1 728

h) 810 000

i) 1 000 000

**6. Obtén estas potencias con ayuda de la calculadora:**

- |              |                |                |
|--------------|----------------|----------------|
| a) $11^5$    | b) $62^3$      | c) $37^4$      |
| d) $136^3$   | e) $101^4$     | f) $140^4$     |
| a) 161 051   | b) 1 874 161   | c) 238 328     |
| d) 2 515 456 | e) 104 060 401 | f) 384 160 000 |

**7. Escribe el valor de cada exponente:**

- |                |                     |                      |
|----------------|---------------------|----------------------|
| a) $2^x = 64$  | b) $3^y = 81$       | c) $6^z = 36$        |
| d) $8^m = 512$ | e) $10^n = 10\,000$ | f) $30^t = 810\,000$ |
| a) $2^6 = 64$  | b) $3^4 = 81$       | c) $6^2 = 36$        |
| d) $8^3 = 512$ | e) $10^4 = 10\,000$ | f) $30^4 = 810\,000$ |

**8. Calcula el valor de la base,  $a$ , en cada caso:**

- |                   |                    |                      |
|-------------------|--------------------|----------------------|
| a) $a^4 = 16$     | b) $a^2 = 25$      | c) $a^3 = 64$        |
| d) $a^4 = 2\,401$ | e) $a^3 = 1\,000$  | f) $a^{10} = 1\,024$ |
| a) $2^4 = 16$     | b) $5^2 = 25$      | c) $4^3 = 64$        |
| d) $7^4 = 2\,401$ | e) $10^3 = 1\,000$ | f) $2^{10} = 1\,024$ |

**9. Escribe los cuadrados de los veinte primeros números naturales.**

|       |       |       |     |        |
|-------|-------|-------|-----|--------|
| $1^2$ | $2^2$ | $3^2$ | ... | $20^2$ |
| ↓     | ↓     | ↓     | ↓   | ↓      |
| 1     | 4     | 9     | ... | 400    |

$$1^2 = 1; 2^2 = 4; 3^2 = 9; 4^2 = 16; 5^2 = 25; 6^2 = 36; 7^2 = 49; 8^2 = 64; 9^2 = 81;$$

$$10^2 = 100; 11^2 = 121; 12^2 = 144; 13^2 = 169; 14^2 = 196; 15^2 = 225; 16^2 = 256;$$

$$17^2 = 289; 18^2 = 324; 19^2 = 361; 20^2 = 400$$

**10. Calcula expresando el proceso paso a paso.**

- |                                                                       |                               |                                        |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------|----------------------------------------|
| a) $8^2 + 8$                                                          | b) $3^3 - 3^2$                | c) $5^3 - 5^2 + 5$                     |
| d) $(9^2 - 7^2) + 4^2$                                                | e) $(26 - 24)^5 - 2^4$        | f) $(8^2 - 7^2)^2 - 2 \cdot 10^2 - 25$ |
| a) $64 + 8 = 72$                                                      | b) $27 - 9 = 18$              | c) $125 - 25 + 5 = 105$                |
| d) $(81 - 49) + 16 = 48$                                              | e) $2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$ |                                        |
| f) $(64 - 49)^2 - 2 \cdot 100 - 25 = 15^2 - 200 - 25 = 225 - 225 = 0$ |                               |                                        |

**11. ¿Verdadero o falso?**

- a) Elevar un número al cubo es igual que multiplicarlo por sí mismo tres veces.
- b) Elevar a la cuarta es como multiplicar por cuatro.
- c) El cuadrado de 10 es 20.
- d) El cubo de 10 es 1 000.
- e) Trece a la quinta es igual que cinco elevado a trece.

- |              |                                                           |                        |
|--------------|-----------------------------------------------------------|------------------------|
| a) Verdadero | b) Falso, $5^4 = 625$ y $5 \cdot 4 = 20$                  | c) Falso, $10^2 = 100$ |
| d) Verdadero | e) Falso, $13^5 = 371\,293$ y $5^{13} = 1\,220\,703\,125$ |                        |

12. Álvaro dibuja tres cuadrados, uno de 5 cm de lado, otro de 12 cm de lado y el tercero de 13 cm de lado. Después colorea de rojo los dos primeros y de verde el último. ¿Qué superficie es mayor, la verde o la roja?

Coloreados de rojo tendremos  $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \text{ cm}^2$  y de verde,  $13^2 = 169 \text{ cm}^2$ , por lo que las dos superficies son iguales.

13. Recorta en papel cuadriculado dos cuadrados, uno de diez cuadrados de lado y otro de cinco.

¿Hay en el primero el doble de cuadrados que en el segundo? Explica tu respuesta.

El cuadrado de 10 cuadrados de lado tiene  $10^2 = 100$  cuadrados de superficie, y el de 5 cuadrados de lado tiene  $5^2 = 25$ . Por tanto, es falso que el primero tenga el doble de cuadrados que el segundo.

14. Estos edificios tienen el mismo número de ventanas en todas sus caras. Expresa con una potencia de base cinco, y calcula, cuántas hay en total.

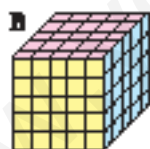


Cada cara de cada edificio tiene  $5^2$  ventanas, cada edificio tiene 5 lados y hay 5 edificios. En total habrá  $5^4 = 625$  ventanas.

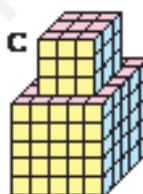
15. Expresa con potencias el número de cubos unitarios que hay en cada construcción *poli-cubo*:



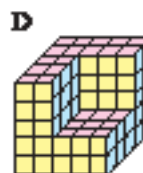
$$A = 3^3$$



$$B = 5^3$$



$$C = 3^3 + 2^3$$



$$D = 5^3 - 3^3$$

## 2 Potencias de base 10. Aplicaciones

Página 32

### 1. Escribe como potencias de base 10.

- |               |               |                  |               |
|---------------|---------------|------------------|---------------|
| a) Un millar. | b) Un millón. | c) Mil millones. | d) Un billón. |
| a) $10^3$     | b) $10^6$     | c) $10^9$        | d) $10^{12}$  |

### 2. Expresa con todas sus cifras.

- |                   |                    |                          |
|-------------------|--------------------|--------------------------|
| a) $4 \cdot 10^5$ | b) $15 \cdot 10^9$ | c) $86 \cdot 10^{14}$    |
| a) 400 000        | b) 15 000 000 000  | c) 8 600 000 000 000 000 |

### 3. Escribe el valor de $x$ en cada caso:

- |                                        |                                             |                                                   |
|----------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| a) $2\,936\,428 \approx 29 \cdot 10^x$ | b) $3\,601\,294\,835 \approx 36 \cdot 10^x$ | c) $19\,570\,000\,000\,000 \approx 20 \cdot 10^x$ |
| a) $x = 5$                             | b) $x = 8$                                  | c) $x = 12$                                       |

### 4. Realiza la descomposición polinómica de los siguientes números:

- |                                                                            |                                                                         |                                                                                                              |                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| a) 74 238                                                                  | b) 680 290                                                              | c) 4 528 926                                                                                                 | d) 46 350 000                                                                 |
| a) $74\,238 = 7 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8$ | b) $680\,290 = 6 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10$ | c) $4\,528\,926 = 4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6$ | d) $46\,350\,000 = 4 \cdot 10^7 + 6 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4$ |

### 5. Escribe en notación abreviada los datos que siguen:

- a) El número de moléculas elementales en un litro de agua es 334 326 000 000 000 000 000.
- b) Las estrellas Alfa Centauri están a unos cuarenta billones de kilómetros del Sol.
- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| a) $33 \cdot 10^{22}$ | b) $40 \cdot 10^{12}$ |
|-----------------------|-----------------------|

### 3 Operaciones con potencias

Página 35

#### 1. Completa en tu cuaderno, como en el ejemplo.

$$\bullet (4 \cdot 3)^2 = 12^2 = 144 \quad 4^2 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$$

$$\text{a) } (3 \cdot 5)^2 = \dots \quad 3^2 \cdot 5^2 = \dots$$

$$\text{b) } (4 \cdot 2)^3 = \dots \quad 4^3 \cdot 2^3 = \dots$$

$$\text{c) } (12 : 3)^2 = \dots \quad 12^2 : 3^2 = \dots$$

$$\text{d) } (20 : 4)^3 = \dots \quad 20^3 : 4^3 = \dots$$

$$\text{a) } (3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225 \\ 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$$

$$\text{b) } (4 \cdot 2)^3 = 8^3 = 512 \\ 4^3 \cdot 2^3 = 64 \cdot 8 = 512$$

$$\text{c) } (12 : 3)^2 = 4^2 = 16 \\ 12^2 : 3^2 = 144 : 9 = 16$$

$$\text{d) } (20 : 4)^3 = 5^3 = 125 \\ 20^3 : 4^3 = 8000 : 64 = 125$$

#### 2. Reflexiona y calcula de la forma más sencilla.

$$\text{a) } 5^3 \cdot 2^3$$

$$\text{b) } 4^2 \cdot 5^2$$

$$\text{c) } 25^2 \cdot 4^2$$

$$\text{d) } 20^3 \cdot 5^3$$

$$\text{e) } 16^5 : 8^5$$

$$\text{f) } 18^3 : 6^3$$

$$\text{g) } 21^4 : 7^4$$

$$\text{h) } 35^2 : 5^2$$

$$\text{i) } 100^3 : 50^3$$

$$\text{a) } (5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$$

$$\text{b) } (4 \cdot 5)^2 = 20^2 = 400$$

$$\text{c) } (25 \cdot 4)^2 = 100^2 = 10000$$

$$\text{d) } (20 \cdot 5)^3 = 100^3 = 1000000$$

$$\text{e) } (16 : 8)^5 = 2^5 = 32$$

$$\text{f) } (18 : 6)^3 = 3^3 = 27$$

$$\text{g) } (21 : 7)^4 = 3^4 = 81$$

$$\text{h) } (35 : 5)^2 = 7^2 = 49$$

$$\text{i) } (100 : 50)^3 = 2^3 = 8$$

#### 3. Calcula.

$$\text{a) } (2^5 \cdot 3^5) : 6^5$$

$$\text{b) } (6^4 \cdot 3^4) : 9^4$$

$$\text{c) } (80^3 : 8^3) : 5^3$$

$$\text{d) } (48^2 : 2^2) : 6^2$$

$$\text{e) } (8^2 \cdot 12^2) : (6^2 \cdot 8^2)$$

$$\text{f) } (3^3 \cdot 4^3) : (20^3 : 5^3)$$

$$\text{a) } 6^5 : 6^5 = 1$$

$$\text{b) } 18^4 : 9^4 = 2^4 = 16$$

$$\text{c) } 10^3 : 5^3 = 2^3 = 8$$

$$\text{d) } 24^2 : 6^2 = 4^2 = 16$$

$$\text{e) } 96^2 : 48^2 = 2^2 = 4$$

$$\text{f) } 12^3 : 4^3 = 3^3 = 27$$

#### 4. Calcula y observa que los resultados no coinciden.

$$\text{a) } (6 + 4)^2 \\ 6^2 + 4^2$$

$$\text{b) } (5 + 2)^3 \\ 5^3 + 2^3$$

$$\text{a) } (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$$

$$\text{b) } (5 + 2)^3 = 7^3 = 343$$

$$6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$5^3 + 2^3 = 125 + 8 = 133$$

#### 5. Copia en tu cuaderno y sustituye cada casilla por el signo “=” o “≠”, según corresponda:

$$\text{a) } (4 + 1)^3 \square 4^3 + 1^3$$

$$\text{b) } (4 + 1)^3 \square 5^3$$

$$\text{c) } (6 - 2)^4 \square 6^4 - 2^4$$

$$\text{d) } 7^3 \square (10 - 3)^3$$

$$\text{e) } 10^2 \square 5^2 \cdot 2^2$$

$$\text{f) } 10^4 \square 5^2 \cdot 2^2$$

$$\text{g) } (12 : 3)^2 \square 12^2 : 3^2$$

$$\text{h) } 12^7 : 3^2 \square 4^5$$

$$\text{a) } (4 + 1)^3 \neq 4^3 + 1^3$$

$$\text{b) } (4 + 1)^3 = 5^3$$

$$\text{c) } (6 - 2)^4 \neq 6^4 - 2^4$$

$$\text{d) } 7^3 = (10 - 3)^3$$

$$\text{e) } 10^2 = 5^2 \cdot 2^2$$

$$\text{f) } 10^4 \neq 5^2 \cdot 2^2$$

$$\text{g) } (12 : 3)^2 = 12^2 : 3^2$$

$$\text{h) } 12^7 : 3^2 \neq 4^5$$

**6. Reduce a una sola potencia.**

a)  $5^2 \cdot 5^2$

b)  $3^2 \cdot 3^5$

c)  $10^5 \cdot 10^2$

d)  $a^5 \cdot a^5$

e)  $m^7 \cdot m$

f)  $x^2 \cdot x^6$

a)  $5^4$

b)  $3^7$

c)  $10^7$

d)  $a^{10}$

e)  $m^8$

f)  $x^8$

**7. Expresa con una única potencia.**

a)  $2^6 : 2^2$

b)  $3^8 : 3^5$

c)  $10^7 : 10^6$

d)  $a^{10} : a^6$

e)  $m^5 : m$

f)  $x^8 : x^4$

a)  $2^4$

b)  $3^3$

c)  $10^1 = 10$

d)  $a^4$

e)  $m^4$

f)  $x^4$

**8. Reduce a una única potencia.**

a)  $(5^2)^3$

b)  $(2^5)^2$

c)  $(10^3)^3$

d)  $(a^5)^3$

e)  $(m^2)^6$

f)  $(x^4)^4$

a)  $5^6$

b)  $2^{10}$

c)  $10^9$

d)  $a^{15}$

e)  $m^{12}$

f)  $x^{16}$

**9. Reduce.**

a)  $x \cdot x^2 \cdot x^3$

b)  $m^2 \cdot m^4 \cdot m^4$

c)  $(k^9 : k^5) : k^3$

d)  $(x^5 : x^3) : x^2$

e)  $m^6 : (m^8 : m^4)$

f)  $(k^2 \cdot k^5) : k^6$

g)  $(x^2)^5 : x^7$

h)  $m^{10} : (m^3)^3$

i)  $(k^2)^6 : (k^3)^4$

j)  $(x^5 : x^3)^2$

a)  $x^6$

b)  $m^{10}$

c)  $k^1 = k$

d)  $x^0 = 1$

e)  $m^2$

f)  $k^1 = k$

g)  $x^3$

h)  $m^1 = m$

i)  $k^0 = 1$

j)  $x^4$

**10. Resuelve estas expresiones con operaciones combinadas:**

a)  $6^2 + 2^2 - 2^2 + 5$

b)  $2^4 - 3^8 : 3^6 - 2^2$

c)  $10 + (5^2)^3 : (5^3)^2$

d)  $(10^5 : 5^5) - (2^2 \cdot 2^2)$

e)  $[(8 - 5)^2 \cdot (9 - 6)^3] : 3^5$

f)  $[(7 - 4)^3 - (9 - 4)^2]^4$

a)  $36 + 4 - 4 + 5 = 41$

b)  $16 - 3^2 - 4 = 16 - 9 - 4 = 3$

c)  $10 + 5^6 : 5^6 = 10 + 1 = 11$

d)  $(10 : 5)^5 - 2^4 = 2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$

e)  $[3^2 \cdot 3^3] : 3^5 = 3^5 : 3^5 = 3^0 = 1$

f)  $[3^3 - 5^2]^4 = [27 - 25]^4 = 2^4 = 16$

## 4 Raíz cuadrada

Página 37

## 1. Copia y completa, como en el ejemplo.

- $\sqrt{25} = 5$  " La raíz de 25 es igual a 5.

a)  $\sqrt{49} = 7$  " ...      b)  $\sqrt{64} = \dots$  " ...      c)  $\sqrt{81} = \dots$  " ...      d)  $\sqrt{121} = \dots$  " ...

a)  $\sqrt{49} = 7$  ↓ La raíz cuadrada de 49 es igual a 7.

b)  $\sqrt{64} = 8$  ↓ La raíz cuadrada de 64 es igual a 8.

c)  $\sqrt{81} = 9$  ↓ La raíz cuadrada de 81 es igual a 9.

d)  $\sqrt{121} = 11$  ↓ La raíz cuadrada de 121 es igual a 11.

## 2. Calcula mentalmente.

a)  $\sqrt{4}$

b)  $\sqrt{9}$

c)  $\sqrt{36}$

d)  $\sqrt{400}$

e)  $\sqrt{900}$

f)  $\sqrt{3\,600}$

g)  $\sqrt{6\,400}$

h)  $\sqrt{8\,100}$

i)  $\sqrt{10\,000}$

a) 2

b) 3

c) 6

d) 20

e) 30

f) 60

g) 80

h) 90

i) 100

## 3. Calcula la raíz entera en cada caso:

a)  $\sqrt{5}$

b)  $\sqrt{10}$

c)  $\sqrt{24}$

d)  $\sqrt{32}$

e)  $\sqrt{39}$

f)  $\sqrt{50}$

g)  $\sqrt{68}$

h)  $\sqrt{92}$

i)  $\sqrt{105}$

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

f) 7

g) 8

h) 9

i) 10

## 4. Escribe en tu cuaderno los cuadrados perfectos comprendidos entre 200 y 900.

|                                                                 |                                                                 |                                                                 |                                                                 |     |                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----|-----------------------------------------------------------------|
| $15^2$                                                          | $16^2$                                                          | $17^2$                                                          | $18^2$                                                          | ... | $30^2$                                                          |
| <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">225</span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">256</span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">289</span> | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">324</span> | ... | <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">900</span> |

$15^2 = 225$ ;  $16^2 = 256$ ;  $17^2 = 289$ ;  $18^2 = 324$ ;  $19^2 = 361$ ;  $20^2 = 400$ ;  $21^2 = 441$ ;  $22^2 = 484$ ;  
 $23^2 = 529$ ;  $24^2 = 576$ ;  $25^2 = 625$ ;  $26^2 = 676$ ;  $27^2 = 729$ ;  $28^2 = 784$ ;  $29^2 = 841$ ;  $30^2 = 900$

## 5. Calcula, teniendo en cuenta los resultados del ejercicio anterior.

a)  $\sqrt{289}$

b)  $\sqrt{361}$

c)  $\sqrt{484}$

d)  $\sqrt{576}$

e)  $\sqrt{676}$

f)  $\sqrt{841}$

a)  $\sqrt{289} = 17$

b)  $\sqrt{361} = 19$

c)  $\sqrt{484} = 22$

d)  $\sqrt{576} = 24$

e)  $\sqrt{676} = 26$

f)  $\sqrt{841} = 29$

6. Observa el cuadro y calcula indicando si la raíz es exacta o entera.

|                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| $50^2 = 2\,500$ | $51^2 = 2\,601$ | $52^2 = 2\,704$ |
| $53^2 = 2\,809$ | $54^2 = 2\,916$ | $55^2 = 3\,025$ |

a)  $\sqrt{2\,550}$

b)  $\sqrt{2\,601}$

c)  $\sqrt{2\,725}$

d)  $\sqrt{2\,815}$

e)  $\sqrt{2\,916}$

f)  $\sqrt{2\,929}$

a)  $\sqrt{2\,250} \approx 50 \downarrow$  entera

b)  $\sqrt{2\,601} = 51 \downarrow$  exacta

c)  $\sqrt{2\,725} \approx 52 \downarrow$  entera

d)  $\sqrt{2\,815} \approx 53 \downarrow$  entera

e)  $\sqrt{2\,916} = 54 \downarrow$  exacta

f)  $\sqrt{2\,929} \approx 54 \downarrow$  entera

7. Calcula por tanteo.

a)  $\sqrt{90}$

b)  $\sqrt{150}$

c)  $\sqrt{700}$

d)  $\sqrt{1\,521}$

e)  $\sqrt{6\,816}$

f)  $\sqrt{10\,816}$

a)  $\begin{matrix} 9^2 = 81 \\ 10^2 = 100 \end{matrix} \quad \sqrt{90} \approx 9$

b)  $\begin{matrix} 12^2 = 144 \\ 13^2 = 169 \end{matrix} \quad \sqrt{150} \approx 12$

c)  $\begin{matrix} 26^2 = 676 \\ 27^2 = 729 \end{matrix} \quad \sqrt{700} \approx 26$

d)  $39^2 = 1\,521 \downarrow \sqrt{1\,521} = 39$

e)  $\begin{matrix} 82^2 = 6\,724 \\ 83^2 = 6\,889 \end{matrix} \quad \sqrt{6\,816} \approx 82$

f)  $104^2 = 10\,816 \downarrow \sqrt{10\,816} = 104$

8. Resuelve.

a)  $\sqrt{121} - \sqrt{100} + \sqrt{81}$

b)  $4 \cdot \sqrt{25} - 5 \cdot \sqrt{9} : 5$

c)  $\sqrt{4^3 - 2^5} - \sqrt{5^2 + 7}$

d)  $(8 - 6)^6 : \sqrt{4^4}$

a)  $11 - 10 + 9 = 10$

b)  $(4 \cdot 5 - 5 \cdot 3) : 5 = (20 - 15) : 5 = 5 : 5 = 1$

c)  $\sqrt{64 - 32} - \sqrt{25 + 7} = \sqrt{32} - \sqrt{32} = 0$

d)  $2^6 : \sqrt{256} = 64 : 16 = 4$

9. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes raíces resueltas mediante el algoritmo:

$$\begin{array}{r} \sqrt{1\ 1\ 5\ 8} \quad \boxed{\phantom{0}}4 \\ - \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}} \\ - 2\ 5\ 6 \\ \hline 0\ 0\ \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2\ 7\ 3\ 8} \quad 5\boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}} \\ \hline 2\ 3\ 8 \\ \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1\ 1\ 5\ 8} \quad \boxed{3}4 \\ - \boxed{9} \\ \hline \boxed{2}\boxed{5}\boxed{8} \\ - 2\ 5\ 6 \\ \hline 0\ 0\ \boxed{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2\ 7\ 3\ 8} \quad 5\boxed{2} \\ \boxed{2}\boxed{5} \\ \hline 2\ 3\ 8 \\ \boxed{2}\boxed{0}\boxed{4} \\ \hline \boxed{0}\boxed{3}\boxed{4} \end{array}$$

10. Calcula con lápiz y papel y, después, comprueba con la calculadora.

a)  $\sqrt{1\ 444}$

b)  $\sqrt{2\ 025}$

c)  $\sqrt{2\ 945}$

d)  $\sqrt{3\ 974}$

e)  $\sqrt{20\ 164}$

f)  $\sqrt{126\ 782}$

$$\begin{array}{r} \sqrt{1444} \quad 38 \\ 9 \quad 68 \times 8 \\ \hline 544 \\ 544 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2025} \quad 45 \\ 16 \quad 85 \times 5 \\ \hline 425 \\ 425 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2945} \quad 54 \\ 25 \quad 104 \times 4 \\ \hline 445 \\ 416 \\ \hline 029 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{3974} \quad 63 \\ 36 \quad 123 \times 3 \\ \hline 374 \\ 369 \\ \hline 005 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{20164} \quad 142 \\ 1 \quad 24 \times 4 \\ \hline 101 \quad 282 \times 2 \\ \hline 96 \\ \hline 564 \\ 564 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{126782} \quad 356 \\ 9 \quad 65 \times 5 \\ \hline 367 \quad 706 \times 6 \\ \hline 325 \\ \hline 04282 \\ 4236 \\ \hline 0046 \end{array}$$

11. Obtén con ayuda de la calculadora.

a)  $\sqrt{2\ 936}$

b)  $\sqrt{10\ 568}$

c)  $\sqrt{528\ 471}$

a)  $\sqrt{2\ 936} = 54$

b)  $\sqrt{10\ 568} = 103$

c)  $\sqrt{528\ 471} = 727$

## Ejercicios y problemas

Página 39

### Cálculo de potencias

#### 1. Calcula mentalmente.

- |          |          |          |            |           |
|----------|----------|----------|------------|-----------|
| a) $2^4$ | b) $6^3$ | c) $3^5$ | d) $20^4$  | e) $30^0$ |
| a) 16    | b) 216   | c) 243   | d) 160 000 | e) 1      |

#### 2. Copia en tu cuaderno y completa.

- |                         |                         |                          |                           |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| a) $\square^3 = 8\,000$ | b) $\square^2 = 4\,900$ | c) $\square^4 = 10\,000$ | d) $\square^4 = 160\,000$ |
| a) $20^3 = 8\,000$      | b) $70^2 = 4\,900$      | c) $10^4 = 10\,000$      | d) $20^4 = 160\,000$      |

#### 3. Calcula el exponente en cada caso:

- |                |                     |                   |                    |
|----------------|---------------------|-------------------|--------------------|
| a) $2^x = 256$ | b) $10^x = 10\,000$ | c) $7^x = 2\,401$ | d) $13^x = 2\,197$ |
| a) $x = 8$     | b) $x = 4$          | c) $x = 4$        | d) $x = 3$         |

#### 4. Calcula con lápiz y papel.

- |          |           |             |           |           |
|----------|-----------|-------------|-----------|-----------|
| a) $5^5$ | b) $9^5$  | c) $1^{10}$ | d) $15^3$ | e) $16^4$ |
| a) 3 125 | b) 59 049 | c) 1        | d) 3 375  | e) 65 536 |

#### 5. Obtén con la calculadora.

- |               |              |           |               |            |
|---------------|--------------|-----------|---------------|------------|
| a) $4^{12}$   | b) $5^{10}$  | c) $45^3$ | d) $67^4$     | e) $99^3$  |
| a) 16 777 216 | b) 9 765 625 | c) 91 125 | d) 20 151 121 | e) 970 299 |

#### 6. Escribe todos los cuadrados perfectos comprendidos entre 1 000 y 1 500.

- |                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $32^2 = 1\,024$ | $33^2 = 1\,089$ | $34^2 = 1\,156$ | $35^2 = 1\,225$ |
| $36^2 = 1\,296$ | $37^2 = 1\,369$ | $38^2 = 1\,444$ |                 |

### Potencias de base 10. Expresión abreviada de números grandes

#### 7. Escribe con todas sus cifras.

- |                      |              |                           |              |              |
|----------------------|--------------|---------------------------|--------------|--------------|
| a) $10^2$            | b) $10^6$    | c) $10^{10}$              | d) $10^{12}$ | e) $10^{16}$ |
| a) 100               | b) 1 000 000 | c) 10 000 000 000         |              |              |
| d) 1 000 000 000 000 |              | e) 10 000 000 000 000 000 |              |              |

#### 8. Escribe como potencia de base 10.

- |           |                   |                  |                       |
|-----------|-------------------|------------------|-----------------------|
| a) Cien.  | b) Cien millones. | c) Cien billones | d) Cien mil billones. |
| a) $10^2$ | b) $10^8$         | c) $10^{14}$     | d) $10^{17}$          |

#### 9. Expresa con todas sus cifras.

- |                    |                    |                       |
|--------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $13 \cdot 10^7$ | b) $34 \cdot 10^9$ | c) $62 \cdot 10^{11}$ |
| a) 130 000 000     | b) 34 000 000 000  | c) 6 200 000 000 000  |

10. Transforma como el ejemplo.

•  $180\,000 = 18 \cdot 10^4$

a) 5 000

b) 1 700 000

c) 4 000 000 000

a)  $5 \cdot 10^3$

b)  $17 \cdot 10^5$

c)  $4 \cdot 10^9$

11. En un kilómetro hay  $10^3 = 1\,000$  metros, y en un metro hay  $10^2 = 100$  centímetros.

Expresa, de la misma forma, los centímetros que hay en un kilómetro.

$$\begin{aligned} 1\text{ km} &= 10^3\text{ m} \\ 1\text{ m} &= 10^2\text{ cm} \end{aligned} \quad \downarrow \quad 1\text{ km} = 10^3 \cdot 10^2 = 10^5\text{ cm}$$

12. Redondea a la centena de millar y escribe abreviadamente con el apoyo de una potencia de base 10 el número de habitantes de cada una de estas ciudades:

ROMA: 2 823 201

PARÍS: 11 837 743

MADRID: 3 234 359

EL CAIRO: 16 248 530

Roma  $\downarrow$  2 823 201  $\downarrow$   $28 \cdot 10^5$

París  $\downarrow$  11 837 743  $\downarrow$   $118 \cdot 10^5$

Madrid  $\downarrow$  3 234 359  $\downarrow$   $32 \cdot 10^5$

El Cairo  $\downarrow$  16 248 530  $\downarrow$   $162 \cdot 10^5$

13. Ordena, de menor a mayor, estas cantidades:

$8 \cdot 10^9$

$17 \cdot 10^7$

$98 \cdot 10^6$

$10^{10}$

$16 \cdot 10^8$

$9 \cdot 10^9$

$$98 \cdot 10^6 < 17 \cdot 10^7 < 16 \cdot 10^8 < 8 \cdot 10^9 < 9 \cdot 10^9 < 10^{10}$$

14. Escribe en la notación abreviada, con ayuda de una potencia de base 10.

a) Ocho mil quinientos millones.

b) Dos billones, trescientos mil millones.

c) Cuatro trillones, novecientos mil billones.

a)  $8\,500\,000\,000 = 85 \cdot 10^8$

b)  $2\,300\,000\,000\,000 = 23 \cdot 10^{11}$

c)  $4\,900\,000\,000\,000\,000\,000 = 49 \cdot 10^{17}$

## Operaciones con potencias

15. Calcula.

a)  $7^2 - 6^2 + 5^2 - 4^2$

b)  $(5 - 4 + 2 - 1)^3$

c)  $(10 - 6)^2 - (10 - 8)^3$

d)  $3^4 - (5 - 3)^2 - (2^3)^2$

e)  $(13 - 3)^2 \cdot (7 + 3)^2 + (15 - 5)^2 \cdot 10$

a)  $49 - 36 + 25 - 16 = 22$

b)  $2^3 = 8$

c)  $4^2 - 2^3 = 16 - 8 = 8$

d)  $81 - 2^2 - 2^6 = 81 - 4 - 64 = 13$

e)  $10^2 \cdot 10^2 + 10^2 \cdot 10 = 10^4 + 10^3 = 10\,000 + 1\,000 = 11\,000$

16.  Calcula de la forma más sencilla.

a)  $8^2 \cdot 5^2$

b)  $2^6 \cdot 5^6$

c)  $25^3 \cdot 4^3$

d)  $6^5 : 3^5$

e)  $15^3 : 5^3$

f)  $20^4 : 5^4$

a)  $40^2 = 1\,600$

b)  $10^6 = 1\,000\,000$

c)  $100^3 = 1\,000\,000$

d)  $2^5 = 32$

e)  $3^3 = 27$

f)  $4^4 = 256$

17.  Copia en tu cuaderno y completa las casillas vacías.

a)  $5^2 \cdot 5^3 = 5^{\square}$

b)  $6^4 \cdot 6^3 = 6^{\square}$

c)  $a^5 \cdot a^3 = a^{\square}$

d)  $m^3 \cdot m^{\square} = m^9$

e)  $2^6 : 2^4 = 2^{\square}$

f)  $7^8 : 7^5 = 7^{\square}$

g)  $a^9 : a^8 = a^{\square}$

h)  $m^8 : m^{\square} = m^6$

i)  $(4^2)^3 = 4^{\square}$

j)  $(5^3)^3 = 5^{\square}$

k)  $(a^2)^2 = a^{\square}$

l)  $(m^4)^{\square} = m^{12}$

a)  $5^2 \cdot 5^3 = 5^5$

b)  $6^4 \cdot 6^3 = 6^7$

c)  $a^5 \cdot a^3 = a^8$

d)  $m^3 \cdot m^6 = m^9$

e)  $2^6 : 2^4 = 2^2$

f)  $7^8 : 7^5 = 7^3$

g)  $a^9 : a^8 = a^1 = a$

h)  $m^8 : m^2 = m^6$

i)  $(4^2)^3 = 4^6$

j)  $(5^3)^3 = 5^9$

k)  $(a^2)^2 = a^4$

l)  $(m^4)^3 = m^{12}$

18.  Reflexiona sobre estos enunciados y tradúcelos a igualdades o desigualdades matemáticas:a) **Potencia de un producto.** ↓ Producto de las potencias de los factores.b) **Potencia de una suma.** ↓ Suma de las potencias de los sumandos.c) **Producto de potencias de igual base.** ↓ La misma base elevada a la suma de exponentes.d) **Potencia de potencia.** ↓ La misma base elevada al producto de los exponentes.e) **Potencia de exponente cero.** ↓ Uno.

a)  $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

b)  $(a + b)^m \neq a^m + b^m$

c)  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

d)  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

e)  $a^0 = 1$

19. Reduce estas expresiones:

- a)  $x^8 : x^3$       b)  $m^4 \cdot m^2$       c)  $(k^2)^4$       d)  $x^5 \cdot x^5$       e)  $(m^3)^2$       f)  $k^6 : k^4$   
a)  $x^5$       b)  $m^6$       c)  $k^8$       d)  $x^{10}$       e)  $m^6$       f)  $k^2$

20. Calcula.

- a)  $36^4 : (2^4 \cdot 9^4)$       b)  $(2^4 \cdot 2^5) : 2^9$       c)  $(15^5 : 5^5) : 3^3$   
d)  $12^9 : (4^7 \cdot 3^7)$       e)  $(4^3 \cdot 4^5) : (4^4 \cdot 4^2)$       f)  $(30^7 : 5^7) : (2^5 \cdot 3^5)$   
a)  $2^4 = 16$       b)  $2^0 = 1$       c)  $3^2 = 9$       d)  $12^2 = 144$       e)  $4^2 = 16$       f)  $6^2 = 36$

21. Reduce a una sola potencia.

- a)  $(x^5 : x) \cdot x^2$       b)  $(m^7 : m^4) : m^3$       c)  $(x^2)^4 : (x^2)^3$   
d)  $(m^4)^3 : (m^5)^2$       e)  $(a^3 \cdot a^5) : (a \cdot a^4)$       f)  $(x^3 : x^2) \cdot (x^4 \cdot x^3)$   
a)  $x^4 \cdot x^2 = x^6$       b)  $m^3 : m^3 = m^0 = 1$       c)  $x^8 : x^6 = x^2$   
d)  $m^{12} : m^{10} = m^2$       e)  $a^8 : a^5 = a^3$       f)  $x \cdot x^7 = x^8$

22. Reducir a una sola potencia y, después, calcular:  $16^4 : 4^5$

Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

23. Reduce a una sola potencia y, después, calcula.

- a)  $2^{10} : 4^4$       b)  $3^6 : 9^2$       c)  $25^3 : 5^4$       d)  $(2^3 \cdot 4^2) : 8$       e)  $(3^4 \cdot 9^2) : 27^2$       f)  $(5^5 \cdot 5^3) : 25^3$   
a)  $2^{10} : (2^2)^4 = 2^{10} : 2^8 = 2^2 = 4$       b)  $3^6 : (3^2)^2 = 3^6 : 3^4 = 3^2 = 9$       c)  $(5^2)^3 : 5^4 = 5^6 : 5^4 = 5^2 = 25$   
d)  $(2^3 \cdot 2^4) : 2^3 = 2^4 = 16$       e)  $(3^4 \cdot 3^4) : 3^6 = 3^2 = 9$       f)  $(5^5 \cdot 5^3) : 5^6 = 5^2 = 25$

## Raíz cuadrada

24. Calcula, por tanteo, la raíz exacta o la entera.

- a)  $\sqrt{90}$       b)  $\sqrt{121}$       c)  $\sqrt{1785}$   
a) 9      b) 11 (exacta)      c) 42

25. Resuelve con la calculadora.

- a)  $\sqrt{655}$       b)  $\sqrt{1024}$       c)  $\sqrt{1369}$       d)  $\sqrt{4225}$       e)  $\sqrt{12664}$       f)  $\sqrt{33856}$   
a) 25      b) 32 (exacta)      c) 37 (exacta)      d) 65 (exacta)      e) 112      f) 184 (exacta)

26. Copia en tu cuaderno los cuadrados perfectos:

- |                 |                 |                 |                 |                 |       |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|
| 1 000           | 1 225           | 1 600           | 1 724           | 1 601           | 2 464 |
| 3 364           | 3 540           | 3 773           | 3 844           | 4 000           | 5 625 |
| $1\,225 = 35^2$ | $1\,600 = 40^2$ | $3\,364 = 58^2$ | $3\,844 = 62^2$ | $5\,625 = 75^2$ |       |

27. Resuelve.

- a)  $\sqrt{5^2 + 12^2} - \sqrt{5}^2$       b)  $\sqrt{2}^4 + \sqrt{3}^2 - 5^0$   
a)  $\sqrt{25 + 144} - 5 = \sqrt{169} - 5 = 13 - 5 = 8$       b)  $\sqrt{2}^2 + 3 - 1 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$

## Resuelve problemas

28.  Un hortelano planta lechugas en una parcela de su huerta. Las distribuye en 25 surcos y en cada surco pone 25 lechugas. ¿Cuántas plantas ha colocado?

Ha colocado  $25^2 = 625$  plantas.

29.  Un cine de verano dispone de 625 sillas distribuidas en igual número de filas y de columnas. ¿Cuántas sillas hay en cada fila?

En cada fila hay  $\sqrt{625} = 25$  sillas.

30.  Una finca cuadrada tiene 900 metros cuadrados de superficie. ¿Cuántos metros lineales de alambrada habría que comprar para cercarla?

Cada lado de la finca medirá  $\sqrt{900} = 30$  m.

Por tanto, se necesitan  $4 \cdot 30 = 120$  m de alambrada para cercar la finca.

31.  Un paquete de igual longitud, anchura y altura, contiene 1 000 terrones de azúcar de un centímetro de arista. ¿Cuáles son las dimensiones del paquete?

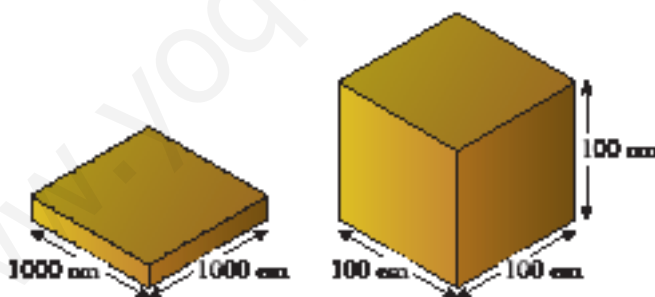
Las dimensiones del paquete son  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ .

$$10^3 = 1\,000$$

32.  Supón que construimos estas dos estructuras con cubos de madera de 1 cm de arista (¡Ojo! Los dibujos no están hechos con la misma proporción):

a) Una placa cuadrada de 1 000 cm de lado.

b) Un bloque cúbico de 100 cm de arista.



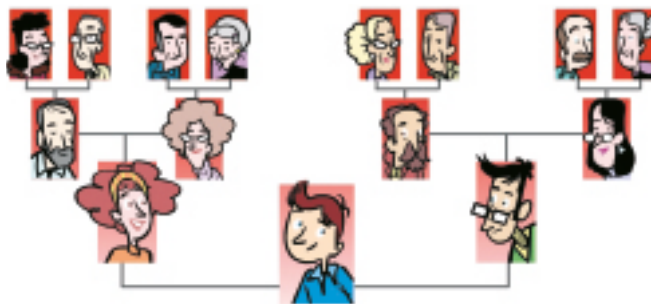
¿Cuál de las dos crees que pesaría más? Razona tu respuesta.

Cubos que forman la placa cuadrada:  $1\,000^2 = 1\,000\,000$

Cubos que forman el bloque cúbico:  $100^3 = 1\,000\,000$

Como ambas estructuras están formadas por el mismo número de cubos, pesarían igual.

33.  ¿Cuántos padres y madres tenían entre todos tus tatarabuelos?



Padre y madre  $\downarrow 2$

Abuelos y abuelas  $\downarrow 2^2 = 4$

Bisabuelos y bisabuelas  $\downarrow 2^3 = 8$

Tatarabuelos y tatarabuelas  $\downarrow 2^4 = 16$

Por tanto, entre todos tus tatarabuelos tenían  $2^5 = 32$  padres y madres.

34.  Observa el cubo de la ilustración formado por  $5 \times 5 \times 5$  cubitos unitarios.



a) Supón que lo pintamos de rojo. ¿Cuántos cubitos unitarios habrían quedado parcialmente pintados?

b) Supón que lo queremos hacer mas grande, recubriéndolo completamente con una capa de cubitos verdes. ¿Cuántos cubitos verdes necesitaríamos?

a) Habrían quedado pintados  $5^3 - 3^3 = 125 - 27 = 98$  cubitos.

b) Necesitaríamos  $7^3 - 5^3 = 343 - 125 = 218$  cubitos verdes.

## Problemas “+”

35.  Se ha solado una habitación de  $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$  con baldosas cuadradas que se venden en paquetes de 12. ¿Cuál es el tamaño de las baldosas, sabiendo que se han necesitado 34 paquetes, que no se ha partido ninguna, y que han sobrado unas pocas?

 Si han comprado  $12 \cdot 34 = 408$  baldosas, ¿cuántas filas de baldosas se han colocado?

Han comprado  $12 \cdot 34 = 408$  baldosas y  $\sqrt{400} = 20$ , por lo que se han colocado 20 filas.

Como  $6 \text{ m} = 600 \text{ cm}$ , las baldosas miden  $600 : 20 = 30 \text{ cm}^2$ .

36.  Alberto les cuenta un cotilleo a sus amigos Nacho y Sara.

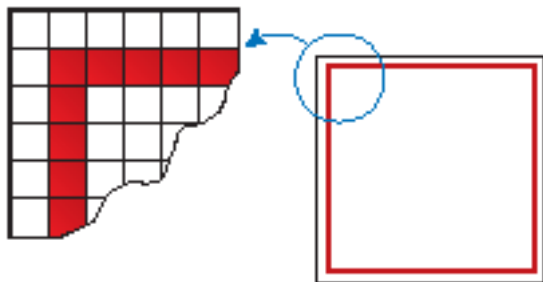
Diez minutos después, Nacho se lo ha contado ya a Raquel y a Marta, y Sara, a Rosa y a Pablo.

Pasados otros diez minutos, cada uno de estos últimos se lo ha contado a otras dos personas.

Si la difusión del cotilleo sigue al mismo ritmo, ¿cuántas personas lo sabrán dos horas después de que se enteraran Nacho y Sara?

A los diez minutos de que se enteran Nacho y Sara, lo saben dos personas más, y cada diez minutos la gente que lo sabe se multiplica por dos. Dos horas son 120 minutos y  $120 : 10 = 12$  tramos de 10 minutos, así que a las dos horas de enterarse Nacho y Sara lo sabrán ya  $2^{12} = 4\,096$  personas.

37.  El suelo de una habitación cuadrada está enlosado con 484 baldosas de 15 cm de lado. Son todas blancas, excepto las que están a 15 cm de la pared, que forman un marco decorativo de color rojo como se ve en este dibujo:



**¿Cuántas baldosas rojas hay en ese suelo?**

El lado de la habitación tiene  $\sqrt{484} = 22$  baldosas.

Quitando todas las baldosas de alrededor, queda un cuadrado de 20 baldosas de lado, de borde rojo, lo que hace un total de  $20^2 = 400$  baldosas.

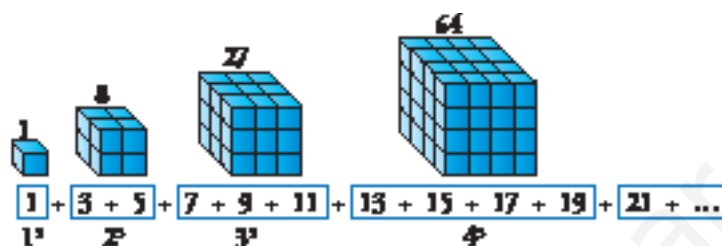
Si a este último cuadrado le restamos el cuadrado blanco interior, que tiene 18 baldosas de lado, tendremos  $20^2 - 18^2 = 400 - 324 = 76$  baldosas rojas.

## Taller de Matemáticas

Página 42

### Lee, reflexiona y deduce

↓ En la suma de los números impares, encontramos la suma de los números cúbicos:



- Averigua qué porción de la suma anterior has de tomar para obtener  $5^3 = 125$ .

$$5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$$

↓ Como consecuencia de lo anterior, y teniendo en cuenta esto que vimos en las primeras páginas de la unidad:



$$6^2 = 36 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

aparece una sorprendente relación entre algunos números cuadrados y los números cúbicos:



$$6^2 = 36 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 1^3 + 2^3 + 3^3$$

$$6^2 = 36 = (1 + 2 + 3)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$$

- Comprueba que  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$  es igual a un número cuadrado.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100 = 10^2$$

- Busca otro número cuadrado que se pueda expresar como suma de cubos.

Por ejemplo:  $1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2 = 3^2 = 9$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 = 15^2 = 225$$

## Infórmate

- Estudia y completa las tablas en tu cuaderno, siguiendo la lógica de las primeras filas. Cuando hayas terminado, habrás traducido al sistema binario los primeros quince números naturales.

| ÓRDENES DE UNIDADES |       |       |       |       |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|
|                     | $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ |
|                     | 8     | 4     | 2     | 1     |
| 0                   | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 1                   | 0     | 0     | 0     | 1     |
| 2                   | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 3                   | 0     | 0     | 1     | 1     |
| 4                   | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 5                   | 0     | 1     | 0     | 1     |
| 6                   | 0     | 1     | 1     | 0     |
| 7                   | 0     | 1     | 1     | 1     |

| ÓRDENES DE UNIDADES |       |       |       |       |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|
|                     | $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ |
|                     | 8     | 4     | 2     | 1     |
| 8                   | 1     | 0     | 0     | 0     |
| 9                   | 1     | 0     | 0     | 1     |
| 10                  | 1     | 0     | 1     | 0     |
| 11                  | 1     | 0     | 1     | 1     |
| 12                  | 1     | 1     | 0     | 0     |
| 13                  | 1     | 1     | 0     | 1     |
| 14                  | 1     | 1     | 1     | 0     |
| 15                  | 1     | 1     | 1     | 1     |

La columna de la izquierda es la sucesión de números naturales.

Las filas de arriba son las sucesivas potencias de base 2.

Cada número natural se descompone en una suma de potencias de base 2, que se codifican mediante “1” en la fila correspondiente. Los “0” indican las potencias no utilizadas.

Por ejemplo:  $13 = 8 + 4 + 1 \downarrow$

| $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ |
|-------|-------|-------|-------|
| 8     | 4     | 2     | 1     |
| 1     | 1     | 0     | 1     |

## Entrénate resolviendo problemas

### Tantea, ponte ejemplos

- Tengo tres cajas idénticas. Una contiene caramelos de naranja; otra, caramelos de limón, y la tercera contiene una mezcla de caramelos de naranja y de limón. Están etiquetadas con estas referencias, pero ninguna caja lleva la etiqueta que le corresponde.



NN ↓ Solo caramelos de naranja.    LL ↓ Solo caramelos de limón.    NL ↓ Caramelos de naranja y de limón.

Raquel dice que si me da una caja y yo saco un caramelo y se lo enseño, puede adivinar el contenido de todas las cajas.

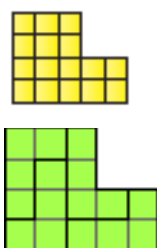
Si crees que es cierto lo que dice Raquel, explica cómo lo consigue.

Raquel tomará la caja etiquetada con NL (es lo más sensato), y sacará un caramelo. Recordemos que en esta caja los caramelos no pueden estar mezclados (lee el enunciado).

- Si el caramelo es de limón...
  - Esta caja NL es la que contiene los caramelos de limón.
  - La caja etiquetada con NN no puede contener caramelos de naranja (por enunciado) y tampoco de limón. Es, por tanto, la caja mixta.
  - Solo falta LL que, sin duda, tendrá en su interior los caramelos de naranja.
- Si el caramelo fuese de naranja, el razonamiento sería similar y...

NL, naranja    LL, mezcla    NN, limón

- Divide esta figura en cuatro partes, todas ellas de igual forma y tamaño.



## Autoevaluación

## 1. Expresa en forma de potencia

a)  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

b)  $10 \cdot 10 \cdot 10$

c)  $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

d)  $m \cdot m$

a)  $5^4$

b)  $10^3$

c)  $a^5$

d)  $m^2$

## 2. Calcula.

a)  $2^6$

b)  $5^3$

c)  $7^2$

c)  $10^6$

a)  $64$

b)  $125$

c)  $49$

d)  $1\,000\,000$

## 3. Copia y completa en tu cuaderno.

a)  $2^{\square} = 8$

b)  $\square^2 = 81$

a)  $2^3 = 8$

b)  $9^2 = 81$

## 4. Copia y completa esta tabla en tu cuaderno:

| PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS                                                                  |                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.             | $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ |
| La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor. |                                 |
| Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes.                     |                                 |
| Para dividir...                                                                               | $a^m : a^n = a^{m-n}$           |
| Para elevar una potencia a otra potencia...                                                   |                                 |

| PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS                                                                  |                                 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.             | $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ |
| La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor. | $(a : b)^n = a^n : b^n$         |
| Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes.                     | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$       |
| Para dividir dos potencias de la misma base, se restan los exponentes.                        | $a^m : a^n = a^{m-n}$           |
| Para elevar una potencia a otra potencia...                                                   | $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$       |

## 5. Reduce a una sola potencia.

a)  $a^3 \cdot a^2$

b)  $x^5 : x^4$

c)  $(a^3)^4$

a)  $a^3 \cdot a^2 = a^5$

b)  $x^5 : x^4 = x$

c)  $(a^3)^4 = a^{12}$

**6. Calcula por el camino más corto.**

a)  $2^4 \cdot 5^4$

a)  $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10\,000$

b)  $18^3 : 9^3$

b)  $18^3 : 9^3 = (18 : 9)^3 = 2^3 = 8$

**7. Copia y completa en tu cuaderno.**

a)  $x^3 \cdot y^3 = (\square \cdot \square)^\square$

a)  $x^3 \cdot y^3 = (x \cdot y)^3$

b)  $x^4 : y^4 = (\square : \square)^\square$

b)  $x^4 : y^4 = (x : y)^4$

**8. Reduce.**

a)  $(x^5 \cdot x^2) : x^4$

a)  $(x^5 \cdot x^2) : x^4 = x^7 : x^4 = x^3$

b)  $(a^5)^2 : (a^2)^3$

b)  $(a^5)^2 : (a^2)^3 = a^{10} : a^6 = a^4$

**9. Copia en tu cuaderno y completa.**

a)  $\sqrt{36} = \square$

b)  $\sqrt{400} = \square$

c)  $\sqrt{10\,000} = \square$

d)  $\sqrt{\square} = 3$

e)  $\sqrt{\square} = 8$

f)  $\sqrt{\square} = 30$

a)  $\sqrt{36} = 6$

b)  $\sqrt{400} = 20$

c)  $\sqrt{10\,000} = 100$

d)  $\sqrt{9} = 3$

e)  $\sqrt{64} = 8$

f)  $\sqrt{900} = 30$

**10. Calcula con lápiz y papel la raíz cuadrada entera de 2920. Después, comprueba con la calculadora si el resultado es correcto.**

|               |                                         |
|---------------|-----------------------------------------|
| $\sqrt{2920}$ | 54                                      |
| 25            | 5 · 5 = 25                              |
| 420           | 104 · 4 = 416    ↓ $\sqrt{2\,920} = 54$ |
| 416           |                                         |
| 4             |                                         |

**11. ¿Cuántos dados de madera, de 1 cm de arista, hay en 10 paquetes como el que ves en la ilustración?**

En un paquete hay  $10^3 = 1\,000$  dados, y como tenemos 10 paquetes, habrá  $10^4 = 10\,000$  dados en total.