

1.- Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{4-10x}{x^2-4}$ (1 punto)

b) $2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+1} - 10 \cdot 2^{x-2} = 11$ (1 punto)

c) $-\frac{2}{3}(2x+7)(x^4-17x^2-38)=0$ (0,75 puntos)

d) $2 \cdot \log x - \log(x-2) = \log(3x-4)$ (0,75 puntos)

2.- Resuelve las inecuaciones: (1,5 puntos)

a) $\frac{x^2}{x-2} \leq -1$ b) $|2x-1| \leq 5$

3.- Resuelve los sistemas de ecuaciones: (2 puntos)

a) $\begin{cases} x+y=9 \\ \sqrt{x+5}-\sqrt{y-1}=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ \log x - \log y = \log 2 \end{cases}$

4.- Resuelve los sistemas de inecuaciones: (2 puntos)

a) $\begin{cases} x^2+5x \leq 0 \\ 16-2x < 3x-3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2y-1 \geq 1 \\ 3x-y < 0 \end{cases}$

5.- Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 euros, lo que supone un total de 2000 €. Si el número de billetes de 10 € es el doble del número de billetes de 20 €. Averigua cuántos billetes hay de cada tipo . **Aplicando el método de Gauss.** (1 punto)

SOLUCIONES

1. a) $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{4-10x}{x^2-4}$ $m.c.m. = (x+2)(x-2)$
 $\frac{(3x+1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{(x+2)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{4-10x}{x^2-4} \rightarrow 3x^2 - 5x - 2 - x^2 - 4x - 4 = 4 - 10x$
 $2x^2 + x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{4} = \left\langle \begin{matrix} 2 \\ -\frac{5}{2} \end{matrix} \right\rangle$ Solución $x = -\frac{5}{2}$ (2 no es válido)

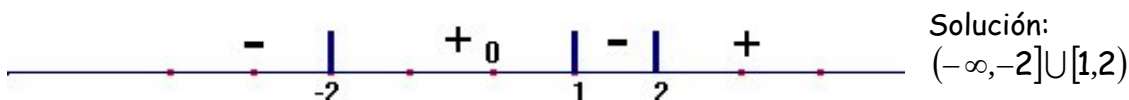
b) $2^{2x} + 3 \cdot 2^{x+1} - 10 \cdot 2^{x-2} = 11 \rightarrow (2^x)^2 + 3 \cdot 2 \cdot 2^x - 10 \cdot 2^{-2} \cdot 2^x = 11$
 hacemos el cambio $t = 2^x \rightarrow t^2 + 6t - \frac{10}{4}t - 11 = 0 \rightarrow t^2 + \frac{7}{2}t - 11 = 0$
 $2t^2 + 7t - 22 = 0 \rightarrow t = \frac{-7 \pm \sqrt{49+176}}{4} = \frac{-7 \pm 15}{4} = \left\langle \begin{matrix} 2 \\ -\frac{11}{2} \end{matrix} \right\rangle$
 $t = 2^x = \left\langle \begin{matrix} 2 = 2^2 \Rightarrow x = 1 \\ -\frac{11}{2} \text{ imposible} \end{matrix} \right\rangle$ Solución $x = 1$

c) $-\frac{2}{3}(2x+7)(x^4 - 17x^2 - 38) = 0 \rightarrow \left\langle \begin{matrix} 2x+7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \\ x^4 - 17x^2 - 38 = 0 \rightarrow x^2 = z \end{matrix} \right\rangle$
 $z^2 - 17z - 38 = 0 \rightarrow z = \frac{17 \pm \sqrt{289+152}}{2} = \frac{17 \pm 21}{2} = \left\langle \begin{matrix} 19 \\ -2 \end{matrix} \right\rangle \Rightarrow x = \left\langle \begin{matrix} \pm \sqrt{19} \\ \pm \sqrt{-2} \end{matrix} \right\rangle$
 Soluciones: $x = -\frac{7}{2}$, $x = +\sqrt{19}$, $x = -\sqrt{19}$

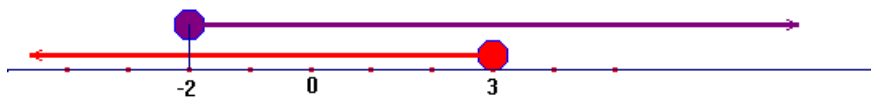
d) $2 \cdot \log x - \log(x-2) = \log(3x-4) \rightarrow \log x^2 - \log(x-2) = \log(3x-4)$
 $\log \frac{x^2}{x-2} = \log(3x-4) \Rightarrow \frac{x^2}{x-2} = 3x-4 \Rightarrow x^2 = 3x^2 - 6x - 4x + 8$
 $2x^2 - 10x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \left\langle \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right\rangle$ Solución $x=4$ (1 no es válido)

2.- Resuelve las inecuaciones:

a) $\frac{x^2}{x-2} \leq -1 \Rightarrow \frac{x^2}{x-2} + 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x - 2}{x-2} \leq 0$ $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \left\langle \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right\rangle$



$$b) |2x-1| \leq 5 \rightarrow -5 \leq 2x-1 \leq 5 \rightarrow \text{sistema} \begin{cases} 2x-1 \geq -5 \\ 2x-1 \leq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq -4 \\ 2x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



Solución:
[-2,3]

3.- Resuelve los sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} x+y=9 \\ \sqrt{x+5}-\sqrt{y-1}=1 \end{cases} \text{ Por sustitución: } y=9-x \rightarrow \sqrt{x+5}-\sqrt{9-x-1}=1$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+5} &= 1 + \sqrt{8-x} \Rightarrow (\sqrt{x+5})^2 = (1 + \sqrt{8-x})^2 \Rightarrow x+5 = 1 + 2\sqrt{8-x} + 8-x \\ x+5-1-8+x &= 2\sqrt{8-x} \Rightarrow 2x-4 = 2\sqrt{8-x} \Rightarrow x-2 = \sqrt{8-x} \Rightarrow (x-2)^2 = 8-x \\ x^2-4x+4 &= 8-x \Rightarrow x^2-3x-4=0 \Rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases} \text{ comprobamos:} \end{aligned}$$

$$\sqrt{4+5} = 1 + \sqrt{8-4} \rightarrow 3 = 1 + 2 \quad \text{sólo un valor de } x \text{ es válido } x = 4$$

$$\sqrt{-1+5} = 1 + \sqrt{8+1} \rightarrow 2 \neq 1 + 3$$

Y ahora calculamos $y = 9 - x = 9 - 4 = 5$, Solución: $x = 4, y = 5$

$$b) \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ \log x - \log y = \log 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ \log \frac{x}{y} = \log 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=5 \\ \frac{x}{y} = 2 \rightarrow x = 2y \end{cases} \rightarrow (2y)^2 + y^2 = 5$$

$$4y^2 + y^2 = 5 \Rightarrow 5y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ (no puede ser negativo)}$$

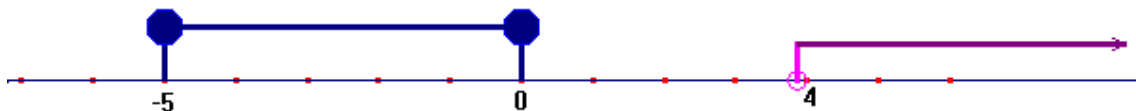
Hallemos ahora x : $x = 2y \Rightarrow x = 2$ Solución: $x = 2, y = 1$

4.- Resuelve los sistemas de inecuaciones:

$$a) \begin{cases} x^2+5x \leq 0 \\ 16-2x < 3x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+5) \leq 0 \\ 16+3 < 3x+2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x+5) \leq 0 \\ 19 < 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{sol: } [-5, 0] \\ \text{sol: } (\frac{19}{5}, +\infty) \end{cases}$$



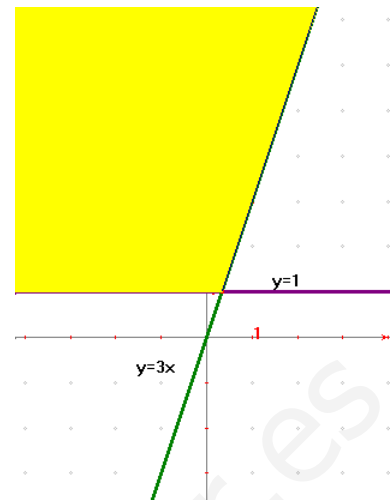
La solución del sistema será la intersección de las dos soluciones, es decir:



No hay intersección. Solución: ϕ

$$b) \left. \begin{array}{l} 2y-1 \geq 1 \\ 3x-y < 0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 2y-1=1 \\ 3x-y=0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y=1 \\ y=3x \end{array} \right\} \text{representamos}$$

las dos rectas y hallamos los semiplanos solución de cada inecuación, la intersección de los dos será la solución del sistema, que es la zona en amarillo, entrando la semirrecta correspondiente a $y=1$ y no entrando la otra.



5.- Un cajero automático contiene 95 billetes de 10, 20 y 50 euros, lo que supone un total de 2000 €. Si el número de billetes de 10 € es el doble del número de billetes de 20 €. Averigua cuántos billetes hay de cada tipo . **Aplicando el método de Gauss.**

$$\left. \begin{array}{l} x - \text{billetes de 10} \\ y - \text{billetes de 20} \\ z - \text{billetes de 50} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x+y+z=95 \\ 10x+20y+50z=2000 \\ x=2y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x+y+z=95 \\ x+2y+5z=200 \\ x-2y=0 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow{E_2-5E_1} \left. \begin{array}{l} x+y+z=95 \\ 4x-3y=-275 \\ x-2y=0 \end{array} \right\} \xrightarrow{E_2+4E_3} \left. \begin{array}{l} x+y+z=95 \\ -11y=-275 \\ x-2y=0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x+y+z=95 \\ x-2y=0 \\ 11y=275 \end{array} \right\}$$

$$y = \frac{275}{11} = 25 \rightarrow x - 2 \cdot 25 = 0 \Rightarrow x = 50 \rightarrow 50 + 25 + z = 95 \Rightarrow z = 20$$

Solución: Hay 50 billetes de 10 €, 25 billetes de 20 € y 20 billetes de 50 €.