

1. Pasar todas las bases a números primos y simplificar, aplicando exclusivamente las propiedades de las potencias (**no vale reemplazar en ningún momento una potencia por su valor**); dejar el resultado en forma de potencia única:

$$a) \frac{(2^{-4} \cdot 4^3)^2 \cdot 5 \cdot 5^0}{100^2 \cdot (5^2)^{-3}} = \frac{[2^{-4} \cdot (2^2)^3]^2 \cdot 5}{(2^2 \cdot 5^2)^2 \cdot 5^{-6}} = \frac{(2^{-4} \cdot 2^6)^2 \cdot 5}{2^4 \cdot 5^4 \cdot 5^{-6}} = \frac{(2^2)^2 \cdot 5}{2^4 \cdot 5^{-2}} = \frac{2^4 \cdot 5}{2^4 \cdot 5^{-2}} = 5^3 \quad (1 \text{ pto.})$$

$$b) \left(\frac{8}{9}\right)^{-2} \cdot \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \cdot 9 = \left(\frac{9}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3^2 = \left(\frac{3^2}{2^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3^2 = \frac{3^4 \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 3^2}{2^6 \cdot 3^6 \cdot 3} = \frac{2 \cdot 3^6}{3^7} = \frac{2}{3} \quad (1 \text{ pto.})$$

2. a) Calcular **razonadamente**, indicando todos los pasos necesarios (en las raíces que tengan doble signo, es necesario indicarlo); dejar el resultado en la misma forma que el radicando: (1 pto.)

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3} \quad \text{p.e.} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$$

$$\sqrt{0,4} = \sqrt{\frac{4}{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot 5}} = \frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\sqrt[4]{-0,4} = \text{no existe la raíz de índice par de un radicando negativo}$$

$$\sqrt[5]{3^{15}} = 3^{15/5} = 3^3 = 27$$

$$\sqrt{1764} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

$$\begin{array}{r|l} 1764 & 2 \\ 882 & 2 \\ 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

b) Simplificar los siguientes radicales e indicar los que son equivalentes y los que son irreducibles:

(1 pto.)

$$\begin{aligned}
 &\sqrt[3]{5^2} = \text{irreducible } 0,1 \\
 &\sqrt[9]{125} = \sqrt[9]{5^3} \xrightarrow{\div 3} \sqrt[3]{5} \quad 0,1 \\
 &\sqrt[6]{625} = \sqrt[6]{5^4} \xrightarrow{\div 2} \sqrt[3]{5^2} \quad 0,1 \\
 &\sqrt[3]{5} = \text{irreducible } 0,1
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \boxed{\sqrt[3]{5^2} = \sqrt[6]{625}} \quad 0,3/ \quad \boxed{\sqrt[9]{125} = \sqrt[3]{5}} \quad 0,3/$$

2

3. a) **TEORÍA:** Realizar un esquema explicativo de los distintos subconjuntos en que se divide $\mathbb{R}$, indicando ejemplos pertinentes en cada caso.

(1 pto.)

$$\begin{aligned}
 \mathbb{R} \text{ (REALES)} &\begin{cases} \mathbb{Q} \text{ (RACIONALES)} & \begin{cases} \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad 0,1/ \\ \text{(ENTEROS)} & \begin{cases} \mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad 0,1/ \\ \mathbb{Z}^- = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \quad 0,1/ \end{cases} \\ \text{FRACCIONARIOS: } & \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{6} \dots \quad 0,1/ \\ & 0,6 \quad 0,75 \quad 0,16 \end{cases} \\ \mathbb{I} \text{ (IRRACIONALES)} & \begin{cases} \pi \quad 0,1/ \\ \text{RAÍCES NO EXACTAS: } & \sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[7]{-8} \dots \quad 0,1/ \\ \text{números con 20 cifras decimales no periódicas: } & 0,101101110 \dots \quad 0,1/ \end{cases} \end{cases}
 \end{aligned}$$

b) Para cada uno de los siguientes números, indicar **razonadamente** si pertenecen a $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{I}$:

(1 pto.)

$$2,3 \in \mathbb{Q} \quad \text{pq. es periódico} \quad 0,2/$$

$$2,3 \in \mathbb{Q} \quad \text{pq. es decimal exacto} \quad 0,2/$$

$$2,30330333 \dots \in \mathbb{I} \quad \text{pq. tiene 20 cifras decimales no periódicas} \quad 0,2/$$

$$-23 \in \mathbb{Q} \quad \text{pq.} \in \mathbb{Z} \quad 0,2/$$

$$\sqrt{23} \in \mathbb{I} \quad \text{pq. es una raíz no exacta} \quad 0,2/$$

2

4. a) Operar y simplificar:

(0,75 ptos.)

$$-x^2y - (-3x^2 \cdot 7y) + \frac{16x^2y^3z}{4y^2z} = -x^2y - \boxed{-21x^2y} + \boxed{4x^2y} = -x^2y + \boxed{21x^2y} + 4x^2y = \boxed{24x^2y}$$

0,1 0,1 0,1 0,45

b) Hallar el valor numérico de $P(x) = x^3 + \frac{x^2}{9} - \frac{x}{3} + 27$, para $x = -3$

(0,75 ptos.)

$$P(-3) = (-3)^3 + \frac{(-3)^2}{9} - \frac{-3}{3} + 27 = \cancel{-27} + \frac{9}{9} + \frac{3}{3} + \cancel{27} = 1 + 1 = \boxed{2}$$

0,25/ 0,25/ 0,25/

se baja 0,25 por no utilizar correctamente los paréntesis
se baja 0,25 por no operar simplificando previamente las fracciones

c) Dados: $P(x) = x^3 + 3x - 1$

(1,25 ptos.)

$$Q(x) = 2x^3 - x^2 - 1$$

$$R(x) = -x^2 + 3x + 1, \text{ hallar:}$$

$$\begin{aligned} 2P(x) - Q(x) \cdot R(x) &= 2(x^3 + 3x - 1) - (2x^3 - x^2 - 1) \cdot (-x^2 + 3x + 1) = \\ &= 2x^3 + 6x - 2 - (-2x^5 + 6x^4 + 2x^3 + x^4 - 3x^3 - x^2 + x^2 - 3x - 1) = 0,25 \\ &= 2x^3 + 6x - 2 - (-2x^5 + 7x^4 - x^3 - 3x - 1) = 0,25 \\ &= 2x^3 + 6x - 2 + 2x^5 - 7x^4 + x^3 + 3x + 1 = 0,25 \\ &= \boxed{2x^5 - 7x^4 + 3x^3 + 9x - 1} \end{aligned}$$

0,5

d) Efectuar la siguiente división e indicar explícitamente el cociente y el resto:

(1,25 ptos.)

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 3 \\ -x^4 - x^3 - x^2 \\ \hline -3x^3 - x + 3 \\ 3x^3 + 3x^2 + 3x \\ \hline 3x^2 + 2x + 3 \\ -3x^2 - 3x - 3 \\ \hline -x \end{array}$$

0,25 0,25 0,25

Soluc: $C_1(x) = x^2 - 3x + 3$
 $R(x) = -x$

0,5