7 SISTEMAS DE ECUACIONES

Página 131

Resuelve

1 **Traduce a lenguaje algebraico el problema de la tablilla babilónica y calcula, por tanteo, la longitud y la anchura medidas en manos.**

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + y = 7 \\ x + y = 10 \end{cases} \rightarrow x = 4 \;\; y = 6$$

2 **El problema chino de las gavillas de trigo se resuelve con un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Completa el que ves en el enunciado de la página anterior y comprueba que la solución es $x = 4$, $y = 3$, $z = 2$.**

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 20 \\ 2x + 3y + z = 19 \\ x + 2y + 3z = 16 \end{cases} \text{ Comprobamos para } x = 4,\ y = 3,\ z = 2\text{: } \begin{cases} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 = 20 \\ 2 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 = 19 \\ 4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 16 \end{cases}$$

3 **Plantea un sistema de ecuaciones para el problema que Diofanto propuso en su libro *Aritmética*. Intenta encontrar una solución.**

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ x^2 + y^2 = 208 \end{cases} \rightarrow x_1 = 8,\ y_1 = 12 \;\; ; \;\; x_2 = 12,\ y_2 = 8$$

4 **El problema de Diofanto de las cántaras de vino podría traducirse algebraicamente en el sistema de ecuaciones que tienes debajo, siendo a, b y c números enteros. Comprueba que compró 2 cántaras del primer tipo y 4 del segundo tipo, y que pagó por ellas 36 dracmas.**

$$\boxed{\left.\begin{aligned} 8a + 5b = c^2 \\ a + b = c \end{aligned}\right\}}$$

Comprobamos para $a = 2$; $b = 4$ y $c = 6$.

$$\left.\begin{aligned} 8 \cdot 2 + 5 \cdot 4 = 16 + 20 = 36 = c^2 \\ 2 + 4 = 6 = c \end{aligned}\right\}$$

www.yoquieroaprobar.es

1 ▶ ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Página 132

1 Comprueba si cada uno de los pares de valores siguientes son solución de la ecuación $4x - 3y = 12$:

a) $x = 6,\ y = 4$ b) $x = 6,\ y = 12$ c) $x = 0,\ y = -4$

a) $4 \cdot 6 - 3 \cdot 4 = 24 - 12 = 12$

$x = 6,\ y = 4$ sí es solución de la ecuación.

b) $4 \cdot 6 - 3 \cdot 12 = 24 - 36 = -12$

$x = 6,\ y = 12$ no es solución de la ecuación.

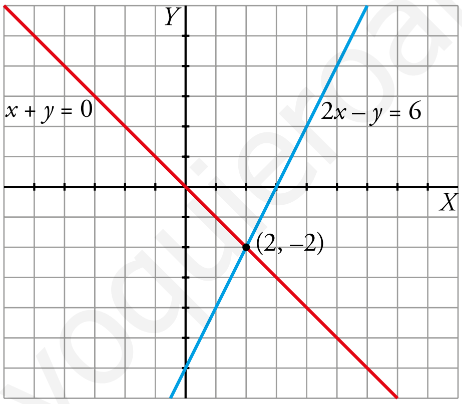
c) $4 \cdot 0 - 3(-4) = 0 + 12 = 12$

$x = 0,\ y = -4$ sí es solución de la ecuación.

2 Representa las rectas de ecuaciones:

$$2x - y = 6 \qquad x + y = 0$$

¿Cuál es la solución común a ambas ecuaciones?



Solución común a las dos ecuaciones: $x = 2,\ y = -2$. Punto $(2, -2)$.

www.yoquieroaprobar.es

2 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Página 133

1 **Di si los pares $x = -1,\ y = 4$ o $x = 7,\ y = 8$ son solución de alguno de los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} -6x + 5y = 26 \\ x - 2y = -9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x + 4y = 18 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 43 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = -1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} -6x + 5y = 26 \\ x - 2y = -9 \end{cases}$

$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$6 + 20 = 26$, sí	$-42 + 40 = -2$, no
$-1 - 8 = -9$, sí	$7 - 16 = -9$, sí
sí es solución	no es solución

b) $\begin{cases} -2x + 4y = 18 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$

$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$2 + 16 = 18$, sí	$-14 + 32 = 18$, sí
$-3 - 8 = -11$, no	$21 - 16 = 5$, sí
no es solución	sí es solución

c) $\begin{cases} 5x + y = 43 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$

$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$-5 + 4 = -1$, no	$35 + 8 = 43$, sí
$-3 + 4 = 1$, sí	$21 + 8 = 29$, no
no es solución	no es solución

d) $\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = -1 \end{cases}$

$x = -1,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 8$
$-1 + 4 = 3$, no	$7 + 8 = 15$, sí
$-1 - 4 = -5$, no	$7 - 8 = -1$, sí
no es solución	sí es solución

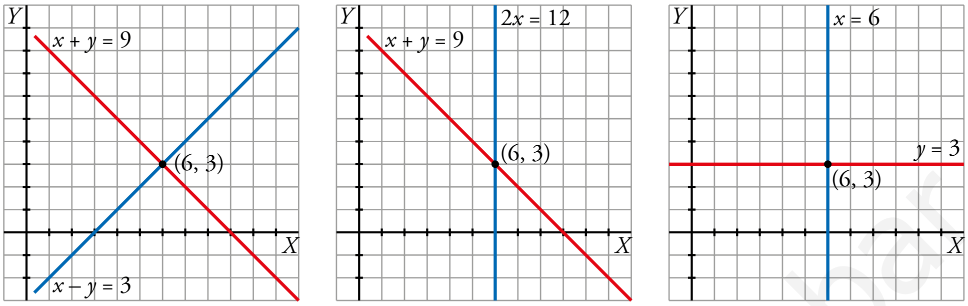
www.yoquieroaprobar.es

3 SISTEMAS EQUIVALENTES

Página 134

1 **Representa estos tres sistemas equivalentes que se obtienen para resolver el primero de ellos:**

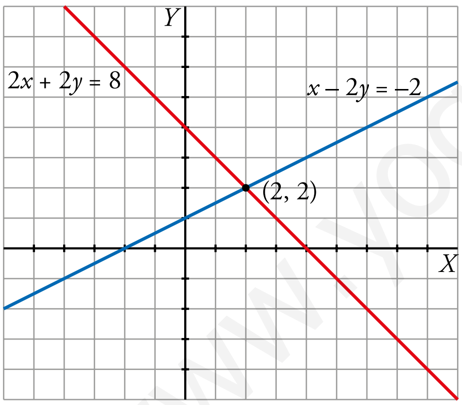
$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ 2x \quad\;\; = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$$



2 **Representa los pares de rectas correspondientes a cada sistema y di si son equivalentes:**

a) $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y - x = 0 \\ y \quad\;\; = 2 \end{cases}$

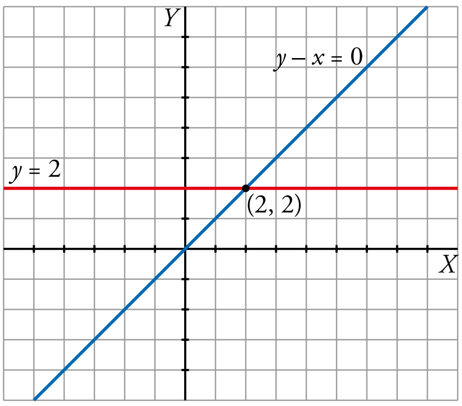
a) $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$



Punto en común: (2, 2)

Solución del sistema: $x = 2$, $y = 2$

b) $\begin{cases} y - x = 0 \\ y \quad\;\; = 2 \end{cases}$



Punto en común: (2, 2)

Solución del sistema: $x = 2$, $y = 2$

Los dos sistemas de ecuaciones tienen la misma solución. Por tanto, son equivalentes.

www.yoquieroaprobar.es

4 ▶ TIPOS DE SISTEMAS SEGÚN EL NÚMERO DE SOLUCIONES

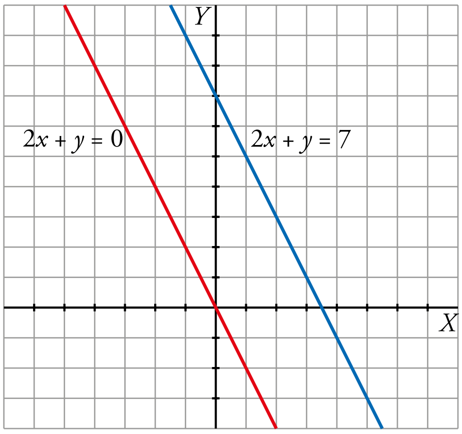
Página 135

1 Di cuál de estos sistemas es compatible determinado, cuál incompatible y cuál compatible indeterminado.

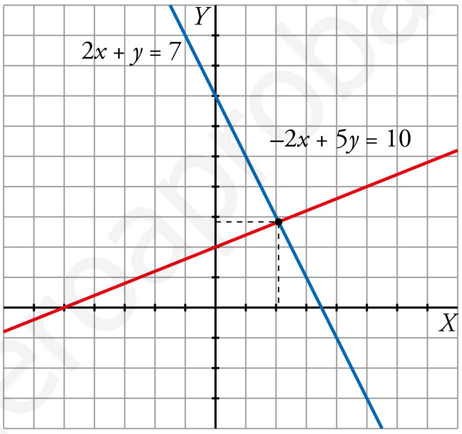
a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

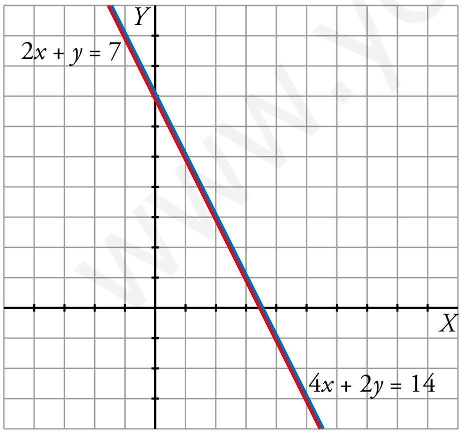
a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ Sistema incompatible



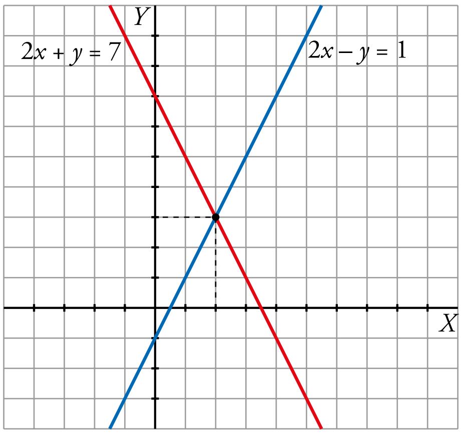
b) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases}$ Sistema con una solución



c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$ Sistema indeterminado



d) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ Sistema con una solución



www.yoquieroaprobar.es

2 **Completa los sistemas para que a) sea SCD con solución $x = 6$, $y = -1$; b) sea SI, y c) y d) sean SCI:**

a) $\begin{cases} x - 4y = \dots \\ 2x \quad \dots = 13 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + \ \ y = 8 \\ 4x + 2y = \dots \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x \quad \dots = \dots \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 11y = \dots \\ \dots + 33y = 9 \end{cases}$

a) $6 - 4(-1) = 10$

$2 \cdot 6 + a \cdot (-1) = 13 \rightarrow a = -1$

El sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - 4y = 10 \\ 2x - \ \ y = 13 \end{cases}$ tiene como solución $x = 6$, $y = -1$.

b) Respuesta abierta.

$\begin{cases} 2x + \ \ y = 8 \\ 4x + 2y = 2(2x + y) \end{cases}$

Para que el sistema sea incompatible, podemos igualarlo a cualquier número distinto de 16.

c) Como $4x = 2(2x)$, para obtener la segunda ecuación multiplicamos la primera por 2. Al ser una ecuación equivalente, nos dará la misma recta, lo que es un sistema indeterminado.

$\begin{cases} 2x + \ \ y = \ 8 \\ 4x + 2y = 16 \end{cases}$

d) Como $33y = 3(11y)$, para obtener la segunda ecuación multiplicamos la primera por 3. Esto nos dará el primer miembro de la igualdad; dividiremos el segundo miembro de la segunda ecuación por 3 para obtener el segundo miembro de la primera.

$\begin{cases} 5x + 11y = 3 \\ 15 + 33y = 9 \end{cases}$

www.yoquieroaprobar.es

5 MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS

Página 136

1 Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas. ¿Cuál de ellos crees que es más complicado de resolver por este método?

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 9y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 4y = 11 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + 3y = 5 \to y = \dfrac{5-x}{3} \\ 5x + 7y = 13 \end{cases}$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

$$5x + 7 \cdot \frac{5-x}{3} = 13 \to 5x + \frac{35-7x}{3} = 13 \to 15x + 35 - 7x = 39 \to 8x = 4 \to$$

$$\to x = \frac{1}{2} \to y = \frac{5 - \frac{1}{2}}{3} = \frac{\frac{9}{2}}{3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Solución: $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

b) $\begin{cases} 6x + 3y = 0 \\ 3x - y = 3 \to y = 3x - 3 \end{cases}$

Sustituyendo:

$$6x + 3(3x - 3) = 0 \to 6x + 9x - 9 = 0 \to 15x = 9 \to$$

$$\to x = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \to y = 3 \cdot \frac{3}{5} - 3 = -\frac{6}{5}$$

Solución: $x = \frac{3}{5}$, $y = -\frac{6}{5}$

c) $\begin{cases} 3x + 9y = 4 \to y = \dfrac{4-3x}{9} \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

Sustituyendo:

$$2x + 3 \cdot \frac{4-3x}{9} = 1 \to 2x + \frac{4-3x}{9} = 1 \to 6x + 4 - 3x = 3 \to$$

$$\to 3x = -1 \to x = -\frac{1}{3} \to y = \frac{4 - 3 \cdot \frac{(-1)}{3}}{9} = \frac{5}{9}$$

Solución: $x = -\frac{1}{3}$, $y = \frac{5}{9}$

d) $\begin{cases} x - 4y = 11 \;\; 8 \;\; y = \dfrac{x-11}{4} \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$

Sustituyendo:

$$5x + 7 \cdot \frac{x-11}{4} = 1 \to 5x + \frac{7x-77}{4} = 1 \to 20x + 7x - 77 = 4 \to$$

$$\to 27x = 81 \to x = 3 \to y = \frac{3-11}{4} = -2$$

Solución: $x = 3$, $y = -2$

El más complicado es el apartado c).

www.yoquieroaprobar.es

Página 137

2 Resuelve por el método de igualación los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x + 8y = 5 \\ 2x - 2y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 3y = 28 \\ 7x + 2y = -7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 7x + 10y = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + 9y = -1 \\ 3x + 15y = -1 \end{cases}$

a) $x = \dfrac{5 - 8y}{3}, \quad x = \dfrac{7 + 2y}{2}$

$\dfrac{5 - 8y}{3} = \dfrac{7 + 2y}{2} \to 10 - 16y = 21 + 6y \to -22y = 11 \to y = \dfrac{-1}{2}$

$x = \dfrac{7 + 2 \cdot \dfrac{-1}{2}}{2} = \dfrac{7 - 1}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$

Solución: $x = 3, \ y = \dfrac{-1}{2}$

b) $x = \dfrac{28 - 3y}{5}; \quad x = \dfrac{-7 - 2y}{7}$

$\dfrac{28 - 3y}{5} = \dfrac{-7 - 2y}{7} \to 196 - 21y = -35 - 10y \to 11y = 231 \to y = \dfrac{231}{11} = 21$

$x = \dfrac{-7 - 2 \cdot 21}{7} = -7$

Solución: $x = -7, \ y = 21$

c) $x = \dfrac{-1 + 5y}{3}, \quad x = \dfrac{2 - 10y}{7}$

$\dfrac{-1 + 5y}{3} = \dfrac{2 - 10y}{7} \to -7 + 35y = 6 - 30y \to 65y = 13 \to y = \dfrac{1}{5}$

$x = \dfrac{-1 + 5 \cdot \dfrac{1}{5}}{3} = \dfrac{0}{3} = 0$

Solución: $x = 0, \ y = \dfrac{1}{5}$

d) $x = \dfrac{-1 - 9y}{2}, \quad x = \dfrac{-1 - 15y}{3}$

$-3 - 27y = -2 - 30y \to 3y = 1 \to y = \dfrac{1}{3}$

$x = \dfrac{-1 - 9 \cdot \dfrac{1}{3}}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$

Solución: $x = -2, \ y = \dfrac{1}{3}$

www.yoquieroaprobar.es

Página 138

3 **Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} 3x+5y=11 \\ 4x-5y=38 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+3y=5 \\ 5x+7y=13 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-4y=11 \\ 5x+7y=1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 6x+3y=0 \\ 3x-y=3 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x+5y=11 \\ 4x-5y=38 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} 7x=49 \to x=7 \to 3 \cdot 7+5y=11 \to 5y=-10 \to y=-2$

Solución: $x=7,\ y=-2$

b) $\begin{cases} x+3y=5 \\ 5x+7y=13 \end{cases} \to \begin{cases} -5x-15y=-25 \\ 5x+7y=13 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} -8y=-12 \to y=\frac{-12}{-8}=\frac{3}{2} \to$

$\to x+3 \cdot \frac{3}{2}=5 \to x=\frac{1}{2}$

Solución: $x=\frac{1}{2},\ y=\frac{3}{2}$

c) $\begin{cases} x-4y=11 \\ 5x+7y=1 \end{cases} \to \begin{cases} -5x+20y=-55 \\ 5x+7y=1 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} 27y=-54 \to y=-2 \to$

$\to x-4 \cdot (-2)=11 \to x=3$

Solución: $x=3,\ y=-2$

d) $\begin{cases} 6x+3y=0 \\ 3x-y=3 \end{cases} \to \begin{cases} 6x+3y=0 \\ 9x-3y=3 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando}} 15x=9 \to x=\frac{9}{15}=\frac{3}{5} \to$

$\to 3 \cdot \frac{3}{5}-y=3 \to y=\frac{9}{5}-3=\frac{-6}{5}$

Solución: $x=\frac{3}{5},\ y=\frac{-6}{5}$

www.yoquieroaprobar.es

Página 139

4 **Resuelve este sistema simplificando previamente:**

$$\begin{cases} \mathbf{5(x+3)-2(y-1)=3(5x-y)-8x} \\ \mathbf{\dfrac{x+1}{7}-\dfrac{y}{5}=2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(x+3)-2(y-1)=3(5x-y)-8x \\ \dfrac{x+1}{7}-\dfrac{y}{5}=2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 5x+15-2y+2=15x-3y-8x \\ 5x+5-7y=70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+y=-17 \\ 5x-7y=65 \end{cases}$$

Por reducción:

$$\begin{cases} -14x+7y=-119 \\ 5x-7y=65 \end{cases}$$

$$-9x = -54 \rightarrow x=6 \rightarrow y=-17+2\cdot 6=-5$$

Solución: $x=6,\ y=-5$

5 **Resuelve este sistema aplicando dos veces el método de reducción:**

$$\begin{cases} \mathbf{7x+5y=11} \\ \mathbf{35x-12y=129} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x+5y=11 \\ 35x-12y=129 \end{cases}$$

Obtenemos la y:

$$\begin{cases} -35x-25y=-55 \\ 35x-12y=129 \end{cases}$$

$$-37y=74 \rightarrow y=-2$$

Obtenemos la x:

$$\begin{cases} 84x+60y=132 \\ 175x-60y=645 \end{cases}$$

$$259x=777 \rightarrow x=3$$

Solución: $x=3,\ y=-2$

www.yoquieroaprobar.es

6 SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

Página 140

1 Resuelve estos sistemas dando su solución o señalando que no la tienen:

a) $\begin{cases} x+y=6 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2+y^2=41 \\ x^2-y^2=9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y=16 \\ x^2+y^2=64 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-y=4 \\ x^2-y^2=64 \end{cases}$

a) $x = 6 - y$

$(6-y)^2 + y^2 = 20 \rightarrow 36 - 12y + y^2 + y^2 = 20 \rightarrow 2y^2 - 12y + 16 = 0 \rightarrow y^2 - 6y + 8 = 0$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \begin{array}{l} y = 4 \\ y = 2 \end{array}$$

Si $y = 4 \rightarrow x = 6 - 4 = 2$

Si $y = 2 \rightarrow x = 6 - 2 = 4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 2, \ y_1 = 4 \\ x_2 = 4, \ y_2 = 2 \end{cases}$

b) Sumamos las dos ecuaciones, utilizando el método de reducción:

$2x^2 = 50 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5, \ x = -5$

Si $x = 5 \rightarrow y^2 = 41 - 5^2 = 41 - 25 = 16 \rightarrow y = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

Si $x = -5 \rightarrow y^2 = 41 - 5^2 = 41 - 25 = 16 \rightarrow y = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 5, \ y_1 = 4 \\ x_2 = 5, \ y_2 = -4 \\ x_3 = -5, \ y_3 = 4 \\ x_4 = -5, \ y_4 = -4 \end{cases}$

c) $x = 16 - y$

$(16-y)^2 + y^2 = 64 \rightarrow 256 - 32y + 2y^2 = 64 \rightarrow 2y^2 - 32y + 192 = 0 \rightarrow y^2 - 16y + 96 = 0$

$$y = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 96}}{2} = \frac{16 \pm \sqrt{-128}}{2}$$ No tiene solución.

d) $x = 4 + y$

$(4+y)^2 - y^2 = 64 \rightarrow 16 + 8y = 64 \rightarrow y = \dfrac{48}{8} = 6$

Solución: $x = 10, \ y = 6$

www.yoquieroaprobar.es

7 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE SISTEMAS

Página 141

1 **Si al doble de un número de dos cifras se le resta el resultado de invertir el orden de las cifras del número original, se obtiene 31. Si la resta de las unidades menos las decenas es 3, ¿de qué número se trata?**

Llamamos $(10x + y)$ al número buscado

$$\begin{cases} 2(10x + y) - (10y + x) = 31 \\ y - x = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 19x - 8y = 31 \\ y = x + 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases}$$

El número buscado es 58.

2 **Ayer, en una clase, había 10 chicos más que chicas. Hoy, que ha entrado una chica nueva, el número de chicos es el doble que de chicas. ¿Cuántos chicos y chicas había ayer en la clase?**

$x \rightarrow$ n.º de chicos en clase ayer

$y \rightarrow$ n.º de chicas en clase ayer

$$\left.\begin{array}{l} x = 10 + y \\ x = 2(y + 1) \end{array}\right\} \rightarrow 10 + y = 2(y + 1) \rightarrow y = 8 \rightarrow x = 18$$

Ayer, en la clase, había 18 chicos y 8 chicas.

www.yoquieroaprobar.es

Página 142

3 Hemos mezclado aceite de oliva de 3,50 €/L con aceite de girasol de 2 €/L para obtener 50 L de mezcla a 3,08 €/L. Calcula la cantidad de aceite de oliva y de aceite de girasol que hemos mezclado.

	CANTIDAD	PRECIO
OLIVA	x	3,5
GIRASOL	y	2
MEZCLA	50	3,08

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3,5x + 2y = 50 \cdot 3,08 \end{cases} \to \begin{cases} y = 50 - x \\ 3,5x + 2(50 - x) = 154 \end{cases} \to 3,5x + 100 - 2x = 154 \to$$

$$\to 1,5x = 54 \to x = 36 \to y = 14$$

36 *l* de aceite de oliva y 14 *l* de girasol.

4 He pagado 90,50 € por una camisa y un jersey que costaban, entre los dos, 110 €. En la camisa me han rebajado un 20 %, y en el jersey, un 15 %. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

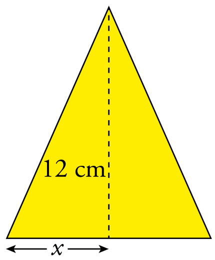
De la camisa que valía x, pagaré $0,8x$ debido a la rebaja; y del jersey, que valía y, pagaré $0,85y$.

$$\begin{cases} x + y = 110 \\ 0,8x + 0,85y = 90,50 \end{cases}$$

$0,8(110 - y) + 0,85y = 90,50 \to 88 - 0,8y + 0,85y = 90,50 \to 0,05y = 2,5 \to y = 50,\ x = 60$

La camisa valía 60 €, y el jersey, 50 €.

5 El perímetro de un triángulo isósceles es de 36 cm. La altura relativa al lado desigual mide 12 cm. Calcula la medida de los lados iguales.



Si llamas x a la mitad de la base, se simplifican mucho los cálculos.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 36 \\ y^2 - x^2 = 12^2 \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 18 \\ y^2 - x^2 = 144 \end{cases} \to \begin{cases} y = 18 - x \\ (18 - x)^2 - x^2 = 144 \end{cases} \to$$

$$\to 324 - 36x + x^2 - x^2 = 144 \to 36x = 180 \to x = 5 \to y = 18 - 5 = 13$$

Los lados iguales miden 13 cm.

www.yoquieroaprobar.es

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Página 143

3. Dimensiones de un rectángulo

Hazlo tú

- **El perímetro de un rectángulo es 24 cm. Si la base disminuye 2 cm y la altura aumenta 1 cm, el área disminuye 5 cm². Halla sus dimensiones.**

Base del rectángulo $\to x$

Altura del rectángulo $\to y$.

$$\begin{cases} 2(x+y) = 24 \ \to \ x + y = 12 \ \to \ y = 12 - x \\ (x-2)(y+1) = xy - 5 \ \to \ x - 2y = -3 \end{cases}$$

$$x - 2y = -3 \ \to \ x - 2(12 - x) = -3 \ \to \ x - 24 + 2x = -3 \ \to \ 3x = 21 \ \to$$
$$\to \ x = 7 \ ; \ y = 5$$

La base del rectángulo mide 7 cm, y la altura, 5 cm.

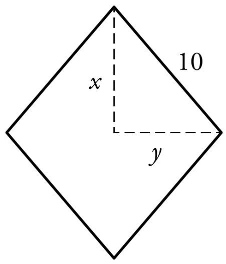
4. Trapecio

Hazlo tú

- **Las diagonales de un rombo de 10 cm de lado suman 28 cm. ¿Cuánto mide cada diagonal?**

Diagonal mayor $\to$ D. Llamamos $x = \text{D}/2$.

Diagonal menor $\to$ d. Llamamos $y = \text{d}/2$.



$$\begin{cases} x + y = 14 \ \to \ y = 14 - x \\ x^2 + y^2 = 100 \ \to \ x^2 + (14 - x)^2 = 100 \ \to \ x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100 \ \to \end{cases}$$

$$\to \ 2x^2 - 28x + 96 = 0 \ \to \ x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 192}}{2} = \frac{14 \pm 2}{2} \begin{cases} x_1 = 8 \ \to \ y_1 = 6 \\ x_2 = 6 \ \to \ y_2 = 8 \end{cases}$$

La diagonal mayor mide 16 cm, y la menor, 12 cm.

www.yoquieroaprobar.es

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 144

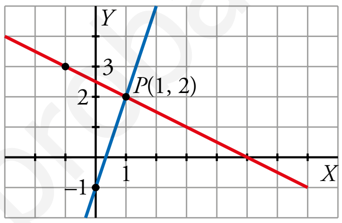
Practica

1 **Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:**

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$



$3x - y = 1$

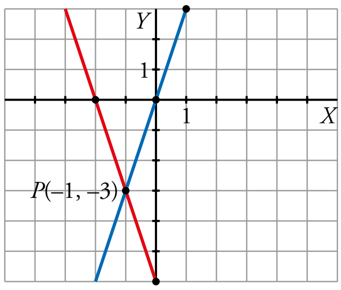
x	0	1
y	–1	2

$x + 2y = 5$

x	1	–1
y	2	3

Solución: $x = 1,\ y = 2$

b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$



$3x - y = 0$

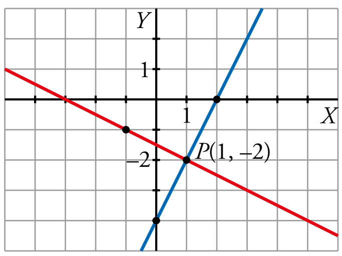
x	0	1
y	0	3

$3x + y = -6$

x	0	–2
y	–6	0

Solución: $x = -1,\ y = -3$

c) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$



$x + 3y = -5$

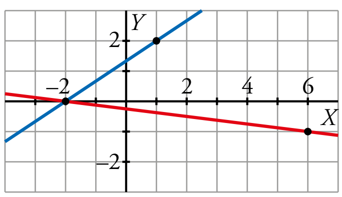
x	1	–2
y	–2	–1

$2x - y = 4$

x	0	1
y	–4	–2

Solución: $x = 1,\ y = -2$

d) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$



$2x - 3y = -4$

x	1	–2
y	2	0

$x + 8y = -2$

x	6	–2
y	–1	0

Solución: $x = -2,\ y = 0$

www.yoquieroaprobar.es

2 **Resuelve por sustitución.**

a) $\begin{cases} x+3y=0 \\ 2x+y=-5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 8x-3y=-25 \\ x-5y=-17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 7x-y=-6 \\ 4x+3y=3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x+16=2y \\ 2y-3x=16 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{r} x+3y=0 \\ 2x+y=-5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x=-3y \\ 2(-3y)+y=-5 \ \to \end{array}$

$\to -6y+y=-5 \to -5y=-5 \to y=1 \to x=-3\cdot 1=-3$

Solución: $x=-3,\ y=1$

b) $\left.\begin{array}{r} 8x-3y=-25 \\ x-5y=-17 \end{array}\right\} \to$

$\to x=-17+5y \to 8(-17+5y)-3y=-25 \to -136+40y-3y=-25 \to$

$\to 37y=111 \to y=3 \to x=-17+15=-2$

Solución: $x=-2,\ y=3$

c) $\left.\begin{array}{r} 7x-y=-6 \\ 4x+3y=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 7x+6=y \\ 4x+3(7x+6)=3 \ \to \ 4x+21x+18=3 \ \to \end{array}$

$\to 25x=-15 \to x=\dfrac{-15}{25}=-\dfrac{3}{5} \to y=7\left(-\dfrac{3}{5}+6\right)=\dfrac{9}{5}$

Solución: $x=-\dfrac{3}{5},\ y=\dfrac{9}{5}$

d) $\left.\begin{array}{r} 2x+16=2y \\ 2y-3x=16 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y=\dfrac{2x+16}{2}=x+8 \\ 2(x+8)-3x=16 \ \to \end{array}$

$\to 2x+16-3x=16 \to -x=0 \to x=0 \to y=8$

Solución: $x=0,\ y=8$

www.yoquieroaprobar.es

3 **Resuelve por igualación.**

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + \ \ y = -1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 & \to \ y = 3x - 1 \\ 2x + y = -1 & \to \ y = -2x - 1 \end{cases} \to 3x - 1 = -2x - 1 \to 5x = 0 \to x = 0;\ y = -1$

Solución: $x = 0,\ y = -1$

b) $\left.\begin{array}{l} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = -4 - 3y \\ x = 6 + 2y \end{array}\right\} \to -4 - 3y = 6 + 2y \to -4 - 6 = 5y \to y = -2 \to$

$\to x = -4 - 3(-2) = 2$

Solución: $x = 2,\ y = -2$

c) $\left.\begin{array}{l} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 6x \\ y = \dfrac{7x + 5}{2} \end{array}\right\} \to 6x = \dfrac{7x + 5}{2} \to 12x = 7x + 5 \to 5x = 5 \to x = 1 \to$

$\to y = 6 \cdot 1 = 6$

Solución: $x = 1,\ y = 6$

d) $\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = -4 \\ 2x + \ \ y = -1 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = \dfrac{3x + 4}{4} \\ y = -1 - 2x \end{array}\right\} \to \dfrac{3x + 4}{4} = -1 - 2x \to 3x + 4 = -4 - 8x \to 11x = -8 \to$

$\to x = \dfrac{-8}{11} \to y = -1 - 2\left(\dfrac{-8}{11}\right) = \dfrac{5}{11}$

Solución: $x = \dfrac{-8}{11},\ y = \dfrac{5}{11}$

www.yoquieroaprobar.es

4 Resuelve por reducción.

a) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + \ \ y = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \ \ x + 2y = 1 \\ 3x - \ \ y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 5y = -9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 19 \\ 4x + 3y = -3 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 4x - 3y = 2 \\ 2x + \ \ y = -4 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 4x - 3y = \ \ 2 \\ 6x + 3y = -12 \end{array}\right\}$

$10x = -10 \rightarrow x = -1 \rightarrow 2(-1) + y = -4 \rightarrow y = -2$

Solución: $x = -1, \ y = -2$

b) $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ 3x - \ \ y = 7 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} x + 2y = \ \ 1 \\ 6x - 2y = 14 \end{array}\right\}$

$7x = 15 \rightarrow x = \dfrac{15}{7} \rightarrow \dfrac{15}{7} + 2y = 1 \rightarrow y = \dfrac{1 - 15/7}{2} = -\dfrac{4}{7}$

Solución: $x = \dfrac{15}{7}, \ y = -\dfrac{4}{7}$

c) $\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 5y = -9 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -4x - 6y = -2 \\ 4x - 5y = -9 \end{array}\right\}$

$-11y = -11 \rightarrow y = 1 \rightarrow 2x + 3 \cdot (1) = 1 \rightarrow x = -1$

Solución: $x = -1, \ y = 1$

d) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 19 \\ 4x + 3y = -3 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 9x - 6y = 57 \\ 8x + 6y = -6 \end{array}\right\}$

$17x = 51 \rightarrow x = 3 \rightarrow 3 \cdot 3 - 2y = 19 \rightarrow y = -5$

Solución: $x = 3, \ y = -5$

www.yoquieroaprobar.es

5 **Resuelve los siguientes sistemas. Indica si alguno de ellos es incompatible o indeterminado:**

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 1,23x + 0,8y = 3,75 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x-1) + y = 0 \\ 3(x+1) + y = -5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases}$ Por reducción: $\begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ -6,5x + 5y = -16 \end{cases} \to$

$\to -4,5x = -18 \to x = 4 \to 2 \cdot 4 - 5y = -2 \to 10 = 5y \to y = 2$

Solución: $x = 4,\ y = 2$

b) $\begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 1,23x + 0,8y = 3,75 \end{cases}$ Por sustitución: $y = \dfrac{6,1 - 0,2x}{1,7}$

$$1,23x + 0,8\left(\frac{6,1 - 0,2x}{1,7}\right) = 3,75 \to 1,23x + \frac{4,88 - 0,16x}{1,7} = 3,75 \to$$

$$\to 2,091x + 4,88 - 0,16x = 6,375 \to$$

$$\to 1,931x = 1,495 \to x = \frac{1,495}{1,931} = 0,77 \to$$

$$\to y = \frac{6,1 - 0,2 \cdot 0,77}{1,7} = 3,5$$

Solución: $x = 0,77,\ y = 3,5$

c) $\begin{cases} 3(x-1) + y = 0 \\ 3(x+1) + y = -5 \end{cases} \to \begin{cases} 3x - 3 + y = 0 \\ 3x + 3 + y = -5 \end{cases} \to \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 3x + y = -8 \end{cases}$

No tiene solución. Es incompatible.

d) $\begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases} \to \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + 6y = 12 \end{cases} \to$ Tiene infinitas soluciones. Es indeterminado.

www.yoquieroaprobar.es

6 **Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando dos veces el método de reducción para despejar cada una de las incógnitas:**

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -4x + 5y = -14 \\ 3x + 7y = -11 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 10 \\ 2x + 3y = 5 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{r} 6x + 4y = 20 \\ -6x - 9y = -15 \end{array}\right\}$

$-5y = 5 \rightarrow y = -1$

$\left.\begin{array}{r} 9x + 6y = 30 \\ -4x - 6y = -10 \end{array}\right\}$

$5x \quad = 20 \rightarrow x = 4$

Solución: $x = 4, \; y = -1$

b) $\left.\begin{array}{r} -4x + 5y = -14 \\ 3x + 7y = -11 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{r} -12x + 15y = -42 \\ 12x + 28y = -44 \end{array}\right\}$

$43y = -86 \rightarrow y = -2$

$\left.\begin{array}{r} -28x + 35y = -98 \\ -15x - 35y = 55 \end{array}\right\}$

$-13x \quad = -43 \rightarrow x = 1$

Solución: $x = 1, \; y = -2$

www.yoquieroaprobar.es

7 **Observa y compara las ecuaciones que forman estos sistemas y di cuál de ellos tiene una única solución, cuál no tiene solución y cuál tiene infinitas soluciones. Compruébalo representando las rectas que los forman:**

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$

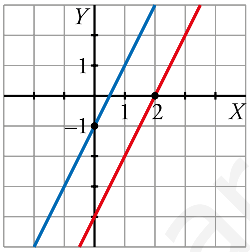
a) $\left.\begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{array}\right\}$ No tiene solución.

$2x - y = 1$

X	0	2
Y	–1	3

$4x - 2y = 8 \rightarrow 2x - y = 4$

X	0	2
Y	–4	0



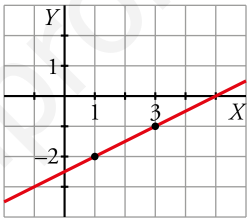
b) $\left.\begin{array}{l} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{array}\right\}$ Tiene infinitas soluciones.

$x - 2y = 5$

X	1	3
Y	–2	–1

$2x - 4y = 10 \rightarrow x - 2y = 5$

Es la misma recta



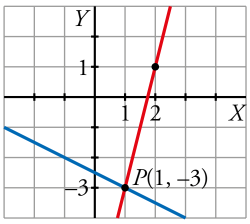
c) $\left.\begin{array}{l} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{array}\right\}$ Tiene una solución, $x = 1$, $y = -3$.

$5x + 2y = -1$

X	1	–1
Y	–3	–2

$4x - y = 7$

X	1	2
Y	–3	1



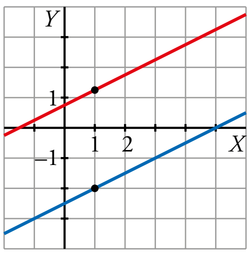
d) $\left.\begin{array}{l} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{array}\right\}$ No tiene solución.

$x - 2y = 5$

X	1	–1
Y	–2	–3

$2x - 4y = -3$

X	1	3
Y	5/4	9/4



www.yoquieroaprobar.es

8 Simplifica y resuelve.

a) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 4 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3(x + 1) + 2(y - 3) = 8 \\ 4(7 - 2x) - (2y - 5) = -3 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{array}\right\}$ Por sustitución: $y = -2x \rightarrow 5x - 3 = 9(-2x) - 3 \rightarrow$

$\rightarrow 5x - 3 = -18x - 3 \rightarrow 23x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -2 \cdot 0 = 0$

Solución: $x = 0,\ y = 0$

b) $\left.\begin{array}{l} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6x - 4 = y - 1 \\ 3x + 3y + 2x - 2y = 8 \rightarrow 5x + y = 8 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{array}\right\}$

Por reducción: $11x = 11 \rightarrow x = 1 \rightarrow 6 \cdot 1 - y = 3 \rightarrow y = 3$

Solución: $x = 1,\ y = 3$

c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 4 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 2 \end{array}\right\}$ Por reducción: $\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 24 \\ 2x + \ \ y = 8 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 24 \\ -2x - \ \ y = -8 \end{array}\right\} \rightarrow$

$\rightarrow -4y = 16 \rightarrow y = -4 \rightarrow 2x - 3(-4) = 24 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$

Solución: $x = 6,\ y = -4$

d) $\left.\begin{array}{l} 3(x + 1) + 2(y - 3) = 8 \\ 4(7 - 2x) - (2y - 5) = -3 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 11 \\ -8x - 2y = -36 \end{array}\right\}$

$-5x = \quad -25 \rightarrow x = 5$

$3 \cdot (5) + 2y = 11 \rightarrow 2y = -4 \rightarrow y = -2$

Solución: $x = 5,\ y = -2$

9 **Simplifica y elige el método más adecuado para su resolución.**

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{7} = \dfrac{y}{5} \\ 3x - y = 24 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{2x}{3} = \dfrac{3y}{4} \\ x + 2y = 50 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{2-x}{3} + \dfrac{3+y}{6} = 2 \\ \dfrac{8-3x}{6} - \dfrac{2+y}{9} = 2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y+1}{4} = 1 \\ \dfrac{2x-1}{2} - \dfrac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$

a) Por sustitución: $x = \dfrac{7y}{5}$

$3\left(\dfrac{7y}{5}\right) - y = 24 \rightarrow 16y = 120 \rightarrow y = 7{,}5 \rightarrow x = \dfrac{7 \cdot 7{,}5}{5} = 10{,}5$

Solución: $x = 10{,}5$; $y = 7{,}5$

b) Por sustitución: $x = \dfrac{9y}{8}$

$\left(\dfrac{9y}{8}\right) + 2y = 50 \rightarrow 25y = 400 \rightarrow y = 16 \rightarrow x = \dfrac{9 \cdot 16}{8} = 18$

Solución: $x = 18$, $y = 16$

c) $\left.\begin{aligned} \dfrac{2-x}{3} + \dfrac{3+y}{6} = 2 \\ \dfrac{8-3x}{6} - \dfrac{2+y}{9} = 2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} 2(2-x) + 3 + y = 12 \\ 3(8-3x) - 2(2+y) = 36 \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow \begin{cases} 4 - 2x + 3 + y = 12 \\ 24 - 9x - 4 - 2y = 36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x + \ \ y = 5 \\ -9x - 2y = 16 \end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow \begin{cases} -4x + 2y = 10 \\ -9x - 2y = 16 \end{cases} \rightarrow -13x = 26 \rightarrow x = -2 \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{2-(-2)}{3} + \dfrac{3+y}{6} = 2 \rightarrow \dfrac{3+y}{6} = 2 - \dfrac{4}{3} \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{3+y}{6} = \dfrac{2}{3} \rightarrow y = 1$

Solución: $x = -2$, $y = 1$

www.yoquieroaprobar.es

d) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{y+1}{4}=1\\[2ex]\dfrac{2x-1}{2}-\dfrac{2y+1}{6}=1\end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases}2(x-1)+y+1=4\\3(2x-1)-(2y+1)=6\end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow \begin{cases}2x-2+\ \ y+1=4\\6x-3-3y-1=6\end{cases} \rightarrow \begin{cases}2x+\ \ y=5\\6x-2y=10\end{cases} \rightarrow$

$\rightarrow \begin{cases}4x+2y=10\\6x-2y=10\end{cases} \rightarrow 10x=20 \rightarrow x=2 \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{2-1}{2}+\dfrac{y+1}{4}=1 \rightarrow \dfrac{y+1}{4}=\dfrac{1}{2} \rightarrow y=1$

Solución: $x=2,\ y=1$

www.yoquieroaprobar.es

10 **Resuelve.**

a) $\begin{cases} \dfrac{7}{3}x + \dfrac{3}{4}y = 41 \\ -\dfrac{3}{5}x + \dfrac{5}{2}y = 11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{1}{5}x - 0,3y = \dfrac{6}{5} \\ 0,4x + \dfrac{7}{5}y = -1,6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x+15}{8} + \dfrac{3(y+1)}{16} = 3 \\ \dfrac{7-x}{2} - \dfrac{1+y}{12} = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{3x+11}{4} - \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{23}{6} \\ \dfrac{2x-1}{2} - \dfrac{y+3}{4} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$

a) Por igualación:

1.ª ecuación [mín.c.m. (3, 4) = 12] $\rightarrow$ $28x + 9y = 492 \rightarrow x = \dfrac{492 - 9y}{28}$

2.ª ecuación [mín.c.m. (5, 2) = 10] $\rightarrow$ $-6x + 25y = 110 \rightarrow x = \dfrac{110 - 25y}{-6}$

$$\dfrac{492 - 9y}{28} = \dfrac{110 - 25y}{-6} \rightarrow -2\,952 + 54y = 3\,080 - 700y \rightarrow 754y = 6\,032 \rightarrow y = 8 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \dfrac{492 - 9 \cdot 8}{28} = 15$$

Solución: $x = 15,\ y = 8$

b) Por reducción: multiplicamos por 5 ambas ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l} x - 1,5y = 6 \\ 2x + 7y = -8 \end{array}\right\}$ Multiplicamos por –2 la 1.ª ecuación y sumamos ambas

$$\left.\begin{array}{r} -2x + 3y = -12 \\ 2x + 7y = -\ \ 8 \end{array}\right\} \rightarrow 10y = -20 \rightarrow y = \dfrac{-20}{10} = -2 \rightarrow x = \dfrac{-8 - 7 \cdot (-2)}{2} = \dfrac{6}{2} = 3$$

Solución: $x = 3,\ y = -2$

c) Por reducción: en la 1.ª ecuación, mín.c.m. (8, 16) = 16; y en la 2.ª, mín.c.m. (2, 12) = 12.

$$\left.\begin{array}{l} 2(x + 15) + 3(y + 1) = 48 \\ 6(7 - x) - (1 + y) = 36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x + 3y = 15 \\ -6x - y = -5 \end{array}\right\}$$

Multiplicamos por 3 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = \ \ 15 \\ -18x - 3y = -15 \end{array}\right\} \rightarrow -16x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -6 \cdot 0 + 5 = 5$$

Solución: $x = 0,\ y = 5$

d) Por reducción: mín.c.m. (4, 3, 6) = 12, mín.c.m. (2, 4) = 4

$$\left.\begin{array}{l} 3(3x + 11) - 4(y + 1) = 46 \\ 2(2x - 1) - (y + 3) = 1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 9x - 4y = 17 \\ 4x - \ \ y = 6 \end{array}\right\}$$

Multiplicamos por –4 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$$\left.\begin{array}{r} 9x - 4y = \ \ 17 \\ -16x + 4y = -24 \end{array}\right\} \rightarrow -7x = -7 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 4 - 6 = -2$$

Solución: $x = 1,\ y = -2$

www.yoquieroaprobar.es

11 Resuelve por sustitución.

a) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 5 \\ (x-3)^2 + 2y^2 = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 9 \\ x^2 + y^2 = 41 \end{cases}$

a) $x = 2 + y$

$(2+y)^2 - y^2 = 16 \rightarrow 4 + 4y + y^2 - y^2 = 16 \rightarrow 4y = 12 \rightarrow y = 3$

Solución: $x = 5,\ y = 3$

b) $x = 1 - y$

$2(1-y)^2 - y^2 = 2 \rightarrow 2 - 4y + 2y^2 - y^2 = 2 \rightarrow y^2 - 4y = 0 < \begin{matrix} y = 0 \\ y = 4 \end{matrix}$

Si $y = 0 \rightarrow x = 1 - 0 = 1$

Si $y = 4 \rightarrow x = 1 - 4 = -3$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 1,\ y_1 = 0 \\ x_2 = -3,\ y_2 = 4 \end{cases}$

c) $x = 5 + y$

$(5 + y - 3)^2 + 2y^2 = 11 \rightarrow 4 + 4y + y^2 + 2y^2 = 11 \rightarrow 3y^2 + 4y - 7 = 0$

$y = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7)}}{2 \cdot 3} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{100}}{6} = \dfrac{-4 \pm 10}{6} < \begin{matrix} y = 1 \\ y = -\dfrac{7}{3} \end{matrix}$

Si $y = 1 \rightarrow x = 5 + 1 = 6$

Si $y = \dfrac{-7}{3} \rightarrow x = 5 - \dfrac{7}{3} = \dfrac{15-7}{3} = \dfrac{8}{3}$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 6,\ y_1 = 1 \\ x_2 = \dfrac{8}{3},\ y_2 = -\dfrac{7}{3} \end{cases}$

d) $x = 9 - y$

$(9-y)^2 + y^2 = 41 \rightarrow 81 - 18y + y^2 + y^2 = 41 \rightarrow 2y^2 - 18y + 40 = 0 \rightarrow y^2 - 9y + 20 = 0$

$y = \dfrac{18 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 2 \cdot 40}}{2 \cdot 2} = \dfrac{18 \pm \sqrt{4}}{4} = \dfrac{18 \pm 2}{4} < \begin{matrix} y = 5 \\ y = 4 \end{matrix}$

Si $y = 5 \rightarrow x = 9 - 5 = 4$

Si $y = 4 \rightarrow x = 9 - 4 = 5$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 4,\ y_1 = 5 \\ x_2 = 5,\ y_2 = 4 \end{cases}$

www.yoquieroaprobar.es

Página 145

12 Resuelve por sustitución.

a) $\begin{cases} x+y=8 \\ xy+x^2=24 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ xy=-3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 2xy=24 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x-2y=0 \\ xy=24 \end{cases}$

a) $y = 8 - x$

$x(8-x) + x^2 = 24 \to 8x - x^2 + x^2 = 24 \to 8x = 24 \to x = 3 \to y = 8 - 3 = 5$

Solución: $x = 3,\ y = 5$

b) $y = 1 - 2x$

$x(1-2x) = -3 \to x - 2x^2 = -3 \to -2x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-1 \pm 5}{-4} \begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

Si $x = -1 \to y = 1 - 2 \cdot (-1) = 3$

Si $x = \dfrac{3}{2} \to y = 1 - 2 \cdot \dfrac{3}{2} = -2$

Solución: $\begin{cases} x_1 = -1,\ y_1 = 3 \\ x_2 = \dfrac{3}{2},\ y_2 = -2 \end{cases}$

c) $x = \dfrac{1+3y}{2}$

$2\left(\dfrac{1+3y}{2}\right)y = 24 \to y + 3y^2 = 24 \to 3y^2 + y - 24 = 0$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-24)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm 17}{6} \begin{cases} y = \dfrac{8}{3} \\ y = -3 \end{cases}$$

Si $y = \dfrac{8}{3} \to x = \dfrac{1 + 3 \cdot \frac{8}{3}}{2} = \dfrac{9}{2}$

Si $y = -3 \to x = \dfrac{1 + 3 \cdot (-3)}{2} = -4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{9}{2},\ y_1 = \dfrac{8}{3} \\ x_2 = -4,\ y_2 = -3 \end{cases}$

d) $x = \dfrac{2y}{3}$

$\left(\dfrac{2y}{3}\right)y = 24 \to \dfrac{2y^2}{3} = 24 \to y^2 = 36 \to y = \pm\sqrt{36} \begin{cases} y = 6 \\ y = -6 \end{cases}$

Si $y = 6 \to x = \dfrac{2 \cdot 6}{3} = 4$

Si $y = -6 \to x = \dfrac{2 \cdot (-6)}{3} = -4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 4,\ y_1 = 6 \\ x_2 = -4,\ y_2 = -6 \end{cases}$

www.yoquieroaprobar.es

13 Resuelve por reducción.

a) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 2 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 13 \\ 2x^2 - y^2 = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x^2 - 2y^2 = -2 \\ 2x^2 + 3y^2 = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x^2 - y^2 = -25 \end{cases}$

a) Sumamos las dos ecuaciones: $3x^2 = 27 \to x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$

Si $x = 3 \to 9 + y^2 = 2 \to y^2 = 25 - 9 = 16 \to y = \pm 4$

Si $x = -3 \to 9 + y^2 = 25 \to y^2 = 25 - 9 = 16 \to y = \pm 4$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 3, \ y_1 = 4 \\ x_2 = 3, \ y_2 = -4 \\ x_3 = -3, \ y_3 = 4 \\ x_4 = -3, \ y_4 = -4 \end{cases}$

b) Multiplicamos por 3 la segunda ecuación y sumamos ambas:

$\left.\begin{array}{r} x^2 + 3y^2 = 13 \\ 6x^2 - 3y^2 = -6 \end{array}\right\} \to 7x^2 = 7 \to x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 1, \ y_1 = 2 \\ x_2 = 1, \ y_2 = -2 \\ x_3 = -1, \ y_3 = 2 \\ x_4 = -1, \ y_4 = -2 \end{cases}$

c) Multiplicamos la primera ecuación por 3, la segunda por 2 y las sumamos:

$\left.\begin{array}{r} 9x^2 - 6y^2 = -6 \\ 4x^2 + 6y^2 = 6 \end{array}\right\} \to 13x^2 = 0 \to x = 0$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 0, \ y_1 = 1 \\ x_2 = 0, \ y_2 = -1 \end{cases}$

d) Sumamos ambas ecuaciones: $2x^2 = -8 \to x = \pm\sqrt{-4} \to$ No existe. No tiene solución.

Resuelve problemas

14 La diferencia de dos números es 24. Si le sumamos 8 a cada uno, se obtienen otros dos tales que el mayor es triple del menor. ¿De qué números se trata?

Llamamos x e y a los números buscados.

$\left.\begin{array}{l} x - y = 24 \\ x + 8 = 3(y + 8) \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -x + y = -24 \\ x - 3y = 16 \end{array}\right\}$

$-2y = -8 \to y = 4 \to x - 4 = 24 \to x = 28$

Los números buscados son 28 y 4.

15 **El precio de un museo es 7 € la entrada adulta y 3 € la infantil. El martes visitaron el museo 235 personas y se recaudaron 1 485 €. ¿Cuántas entradas adultas y cuántas infantiles se vendieron?**

Llamamos x al número de entradas adultas que vendió el museo, e y, al número de entradas infantiles.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 235 \\ 7x + 3y = 1485 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to\ x = 235 - y \\ \to\ 7(235 - y) + 3y = 1485\ \to\ 1645 - 4y = 1485\ \to\ 4y = 160\ \to\ y = 40 \end{array}$$

$$x = 235 - 40 = 195$$

Se vendieron 195 entradas adultas y 40 infantiles.

16 **En una panadería, Alicia compra 4 bollos y 3 chocolatinas por 8,75 €. Si Pedro paga lo mismo por 3 bollos y 4 chocolatinas, ¿cuánto cuesta un bollo? ¿Y una chocolatina?**

Llamamos x al precio de un bollo e y al de una chocolatina.

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 3y = 8,75 \\ 3x + 4y = 8,75 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 12x + 9y = 26,25 \\ -12x - 16y = -35 \end{array}\right\}$$

$$-7y = -8,75\ \to\ y = 1,25$$

$$3x + 4(1,25) = 8,75\ \to\ 3x = 3,75\ \to\ x = 1,25$$

Un bollo cuesta 1,25 €, y una chocolatina, 1,25 €.

17 **El presupuesto de una biblioteca es de 100 € para libros y discos. Si compran 3 libros y 4 discos, sobran 5 €, y si compran 4 libros y 4 discos, faltan 10 €. Halla el precio de un libro y el de un disco.**

Llamamos x al precio de un libro e y al de un disco.

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 4y = 95 \\ 4x + 4y = 110 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x + 4y = 95 \\ -4x - 4y = -110 \end{array}\right\}$$

$$-x = -15\ \to\ x = 15$$

$$3 \cdot 15 + 4y = 95\ \to\ 4y = 50\ \to\ y = 12,5$$

Un libro cuesta 15 €, y un disco, 12,50 €.

18 **De los 1 200 estudiantes de un centro escolar, un grupo de 333 participan en una actividad deportiva. Ese grupo está compuesto por el 30 % de las chicas y el 25 % de los chicos del centro. ¿Cuántas chicas y cuántos chicos hay en ese centro?**

Llamamos x al número de chicas e y al de chicos.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1200 \\ 0,3x + 0,25y = 333 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to\ x = 1\,200 - y \\ \to\ 0,3(1\,200 - y) + 0,25y = 333\ \to \end{array}$$

$$\to\ 360 - 0,3y + 0,25y = 333\ \to\ 0,05y = 27\ \to\ y = 540$$

$$x = 1\,200 - 540 = 660$$

Hay 660 chicas y 540 chicos.

www.yoquieroaprobar.es

19 **En un test de 50 preguntas, por cada una acertada te dan 4 puntos y por cada una errónea o no contestada te restan 3 puntos. Si mi nota ha sido el 58 % de la puntuación máxima que se puede obtener, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?**

Llamamos x al número de aciertos e y al de fallos.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 50 \\ 4x - 3y &= 0,58 \cdot 200 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} -4x - 4y &= -200 \\ 4x - 3y &= 116 \end{aligned}\right\}$$

$$-7y = -84 \to y = 12$$

$$x + 12 = 50 \to x = 38$$

He obtenido 38 aciertos y 12 fallos.

20 **El área de un trapecio es 64 cm². Si sus bases se diferencian en 4 cm y tiene 6 cm de altura, ¿cuánto miden sus bases?**

Llamamos B a la base mayor y b a la menor.

$$\left.\begin{aligned} B - b &= 4 \\ \frac{(B+b)\cdot 6}{2} &= 64 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} B - b &= 4 \\ 3B + 3b &= 64 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} 3B - 3b &= 12 \\ 3B + 3b &= 64 \end{aligned}\right\}$$

$$6B = 76 \to B = \frac{76}{6} = \frac{38}{3}$$

$$\frac{38}{3} - b = 4 \to b = \frac{38}{3} - 4 = \frac{26}{3}$$

La base mayor mide $\frac{38}{3}$ cm y la menor, $\frac{26}{3}$ cm.

21 **Halla una fracción tal que si se le suma una unidad al numerador y se deja el mismo denominador la fracción es igual a 1/2. Y si se mantiene el numerador inicial y se suman 3 unidades al denominador, la fracción es igual a 1/3.**

Llamamos x al numerador de la fracción e y al denominador.

$$\left.\begin{aligned} \frac{x+1}{y} &= \frac{1}{2} \\ \frac{x}{y+3} &= \frac{1}{3} \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} 2x + 2 &= y \\ 3x &= y + 3 \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} 2x - y &= -2 \\ 3x - y &= 3 \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} -2x + y &= 2 \\ 3x - y &= 3 \end{aligned}\right\} \to$$

$$\to x = 5 \to y = 2 \cdot 5 + 2 = 12$$

La fracción buscada es $\frac{5}{12}$.

22 **Sabemos que dos números suman 34. Si al mayor lo dividimos entre 3 y al menor entre 4, los resultados obtenidos se diferencian en 2 unidades. Halla dichos números.**

Llamamos x e y a los números.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 34 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} &= 2 \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} x + y &= 34 \\ 4x - 3y &= 24 \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} 3x + 3y &= 102 \\ 4x - 3y &= 24 \end{aligned}\right\} \to 7x = 126 \to$$

$$\to x = 18 \to y = 34 - 18 = 16$$

El número mayor es 18, y el menor, 16.

www.yoquieroaprobar.es

23 La edad de Carmen es el triple de la de su hija Maite. Pero dentro de 15 años será el doble de la que entonces tenga su hija. ¿Cuál es la edad de cada una?

Llamamos x a la edad de Maite e y a la de Carmen.

$$\left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x + 15 = 2(y + 15) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 3y \\ x = 2y + 15 \end{array}\right\} \rightarrow 3y = 2y + 15 \rightarrow y = 15$$

Maite tiene 15 años y su madre, Carmen, tiene 45.

24 Hace tres años, la edad de Rubén era el doble de la de Marta. Dentro de 7 años, será de 4/3 de la que entonces tenga Marta. Calcula sus edades.

Edad de Rubén: x. Edad de Marta: y.

$$\left.\begin{array}{l} x - 3 = 2(y - 3) \\ x + 7 = \frac{4}{3}(y + 7) \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x - 2y = -3 \\ 3x - 4y = 7 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} -2x + 4y = 6 \\ 3x - 4y = 7 \end{array}\right\}$$

$$\overline{\quad x \qquad = 13 \quad}$$

$$13 - 2y = -3 \rightarrow 2y = 16 \rightarrow y = 8$$

Rubén tiene 13 años, y Marta, 8 años.

25 He cambiado un montón de monedas de 20 céntimos por monedas de 1 €, de manera que ahora tengo 24 monedas menos que antes. ¿Cuántas monedas de 20 céntimos tenía?

Llamamos x al número de monedas de 20 cént. que tenía e y al número de monedas de 1 € que me dan a cambio.

$$\left.\begin{array}{l} x - y = 24 \\ \frac{x}{5} = y \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} x - \frac{x}{5} = 24 \rightarrow 4x = 120 \rightarrow x = 30 \\ y = \frac{30}{5} = 6 \end{array}$$

Tenía 30 monedas de 20 céntimos.

26 Tengo dos tabletas de chocolate, una contiene el 60 % de cacao, y la otra, el 85 %. ¿Qué cantidad tendré que fundir de cada tableta para obtener una mezcla de 300 g con un 75 % de cacao?

Llamamos x a la cantidad de la primera tableta e y a la de la segunda.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 30 \\ 0,6x + 0,85y = 0,75 \cdot 300 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} -0,6x - 0,6y = -180 \\ 0,6x + 0,85y = 225 \end{array}\right\}$$

$$0,25\,y = 45 \rightarrow y = 180$$

$$x + 180 = 300 \rightarrow x = 120$$

Tengo que fundir 120 g del 60 % con 180 g del 85 %.

www.yoquieroaprobar.es

27 **Hemos mezclado aceite de oliva de 3,50 €/L con aceite de girasol de 2 €/L para obtener 50 L de mezcla a 3,08 €/L. Calcula la cantidad de aceite de oliva y de aceite de girasol que hemos mezclado.**

	CANTIDAD	PRECIO
OLIVA	x	3,5
GIRASOL	y	2
MEZCLA	50	3,08

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3,5x + 2y = 50 \cdot 3,08 \end{cases} \to \begin{cases} y = 50 - x \\ 3,5x + 2(50 - x) = 154 \end{cases} \to 3,5x + 100 - 2x = 154 \to$$

$$\to 1,5x = 54 \to x = 36 \to y = 14$$

36 l de aceite de oliva y 14 l de girasol.

28 **Entre dos autobuses viajan 120 personas. Si del más lleno se trasladan los 2/5 al otro, los dos llevarán el mismo número de personas. ¿Cuántas personas llevaba cada autobús?**

Llamamos x e y al número de pasajeros de cada autobús.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 120 \\ x - \dfrac{2x}{5} = y + \dfrac{2x}{5} \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x + y = 120 \\ 5x - 2x = 5y + 2x \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x + y = 120 \\ x - 5y = 0 \end{array}\right\} \to$$

$$\to \left.\begin{array}{r} x + \ y = 120 \\ -x + 5y = 0 \end{array}\right\} \to 6y = 120 \to y = 20 \to x = 120 - 20 = 100$$

El autobús que más pasajeros llevaba, llevaba 100, y el que menos, 20.

29 **Una empresa recibe el encargo de fabricar cierto número de macetas para una fecha determinada. Al planificar la producción, la gerente advierte que si se fabricasen 250 macetas diarias, faltarían 150 macetas al concluir el plazo. Pero que si se fabricasen 260 macetas diarias, sobrarían 80. ¿Cuántos días de plazo tenían y cuántas macetas les encargaron?**

Llamamos x al número de días de plazo e y al número de macetas.

$$\left.\begin{array}{r} 250x - y = -150 \\ 260x - y = 80 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} -250x + y = 150 \\ 260x - y = 80 \end{array}\right\} \to 10x = 230 \to x = 23 \to y = 5\,900$$

Tienen 23 días de plazo para un encargo de 5 900 macetas.

30 **Por un pantalón y unos zapatos, he pagado 126 €. Si el precio del pantalón aumentara en un 14 %, entonces sería el 75 % del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?**

Llamamos x al precio del pantalón e y al de los zapatos.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 126 \\ 1,14x = 0,75y \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} y = 126 - x \\ 1,14x = 0,75(126 - x) \end{array}\right\} 1,14x = 94,5 - 0,75x \to$$

$$\to 1,89x = 94,5 \to x = 50 \to y = 76$$

Por el pantalón he pagado 50 €, y por los zapatos, 76 €.

www.yoquieroaprobar.es

Página 146

31 **Si te doy 4 de mis libros, tú tendrás el doble que yo. Si tú me das 6 de los tuyos, yo tendré el doble que tú. ¿Cuántos libros tenemos cada uno?**

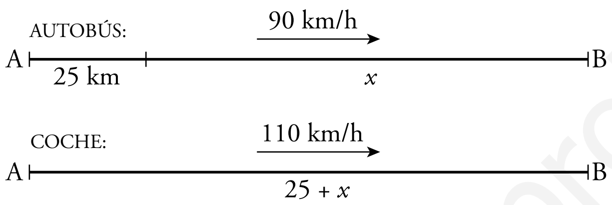
Llamamos x a los libros que yo tengo e y a los que tienes tú.

$$\left.\begin{aligned} y+4 &= 2(x-4) \\ x+6 &= 2(y-6) \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} 2x - y &= 12 \\ x - 2y &= -18 \end{aligned}\right\} \to \left.\begin{aligned} -4x + 2y &= -24 \\ x - 2y &= -18 \end{aligned}\right\} \to -3x = -42 \to x = 14 \to$$

$$\to 2 \cdot 14 - y = 12 \to y = 16$$

Yo tengo 14 libros y tú tienes 16.

32 **Un autobús sale de A a 90 km/h. Cuando ha recorrido 25 km, sale de A un coche a 110 km/h que quiere alcanzar al autobús. ¿Cuánto tiempo tarda en hacerlo y qué distancia recorre hasta conseguirlo?**



	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
AUTOBÚS	x	90	t
COCHE	$25 + x$	110	t

Sabemos que *espacio* = *velocidad* · *tiempo*.

$$\left.\begin{aligned} x &= 90t \\ 25 + x &= 110t \end{aligned}\right\} \to 25 + 90t = 110t \to 20t = 25 \to t = 1{,}25 \to x = 112{,}5$$

Tarda 1,25 h y recorre 137,5 km.

33 **Dos ciudades, A y B, distan 234 km. De A sale un autobús en dirección a B y simultáneamente sale de B un tren en dirección a A. Tardan en cruzarse 1 h y 30 min. ¿Cuál es la velocidad de cada uno si la del autobús supera a la del tren en 5 km/h?**

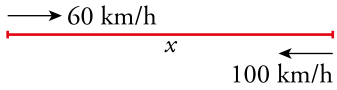
$$\left\{\begin{aligned} &x = v \cdot 1{,}5 \\ &234 - x = (v+5) \cdot 1{,}5 \end{aligned}\right. \to 234 - 1{,}5v = 1{,}5v - 7{,}5 \to$$

$$\to 234 - 7{,}5 = 3v \to v = \frac{226{,}5}{3} = 75{,}5 \text{ km/h}$$

El tren va a 75,5 km/h, y el autobús, a 80,5 km/h.

www.yoquieroaprobar.es

34 **Un autobús escolar hace la ruta entre dos pueblos, A y B. Cuando va lleno lleva una velocidad media de 60 km/h y tarda 15 min más que si va vacío. Si cuando va vacío va a 100 km/h, ¿cuál es la distancia entre A y B?**



$$\left.\begin{array}{l} x = 60t \\ x = 100\,(t - 0{,}25) \end{array}\right\} \to 60t = 100t - 25 \to 40t = 25 \to t = 0{,}625 \to x = 60 \cdot 0{,}625 = 37{,}5$$

La distancia entre A y B es 37,5 km.

35 **Una empresa alquila dos tipos de coches: de 7 plazas y de 5 plazas. Un día se alquilan 11 coches en los que viajan 65 personas con todas las plazas ocupadas. ¿Cuántos coches de cada tipo alquiló?**

Si otro día también se alquilaron 11 coches con todas las plazas ocupadas en los que viajaron 2 personas menos, ¿hubo el mismo número de coches de cada tipo que la vez anterior?

Llamamos x al número de coches de 7 plazas e y al de 5 plazas.

- 1.er día:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 11 \\ 7x + 5y = 65 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} -7x - 7y = -77 \\ 7x + 5y = 65 \\ \hline -2y = -12 \end{array} \to y = 6 \to x = 11 - 6 = 5$$

Alquilo 5 coches de 7 plazas y 6 de 5 plazas.

- 2.º día:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 11 \\ 7x + 5y = 63 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{r} -7x - 7y = -77 \\ 7x + 5y = 63 \\ \hline -2y = -14 \end{array} \to y = 7 \to x = 11 - 7 = 4$$

Alquilo 4 coches de 7 plazas y 7 de 5 plazas..

36 **El perímetro de un rectángulo es 43,4 cm y su área, 112,2 cm². Halla sus dimensiones.**

Llamamos x e y a las dimensiones del rectángulo.

$$\left.\begin{array}{r} 2\,(x + y) = 43{,}4 \\ x \cdot y = 112{,}2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x + y = 21{,}7 \to x = 21{,}7 - y \\ (21{,}7 - y)\,y = 112{,}2 \to -y^2 + 21{,}7\,y - 112{,}2 = 0 \end{array}$$

$$y = \frac{-21{,}7 \pm \sqrt{470{,}89 - 448{,}8}}{-2} \begin{array}{l} y_1 = 8{,}5 \to x_1 = 13{,}2 \\ y_2 = 13{,}2 \to x_2 = 8{,}5 \end{array}$$

Las dimensiones del rectángulo son 13,2 cm × 8,5 cm.

37 **La diferencia de dos números es 2, y la de sus cuadrados, 20. Halla esos números.**

Los números son x e y.

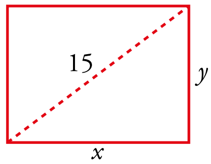
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 20 \end{cases} \to \begin{cases} x = 2 + y \\ (2 + y)^2 - y^2 = 20 \to 4 + 4y + y^2 - y^2 = 20 \to 4y = 16 \to y = 4 \to \end{cases}$$

$$\to x = 6$$

Los números son 6 y 4.

www.yoquieroaprobar.es

38 La diagonal de un rectángulo mide 15 cm, y su perímetro, 42 cm. Calcula sus lados.



$$\begin{cases} 2x + 2y = 42 \\ x^2 + y^2 = 15^2 \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 21 \\ x^2 + y^2 = 225 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} y = 21 - x \\ x^2 + (21 - x)^2 = 225 \end{cases} \to \; x^2 + 441 - 42x + x^2 = 225 \to$$

$$\to 2x^2 - 42x + 216 = 0 \to x^2 - 21x + 108 = 0 \to$$

$$\to x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 432}}{2} = \frac{21 \pm 3}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = 9 \end{cases}$$

Si $x = 12$, $y = 21 - 12 = 9$.

Si $x = 9$, $y = 21 - 9 = 12$.

Los lados del rectángulo miden 9 cm y 12 cm, respectivamente.

39 El perímetro de un rectángulo es 18 cm. Si cada uno de sus lados aumenta 1 cm, su área aumenta 10 cm². ¿Cuántos rectángulos cumplen esta condición?

Llamamos x e y a las dimensiones del rectángulo

$$\left.\begin{array}{r} 2(x + y) = 18 \\ (x + 1)(y + 1) = xy + 10 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} x + y = 9 \\ xy + x + y + 1 = xy + 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x + y = 9 \\ x + y = 9 \end{array}$$

Cualquier rectángulo tal que $x + y = 9$ cumple las condiciones del enunciado. Hay infinitos.

40 Las diagonales de un rombo están en proporción 4 a 3. Si su área es 216 cm², ¿cuánto mide su lado?

- Llamamos D y d a las diagonales del rombo.

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{D}{d} = \dfrac{4}{3} \\ \dfrac{D \cdot d}{2} = 216 \end{array}\right\} \begin{array}{l} D = \dfrac{4d}{3} \\ \dfrac{4d}{3} \cdot \dfrac{d}{2} = 216 \to d^2 = \dfrac{216 \cdot 6}{4} = 324 \to d = 18 \text{ cm} \end{array}$$

$$D = \frac{4 \cdot 18}{3} = 24 \text{ cm}$$

- Calculamos cuánto mide el lado del rombo:

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 = l^2 \to 12^2 + 9^2 - l^2 \to l = 15$$

El lado del rombo mide 15 cm.

41 Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, obtenemos el doble de la cifra de las decenas del número inicial.

Hállalo sabiendo que sus cifras suman 16.

x es la cifra de las decenas.

y es la cifra de las unidades.

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ (10x + y) - (10y + x) = 2x \end{cases} \to \begin{cases} y = 16 - x \\ 10x + 16 - x - 10(16 - x) - x = 2x \end{cases} \to$$

$$\to 10x + 16 - x - 160 + 10x - x = 2x \to 16x = 144 \to x = 9 \to y = 7$$

El número es 97.

www.yoquieroaprobar.es

42 **Halla un número de dos cifras tal que la suma de sus cifras sea 9 y que su triple sea 9 unidades mayor que el número que se obtiene al invertir sus cifras.**

Llamamos $(10x + y)$ al número buscado.

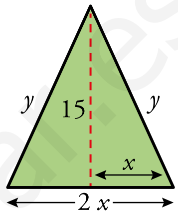
$$\left.\begin{array}{r} x + y = 9 \\ 3(10x + y) = (10y + x) + 9 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} x + y = 9 \\ 29x - 7y = 9 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{r} +7x + 7y = +63 \\ 29x - 7y = 9 \end{array}\right\}$$

$$36x = 72 \to x = 2$$

$$y = 9 - 2 = 7$$

El número buscado es el 27.

43 **El perímetro de este triángulo mide 50 cm. Halla la longitud de sus lados.**



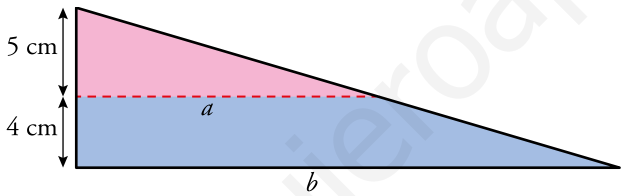
$$\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 50 \\ x^2 + 15^2 = y^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x + y = 25 \to x = 25 - y \\ (25 - y)^2 + 15^2 = y^2 \to 625 - 50y + y^2 + 225 = y^2 \to \end{array}$$

$$\to 50y = 850 \to y = 17$$

$$x = 25 - 17 = 8$$

La base del triángulo mide $8 \cdot 2 = 16$ cm, y los lados iguales, 17 cm cada uno.

44 **Observa la siguiente figura:**



a) Utiliza el teorema de Tales para expresar la relación entre *a* y *b*.

b) Calcula *a* y *b* para que el trapecio tenga 56 cm² de superficie.

a) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{5}{4 + 5} \to \dfrac{a}{b} = \dfrac{5}{9}$

b) $$\left.\begin{array}{r} a = \dfrac{5b}{9} \\ \dfrac{(a + b) \cdot 4}{2} = 56 \end{array}\right\} \to a + b = 28 \to \dfrac{5b}{9} + b = 28 \to$$

$$\to 5b + 9b = 252 \to b = 18$$

$$a = \dfrac{5 \cdot 18}{9} = 10$$

Solución: $a = 10$ cm, $b = 18$ cm.

www.yoquieroaprobar.es

Resuelve: un poco más difícil

45 **Si la base de un rectángulo disminuye 80 cm y su altura aumenta 20 cm, se convierte en un cuadrado. Y si la base disminuye 60 cm y la altura aumenta 20 cm, su área disminuye 400 cm^2. Halla las dimensiones del rectángulo.**

Llamamos x a la medida de la base e y a la de la altura.

$$\begin{cases} x - 80 = y + 20 \\ (x - 60)(y + 20) = xy - 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 100 \\ xy + 20x - 60y - 1\,200 = xy - 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 100 \\ 20x - 60y = 800 \end{cases}$$

$$x = y + 100 \rightarrow 20(y + 100) - 60y = 800 \rightarrow 20y + 2\,000 - 60y = 800 \rightarrow -40y = -1\,200 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 30 \rightarrow x = 130$$

La base del rectángulo mide 130 cm, y la altura, 30 cm.

46 **Los cuatro primeros términos de una progresión aritmética son a, 9, $3a - b$ y $3a + b$. ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 187 en esta progresión?**

Al ser una progresión aritmética, la diferencia entre los términos es siempre la misma.

$$\left.\begin{array}{l} 9 - a = 3a - b - 9 \\ 3a - b - 9 = (3a + b) - (3a - b) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 4a - b = 18 \\ 3a - 3b = 9 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -12a + 3b = -54 \\ 3a - 3b = 9 \end{array}\right\} \rightarrow$$

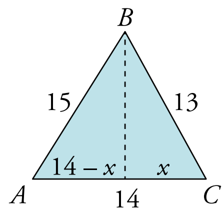
$$\rightarrow -9a = -45 \rightarrow a = 5 \rightarrow b = 4 \cdot 5 - 18 = 2$$

El término que ocupa el lugar 187 en la progresión responderá a la fórmula:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot (a_2 - a_1)$$

$$a_{187} = 5 + 186 \cdot (9 - 5) = 749$$

47 **¿Cuánto mide la altura del triángulo que parte de B? Todas las medidas están dadas en centímetros.**



Llamamos y a la altura pedida.

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 13^2 \\ (14 - x)^2 + y^2 = 15^2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 169 \\ -28x + x^2 + y^2 = 29 \end{array}\right\} \rightarrow$$

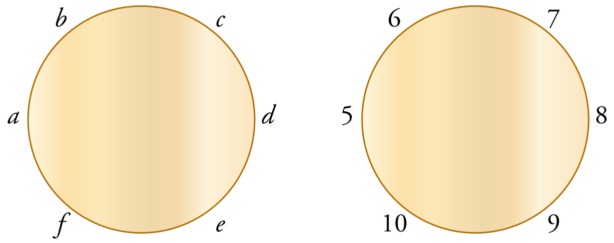
$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} y^2 = 169 - x^2 \\ y^2 = 29 - 28x - x^2 \end{array}\right\} \rightarrow 169 - x^2 = 29 - 28x - x^2 \rightarrow 140 = 28x \rightarrow x = 5$$

$$25 + y^2 = 169 \rightarrow y^2 = 169 - 25 = 144 \rightarrow y = \pm\sqrt{144} = \pm 12$$

Como la altura no puede tomar un valor negativo, la única solución válida es 12 cm.

www.yoquieroaprobar.es

48 **Seis personas *a, b, c, d, e* y *f,* están sentadas en una mesa redonda. Cada una de ellas escribe un número y se lo enseña a las dos que tiene a su lado. Después, cada una dice en voz alta la media de los dos números que le han enseñado. Si los resultados fueron 5, 6, 7, 8, 9 y 10, ¿cuáles fueron los números que escribieron?**



$$\begin{cases} b + f = 10 \;\rightarrow\; b = 10 - f \\ d + f = 18 \;\rightarrow\; d = 18 - f \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b + d = 14 \\ (10 - f) + (8 - f) = 14 \end{cases} \rightarrow -2f = -4 \;\rightarrow\; f = 2$$

$$\begin{cases} a + c = 12 \;\rightarrow\; a = 12 - c \\ e + c = 16 \;\rightarrow\; e = 16 - c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + e = 20 \\ (12 - c) + (16 - c) = 20 \end{cases} \rightarrow 2c = 8 \;\rightarrow\; c = 4$$

$a = 8,\; b = 8,\; c = 4,\; d = 16,\; e = 12,\; f = 2$

www.yoquieroaprobar.es

Página 147

49 Resuelve los sistemas de ecuaciones siguientes:

a) $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x - 3y = 9 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 2y + z = 4 \\ x + y = 5 \\ z - 3 = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = z \\ x - y = z \\ x + z = -4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y + z = 3 \\ y + z = 2 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x - 3 = 0 \\ 2x - 3y = 9 \\ x + y - z = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to x = 3 \\ \to 2 \cdot 3 - 3y = 9 \to y = -1 \\ \to 3 - 1 - z = 1 \to z = 1 \end{array}$

Solución: $x = 3,\ y = -1,\ z = 1$

b) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y + z = 4 \\ x + y = 5 \\ z - 3 = 1 \end{array}\right\} \to z = 4 \quad \to \left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 0 \\ x + y = 5 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 0 \\ 2x + 2y = 10 \end{array}\right\}$

$5x = 10 \to x = 2$

$\to y = 5 - x = 3$

Solución: $x = 2,\ y = 3,\ z = 4$

c) $\left.\begin{array}{l} x + y = z \\ x - y = z \\ x + z = -4 \end{array}\right\}$ Sumando las 2 primeras ecuaciones: $2x = 2z \to x = z$

$\to x + z = -4 \to x + x = -4 \to 2x = -4 \to x = -2$

$x + y = z \to x + y = x \to y = 0$

Solución: $x = -2,\ y = 0,\ z = 0$

d) $\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ x + y + z = 3 \\ y + z = 2 \end{array}\right\}$ Restando las dos primeras ecuaciones: $-z = 2 \to z = -2$

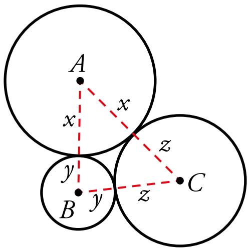
$y + z = 2 \to y + (-2) = 2 \to y = 4$

$x + y = 5 \to x + 4 = 5 \to x = 1$

Solución: $x = 1,\ y = 4,\ z = -2$

www.yoquieroaprobar.es

50 **Una pieza mecánica está formada por tres cilindros, cuyas secciones se ven en esta figura.**



Las distancias entre los centros de las bases de los cilindros son: $\overline{AB}$ = 14 cm; $\overline{AC}$ = 17 cm; $\overline{BC}$ = 13 cm.

¿Cuál es el radio de cada cilindro?

$$\left.\begin{array}{r} x - y = 14 \\ x - z = 17 \\ y + z = 13 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to x + y = 14 \\ \text{Restando las dos últimas ecuaciones: } x - y = 14 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 14 \\ x - y = 4 \end{array}\right\}$$

$$2x = 18 \to x = 9$$

$x + y = 14 \to y = 14 - 9 = 5$

$x + z = 17 \to z = 17 - 9 = 8$

Solución: $x = 9$ cm, $y = 5$ cm, $z = 8$ cm

51 **Si multiplicamos por 8 la suma de las dos cifras de un número, obtenemos dicho número. Hállalo.**

$8(x + y) = 10x + y \to 8x + 8y = 10x + y \to 7y = 2x \to x = \frac{7}{2}y$

x tiene que ser un número natural de una sola cifra. Por tanto, $y = 2$ y $x = 7$, pues para cualquier otro múltiplo de 2, x sería mayor que 9.

El número buscado es 72.

Reflexiona

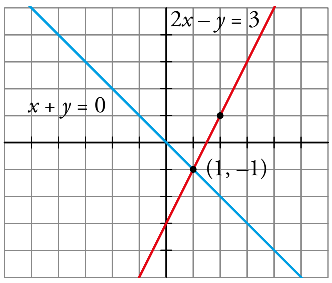
52 **a) Busca tres soluciones de $2x - y = 3$.**

b) Dibuja en los mismos ejes $2x - y = 3$ y $x + y = 0$, y di cuál es la solución del sistema que forman.

a) $2x - y = 3 \to y = 2x - 3$

Por ejemplo: (0, –3); (1, –1); (2, 1)

b) La recta $x + y = 0$ pasa por (0, 0) y (1, –1)



La solución del sistema es: $x = 1$, $y = -1$

www.yoquieroaprobar.es

53 **Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea $x = 2$, $y = -1$.**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 2 + 2(-1) = 4 \\ 2 - (-1) = 3 \end{cases} \rightarrow x = 2,\ y = -1 \text{ es solución.}$$

54 **¿Cuál debe ser el valor de m para que los sistemas a) y b) sean equivalentes?**

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - y = m \\ y = 3 \end{cases}$

La solución de a) es $x = 5$, $y = 3$.

b) debe tener la misma solución: $5 - 3 = m \rightarrow m = 2$

55 **¿Es $x = 3$, $y = 1$ solución de alguno de estos sistemas?**

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 1 \\ 2x - 6y = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 1 \\ 2x - 6y = 0 \end{cases} \rightarrow \left.\begin{matrix} 3 + 1 = 4 \\ 3 - 2 = 1 \\ 2 \cdot 3 - 6 \cdot 1 = 0 \end{matrix}\right\}$ $x = 3$, $y = 1$ es la solución de ese sistema.

b) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow \left.\begin{matrix} 3 - 1 = 2 \\ 2 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 3 \\ 3 + 1 = 4 \neq 5 \end{matrix}\right\}$ $x = 3$, $y = 1$ no es solución de ese sistema.

56 **Completa estos sistemas de modo que el primero tenga la solución $x = 3$, $y = -2$; el segundo sea incompatible, y el tercero y el cuarto sean indeterminados:**

a) $\begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ \dots - y = 8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = \dots \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = \dots \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} -x + 2y = 7 \\ \dots - 4y = \dots \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ \dots - y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 3 + 2(-2) = 5 \\ \dots = 8 + y = 8 - 2 = 6 \end{cases} \rightarrow$ Solución: $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 6x - y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = \dots \end{cases}$ Puede ser cualquier número distinto de 10.

Por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = \dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x + 2y = 7 \\ \dots - 4y = \dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -14 \end{cases}$

www.yoquieroaprobar.es

57 **¿Verdadero o falso? Justifica tus respuestas.**

a) La ecuación $\frac{x}{3} - \frac{1}{x} = 1$ **es una ecuación lineal.**

b) El sistema $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -6x + 2y = -10 \end{cases}$ **es indeterminado.**

c) Los sistemas S_1: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ **y** S_2: $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$ **son equivalentes.**

d) La ecuación $5x + 3y = 18$ **no tiene solución.**

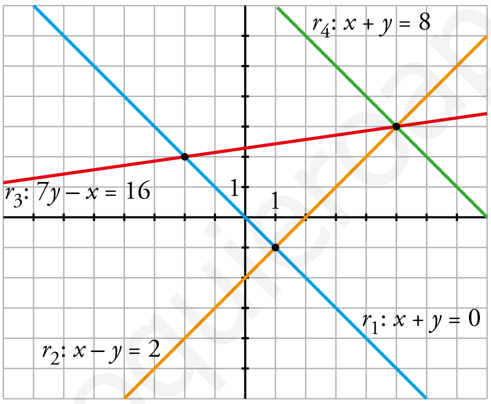
a) Falso. Debería tener otra incógnita para tratarse de un sistema lineal.

b) Verdadero. La segunda ecuación está multiplicada por –2 respecto a la primera.

c) Verdadero. La solución de los dos sistemas es la misma, por lo que son equivalentes.

d) Falso. Tiene infinitas soluciones, damos un valor a una de las incógnitas y despejamos el valor de la otra.

58 **Observa la representación de las rectas** r_1, r_2, r_3 **y** r_4 **y responde sin resolver.**



a) ¿Cuál es la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones? ¿Alguno es incompatible o indeterminado?

i) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ **ii)** $\begin{cases} x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$ **iii)** $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + y = 8 \end{cases}$

b) ¿Alguno de estos sistemas tiene solución?

I) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$ **II)** $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$

a) *i)* $x = 1$, $y = -1$ *ii)* $x = 5$, $y = 3$ *iii)* Incompatible.

b) Sí, *II)* → *Solución*: $x = 5$, $y = 3$.

www.yoquieroaprobar.es

59 **¿Qué valores deben tomar a y b para que el siguiente sistema tenga infinitas soluciones?**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases}$$

Escribe tres soluciones del sistema.

Para que tenga infinitas soluciones, la segunda ecuación debe ser proporcional a la primera.

Así: $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases} \rightarrow a = 9$ y $b = 6$

Soluciones: Damos valores a x para obtener puntos de la recta $3x + 2y = 5$:

$x = 1;\ y = 1;\ x = 0,\ y = \dfrac{5}{2};\ x = -1,\ y = 4$

60 **¿Qué condición deben cumplir c y d para que este sistema no tenga solución?**

$$\begin{cases} 3x + 2y = c \\ 6x + 4y = d \end{cases}$$

El sistema no tendrá solución cuando las dos rectas sean paralelas, es decir, cuando $d \neq 2c$.

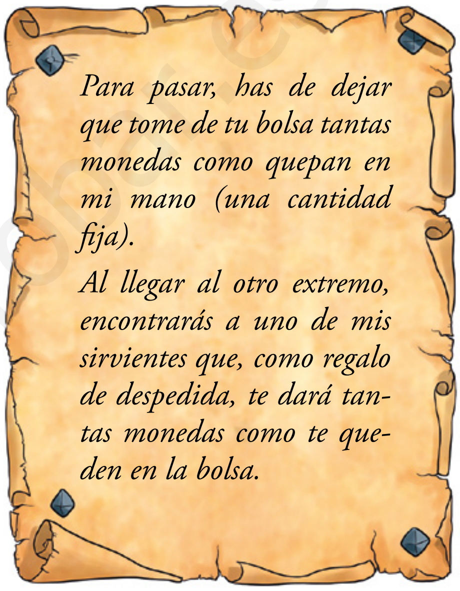
www.yoquieroaprobar.es

Utiliza el lenguaje algebraico

Peaje solo para algunos

Hace muchos, muchos años, allá en el tiempo de las espadas, había un poderoso señor cuyo castillo dominaba el único puente sobre el río del lugar.

Un buen día colocó en la entrada del puente el cartel de la derecha.



Un campesino, algo ambicioso, reunió sus ahorros y se empeñó en pasar varias veces por el puente. Pero a la tercera se encontró con la bolsa vacía.

Sin embargo, un rico comerciante intentó hacer lo mismo pero el señor del castillo, al ver su bolsa, le dijo que el trato era solo para campesinos. Que los ricos comerciantes debían pagar tres doblones y marchar, sin más.

Sabiendo que el campesino reunió más de 10 pero menos de 20 doblones:

- **¿Cuántas monedas tomaba cada vez el señor del castillo?**
- **¿Cuántas monedas llevaba, al menos, el rico comerciante?**

Quizá te resulte más fácil si utilizas el lenguaje algebraico.

	ENTRA CON…	PEAJE	TRAS EL PEAJE	SALE CON…
PRIMERA VEZ	x	a	$x - a$	$2x - 2a$
SEGUNDA VEZ	$2x - 2a$	a	$2x - 3a$	?
TERCERA VEZ	?	?	?	0

— El campesino llevaba 14 doblones al principio. En la mano del señor cabían 8 doblones.

— El rico comerciante llevaba, al menos, 17 monedas. En este caso y con cantidades superiores, el señor del castillo debería entregar más monedas de las que recibiese.

Si es comerciante entra con 17 monedas, el señor le quita 8 y aún le quedan 9. Por lo tanto, el señor recibiría 8 y debería entregar 9. No le interesa.

www.yoquieroaprobar.es

Investiga

Cuadrado mágico

- **Ya sabes que en un cuadrado mágico, filas, columnas y diagonales suman lo mismo. Trata ahora de completar las casillas vacías para que el cuadrado de la derecha resulte mágico.**

3		
		1
	5	

Ayuda:

3		
	a	1
	5	b

→

3	$b-2$	$a+2$
$b+2$	a	1
$a-2$	5	b

→ $\mathbf{3 + a + b = (a - 2) + a + (a + 2)}$

Si profundizas en el problema, descubrirás la relación que debe existir entre a y b. Y eso te permitirá encontrarle muchas soluciones.

3	3	6
7	4	1
2	5	5

www.yoquieroaprobar.es

Página 149

Entrénate resolviendo otros problemas

- **En un salón de té solo se sirve té y tarta. Cada té vale 1,10 € y cada ración de tarta 2,10 €. Varias personas realizan, todas ellas, la misma consumición. La cuenta asciende a un total de 30,10 €. ¿Cuántas eran? ¿Qué tomó cada una?**

Un té vale 110 céntimos y una ración de tarta, 210 céntimos.

El total de la factura asciende a 3 010 céntimos.

Hemos de buscar posibles consumiciones cuyo coste total sea divisor de 3 010.

N.º DE CONSUMICIONES		COSTE TOTAL (EN CÉNTIMOS)	¿ES DIVISIBLE DE 3 010?
1	1 té + 1 pasta	110 + 210 = 320	No
2	1 té + 2 pastas	110 + 420 = 530	No
	2 tés + 1 pasta	220 + 210 = 430	Sí

3 010 : 430 = 7

Así pues, 7 eran los amigos y cada uno consumió dos tés y un trozo de tarta.

- Otra forma de resolverlo:

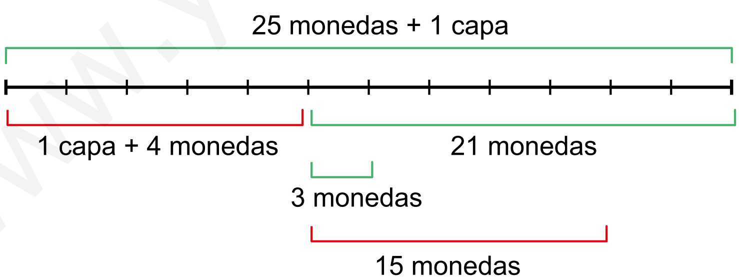
  Consideramos, en lugar de céntimos, decenas de céntimos.

  Un té vale 11 decenas de céntimos, y una ración de tarta, 21. La cuenta asciende a 310 decenas de céntimos.

  Descomponemos: $301 = 7 \cdot 43 = 7 \cdot (2 \cdot 11 + 21)$

  Así es fácil verlo: 7 amigos tomaron 2 tés y 1 ración de tarta cada uno.

- **Un hacendado contrata a un sirviente por un sueldo anual de una capa y 25 monedas de oro. A los cinco meses se despide, y recibe como pago la capa y cuatro monedas de oro. ¿En cuántas monedas está valorada la capa?**



En los 7 meses que le quedaban, habría ganado 21 monedas. Es decir, 3 monedas cada mes. En 5 meses habría ganado 15 monedas.

"15 monedas" equivalen a "4 monedas + 1 capa".

Por tanto, una capa vale 11 monedas.

www.yoquieroaprobar.es

- **Estas nueve bolas de billar tienen exactamente el mismo tamaño y todas pesan lo mismo salvo una que pesa un poco más.**

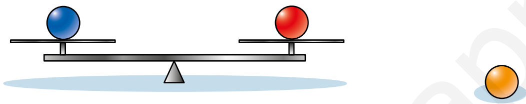
¿Cuántas pesadas necesitarías hacer para descubrir, con absoluta seguridad, cuál es la bola que pesa más?

Colocamos tres bolas en cada plato y dejamos tres fuera.

Si pesa más el plato de la izquierda, o el de la derecha, aquí está la bola buscada.

Si pesan lo mismo, la bola buscada es una de las tres que hemos dejado fuera.

En cualquiera de los casos tenemos tres bolas, una de las cuales es la buscada. Ahora, procedemos análogamente.



Colocamos una bola en cada platillo. La que pese más es la buscada.

Si pesan igual, entonces la bola más pesada es la que hemos dejado fuera.

www.yoquieroaprobar.es

AUTOEVALUACIÓN

1 Di cuál de los siguientes sistemas tiene una solución, cuál es incompatible y cuál es indeterminado:

a) $\begin{cases} 6x-3y=9 \\ 2x-\ y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+y=7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+3=0 \\ 2y+6=0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x+\ y=5 \\ 4x+2y=9 \end{cases}$

a) Es indeterminado.

b) Tiene solución $(x = 3,\ y = 1)$.

c) Tiene solución $(x = -3,\ y = -3)$.

d) Es incompatible.

2 Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3}+\ \ y=1 \\ \dfrac{x-3}{4}+2y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 1{,}5x+0{,}25y=-2 \\ 2x-\ 0{,}5y=-6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2-y^2=0 \\ 3x-y\ =4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y=13 \\ xy-x^2=15 \end{cases}$

a) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3}+\ \ y=1 \\ \dfrac{x-3}{4}+2y=1 \end{cases} \to \begin{cases} x+1+3y=3 \\ x-3+8y=4 \end{cases} \to \begin{cases} x+3y=2 \\ x+8y=7 \end{cases} \to \begin{cases} x=2-3y \\ x=7-8y \end{cases}$

$\to\ 2-3y=7-8y \to 8y-3y=7-2 \to 5y=5 \to$

$\to\ y=1 \to x=2-3=-1$

Solución: $x = -1,\ y = 1$

b) Multiplicamos por 2 la primera ecuación y sumamos ambas ecuaciones:

$5x = -10 \to x = -2$

Solución: $x = -2,\ y = 4$

c) $y = 3x - 4$

$x^2-(3x-4)^2=0 \to x^2-9x^2+24x-16=0 \to -8x^2+24x-16=0 \to$

$\to x^2-3x+2=0 \to x=2,\ x=1$

Solución: $\begin{cases} x_1=2,\ \ y_1=2 \\ x_2=1,\ \ y_2=-1 \end{cases}$

d) $\left.\begin{aligned} x+y&=13 \\ xy-x^2&=15 \end{aligned}\right\}\ \begin{aligned} &y=13-x \\ &x(13-x)-x^2=15 \to 13x-x^2-x^2=15 \to 2x^2-13x+15=0 \end{aligned}$

$$x=\frac{13\pm\sqrt{169-120}}{4}=\frac{13\pm 7}{4} \begin{cases} x_1=5 \to y_1=8 \\ x_2=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2} \to y_2=\dfrac{23}{2} \end{cases}$$

Solución: $\begin{aligned} &x_1=5,\ \ y_1=8 \\ &x_2=\frac{3}{2},\ \ y_2=\frac{23}{2} \end{aligned}$

www.yoquieroaprobar.es

3 **Aplica el método de reducción para resolver el sistema siguiente:**

$$\begin{cases} \mathbf{7x + 2y = 12} \\ \mathbf{11x - 3y = -61} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 2y = 12 \\ 11x - 3y = -61 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -77x - 22y = -132 \\ 77x - 21y = -427 \end{cases} \rightarrow -43y = -559 \rightarrow y = 13$$

$$\begin{cases} 21x + 6y = 36 \\ 22x - 6y = -122 \end{cases} \rightarrow 43x = -86 \rightarrow x = -2$$

Solución: $x = -2$, $y = 13$

4 **La diferencia entre las longitudes de las bases de un trapecio isósceles es de 4 cm; su altura mide 9 cm y su área es de 72 cm^2. Calcula la medida de las bases.**

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ \dfrac{9(x+y)}{2} = 72 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ 4 + y + y = 16 \end{cases} \rightarrow 2y = 12 \rightarrow y = 6 \rightarrow x = 10$$

La base mayor mide 10 cm, y la base menor, 6 cm.

5 **Una agricultora comprueba que en el segundo de sus dos depósitos de agua para riego hay 10 litros más que en el primero. Traspasa 18 litros del segundo al primero y así este se queda con el doble que el segundo. Calcula la cantidad de agua que tenía cada depósito.**

Cantidad de agua en el primer depósito: x

Cantidad de agua en el segundo depósito: y

$$\begin{cases} y = x + 10 \\ x + 18 = 2(y - 18) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ x - 2y = -54 \end{cases} \rightarrow x - 2(x + 10) = -54 \rightarrow x - 2x - 20 = -54 \rightarrow$$

$$\rightarrow -x = -34 \rightarrow x = 34,\ y = 44$$

El primero tenía 34 *l*, y el segundo, 44 *l*.

6 **Al mezclar un bote de un café de 7,50 €/kg con un saco de otro de 2,50 €/kg, se obtienen 16 kg de un café de 3,75 €/kg. ¿Qué cantidad de cada café se ha mezclado?**

Llamamos x a la cantidad de café de 7,50 €/kg que mezclamos, e y a la de 2,50 €/kg.

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 16 \\ 7{,}5x + 2{,}5y = 3{,}75 \cdot 16 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} -2{,}5x - 2{,}5y = -40 \\ 7{,}5x + 2{,}5y = 60 \end{array}\right\}$$

$$\overline{\quad 5x \qquad\quad = 20} \rightarrow x = 4$$

$$y = 16 - x \;\; 8 \;\; y = 12$$

Se ha mezclado 4 kg de café de 7,50 €/kg con 12 kg de café de 2,50 €/kg.

www.yoquieroaprobar.es

7 **He pagado 83 € por una cazadora y unos deportivos. En la cazadora me han rebajado el 20 % y en los deportivos el 10 %, y así me he ahorrado 17 €. ¿Cuáles eran los precios sin rebajar?**

Precio de la cazadora sin rebajar: x

Precio de los deportivos sin rebajar: y

$$\begin{cases} x + y = 83 + 17 = 100 \\ 0,8x + 0,9y = 83 \end{cases} \to \begin{cases} x = 100 - y \\ 0,8\,(100 - y) + 0,9y = 83 \end{cases} \to \begin{cases} x = 100 - y \\ 0,1y = 3 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} x = 70 \text{ € es el precio de la cazadora} \\ y = 30 \text{ € es el precio de los deportivos} \end{cases}$$

8 **Las medidas de las diagonales de un rombo suman 68 cm y su lado mide 26 cm. Halla las medidas de las diagonales de este rombo.**

$$\begin{cases} x + y = 68 \\ \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2 = 26^2 \end{cases} \to \begin{cases} x = 68 - y \\ \left(\dfrac{68 - y}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2 = 676 \end{cases}$$

$$\frac{4\,624 - 136y + y^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 676 \to 4\,624 - 136y + y^2 + y^2 = 2\,704 \to$$

$$\to 2y^2 - 136y + 1\,920 = 0 \to y^2 - 68y + 960 = 0 \begin{cases} y = 48 \\ y = 20 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x_1 = 20, \quad y_1 = 48 \\ x_2 = 48, \quad y_2 = 20 \end{cases}$

La diagonal mayor mide 48 cm, y la menor, 20 cm.

www.yoquieroaprobar.es