FUNCIÓN EXPONENCIAL

Hemos estado manejando en este trabajo expresiones del tipo $y = x^n$ en donde "x" es una variable llamada base y "n" una constante llamada exponente, si intercambiamos de lugar la base y el exponente obtenemos una expresión del tipo $y = n^x$ la cual recibe el nombre de función exponencial, siendo muy importante su estudio para la solución de muchos problemas.

Definición:

Si $a > 0$ entonces la función exponencial con base a se define como: $y = f(x) = a^x$ donde x es cualquier número real.

Su dominio son los números reales $D = (-\infty, \infty)$, su imagen o rango son los números reales positivos $R = (0, \infty)$.

Observando que para $a > 1$ si "x" crece "y" también lo hace rápidamente y si "x" disminuye "y" se acerca a cero lo cual se ilustra con las siguientes gráficas.

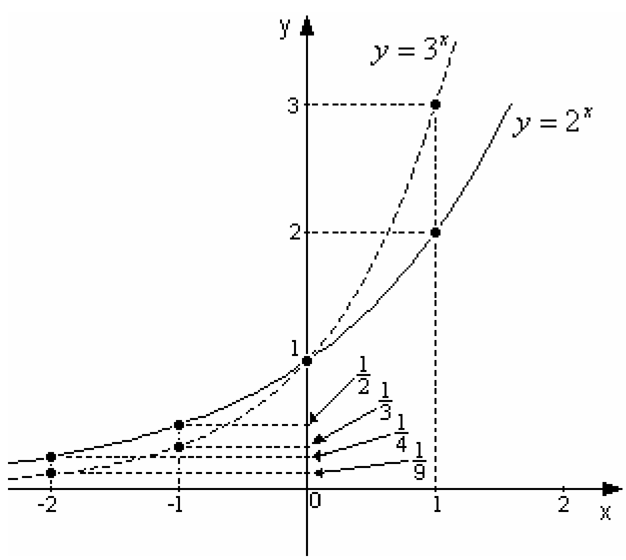
EJEMPLOS

1) Dibuje las gráficas de las funciones exponenciales $y = 2^x$ y $y = 3^x$, sobre el mismo sistema coordenado.

<u>Solución</u>

Como su dominio son todos los números reales $D = (-\infty, \infty)$, tabulando algunos valores se tiene:

x	2^x	3^x
1	2	3
2	4	9
0	1	1
-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
-2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$



www.yoquieroaprobar.es

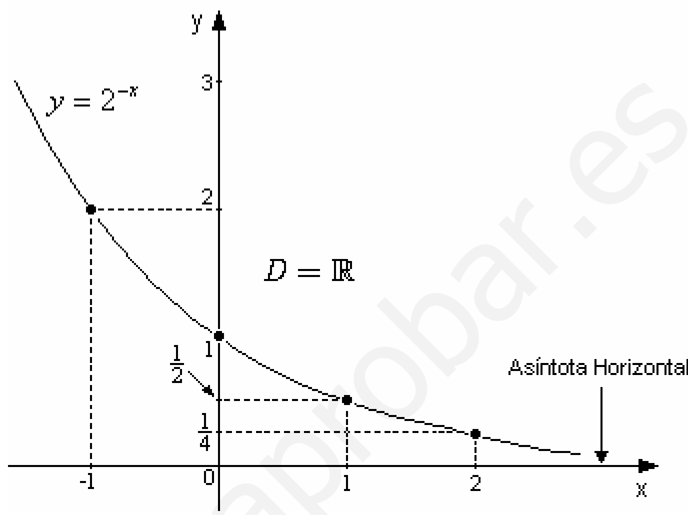
Se observa que el eje de las equis, de ecuación $y = 0$ es asíntota horizontal de este tipo de curvas.

2) Trace la gráfica de la función $y = 2^{-x}$

Solución

Tabulando:

x	2^{-x}
2	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{2}$
0	1
-1	2
-2	4
-3	8



En los ejemplos 1) y 2) se observa que el punto $(0,1)$ es común a todas las gráficas de funciones del tipo $y = a^x$ (todo número real excepto cero elevado a la cero potencia es igual a uno).

Existe un número irracional "e" utilizado con mucha frecuencia en funciones exponenciales, dado que $y = e^x$ tiene infinidad de aplicaciones prácticas como teóricas. En cursos superiores se aclarará la enorme importancia que tiene el número "e" en el desarrollo de la MATEMÁTICA. El valor aproximado del número "e" es $2.71828\ldots$ y la gráfica de $y = e^x$ quedará entre las gráficas de $y = 2^x$ y $y = 3^x$ del ejemplo 1).

3) El número "y" de bacterias en millones, en un cultivo, "t" horas después de iniciado el experimento viene dado por $y = f(t) = 20e^{\frac{t}{3}}$. Se pregunta:

a) El número de bacterias al principio del experimento.
b) El número de bacterias después de una hora y de dos horas.
c) Graficar la función.

Solución

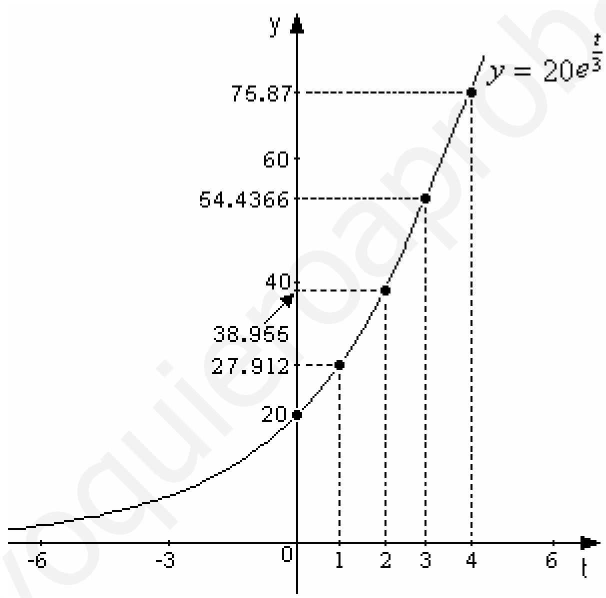
a) Como $t = 0$; $y = 20e^{\frac{0}{3}} = 20e^0 \Rightarrow y = 20$. Existían 20 millones de bacterias al iniciar el experimento.

b) Si $t=1 \Rightarrow y=20e^{\frac{1}{3}}=20(1.3956)=27.912$. Existen 27.912 millones de bacterias después de una hora.

Si $t=2 \Rightarrow y=20e^{\frac{2}{3}}=20(1.9477)=38.955$. Existen 38.955 millones a las dos horas, casi el doble que al inicio del experimento.

Para dibujar la gráfica obtendremos el número de bacterias a las 3 y 4 horas para obtener más puntos de la gráfica.

$$y(3)=20e^{\frac{3}{3}}=20(2.7183)=54.4366$$
$$y(4)=20e^{\frac{4}{3}}=20(3.7937)=75.874$$



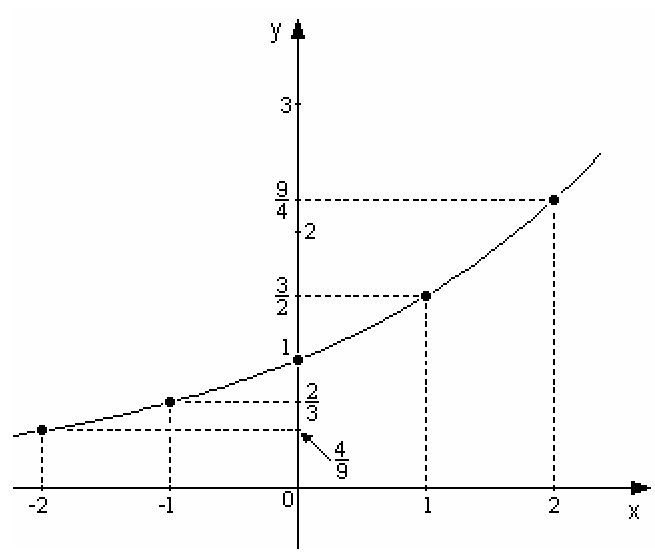
x: tiempo en horas
t: millones de bacterias

www.yoquieroaprobar.es

4) Traza la gráfica de la función $y=\left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$

<u>Solución</u>

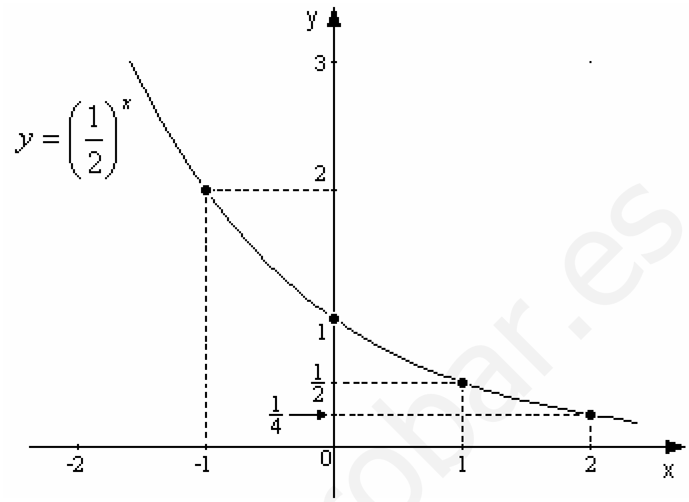
x	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$
2	$\frac{9}{4}$
1	$\frac{3}{2}$
0	1
-1	$\frac{2}{3}$
-2	$\frac{4}{9}$



5) Dibuja la gráfica de la función $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

<u>Solución</u>

x	$\left(\frac{1}{2}\right)^x$
2	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{2}$
0	1
-1	2
-2	4



EJERCICIOS

Dibujar la gráfica de las siguientes funciones:

1) $y = 4^x$

2) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

3) $y = 4\left(\frac{1}{2}\right)^x$

4) $y = e^{-x^2}$

5) Obtener la estatura y en centímetros para un niño de 2 años de edad si esta determinada por la función: $y = 79 + 6.4t - e^{3.25-t}$

www.yoquieroaprobar.es