Ejercicios de funciones con valor absoluto

1) $y = |x - 3|$

2) $y = |x| - 2$

3) $y = 6 - |5x - 15|$

4) $y = |x| + |x - 2|$

5) $y = |x + 3| + |x - 3|$

6) $y = |3x + 1| - |3 - x|$

7) $y = |x^2 - 4|$

8) $y = | x^2 + 2x - 15 |$

9) $y = |- x^2 + 6x - 8|$

10) $y = |x|^2 - 6|x| + 8$

11) $y = x^2 - | x |$

12) $y = x^2 + | x - 2|$

13) $y = | x - 1 | + x^2 + | x | + 1$

14) $y = x |x|$

15) $y = x|x - 4|$

16) $y = |x| / x$

17) $y = \dfrac{|x|}{2 - x}$

18) $y = | x | - \dfrac{|x|}{x}$

19) $y = \dfrac{3x^2 + |x|}{x}$

20) $y = \left| \dfrac{x - 2}{x + 3} \right|$

SOLUCIONES

1.– Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x - 3|$

$$f(x) = |x - 3| = \begin{cases} x - 3 & \text{si} \quad x - 3 \geq 0 \\ -x + 3 & \text{si} \quad x - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3 & \text{si} \quad x \geq 3 \\ -x + 3 & \text{si} \quad x < 3 \end{cases}$$

Dom(f) = R

Im(f) = [0, +∞)

Puntos de corte:

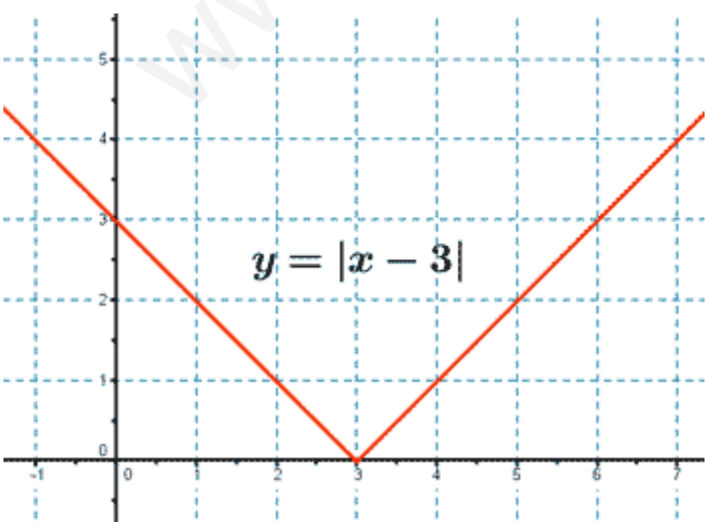
- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = 3 \Rightarrow$ El punto de corte es (0, 3)
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow 0 = x - 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow$ El punto de corte es (3, 0)

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo (-∞, 3) puesto que $y = -x + 3$ tiene pendiente negativa $(m = -1)$.
- La función es creciente en el intervalo (3, +∞) puesto que $y = x - 3$ tiene pendiente positiva $(m = 1)$.

Máximos y mínimos:

La función posee un mínimo absoluto en el punto (3, 0) ya que $f(x) \geq 0$ para cualquier valor de x.



2.- Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x| - 2$

$$f(x) = |x| - 2 = \begin{cases} x - 2 & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -x - 2 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

Dom(f) = R

Im(f) = [-2, +∞)

Puntos de corte:

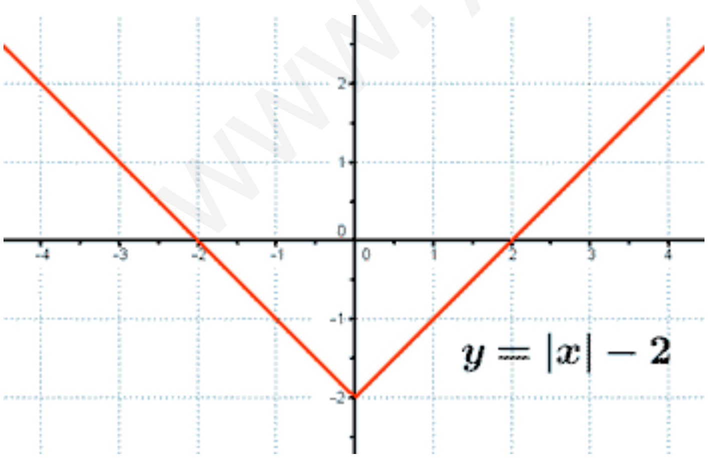
- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = -2 \Rightarrow$ El punto de corte con el eje Y es $(0, -2)$
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow 0 = |x| - 2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow$ Corta al eje X en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, 0)$ puesto que $y = -x - 2$ tiene pendiente negativa $(m = -1)$.
- La función es creciente en el intervalo $(0, +\infty)$ puesto que $y = x - 2$ tiene pendiente positiva $(m = 1)$.

Máximos y mínimos:

La función posee un mínimo absoluto en el punto $(0, -2)$ ya que $f(x) \geq -2$ para cualquier valor de x .

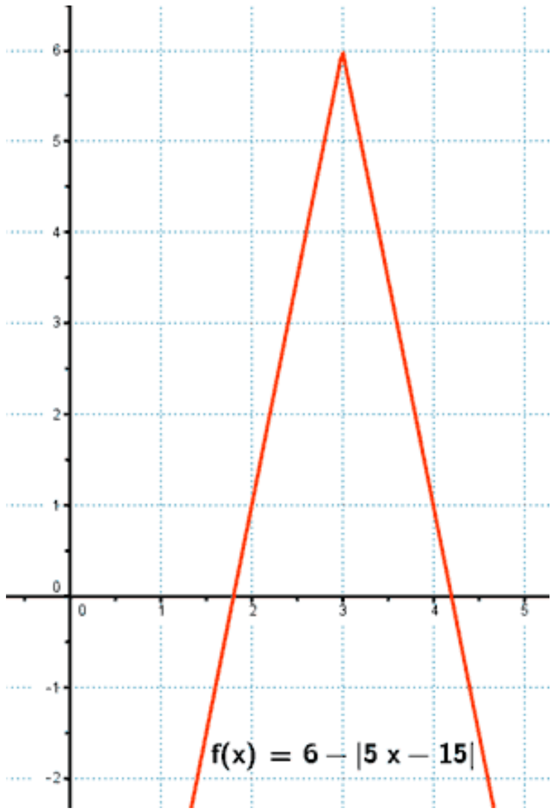


La gráfica es el resultado de trasladar verticalmente hacia abajo dos unidades a la función $f(x) = |x|$

Es decir, $y = f(x) - 2 = |x| - 2$

3) $y = 6 - |5x - 15|$

$$f(x) = \begin{cases} 6 - 5x + 15 & \text{si } x \geq 3 \\ 6 + 5x - 15 & \text{si } x < 3 \end{cases} = \begin{cases} 21 - 5x & \text{si } x \geq 3 \\ 5x - 9 & \text{si } x < 3 \end{cases}$$



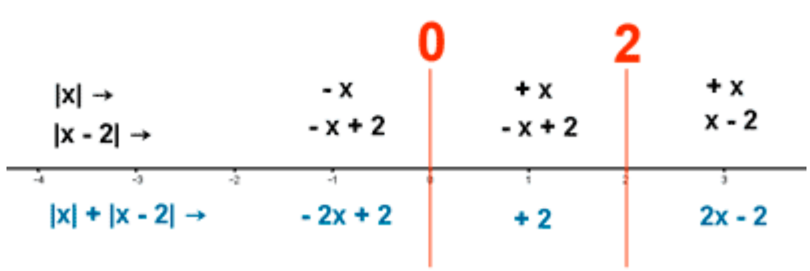
4.– Exprese la siguiente función como una función definida a trozos: $f(x) = |x| + |x - 2|$

Estudiamos cada valor absoluto por separado:

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

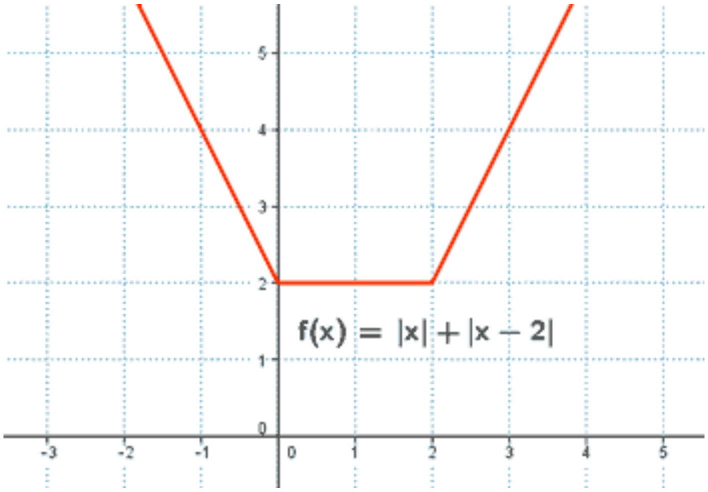
$$|x - 2| = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x - 2 < 0 \\ x - 2 & \text{si } x - 2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x < 2 \\ x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

A continuación, estudiamos la suma de los valores de $|x|$ y $|x - 2|$ en los tres intervalos que se generan: $(-\infty\ 0)$, $(0, 2)$ y $(2, +\infty)$.



Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 2x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$



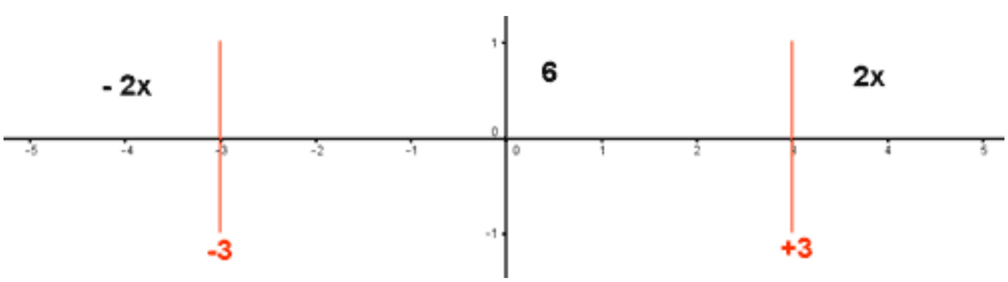
5.– Representa la siguiente función con todas sus características: y = |x + 3| + |x − 3|

Estudiamos cada valor absoluto por separado:

$$|x+3| = \begin{cases} -x-3 & \text{si } x+3 < 0 \\ x+3 & \text{si } x+3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-3 & \text{si } x < -3 \\ x+3 & \text{si } x \geq -3 \end{cases}$$

$$|x-3| = \begin{cases} -x+3 & \text{si } x-3 < 0 \\ x-3 & \text{si } x-3 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x+3 & \text{si } x < 3 \\ x-3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

A continuación, estudiamos la suma de los valores de |x + 3| y |x - 3| en los tres intervalos que se generan: (-∞, -3) , (-3, 3) y (3, +∞) .



Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x)=\begin{cases} -2x & \text{si } x<-3 \\ 6 & \text{si } -3\leq x<3 \\ 2x & \text{si } x\geq 3 \end{cases}$$

Dom(f) = R

Im(f) = [6 , +∞)

Puntos de corte:

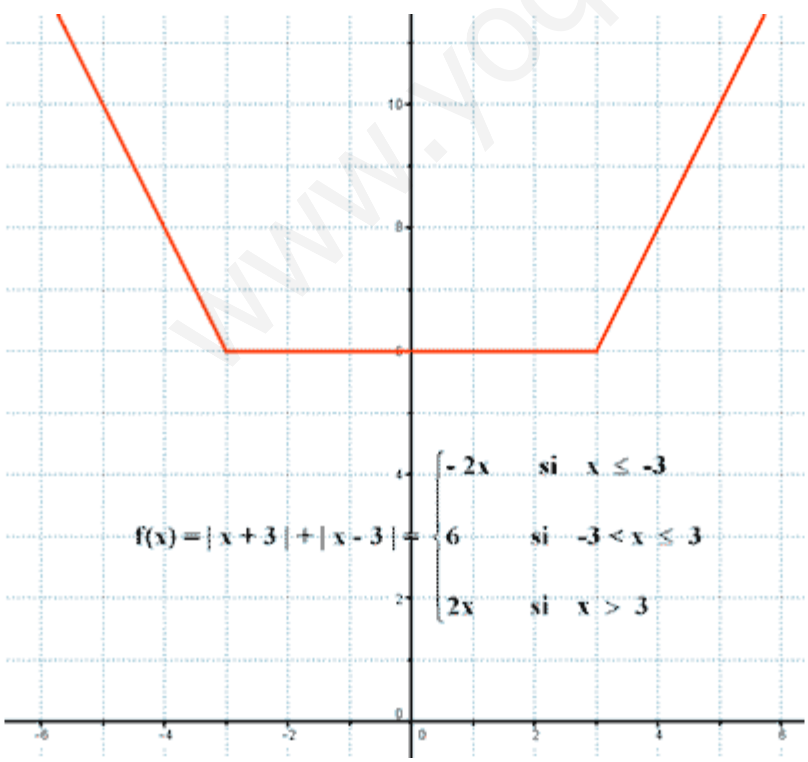
- x = 0 ⇒ f(0) = 6 ⇒ No corta al eje Y
- f(x) = 0 ⇒ - 2x = 0 ⇒ x = 0 ⇒ No corta al eje X puesto que x = 0 no pertenece a dicho intervalo.

⇒ 6 ≠ 0 ⇒ No corta al eje X

⇒ 2x = 0 ⇒ x = 0 ⇒ No corta al eje X puesto que x = 0 no pertenece a dicho intervalo.

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo (-∞, -3) puesto que y = -2x tiene pendiente negativa (m = -2) .
- La función no es creciente ni decreciente en el intervalo (-3, 3) puesto quees una función constante.
- La función es creciente en el intervalo (3, +∞) puesto que y = 2x tiene pendiente positiva (m = 2) .



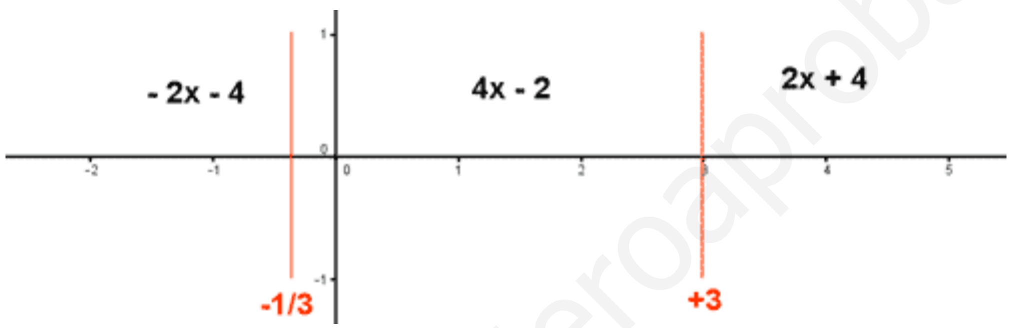
Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |3x + 1| - |3 - x|$

Estudiamos cada valor absoluto por separado:

$$|3x+1| = \begin{cases} -3x-1 & \text{si } 3x+1 < 0 \\ 3x+1 & \text{si } 3x+1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x-1 & \text{si } x < \dfrac{-1}{3} \\ 3x+1 & \text{si } x \geq \dfrac{-1}{3} \end{cases}$$

$$|3-x| = \begin{cases} -3+x & \text{si } 3-x < 0 \\ 3-x & \text{si } 3-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3+x & \text{si } x > 3 \\ 3-x & \text{si } x \leq 3 \end{cases}$$

A continuación, estudiamos la suma de los valores de $|3x + 1|$ y $|3 - x|$ en los tres intervalos que se generan: $(-\infty, -1/3)$, $(1/3, 3)$ y $(3, +\infty)$.



Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} -2x-4 & \text{si } x < \dfrac{-1}{3} \\ 4x-2 & \text{si } \dfrac{-1}{3} \leq x < 3 \\ 2x+4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Dom(f) = R

Im(f) = $[-10/3 , +\infty)$ puesto que $f(-1/3) = 2/3 - 4 = -10/3$

Puntos de corte:

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = -2 \Rightarrow$ Corta al eje Y en el punto $(0, -2)$
- $f(x) = 0 \Rightarrow -2x - 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow$ Corta el eje X en el punto $(-2, 0)$

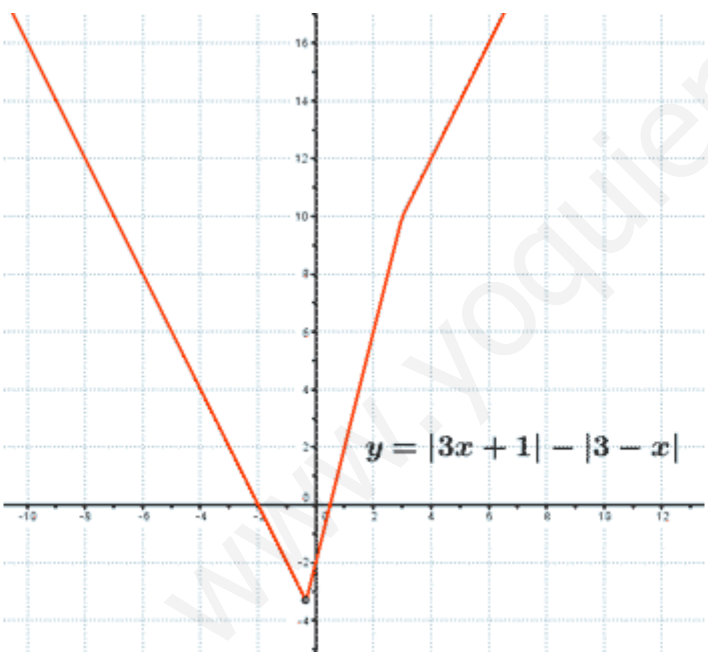
$\Rightarrow 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1/2 \Rightarrow$ Corta al eje X en el punto $(1/2, 0)$

$\Rightarrow 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow$ No corta al eje X puesto que $x = -1$ no pertenece a dicho intervalo.

Por lo tanto, los puntos de corte con el eje X son: $(-2, 0)$ y $(1/2, 0)$.

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -1/3)$ puesto que $y = -2x - 4$ tiene pendiente negativa $(m = -2)$.
- La función es creciente en el intervalo $(-1/3, 3)$ puesto que $y = 4x - 2$ tiene pendiente positiva $(m = 4)$.
- La función es creciente en el intervalo $(3, +\infty)$ puesto que $y = 2x + 2$ tiene pendiente positiva $(m = 2)$.



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x^2 - 4|$

$$f(x) = |x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si} \quad x^2 - 4 \geq 0 \\ -x^2 + 4 & \text{si} \quad x^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

Resolvemos la inecuación: $x^2 - 4 \geq 0$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$

A continuación estudiamos el signo en: $A = (-\infty, -2)$ $B = (-2, 2)$ $C = (2, +\infty)$

- Intervalo A: $x = -3 \Rightarrow x^2 - 4 = (-3)^2 - 4 = 9 - 4 > 0$
- Intervalo B: $x = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = (0)^2 - 4 = -4 < 0$
- Intervalo C: $x = 3 \Rightarrow x^2 - 4 = (3)^2 - 4 = 9 - 4 > 0$

Por tanto, tendremos que $x^2 - 4 \geq 0$ en los intervalos A y C .

Y será $x^2 - 4 < 0$ únicamente en el intervalo B .

La función queda por lo tanto de la siguiente manera:

$$f(x) = |x^2 - 4| = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si} \quad x \leq -2 \\ -x^2 + 4 & \text{si} \quad -2 < x < 2 \\ x^2 - 4 & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

Dom(f) = R

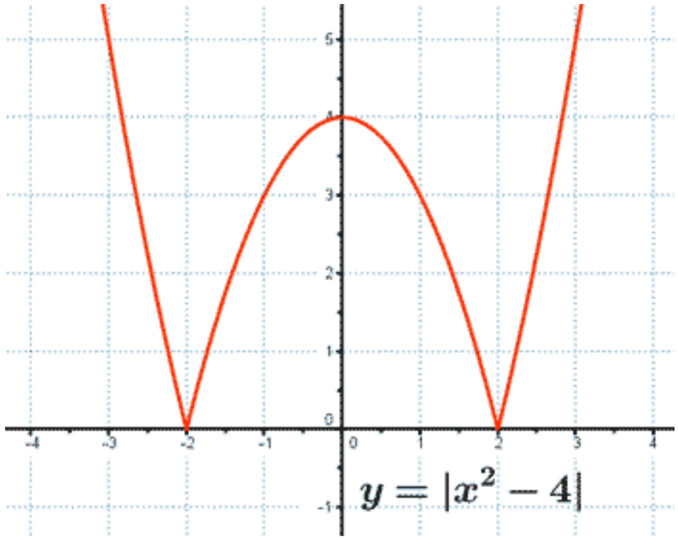
Im(f) = $[0, +\infty)$

Puntos de corte:

- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = 4 \Rightarrow$ El punto de corte con el eje Y es $(0, 4)$
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow$ Corta al eje X en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$

Máximos y mínimos:

La función posee dos mínimos absolutos en los puntos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$.



Sea la función: $f(x) = | x^2 + 2x - 15 |$

a) Expresa $f(x)$ como una función definida a trozos
b) Dibuja la gráfica de $f(x)$

a) Expresa la función f(x) como una función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 15 & \text{si} \quad x^2 + 2x - 15 \geq 0 \\ -x^2 - 2x + 15 & \text{si} \quad x^2 + 2x - 15 < 0 \end{cases}$$

Para definir la función, tenemos que resolver la siguiente ecuación: $x^2 + 2x - 15 = 0$

Las raíces de la ecuación son $x = 3$ y $x = -5$, es decir, tenemos que estudiar como se comporta la función en los siguientes intervalos: $(-\infty, -5)$, $(-5, 3)$ y $(3, +\infty)$

Intervalo	$(-\infty, -5)$	$(-5, 3)$	$(3, +\infty)$
Punto de prueba	$f(-6) > 0$	$f(0) < 0$	$f(4) > 0$
Signo de f (x)	+	-	+

Por lo tanto la función queda definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 15 & \text{si} \quad x \leq -5 \\ -x^2 - 2x + 15 & \text{si} \quad -5 < x < 3 \\ x^2 + 2x - 15 & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

b) Dibuja la gráfica de f(x).

Las funciones que definen a f son polinómicas, por lo que son continuas en todo $\mathbb{R}$, y en particular, lo son en sus intervalos de definición.

A continuación vamos a calcular los puntos de corte:

- Corte con el eje OX: f(x) = 0

$$\text{Si} \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad f(x) = x^2 + 2x - 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \end{cases}$$

Los puntos de corte son: (-5, 0) y (3, 0)

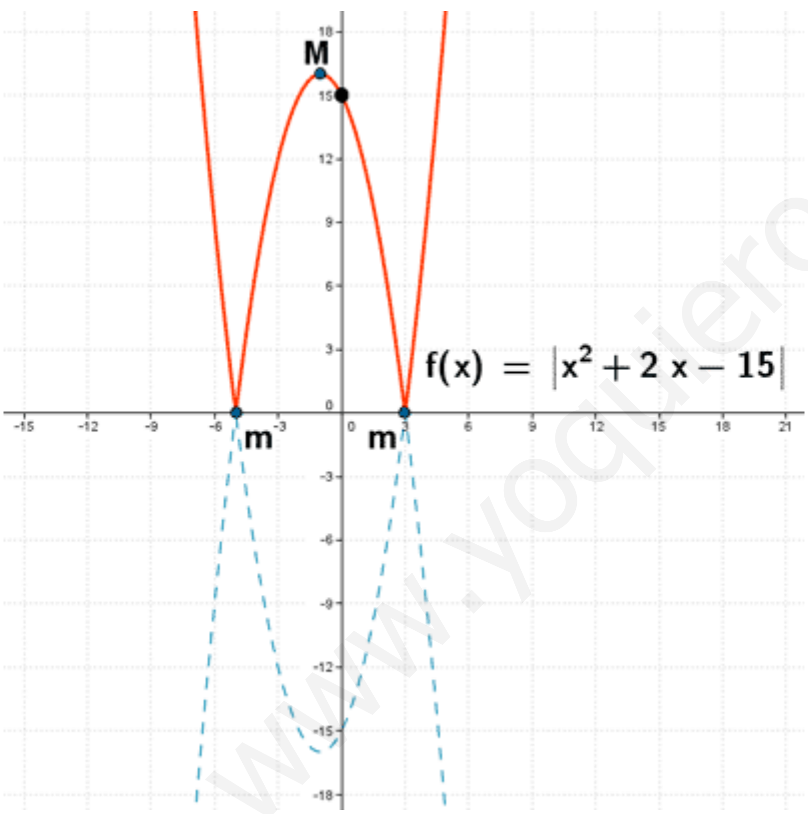
- Corte con el eje OY: f(0)

$$\text{Si} \quad x = 0 \quad \Rightarrow \quad f(0) = |15| = 15$$

El punto de corte es: (0, 15)

Además, la función tiene un eje de simetría para x = - b / 2a . Es decir, x = -1 .

Para x = -1 tenemos que f(-1) = 16 . Por lo tanto el vértice es el punto V (-1, 16) .



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |-x^2 + 6x - 8|$

$$\left| -x^2 + 6x - 8 \right| = \begin{cases} -x^2 + 6x - 8 & \text{si} \quad -x^2 + 6x - 8 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad -x^2 + 6x - 8 < 0 \end{cases}$$

Resolvemos la inecuación: $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$

$-x^2 + 6x - 8 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{-2} =$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-6 \pm 2}{-2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

A continuación estudiamos el signo en: A = $(-\infty, 2)$ B = $(2, 4)$ C = $(4, +\infty)$

- Intervalo A: $x = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 8 = -8 < 0$
- Intervalo B: $x = 3 \Rightarrow -x^2 + 6x - 8 = -(3)^2 + 6 \cdot 3 - 8 = 1 > 0$
- Intervalo C: $x = 5 \Rightarrow -x^2 + 6x - 8 = -(5)^2 + 6 \cdot 5 - 8 = -3 < 0$

Por tanto, tendremos que $-x^2 + 6x - 8 \geq 0$ en el intervalo B.

Y será $-x^2 + 6x - 8 < 0$ en los intervalos A y C .

La función queda por lo tanto de la siguiente manera:

$$\left| -x^2 + 6x - 8 \right| = \begin{cases} x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ -x^2 + 6x - 8 & \text{si} \quad 2 < x < 4 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad x \geq 4 \end{cases}$$

Dom(f) = R

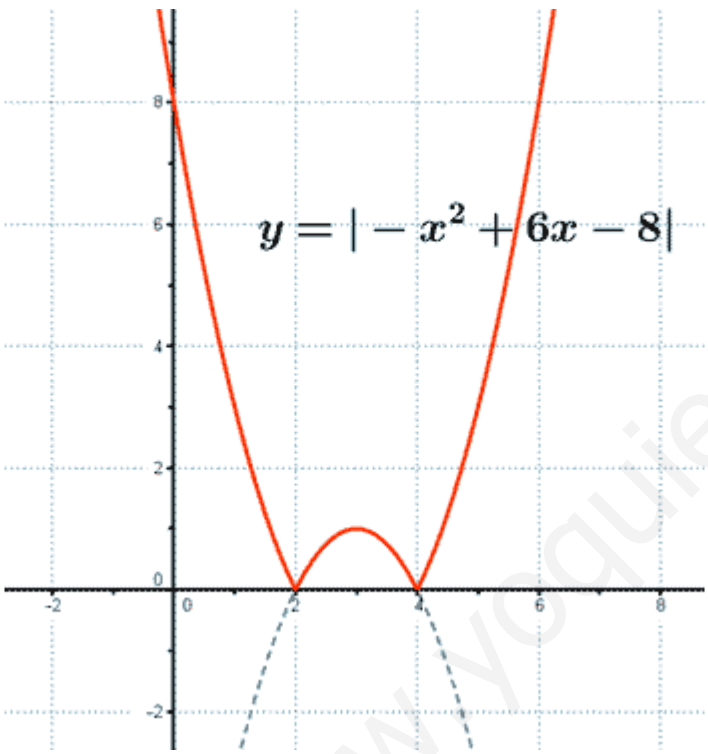
Im(f) = [0, +∞)

Puntos de corte:

- x = 0 ⇒ f(0) = 8 ⇒ El punto de corte con el eje Y es (0, 8)
- f(x) = 0 ⇒ Corta al eje X en los puntos (2, 0) y (4, 0)

Máximos y mínimos:

La función posee dos mínimos absolutos en los puntos (2, 0) y (4, 0) .



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = |x|^2 - 6|x| + 8$

$$f(x) = |x|^2 - 6|x| + 8 = \begin{cases} x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad x \geq 0 \\ (-x)^2 - 6(-x) + 8 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad x \geq 0 \\ x^2 + 6x + 8 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

Dom(f) = R

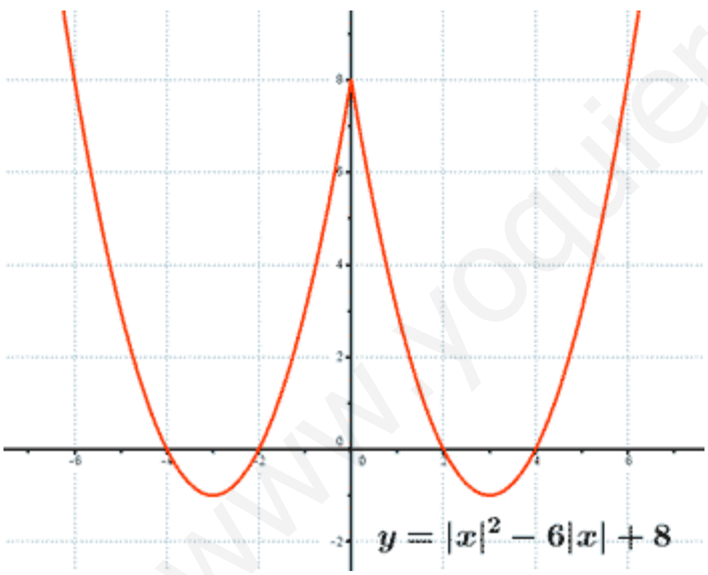
Im(f) = $[0, +\infty)$

Puntos de corte:

- $x = 0 \Rightarrow f(0) = 8 \Rightarrow$ Corta al eje Y en el punto (0, 8).
- $f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow$ Las soluciones son -4 y -2.

  $\Rightarrow x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow$ Las soluciones son 4 y 2

Por lo tanto, los puntos de corte con el eje X son: (-4, 0) (-2, 0) (2, 0) y (4, 0).

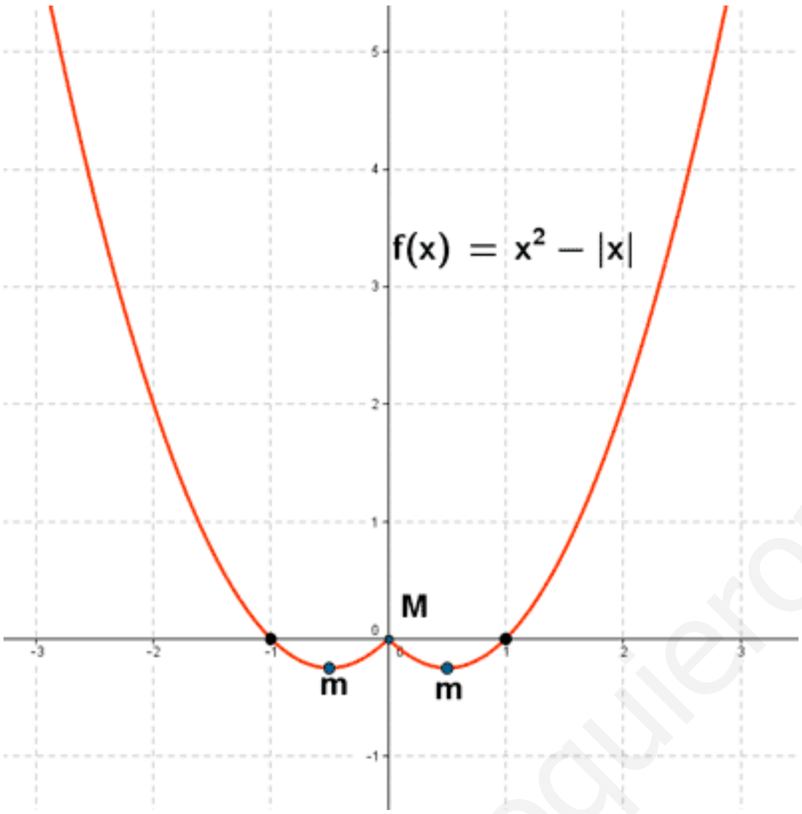


Si $f(x) = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow f(|x|) = |x|^2 - 6|x| + 8$

Sea la función: $f(x) = x^2 - |x|$

Vamos a expresarla como una función a trozos:

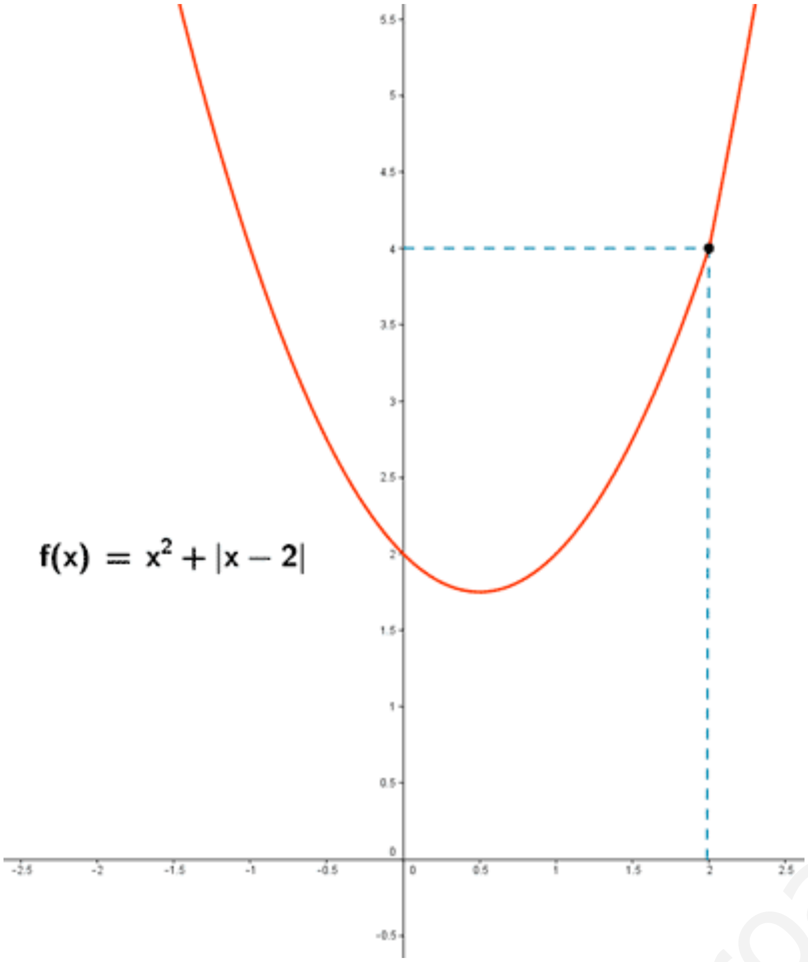
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{si} \quad x < 0 \\ x^2 - x & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$



Sea la función: $f(x) = x^2 + |x - 2|$

Definimos la función f por trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (-x+2) & \text{si} \quad x \leq 2 \\ x^2 + (x-2) & \text{si} \quad x > 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ x^2 + x - 2 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$



Sea la función: $f(x) = |x - 1| + x^2 + |x| + 1$

a) Expresa $f(x)$ como una función definida a trozos
b) Representa la función

a) Expresa f(x) como una función definida a trozos

Al tratarse de una función definida como la suma de sumandos con valor absoluto, tenemos que estudiar los intervalos determinados por las soluciones de dichos sumandos:

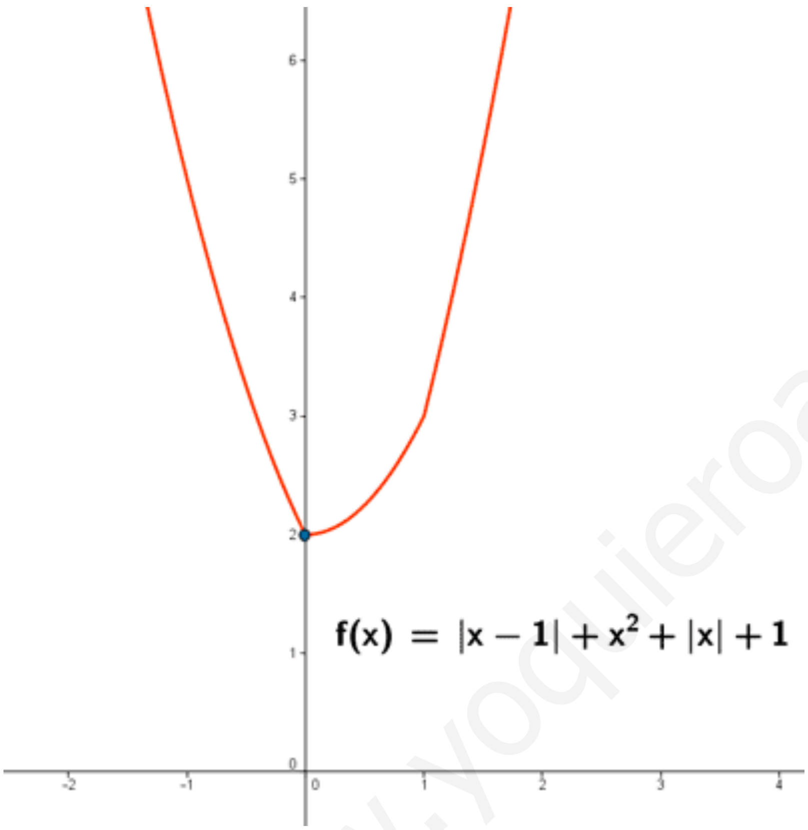
$$\begin{cases} |x - 1| \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ |x| \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

Intervalo	$(-\infty, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$\|x - 1\|$	$-x + 1$	$-x + 1$	$x - 1$
x^2	x^2	x^2	x^2
$\|x\|$	$-x$	$+x$	$+x$
+1	$+1$	$+1$	$+1$
$\|x - 1\|+x^2+\|x\|+1$	**$x^2 - 2x + 2$**	**$x^2 + 2$**	**$x^2 + 2x$**

Por lo tanto, nuestra función queda definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^2 + 2 & \text{si} \quad 0 < x \leq 1 \\ x^2 - 2x & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

b) Representa la función



Representa la siguiente función con todas sus características: $y = x\,|x|$

$$x\,|x| = \begin{cases} x^2 & \text{si} \;\; x \geq 0 \\ -x^2 & \text{si} \;\; x < 0 \end{cases}$$

Dom(f) = R

Im(f) = R

Puntos de corte:

- Para $x = 0$ tenemos que $f(0) = 0 \Rightarrow$ El punto de corte es $(0, 0)$
- Para que $f(x) = 0 \Rightarrow 0 = x|x| \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ El punto de corte es $(0, 0)$

Monotonía:

La función es creciente en todo su dominio, es decir, es creciente en todo $\mathbb{R}$.

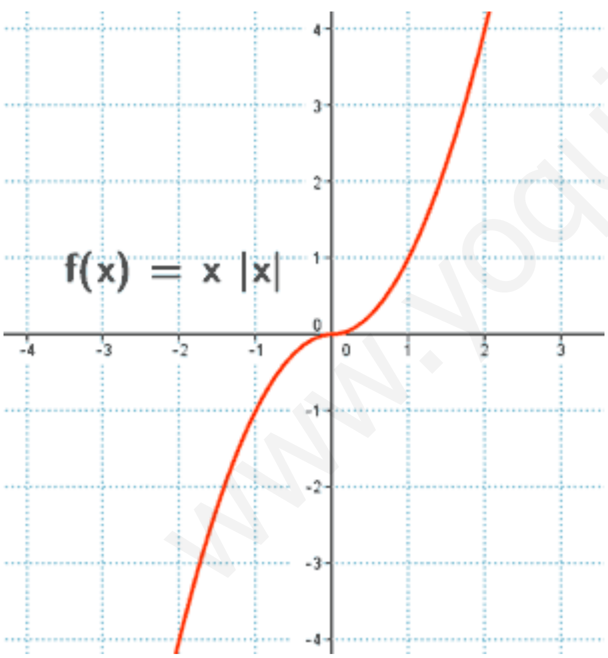
Máximos y mínimos:

Como es creciente en todo $\mathbb{R}$, no tiene ni máximos ni mínimos.

Simetría:

$f(-x) = - x\ |-x| = - x\ |x| = - (x|x|) = - f(x)$

Tiene simetría impar.



Funciones pares e impares con valor absoluto

Sea f: R → R la función definida por $f(x) = x|x - 4|$.

Definimos la función f por trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x(-x+4) & \text{si } x < 4 \\ x(x-4) & \text{si } x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x^2+4x & \text{si } x < 4 \\ x^2-4x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

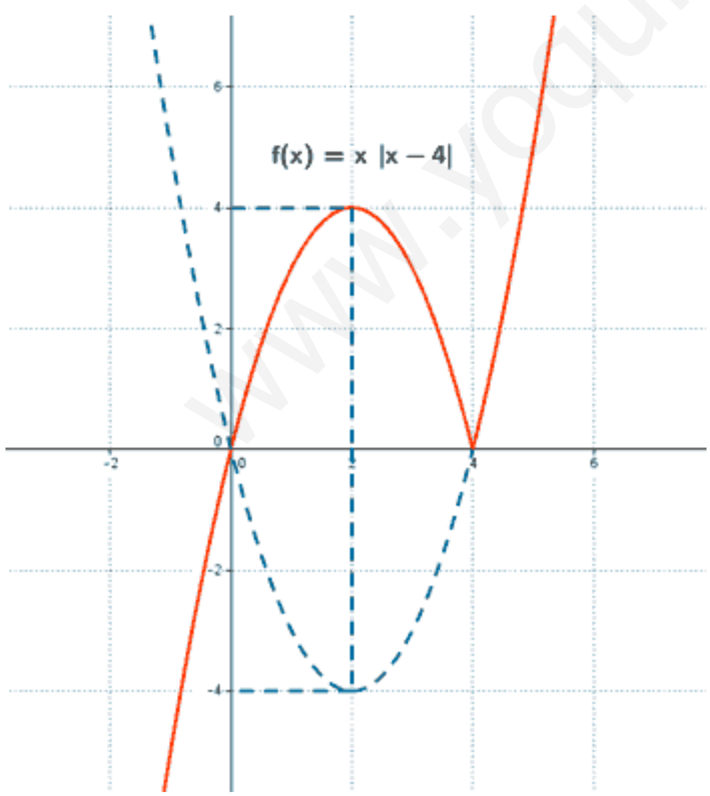
Hallamos los puntos de corte con los ejes:

- Si $x = 0$: $y = f(0)$ ⇒ $y = 0$ ⇒ (0 , 0)
- Si $y = 0$: $-x^2 + 4x = 0$ ⇒ $x(-x + 4) = 0$ ⇒ $x = 0$ ó $x = 4$ ⇒ (0 , 0) , (4 , 0)

$x^2 - 4x = 0$ ⇒ $x(x - 4) = 0$ ⇒ $x = 0$ ó $x = 4$ ⇒ (0 , 0) , (4 , 0)

Ambas ramas de f son funciones polinómicas de segundo grado, por lo que son parábolas. Para dibujarlas vamos a calcular sus respectivos vértices:

- $f(x) = -x^2+4x \Rightarrow x_v = \dfrac{-4}{2\cdot(-1)} = 2 \Rightarrow y_v = f(2) = -2^2+4\cdot2 = 4 \Rightarrow (2\,,4)$
- $f(x) = x^2-4x \Rightarrow x_v = \dfrac{-(-4)}{2\cdot1} = 2 \Rightarrow y_v = f(2) = 2^2-4\cdot2 = -4 \Rightarrow (2\,,-4)$



Representa la siguiente función con todas sus características: y = |x| / x

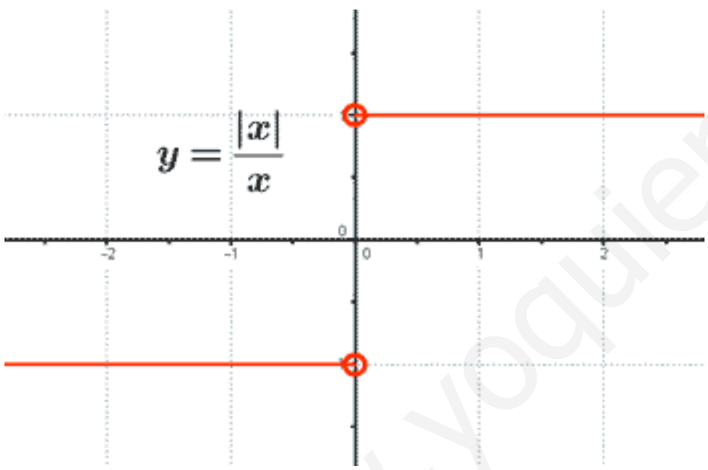
$$f(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} \dfrac{x}{x} & \text{si} \quad x > 0 \\ \dfrac{-x}{x} & \text{si} \quad x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x > 0 \\ -1 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

Dom(f) = R - {0}

Im(f) = {-1, 1}

Puntos de corte:

- La función no está definida en $x = 0$ ⇒ No corta al eje Y.
- $f(x) \neq 0$ ⇒ No corta al eje X .



Sea la función:

$$f(x) = \frac{|x|}{2 - x}$$

a) Expresa la función f como una función a trozos e indica el dominio de la función.

b) Representa la función.

a) Expresa la función f como una función a trozos e indica el dominio de la función.

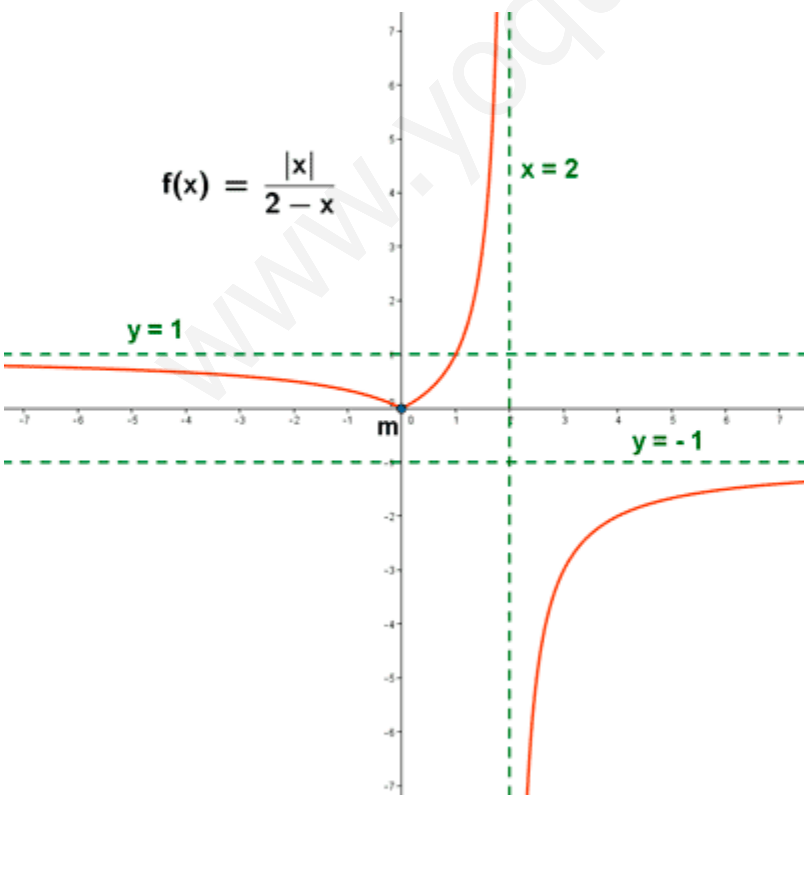
Antes de nada, definimos la función f por trozos:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{-x}{2-x} & \text{si} \quad x \le 0 \\ \dfrac{x}{2-x} & \text{si} \quad x > 0 \ \text{ y } \ x \ne 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x-2} & \text{si} \quad x \le 0 \\ \dfrac{-x}{x-2} & \text{si} \quad x > 0 \ \text{ y } \ x \ne 2 \end{cases}$$

Las funciones que definen a f son racionales, por lo que son continuas excepto en los puntos que se anula el denominador. Por tanto, la función f es continua en: $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

Dom (f) = $\mathbb{R} - \{2\}$

d) Representa la función



Representa la siguiente función con todas sus características:

$$y = |x| - \frac{|x|}{x}$$

$$|x| - \frac{|x|}{x} = \begin{cases} x - \dfrac{x}{x} & \text{si} \quad x > 0 \\ -x - \dfrac{-x}{x} & \text{si} \quad x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 & \text{si} \quad x > 0 \\ -x + 1 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

Dom(f) = R - {0}

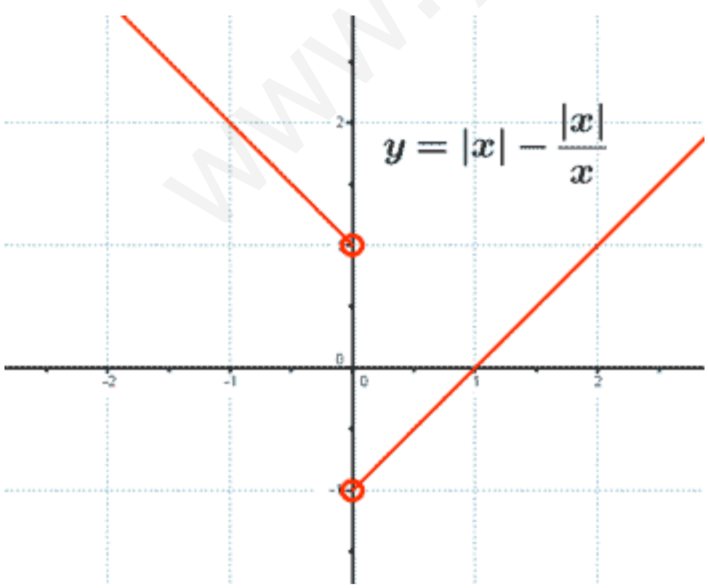
Im(f) = (-∞, 0) ∪ (0, +∞)

Puntos de corte:

- La función no está definida en $x = 0$ ⇒ No corta al eje Y.
- $f(x) = 0$ ⇒ $x - 1 = 0$ ⇒ $x = 1$ ⇒ Corta al eje X en el punto (1, 0)

Monotonía:

- La función es decreciente en el intervalo (-∞, 0) puesto que $y = -x + 1$ tiene pendiente negativa ($m = -1$) .
- La función es creciente en el intervalo (0, +∞) puesto que $y = x - 1$ tiene pendiente positiva ($m = 1$) .



Representa la siguiente función con todas sus características:

$$y = \frac{3x^2 + |x|}{x}$$

$$\frac{3x^2 + |x|}{x} = \begin{cases} \dfrac{3x^2 + x}{x} & \text{si} \quad x > 0 \\ \dfrac{3x^2 - x}{x} & \text{si} \quad x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\cancel{x}(3x+1)}{\cancel{x}} & \text{si} \quad x > 0 \\ \dfrac{\cancel{x}(3x-1)}{\cancel{x}} & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{3x^2 + |x|}{x} = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si} \quad x > 0 \\ 3x - 1 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

Dom(f) = R - {0}

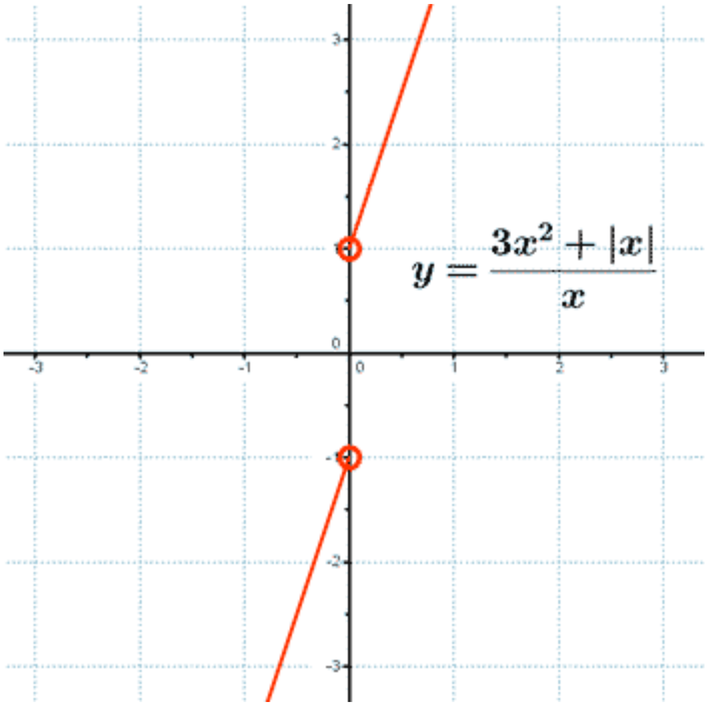
Im(f) = (-∞, -1) ∪ (1, +∞)

Puntos de corte:

- La función no está definida en x = 0 ⇒ No corta al eje Y.
- f(x) = 0 ⇒ No está definido en el dominio.

Monotonía:

- La función es creciente en el intervalo (-∞, 0) puesto que y = 3x - 1 tiene pendiente positiva (m = 3) .
- La función es creciente en el intervalo (0, +∞) puesto que y = 3x + 1 tiene pendiente positiva (m = 3) .


$y = \frac{3x^2 + |x|}{x}$

Representa la siguiente función con todas sus características:

$$y = \left| \frac{x-2}{x+3} \right|$$

$$\left| \frac{x-2}{x+3} \right| = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x+3} & \text{si} \quad \dfrac{x-2}{x+3} \geq 0 \\ \\ -\dfrac{x-2}{x+3} & \text{si} \quad \dfrac{x-2}{x+3} < 0 \end{cases}$$

Para estudiar el signo tenemos que resolver las siguientes ecuaciones:

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

A continuación estudiamos el signo en: A = (-∞, -3) B = (-3, 2) C = (2, +∞)

- **Intervalo A:** x = - 4 ⇒ f(-4) = 6 > 0
- **Intervalo B:** x = 0 ⇒ f(0) = - 2/3 < 0
- **Intervalo C:** x = 4 ⇒ f(4) = 2/5 > 0

$$\left| \frac{x-2}{x+3} \right| = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x+3} & \text{si} \quad x < -3 \\ \\ -\dfrac{x-2}{x+3} & \text{si} \quad -3 < x \leq 2 \\ \\ \dfrac{x-2}{x+3} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Dom(f) = R - {3}

Im(f) = [0 , +∞)

Puntos de corte:

- x = 0 ⇒ f(0) = - 2/3 ⇒ Corta al eje Y en el punto (0 , -2/3)
- f(x) = 0 ⇒ x - 2 = 0 ⇒ x = 2 ⇒ Corta el eje X en el punto (2, 0)

Asíntotas:

Posee una asíntota vertical en x = - 3 (valor que anula al denominador)