

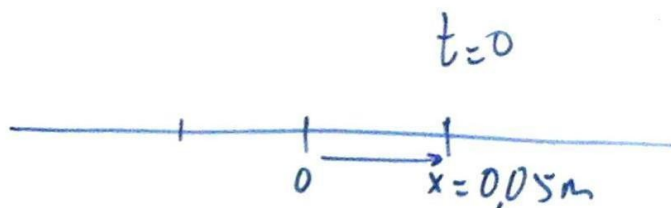
Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

- Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para $t=0$ está en la posición $x = +5$ cm
- La aceleración para $t = 2$ s

hipótesis y modelos

- partícula puntual
- Sin rozamiento ni fuerzas externas
- Modelo de m.a.s.

Esquema



funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$A = 0,05 \text{ m}$$

$$f = 10 \text{ Hz}$$

$$x_0 = 0,05 \text{ m}$$

1) Cálculo de ω y φ_0

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ rad/s}$$

$$0,05 = 0,05 \sin(20\pi \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$1 = \sin \varphi_0 \quad ; \quad \varphi_0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$x = 0,05 \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{función de elongación}$$

$$v = 0,05 \cdot 20\pi \cdot \cos(20\pi t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{función de velocidad}$$

2) Cálculo de a para $t = 2$ s

$$a = -0,05(20\pi)^2 \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{función de aceleración}$$

$$a_2 = -0,05(20\pi)^2 \cdot \sin(\frac{40\pi}{1} + \frac{\pi}{2}) = -0,05(20\pi)^2 = -197,4 \text{ m/s}^2$$

2) Un niño se columpia con una amplitud de 0,5 m. Si en 10 segundos va y vuelve 5 veces. Supuesto un m.a.s., calcula:

a) La frecuencia del movimiento.

Resultado: $f = 0,5 \text{ Hz}$

b) La función de la velocidad y la velocidad máxima que alcanza si la fase inicial es nula.

Resultado: $v = 0,5 \pi \cos(\pi t)$, $v_{\max} = \pm 1,57 \text{ m/s}$

Suponemos un m.a.s

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$A = 0,5 \text{ m}$$

$$\theta_0 = 0$$

Cálculo del periodo (T)

$$T = \frac{10 \text{ s}}{5 \text{ oscilaciones}} = 2 \text{ s}$$

$$a) f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Hz}$$

b) Cálculo de la función de v y $v_{\max}$

$$v = A \cdot \omega \cos(\omega t + \theta_0) \text{ luego } v_{\max} \text{ cuando } \cos(\omega t + \theta_0) = \pm 1$$

$$v_{\max} = A \omega$$

Calculamos ω :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

$$v = 0,5 \cdot \pi \cos(\pi t + 0) = 0,5 \pi \cos \pi t$$

$$v_{\max} = 0,5 \pi (\pm 1) = \pm 1,57 \text{ m/s}$$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

- Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para $t=0$ está en la posición $x=+5$ cm
- La aceleración para $t=2$ s

$$f = 10 \text{ Hz} \quad \text{Por tanto } \omega = 2\pi f = 20\pi \text{ rad/s} = 62,83 \text{ rad/s}$$

$$A = 0,05 \text{ m}$$

a) La función de la elongación será:

$$x = 0,05 \sin(20\pi t + \phi_0)$$

Puesto que para $t=0$ $x=+0,05$ m

$$0,05 = 0,05 \sin \phi. \quad \phi = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Las funciones serán.

$$x = 0,05 \sin(20\pi t + \pi/2)$$

$$v = 20\pi \cdot 0,05 \cos(20\pi t + \pi/2) = \pi \cos(20\pi t + \pi/2)$$

b) derivando:

$$a = \frac{dv}{dt} = -20\pi^2 \sin(20\pi t + \pi/2)$$

$$\text{si } t = 2 \text{ s : } a_2 = -20\pi^2 \sin(20\pi \cdot 2 + \pi/2) =$$

$$\sin(40\pi + \pi/2) = 1 \Rightarrow a_2 = -20\pi^2 = -197,4 \text{ m/s}^2$$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con un periodo de 2 s y una amplitud de 25 cm. Calcula:

- Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para $t=0$ está en la posición $x=+25$ cm
- La aceleración para $t=3$ s

a) Al ser un m.a.s., la elongación vendrá dada por la función

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Como $T = 2$ s y $A = 0,25$ m, $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$

Para $t = 0$, $x = 0,25$ m, luego

$$0,25 = 0,25 \sin(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0,25}{0,25} = 1 = \sin \theta_0 \quad \theta_0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Las funciones de la elongación y la velocidad serán:

$$x = 0,25 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,25 \pi \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) la aceleración será:

$$a = \frac{dv}{dt} = -0,25 \pi^2 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Para $t = 3$ s

$$\begin{aligned} a_3 &= -0,25 \pi^2 \sin\left(\pi \cdot 3 + \frac{\pi}{2}\right) = -0,25 \pi^2 \sin\left(\frac{7\pi}{2}\right) = \\ &= -0,25 \pi^2 (-1) = +2,47 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

5) Estiramos un resorte 5 cm y lo dejamos oscilar libremente resultando que completa una oscilación cada 0,2 s. Calcula:

a) La función que nos permite calcular su posición en función del tiempo.

Resultado: $x = 0,05 \sin(10\pi t + 3\pi/2)$

b) La velocidad y la aceleración a la que estará sometido el extremo libre a los 15 s de iniciado el movimiento.

Resultado: $v_{15} = 0 \text{ m/s}$ $a_{15} = 49,35 \text{ m/s}^2$

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato
pg 245, prob 84. Ed Santillana (2015)

Hipótesis y modelo

- Suponemos un m.a.s
- Objeto puntual y sin rozamiento

Funciones y parámetros

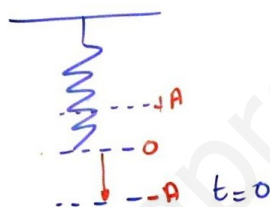
$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$A = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$T = 0,2 \text{ s}$$



a) Para tener la función de la posición debemos calcular ω y θ_0

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \text{ rad/s}$$

Cálculo de θ_0

para $t=0$, $x = -A$ (muelle estirado)

Sustituyendo en x :

$$-A = A \sin(10\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$-A = A \sin \theta_0 \quad ; \quad -\frac{A}{A} = \sin \theta_0 \quad ; \quad \sin \theta_0 = -1 \quad \theta_0 = \arcsin(-1) = 3\pi/2 \text{ rad } (270^\circ)$$

la función de la posición es $x = 0,05 \sin(10\pi \cdot t + 3\pi/2)$

b) Para calcular v y a cuando $t = 15$ s definimos las funciones de v y a :

$$v = 0,05 \cdot 10\pi \cos(10\pi t + 3\pi/2)$$

$$a = -0,05 \cdot (10\pi)^2 \sin(10\pi t + 3\pi/2)$$

Para $t = 15$ s:

$$v = 0,05 \cdot 10\pi \cos(10\pi \cdot 15 + 3\pi/2) = 1,57 \cos(150\pi + 3\pi/2)$$

$$= 1,57 \cos(3\pi/2) = 1,57 \cdot 0 = 0 \text{ m/s}$$

$$a = -0,05 \cdot (10\pi)^2 \sin(10\pi \cdot 15 + 3\pi/2) =$$

$$= -49,35 \sin(3\pi/2) = -49,35 \cdot (-1) = +49,35 \text{ m/s}^2$$

Una partícula de 5,0 g se mueve con m.a.s. Si su frecuencia es de 25 Hz y su amplitud 8 cm, calcula:

- Su periodo.
- La frecuencia angular.
- Su velocidad máxima.
- La constante recuperadora.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 9.

Preguntas

Hipótesis y modelo

- masa puntual
- no hay rozamiento
- modelo de m.a.s.

Funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k = \omega^2 m$$

$$m = 5,0 \text{ g} = 0,005 \text{ kg}$$

$$f = 25 \text{ Hz} \quad A = 8,0 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$$

$$a) \text{ Como } T = \frac{1}{f} \quad T = \frac{1}{25} \text{ s}$$

$$b) \text{ La frecuencia angular } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/25} = 50\pi \text{ rad/s}$$

$$c) \text{ La velocidad máxima es } v_{\max} = A\omega$$

$$v_{\max} = 0,080 \cdot 50\pi = 4\pi \text{ m/s} = 12,566 \text{ m/s}$$

$$d) \text{ La constante recuperadora es } k = \omega^2 m$$

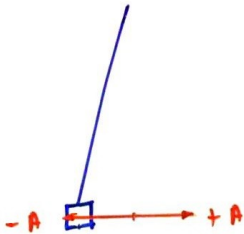
$$k = (50\pi)^2 \cdot 0,005 = 123,37 \text{ N/m}$$

7) Al descargar una carga de un barco mediante una grúa, oscila haciendo un vaivén cada 4 segundos con una amplitud de 2 m. Si se mueve con un m.a.s., calcule:

a) La aceleración máxima que alcanza.

b) Si para $t=0$ está en el extremo positivo la oscilación, su posición para $t=9$ s

Resultado: $a = 4,93 \text{ m/s}^2$ $x_9 = 0 \text{ m}$



Movimiento armónico simple

$$x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Parámetros

$$T = 4 \text{ s}$$

$$A = 2 \text{ m}$$

$$\text{para } t=0, x = +A$$

$$\omega = \frac{2\pi}{4 \text{ (s)}} = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

a) Aceleración máxima.

$$\text{Como } a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$a_{\max} = \pm A\omega^2 \quad (\text{cuando } \sin(\omega t + \phi_0) = \pm 1)$$

$$a_{\max} = 2 \text{ (m)} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = 4,93 \text{ m/s}^2$$

b) Posición para $t=9$ s

$$\text{Conocemos } A = 2 \text{ m y } \omega = \frac{\pi}{2} \text{ (rad/s)}.$$

Debemos calcular ϕ_0

$$\text{para } t=0, x = +A$$

$$A = A \sin(\omega \cdot 0 + \phi_0); \quad \frac{A}{A} = \sin \phi_0; \quad \phi_0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Sustituyendo:

$$x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 9 + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{10\pi}{2} = 2 \sin 5\pi = 0$$

Una partícula describe un movimiento armónico simple con una frecuencia de 10 Hz y una amplitud de 5 cm. Calcula:

- Las funciones de la elongación y de la velocidad de la partícula si para $t=0$ está en la posición $x=+5$ cm
- La aceleración para $t=2$ s

Hipótesis y modelo

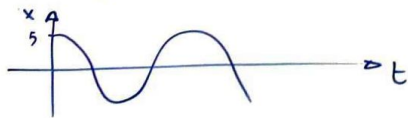
- modelo de movimiento armónico.
- partícula puntual

Funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$f = 10 \text{ Hz} \quad A = 0,05 \text{ m}$$

Esquema



Cuestiones

- función de posición

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi \text{ rad/s}$$

con la posición inicial ($x=5\text{ cm}, t=0$)

$$0,05 = 0,05 \sin(20\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0,05}{0,05} = \sin \theta_0 \quad ; \quad \theta_0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

La función de posición es

$$x = 0,05 \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Cálculo de la velocidad de la partícula

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,05 \cdot 20\pi \cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$v = \pi \cos(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

b) Cálculo de la aceleración para $t=2$ s

$$a = -\omega^2 x = -20^2 \pi^2 \cdot 0,05 \sin(20\pi t + \frac{\pi}{2})$$

Para $t=2$ s

$$20\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2} = 40\pi + \frac{\pi}{2}$$

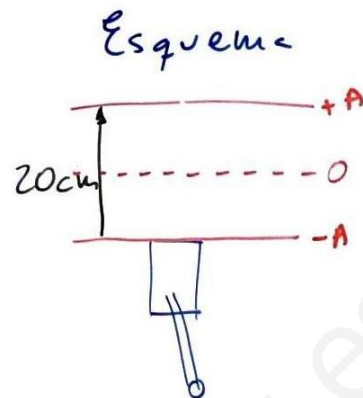
$$\sin(40\pi + \frac{\pi}{2}) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$a = -20^2 \cdot \pi^2 \cdot 0,05 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = -197,39 \text{ m/s}^2$$

El pistón del cilindro de un coche tiene una carrera (distancia desde abajo hasta arriba del movimiento) de 20 cm y el motor gira a 800 rpm. Calcular la velocidad máxima que alcanza. Resultado: $V_{\max} = \pm 8.37 \text{ m/s}$

Hipótesis y modelo.

- Suponemos un movimiento vibratorio
- Modelo de m.a.s.



Funciones y parámetros

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$A = 0,1 \text{ m}$$

$$\omega = 800 \text{ rpm} = 800 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{80}{3} \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\theta_0 = 0$$

Cuestiones

- a) La velocidad máxima tiene lugar cuando $\omega t + \theta_0 = 0$ o vale $2n\pi$

$$\text{por tanto } \text{para } \cos(\omega t + \theta_0) = \pm 1$$

$$\text{Por ello } v_{\max} = \pm A\omega$$

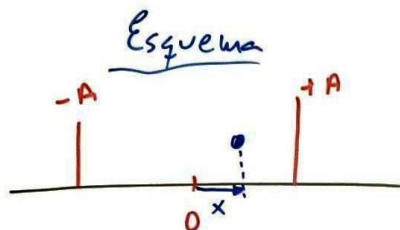
$$v_{\max} = \pm \frac{80}{3} \pi \cdot 0,1 = \pm 8,38 \text{ m/s}$$

Una partícula vibra de tal modo que tarda 0,50 s en ir desde un extremo a la posición de equilibrio, distantes entre sí 0,80 cm. Si para $t=0$ la elongación de la partícula es 4,0 cm, halla la ecuación que define este movimiento.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 3
Resultado: $x = 8,0 \cdot 10^{-2} \sin(\pi t + \pi/6)$ (m)

Hipótesis y modelo.

- Suponemos movimiento vibratorio
- Modelo de m.a.s
- suponemos A constante



Funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

- tarda 0,5 s en ir de $+A$ a $x=0$
- distancia $0 \rightarrow +A = 8,0 \text{ cm}$
- para $t=0$ $x = 4,0 \text{ cm}$

$$T = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ s}$$

$$A = 0,08 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

Cuestiones.

Sabemos que $A = 0,08 \text{ m}$ y $\omega = \pi \text{ rad/s}$

Falta calcular θ_0

Sabemos que $x = 0,04 \text{ m}$ para $t = 0$
sustituyendo en la función de la elongación

$$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0)$$

$$0,04 = 0,08 \operatorname{sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0,04}{0,08} = \operatorname{sen} \theta_0$$

$$\theta_0 = \arcsen \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Con todo ello

$$x = 0,08 \operatorname{sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ SI}$$

11) Un móvil realiza un movimiento armónico simple en el extremo de un muelle que hace dos oscilaciones por segundo, siendo la amplitud del movimiento 20 cm. Calcula:

a) La velocidad máxima que llega a alcanzar la masa que oscila.

Resultado: $v_{\max} = 2,51 \text{ m/s}$

b) La aceleración de la masa al pasar por el extremo del movimiento vibratorio armónico.

Resultado: $a_{\max} = -31,58 \text{ m/s}^2$

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato pg 245, prob 85. Ed Santillana (2015)

Hipótesis y modelo

- Suponemos un m.a.s
- Objeto puntual y sin rozamiento

Funciones y parámetros

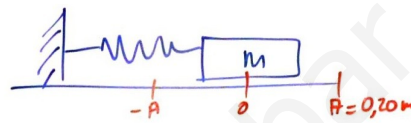
$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 x$$

$$A = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

$$\text{hace 2 oscilaciones/s} \rightarrow f = 2 \text{ Hz}$$



a) Cálculo de la velocidad máxima.

Para tener la función v debemos calcular A , ω y θ_0

$$A = 0,20 \text{ m} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 2 = 4\pi \text{ rad/s}$$

Como no hay detalles de la posición inicial, suponemos que

para $t=0$, $x=0$, luego $\theta_0 = 0$

$$v = 0,20 \cdot 4\pi \cos(4\pi \cdot t + 0) = 0,80\pi \cos(4\pi t)$$

La v máxima corresponde a que $\cos(4\pi t) = 1$

$$v_{\max} = 0,80\pi = 2,51 \text{ m/s}$$

b) la aceleración en el extremo del movimiento es la aceleración máxima.

Por tanto:

$$a_{\max} = -A\omega^2 = -0,20(4\pi)^2 = -31,58 \text{ m/s}^2$$

Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm. Si en el instante inicial la elongación de la partícula es cero, determina:

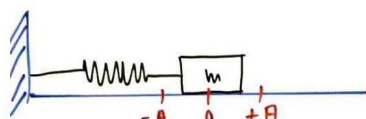
- Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.
- El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.
- La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio.

(PAU ULL septiembre 2009)

Hipótesis y modelo

- muelle elástico y de masa despreciable.
- Suponemos un m.a.s. sin rozamiento (inamortiguación)

Esquema



Funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A \omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$k = \omega^2 m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2); U_e = \frac{1}{2} k x^2$$

$$m = 0,010 \text{ kg}$$

$$A = 0,006 \text{ m}$$

$$f = 4 \text{ Hz}$$

$$\text{para } t=0, x=0$$

Preguntas

a) Calculamos ω y θ_0

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{Para } t=0, x=0 \text{ luego } 0 = 0,006 \sin(8\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$0 = \sin \theta_0; \theta_0 = \arcsin 0 = 0$$

Las funciones son:

$$x = 0,006 \sin(8\pi t)$$

$$v = 0,006 \cdot 8\pi \cos(8\pi t)$$

b) Período: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} \text{ s}$

$$a_{\text{max}} = A \omega^2 = 0,006 \cdot (8\pi)^2 = 3,80 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Como } F = m \cdot a \Rightarrow F_{\text{max}} = 0,010 \cdot 3,80 = 0,038 \text{ N}$$

c) Cálculo de k

Método 1

$$k = \omega^2 m = (8\pi)^2 \cdot 0,010 = 6,31 \text{ N/m}$$

Método 2

$$F_{\text{max}} = k \cdot x_{\text{max}}; 0,038 = k \cdot 0,006; k = \frac{0,038}{0,006} = 6,3 \text{ N/m}$$

Cálculo de la energía

U_e en $x=0$ es nula

$$E_c \text{ en } x=0 \text{ es } E_c = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 6,3 (0,006)^2 = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Un cuerpo de 200 g está unido a un resorte horizontal, sin rozamiento, sobre una mesa y a lo largo del eje OX, con una frecuencia angular $\omega = 8,00 \text{ rad/s}$. En el instante $t = 0$ el alargamiento del resorte es de 4,0 cm respecto a la posición de equilibrio y el cuerpo lleva una velocidad de -20 cm/s. Determina:

- La amplitud y la fase inicial del m.a.s. Realizado por el cuerpo.
- La constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema.

Física 2 (2009) McGraw-Hill pg 24 nº 15

Resultado: $A = 0,047 \text{ m}$; $\theta_0 = -1,01 \text{ rad}$; $k = 12,8 \text{ N/m}$; $E_{\text{mec}} = 0,014 \text{ J}$

Hipótesis y modelo

- Suponemos mas y resorte ideal.

Funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A \omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$m = 0,200 \text{ kg}$$

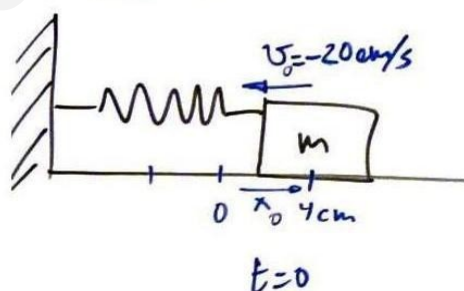
$$\omega = 8,00 \text{ rad/s}$$

$$\text{Para } t=0 \begin{cases} x = 0,040 \text{ m} \\ v = -0,20 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$k = m \omega^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

Esquema



Questions

a) Cálculo de A y θ_0

Para $t = 0$

$$\left. \begin{aligned} 0,040 &= A \sin(8,00 \cdot 0 + \theta_0) \\ -0,20 &= A \cdot 8,00 \cos(8,00 \cdot 0 + \theta_0) \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{0,040}{-0,20} = \frac{A \sin \theta_0}{A \cdot 8,00 \cdot \cos \theta_0} = \frac{\tan \theta_0}{8,00}$$

$$\frac{0,040}{-0,20} \cdot 8,00 = \tan \theta_0 = -1,6 ; \quad \theta_0 = \arctg(-1,6) = -57,99^\circ \approx -58^\circ$$
$$\theta_0 = -1,01 \text{ rad}$$

Aplicándolo a la posición inicial:

$$0,040 = A \sin(-1,01) \quad A = 0,047 \text{ m}$$

b) Cálculo de k : $k = m\omega^2 = 0,200 \cdot (8,00)^2 = 12,8 \text{ N/m}$

Energía mecánica:

$$\text{Sol 1: para } t=0 \quad E_m = \frac{1}{2} 0,200 (-0,20)^2 + \frac{1}{2} \cdot 12,8 (0,040)^2 = 4 \cdot 10^{-3} + 1,024 \cdot 10^{-2} = 0,014 \text{ J}$$

Sol 2: en extremo

$$E_m = \frac{1}{2} 0,200 \cdot 0^2 + \frac{1}{2} 12,8 (0,047)^2 = 0,014 \text{ J}$$

Tenemos colgado verticalmente un muelle con una constante $k = 400 \text{ N/m}$ y queremos colgarle una masa para que oscile con un período de 1 s. Calcula:

- La masa que debemos colgarle para conseguir ese período.
- Su posición para $t = 1,5 \text{ s}$ si, para que empiece a vibrar, levantamos la masa 4 cm por encima de su posición de equilibrio y contamos el tiempo desde que la soltamos.

Resultado: $m = 10,13 \text{ kg}$ $x_{1,5} = -0,04 \text{ m} = -A$

Hipótesis y modelo.

- Muelle elástico ideal y sin masa
- Modelo de m.a.s.

Funciones y parámetros

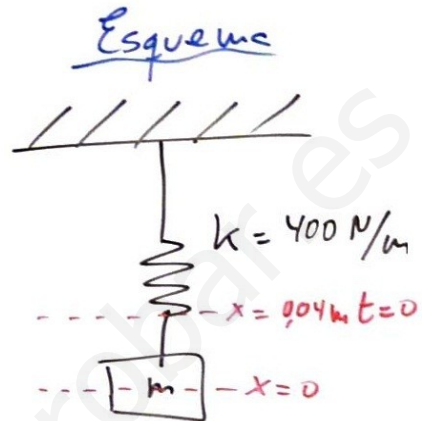
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{Para } t=0 \quad x = +0,04 \text{ m}$$

$$k = 400 \text{ N/m}$$



Cuestiones:

$$a) \text{ Para que } T = 1 \text{ s} \quad 1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{400}}$$

$$1^2 = 4\pi^2 \frac{m}{400} ; \quad m = \frac{400}{4\pi^2} = 10,13 \text{ kg}$$

b) Debemos conocer A, ω, θ_0

$$A = 0,04 \text{ m} ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \text{ rad/s}$$

Sabemos que $x = 0,04 \text{ m}$ cuando $t = 0$

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$0,04 = 0,04 \sin(2\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0,04}{0,04} = \sin \theta_0 ; \quad \theta_0 = \arcsin 1 ; \quad \theta_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Para $t = 1,5 \text{ s}$

$$x = 0,04 \sin\left(2\pi \cdot 1,5 + \frac{\pi}{2}\right) = 0,04 \sin\left(\frac{7\pi}{2}\right) =$$

$$= 0,04(-1) = -0,04 \text{ m} ; \quad x = -0,04 \text{ m}$$

15) Una partícula recorre 8 cm de extremo a extremo en un movimiento armónico simple y su aceleración máxima es de 48 m/s^2 . Calcula:

a) La frecuencia y el periodo del movimiento

b) La velocidad máxima de la partícula.

Resultado: $v_{\max} = 1,38 \text{ m/s}$

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato
pg 245, prob 86. Ed Santillana (2015)

Hipótesis y modelo

- Suponemos un m.a.s
- Objeto puntual y sin rozamiento

Funciones y parámetros

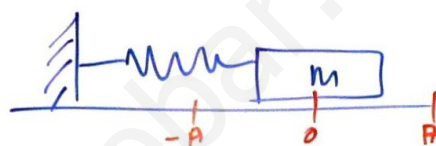
$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 x$$

de extremo a extremo hay 8 cm $\rightarrow A = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$

$$a_{\max} = 48 \text{ m/s}^2$$



a) Para calcular v debemos saber A y ω .

Como $a_{\max} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0)$ cuando $\sin(\omega t + \theta_0) = 1$

$$a_{\max} = -A\omega^2 \begin{cases} \text{Si } a = -48 \text{ m/s}^2, \text{ estamos en } x = +A \\ \text{Si } a = +48 \text{ m/s}^2, \text{ estamos en } x = -A \end{cases}$$

$$-48 = -0,04 \omega^2$$

$$\frac{48}{0,04} = \omega^2; \omega = \sqrt{1200} = 34,64 \text{ rad/s}$$

$$\text{Como } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad \begin{cases} f = \frac{34,64}{2\pi} = 5,51 \text{ Hz} \\ T = \frac{2\pi}{34,64} = \frac{1}{f} = \frac{1}{5,51} = 0,18 \text{ s} \end{cases}$$

b) La velocidad máxima es

$$v_{\max} = A\omega = 0,04 \cdot 34,64 = 1,38 \text{ m/s}$$

16) Calcula la aceleración y la velocidad en el instante inicial para un muelle cuyo movimiento viene descrito por la función:

$$x(t) = 0,3 \cos(2t + \pi/6) \text{ (cm)}$$

Resultado: $a_0 = -5,92 \text{ m/s}^2$; $v_0 = 1,63 \text{ m/s}$

Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato
pg 246, prob 87. Ed Santillana (2015)

De la función sabemos que:

$$X = \underset{\substack{\uparrow \\ A}}{0,3} \cos\left(\underset{\substack{\uparrow \\ \omega}}{2\pi t} + \underset{\substack{\uparrow \\ \theta_0}}{\pi/6}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} A = 0,3 \text{ m} \\ \omega = 2\pi \text{ rad/s} \\ \theta_0 = \pi/6 \text{ rad} \end{array} \right\}$$

Substituyendo en v y a para $t=0$

$$v = 0,3 \cdot 2\pi \cos(2\pi \cdot 0 + \pi/6) = 1,63 \text{ m/s}$$

$$a = -0,3(2\pi)^2 \underbrace{\sin(2\pi \cdot 0 + \pi/6)}_{0,5} = -5,92 \text{ m/s}^2$$

17) Un objeto está unido a un muelle horizontal sin rozamiento que oscila con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determine:

a) El periodo del movimiento.

Resultado: $T = 0,30$ s

b) La velocidad máxima y la aceleración máxima.

Resultado: $v_{\max} = \pm 1,03$ m/s; $a_{\max} = \pm 21,48$ m/s²;

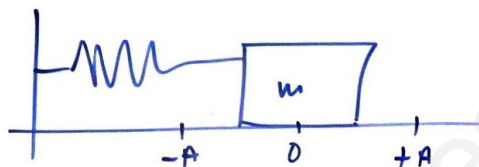
Barradas, F; Valera, P; Vidal, M.C. Física y Química 1º bachillerato
pg 246, prob 89. Ed Santillana (2015)

Suponemos un m.a.s

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0)$$



$$A = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$f = 3,3 \text{ Hz}$$

a) Cálculo del periodo (T)

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3,3} = 0,30 \text{ s}$$

b) Cálculo de $v_{\max}$

$$v = A \cdot \omega \cos(\omega t + \theta_0) \text{ luego } v_{\max} \text{ cuando } \cos(\omega t + \theta_0) = 1$$

$$v_{\max} = A \omega$$

$$\text{Calculamos } \omega : \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 3,3 = 20,73 \text{ rad/s}$$

$$v_{\max} = A \omega = \pm 0,05 \cdot 20,73 = \pm 1,03 \text{ m/s}$$

Como $a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0)$, $a_{\max}$ se da para $\sin(\omega t + \theta_0) = \pm 1$

$$a_{\max} = \pm A\omega^2 = \pm 0,05 \cdot (20,73)^2 = \pm 21,48 \text{ m/s}^2$$

18) Una masa puntual está sujeta a un resorte elástico y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 0,5 Hz y una amplitud de 30 cm. Si en el instante inicial su elongación es de +30 cm. determine:

a) Las funciones de la elongación, la velocidad y la aceleración.

Resultado: $x = 0,30 \sin(\pi t + \pi/2)$; $v = 0,30\pi \cos(\pi t + \pi/2)$; $a = -0,30\pi^2 \sin(\pi t + \pi/2)$

b) Su posición y velocidad cuando $t = 2,5$ s

Resultado: $x = 0$; $v = -0,94$ m/s

c) Su aceleración cuando $t = 3$ s

Resultado: $a = + 2,96$ m/s²

Suponemos que es un mas:

Funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$v = A \omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$a = -A \omega^2 \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$f = 0,5 \text{ Hz}$$

$$A = 0,30 \text{ m}$$

$$\text{para } t=0, x = +0,30 \text{ m}$$



Cálculo de los parámetros A, ω y θ_0

$$A = 0,30 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 0,5 = \pi \text{ rad/s}$$

Como $x = +0,30 \text{ m}$ para $t=0$, sustituimos en la función de x

$$x = A \sin(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$+0,30 = 0,30 \sin(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0,30}{0,30} = \sin \theta_0$$

$$\theta_0 = \arcsin 1 = \pi/2 \text{ rad}$$

a) Las funciones son:

$$x = 0,30 \sin(\pi \cdot t + \pi/2)$$

$$v = 0,30 \cdot \pi \cos(\pi \cdot t + \pi/2)$$

$$a = -0,30 \cdot \pi^2 \sin(\pi \cdot t + \pi/2)$$

b) Cuando $t = 2,5 \text{ s}$

$$v = 0,30 \cdot \pi \cos\left(\pi \cdot 2,5 + \frac{\pi}{2}\right) \quad x = 0,30 \sin\left(\pi \cdot 2,5 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\pi \cdot 2,5 + \frac{\pi}{2} = 3\pi$$

$$2,5\pi + 0,5\pi = 3\pi$$

$$v = 0,30\pi \cos 3\pi$$

$$x = 0,30 \sin 3\pi$$

$$v = 0,30\pi(-1) = -0,94 \text{ m/s}$$

$$x = 0,30 \cdot 0 = 0 \text{ m}$$

c) Cuando $t = 3 \text{ s}$

$$a = -0,30 \cdot \pi^2 \sin\left(\pi \cdot 3 + \frac{\pi}{2}\right) \quad a = -0,30\pi^2 \sin(3,5\pi) = -0,30\pi^2(-1) = 2,96 \text{ m/s}^2$$

$$3\pi + \frac{\pi}{2} = 3,5\pi$$

7) Una masa puntual de 10 g está sujeta a un muelle y oscila sobre el eje OX con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 mm.

Si en el instante inicial la elongación de la partícula es igual a la máxima elongación, determina:

a) Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.

b) El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.

c) La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por el punto de equilibrio

<u>Hipótesis</u> - Oscilación no amortiguada (A es constante) - $F_{roz} = 0$ - Suponemos m.a.s. <u>Parámetros</u> $m = 10\text{ g} = 0,01\text{ kg}$ $f = 4\text{ Hz} = 4\text{ s}^{-1}$ $A = 6\text{ mm} = 0,006\text{ m}$ para $t = 0$ $x = A$	<u>Funciones</u> $x = A \text{ sen}(\omega t + \phi_0)$ $\dot{x} = v = A\omega \cos(\omega t + \phi_0)$ $\ddot{x} = a = -A\omega^2 \text{ sen}(\omega t + \phi_0)$ $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
---	--



a) ecuación de la elongación

$$x = 0,006 \text{ sen}(2\pi \cdot 4 \cdot t + \phi_0)$$

Cálculo de ϕ_0 :

$$0,006 = 0,006 \text{ sen}(2\pi \cdot 4 \cdot 0 + \phi_0)$$

$$\frac{0,006}{0,006} = 1 = \text{sen } \phi_0$$

$$\phi_0 = \text{arc sen } 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$x = 0,006 \text{ sen}(8\pi t + \frac{\pi}{2})$$

a) función de la velocidad

por sustitución : $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

$$v = 0,006 \cdot 8\pi \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

por derivación

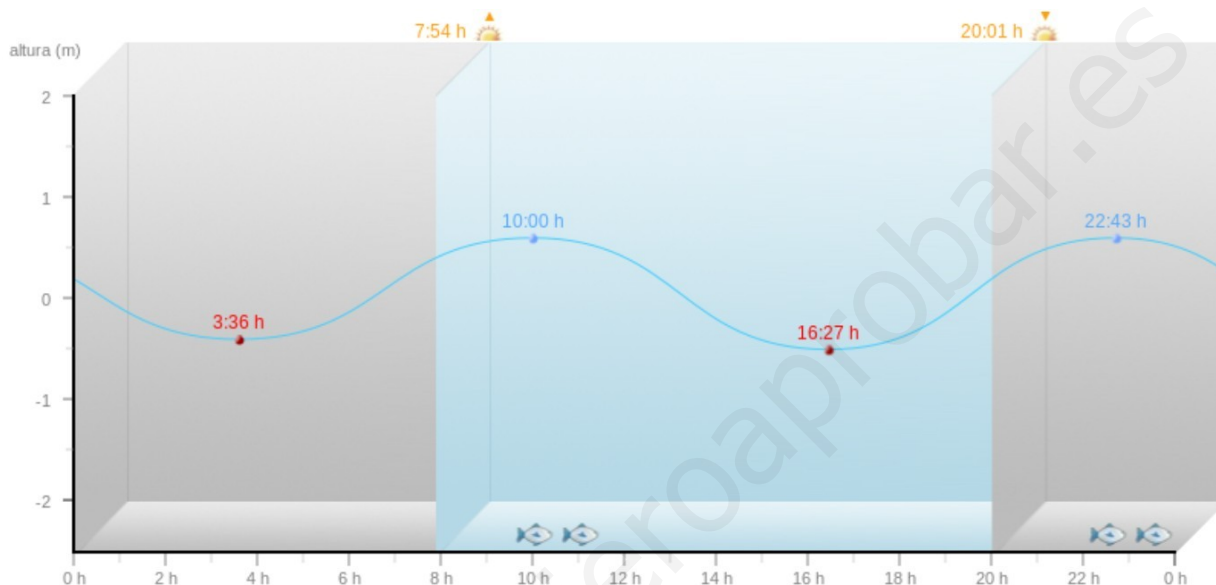
$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\left[0,006 \sin\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\right]}{dt} = 0,006 \cos\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \cdot 8\pi$$

Por terminar.

La tabla de mareas de hoy en Santa Cruz de Tenerife nos da estos datos :
 la primera bajamar será a las 3:36 h y la siguiente bajamar a las 16:27 h. La primera pleamar será a las 10:00 h y la siguiente pleamar a las 22:43 h.
 Las **alturas de las mareas** serán -0,4 m, 0,6 m, -0,5 m y 0,6 m.

Suponiendo en el movimiento de la marea sobre una pared vertical sea un m.a.s, calcular:

- La altura de la marea a las 14 h con respecto al nivel medio.
- La velocidad máxima que alcanza la marea cuando asciende.
- La aceleración máxima a que está sometida el agua cuando asciende.
- La velocidad máxima a la que se desplazará el agua por una playa inclinada 4°



El coeficiente de mareas será 56 (medio). Las alturas de las mareas serán -0,4 m, 0,6 m, -0,5 m y 0,6 m. Podemos comparar estos niveles con la pleamar máxima registrada en las tablas de mareas de Santa Cruz de Tenerife que es de 1,5 m y la altura mínima -1,4 m.

Fuente de los datos: <http://www.tablademareas.com/es/islas-canarias/santa-cruz-de-tenerife> (septiembre 2015)

Hipótesis

Suponemos un m.a.s.

de $A = 0,6 \text{ m}$

parámetros

$A = 0,6 \text{ m}$

$T = 12 \text{ h } 43 \text{ min} = 45780 \text{ s}$

$t = 0 \quad x = A = 0,6 \text{ m}$

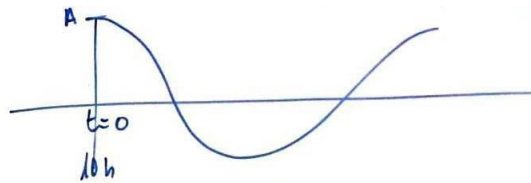
Funciones

$$x = A \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\dot{x} = v = A\omega \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\ddot{x} = a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \text{ rad/s}$$



a) Usamos la función de la elongación

$$x = 0,6 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{45780} \cdot t + \varphi_0\right)$$

para $t=0$, $0,6 = 0,6 \operatorname{sen}(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$; $1 = \operatorname{sen} \varphi_0$; $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$
 a las 14h, $t = 3600\left(\frac{s}{h}\right) \cdot 4(h) = 14400 \text{ s}$

A las 14h

$$x = 0,6 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{45780} \cdot 14400 + \frac{\pi}{2}\right) = -0,023 \text{ m}$$

b) $v_{\text{máxima}}$ de la marea ascendente.

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$v_{\text{máxima}}$ para $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$

$$\text{luego } v_{\text{max}} = A\omega = 0,6(\text{m}) \cdot \frac{2\pi}{45780 \text{ s}} = 8,23 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

$$v_{\text{max}} = 0,0049 \text{ m/min}$$

c) aceleración máxima

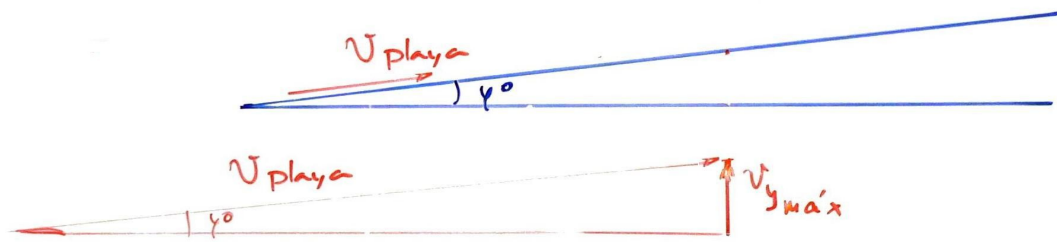
$$a = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

a es máxima cuando $\operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0) = 1$

o bien cuando x es máxima

$$a_{\text{max}} = -A\omega^2$$

$$a_{\text{max}} = -0,6 \left(\frac{2\pi}{45780}\right)^2 = -1,13 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$$



Velocidad de la playa es la componente paralela a la superficie de la playa

$$\text{sen } \gamma^\circ = \frac{v_{\gamma \max}}{v_{\text{playa}}}$$

$$v_{\text{playa}} = \frac{v_{\gamma \max}}{\text{sen } \gamma^\circ} = 1,17 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$v_{\text{playa}} = 0,070 \text{ m/min}$$

37) Considere una partícula de 100 g de masa, cuya posición respecto del origen de coordenadas, viene dada por la función $x(t) = A \sin(\omega t + 3\pi/5)$, donde x se mide en metros y t en segundos (MAS a lo largo del eje X en torno del origen de coordenadas). La partícula completa 3 oscilaciones o ciclos cada 6 s. En el instante inicial ($t=0$ s), la partícula se encuentra a +3 cm del origen de coordenadas.

a) ¿Cuánto valen la frecuencia angular y la amplitud de las oscilaciones? Exprese la posición de la partícula en un instante de tiempo cualquiera, esto es, la función $x(t)$.

b) Calcule la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante de tiempo $t=0.4$ s.

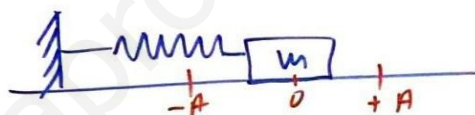
c) ¿Cuánto vale la constante elástica asociada al muelle que origina este movimiento armónico? Calcule la energía total, la energía potencial y la energía cinética de la partícula en el instante de tiempo $t=0.4$ s.

(PAU ULL junio 2014)

Hipótesis y modelo

Suponemos un mas sin amortiguación (no hay rozamiento)

Funciones y parámetros
 $x(t) = A \sin(\omega t + 3\pi/5)$



$$f = \frac{3 \text{ oscilaciones}}{6 \text{ s}} = 0,5 \text{ s}^{-1} = 0,5 \text{ Hz}$$

para $t=0$ $x = 3 \text{ cm} = +0,03 \text{ m}$

$$m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$

a) Frecuencia angular ω $\omega = 2\pi f = 2\pi (\text{rad}) \cdot 0,5 (\text{s}^{-1}) = \pi \text{ rad/s}$

Para calcular A , sustituimos en la función de posición y despejamos:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= A \sin(\pi t + 3\pi/5) \\ \text{para } t=0 \quad x &= +0,03 \text{ m} \end{aligned} \right\} +0,03 = A \sin(\pi \cdot 0 + 3\pi/5)$$

$$A = \frac{0,03}{\sin(3\pi/5 \text{ rad})} = \frac{0,03}{0,951} = 0,031 \text{ m}$$

función de la posición respecto al tiempo $x(t) = 0,031 \sin(\pi t + 3\pi/5)$

b) posición para $t = 0,4 \text{ s}$ ($0,4 \text{ s} = \frac{2}{5} \text{ s}$)

$$x(t) = 0,031 \sin\left(\pi \cdot t + \frac{3\pi}{5}\right) = 0,031 \sin\left(\pi \cdot 0,4 + \frac{3\pi}{5}\right) =$$

$$= 0,031 \sin\left(\pi \cdot \frac{2}{5} + \frac{3\pi}{5}\right) = 0,031 \sin\left(\frac{5\pi}{5}\right) = 0$$

Velocidad para $t = 0,4 \text{ s}$

$$v(t) = 0,031 \cdot \pi \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{5}\right) = 0,031 \pi \cos\left(\pi \cdot 0,4 + \frac{3\pi}{5}\right) = 0,031 \pi \cos \pi =$$

$$= -0,031 \pi \text{ (m/s)} = -0,097 \text{ m/s}$$

aceleración para $t = 0,4 \text{ s}$

$$a(t) = -\omega^2 x = -\pi^2 \cdot 0 = 0 \text{ m/s}^2$$

c) Cálculo de la constante elástica

$$k = \omega^2 m = \pi^2 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 0,1 (\text{kg}) = 0,986 \text{ N/m}$$

c) Cálculo de E_{p_x} , E_c y E_T

$$E_{p_x} = \frac{1}{2} k x^2 ; \text{ Sabemos que } k = 0,986 \text{ N/m} \text{ y que para } t = 0,4 \text{ s, } x = 0$$

$$E_{p_x} = \frac{1}{2} 0,986 (\text{N/m}) \cdot 0 = 0 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 ; \text{ Sabemos que para } t = 0,4 \text{ s, } v = -0,097 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} 0,1 (\text{kg}) \cdot (-0,097)^2 (\text{m/s}^2) = 4,70 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$E_T = E_c + E_{p_x} = 4,70 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

También podemos calcular las energías a partir de sus funciones generales:

$$E_T = E_C + E_{P_x} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

Aplicando funciones de un mas

$$E_T = \frac{1}{2} m \left[-A\omega \cos(\omega t + \phi) \right]^2 + \frac{1}{2} k \left[A \sin(\omega t + \phi) \right]^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi_0) + \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

Como estamos en $x = 0$ para $t = 0,4 \text{ s}$ $\sin^2(\omega t + \phi_0) = 0$ y $\cos^2(\omega t + \phi_0) = +1$

$$E_T = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} 0,1 (\text{kg}) \cdot (0,031 (\text{m}))^2 \cdot (\pi (\text{rad/s}))^2 = 4,74 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

38) Un objeto de masa 30 g se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal y sujeto a un muelle. Se observa que oscila sobre la superficie, en la dirección del eje OX, siguiendo un MAS de frecuencia 5 s con una amplitud de 10 cm. Si en el instante inicial, la elongación de la partícula es igual a la mitad de la máxima elongación o amplitud, determine:

- Las ecuaciones de la elongación y la velocidad de la masa en cualquier instante de tiempo.
- El período de oscilación de la masa, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma.
- La constante elástica del muelle, así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total del objeto cuando pasa por uno de sus puntos de máxima elongación.

(PAU ULL junio 2012)

Hipótesis y modelo.

- Suponemos un MAS sin rozamiento

Funciones y parámetros

$$x = A \sin(\omega t + \varphi)$$

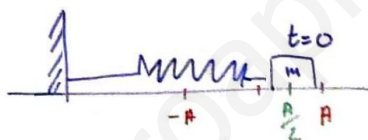
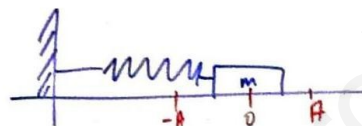
$$v = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$m = 30 \text{ g} = 0,030 \text{ kg}$$

$$A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$f = 5 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Para } t=0, x = \frac{A}{2}$$



a) Ecuaciones de x y de v

$$\text{Calculamos } \omega: \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5 \text{ s}^{-1} = 10\pi \text{ rad/s}$$

Calculamos φ :

Para $t=0$, $x = A/2$, sustituimos en x :

$$\frac{A}{2} = A \sin(10\pi \cdot 0 + \varphi) ; \frac{1}{2} = \sin \varphi$$

$$\varphi = \arcsin \frac{1}{2} \quad \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Funciones de x y de v :

$$x = 0,1 \sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$v = 0,1 \cdot 10\pi \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \pi \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

b) Periodo de oscilación:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ s}$$

$$a_{\text{max}} = |-A\omega^2| = 0,1 \cdot (10\pi)^2 = 98,69 \text{ m/s}^2$$

$$F_{\text{max}} = |-k a_{\text{max}}|$$

Calculamos k : $k = \omega^2 m = (10\pi)^2 \cdot 0,030$

$$k = 29,6 \text{ N/m}$$

$$F_{\text{max}} = |-29,6 \cdot 98,69| = 2921 \text{ N}$$

c) Constante elástica del muelle

$$k = \omega^2 m = (10\pi)^2 \cdot 0,030 = 29,6 \text{ N/m}$$

Cálculo de E_c , E_p y E_T $x = \pm A$

$$E_c = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi_0) = 0$$

Si $x = \pm A$, $v = 0$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (\pm A)^2 = \frac{1}{2} 29,6 \cdot 0,1^2 = 0,148 \text{ J}$$

$$E_T = E_p + E_c = 0,148 \text{ J}$$

39) Una partícula de 100 g de masa sujeta a un muelle, se desplaza hacia la derecha de su posición de equilibrio 2 cm. A continuación se suelta y comienza a oscilar armónicamente a lo largo del eje OX con una frecuencia de 4 s^{-1} . Determine:

a) Las ecuaciones de la posición y de la velocidad de la partícula, en cualquier instante de tiempo.

Resultado: $x = 0,02 \text{ sen}(8\pi t + \pi/2)$; $v = 0,02\pi \cos(8\pi t + \pi/2)$

b) El período de oscilación de la partícula, su aceleración máxima y la fuerza máxima que actúa sobre la misma. Resultado: $T = 0,25 \text{ s}$; $a_{\text{max}} = \pm 12,63 \text{ m/s}^2$; $F = \pm 1,26 \text{ N}$

c) La constante elástica del muelle así como la energía cinética, la energía potencial y la energía total de la partícula cuando pasa por la posición de equilibrio.

PAU ULL junio 2016

Suponemos un mas

$$x = A \text{ sen}(\omega t + \theta_0)$$

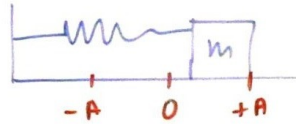
$$v = A \omega \cos(\omega t + \theta_0)$$

$$m = 100 \text{ g} = 0,10 \text{ kg}$$

$$A = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$f = 4 \text{ s}^{-1} = 4 \text{ Hz}$$

$$x = 2 \text{ cm si } t = 0$$



Cálculo de los parámetros A, ω y θ_0

$$A = 0,02 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ rad/s}$$

Como $x = +0,02 \text{ m}$ para $t = 0$, sustituimos en la función de x

$$x = A \text{ sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$+0,02 = 0,02 \text{ sen}(\pi \cdot 0 + \theta_0)$$

$$\frac{0,02}{0,02} = \text{sen } \theta_0$$

$$\theta_0 = \text{arc sen } 1 = \pi/2 \text{ rad}$$

a) Las funciones son:

$$x = 0,02 \text{ sen}(8\pi t + \pi/2)$$

$$v = 0,02 \cdot \pi \cos(8\pi \cdot t + \pi/2)$$

b) Como $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ s}$

Como $a = -0,02 \pi^2 \text{ sen}(8\pi t + \pi/2)$
 $a_{\text{máxima}}$ cuando $\text{sen}(8\pi t + \pi/2) = \pm 1$

$$a_{\text{máx}} = -0,02 (8\pi)^2 \cdot (\pm 1) = \pm 12,63 \text{ m/s}^2$$

Por la 2ª ley de Newton, $F = m \cdot a$

$$F_{\text{máx}} = m \cdot a_{\text{máx}} = 0,10 (\text{kg}) \cdot (\pm 12,63) = \pm 1,26 \text{ N}$$

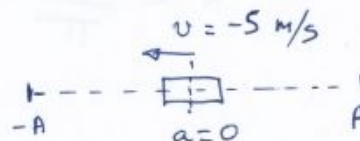
40) Un cuerpo que se mueve describiendo un movimiento armónico simple a lo largo del eje X presenta, en un instante inicial, una aceleración nula y una velocidad de -5 m/s , la frecuencia del movimiento es $0,25\text{ Hz}$. Determine la expresión matemática que describe la elongación del muelle en función del tiempo. Justifique su respuesta.

Resultado: $x = 10/\pi \text{ sen } (0,5\pi t)$

Hipótesis y modelo

Suponemos un movimiento armónico simple

momento inicial



Funciones y parámetros

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 0,25 = 0,5\pi \text{ rad/s}$$

$$v = -A\omega \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -A\omega^2 \text{ sen } (\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

Como en el momento $t=0$ tiene aceleración nula,

$$a = -\omega^2 x$$

$$0 = -(0,5\pi)^2 \cdot x \Rightarrow x = 0, \text{ está en el punto central}$$

Calculamos el desfase inicial sustituyendo en la expresión de la elongación:

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi_0)$$

$$0 = A \text{ sen } (0,5\pi \cdot 0 + \varphi_0);$$

$$0 = A \text{ sen } \varphi_0; \quad \varphi_0 = \text{arc sen } 0 = 0 \text{ rad}$$

Sustituyendo x y φ_0 en la función de la velocidad en el momento inicial:

$$-5 = -A \cdot 0,5\pi \cdot \cos (0,5\pi \cdot 0 + 0) = -A \cdot 0,5\pi \cdot \cos 0$$

$$A = \frac{-5}{-0,5\pi} = \frac{10}{\pi} = 3,18 \text{ m}$$

Portanto, la expresión matemática de la elongación es:

$$x = \frac{10}{\pi} \operatorname{sen}(0,5\pi t)$$

www.yoquieroaprobar.es