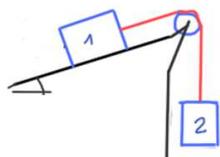


**NOMBRE Y APELLIDOS** \_\_\_\_\_

**Ejercicio 1.** El sistema de la figura se encuentra inicialmente en reposo. El cuerpo 1 tiene una masa  $m_1$  desconocida y un coeficiente de rozamiento con la rampa de 0,25. La rampa tiene una inclinación de  $30^\circ$  y el cuerpo 2 una masa de 18 kg. Se pide:

- Aceleración y fuerza de rozamiento (módulo y sentido) para  $m_1 = 50$  kg, sabiendo que con esta masa  $m_1 = 50$  kg el sistema permanece en reposo.
- Aceleración y fuerza de rozamiento (módulo y sentido) para  $m_1 = 70$  kg, sabiendo que con esta masa  $m_1 = 70$  kg el sistema se acelera.



**Ejercicio 2.** Un coche describe un movimiento circular uniforme de periodo  $T$  y radio  $R$  por una carretera de peralte  $\alpha$  y rozamiento al deslizamiento nulo. Se pide:

- Expresión de  $\alpha$  en función de  $T$  y  $R$ .
- Hallar  $\alpha$  para el caso particular de radio 50 m y periodo medio minuto.

**Ejercicio 3.** Partimos de un muelle del que colgamos una masa, lo que provoca un alargamiento del mismo de 993 mm, quedando el sistema en equilibrio. Fijamos el origen de coordenadas en dicha posición de equilibrio y el eje  $y$  positivo hacia arriba. A partir de ahí, estiramos el muelle otros 700 mm adicionales y soltamos, instante en el cual empezamos a contar el tiempo. Se pide:

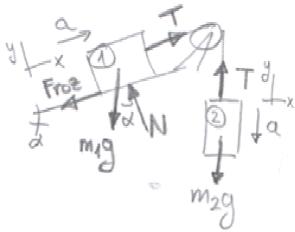
- Frecuencia del MAS.
- Instante en que la partícula alcanza por primera vez la velocidad máxima (módulo) con sentido hacia arriba y valor de dicha velocidad máxima.

**Ejercicio 4.** Una bola de billar A con velocidad 3 m/s colisiona con otra B en reposo sobre el tapete. Elegimos el eje  $x$  con la misma dirección y sentido que la velocidad inicial de A. Tras la colisión, A se mueve a una velocidad de 2,4 m/s, desviándose  $15^\circ$  con componente  $y$  positiva. Sabiendo que A tiene el doble de masa que B, se pide:

- Módulo de la velocidad de la segunda bola después del choque.
- Dirección y sentido de la velocidad de la segunda bola después del choque.

### Ejercicio 1

Dato:  $m_1 = ?$ ,  $\mu = 0,25$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $m_2 = 18 \text{ kg}$



$$\begin{cases} \text{Eje } x: -F_{roz} - m_1 g \sin \alpha + T = m_1 a & (1) \\ \text{Eje } y: -m_1 g \cos \alpha + N = 0 & (2) \\ \text{Roz: } -\mu N \leq F_{roz} \leq \mu N & (3) \\ \text{Eje } y: T - m_2 g = m_2 (-a) & (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1): & -F_{roz} - m_1 g \sin \alpha + T = m_1 a \\ (4): & -T + m_2 g = m_2 a \end{aligned} \quad \left\{ + \right.$$

$$a = \frac{-F_{roz} - m_1 g \sin \alpha + m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$-F_{roz} - m_1 g \sin \alpha - m_2 g = m_1 a + m_2 a$$

$$(2): N = m_1 g \cos \alpha \Rightarrow (3) \quad -\mu m_1 g \cos \alpha \leq F_{roz} \leq \mu m_1 g \cos \alpha$$

Sustituyendo dato:

$$a = \frac{-F_{roz} - 4,9 m_1 + 176,4}{m_1 + 18}$$

$$-2,122 m_1 \leq F_{roz} \leq 2,122 m_1$$

a) ¿a,  $F_{roz}$  si  $m_1 = 50 \text{ kg}$  saliendo que reposo?

$$\text{Reposo} \Rightarrow a = 0 \text{ m/s}^2 \Rightarrow -F_{roz} - 4,9 \cdot 50 + 176,4 = 0 \Rightarrow F_{roz} = -68,6 \text{ N}$$

Aceleración: Nula

Rozamiento: 68,6 N en sentido ascendente por la rampa

b) ¿a,  $F_{roz}$  si  $m_1 = 70 \text{ kg}$  saliendo que acelerado?

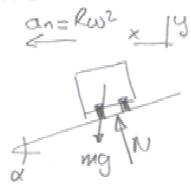
Si con 50 kg  $m_1$  conseguimos reposo y con 70 kg está acelerado, como  $70 > 50$  significa que  $m_1$  consigue acelerar el sistema en sentido descendente por la rampa, luego rozamiento máximo y sentido ascendente, luego

$$F_{roz} = -2,122 \cdot 70 = -148,54 \text{ N} \Rightarrow a = \frac{-(-148,54) - 4,9 \cdot 70 + 176,4}{70 + 18} = -0,205 \text{ m/s}^2$$

Aceleración:  $0,205 \text{ m/s}^2$  en sentido descendente por la rampa

Rozamiento: 148,54 N en sentido ascendente por la rampa

**EJERCICIO 2**



a)

$$a_n = R\omega^2$$

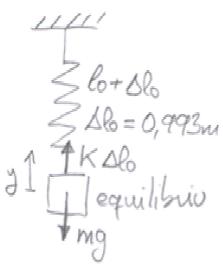
$$\begin{cases} \text{Eje } x: + N \sin \alpha = m R \omega^2 & (1) \\ \text{Eje } y: - mg + N \cos \alpha = 0 & (2) \\ \omega = \frac{2\pi}{T} & (3) \end{cases}$$

$$\frac{N \sin \alpha}{N \cos \alpha} = \frac{m R \omega^2}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{R \omega^2}{g} = \frac{R \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{4\pi^2 R}{g T^2} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{4\pi^2 R}{g T^2}$$

b)  $\alpha = \arctan \frac{4\pi^2 50}{9,8 \cdot 30^2} \Rightarrow \alpha = 12,61^\circ$

**EJERCICIO 3**

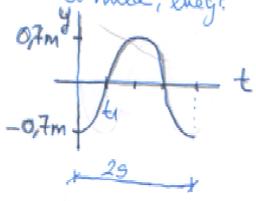


a)

$$\begin{cases} \text{Eje } y: k \Delta l_0 - mg = 0 \Rightarrow k \Delta l_0 = mg \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l_0} \Rightarrow \omega^2 = \frac{g}{\Delta l_0} \\ \omega^2 = \frac{k}{m} \end{cases} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \sqrt{\frac{9,8}{0,993}} = 3,1415 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3,1415}{2 \cdot \pi} = 0,5 \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f = 0,5 \text{ Hz}}$$

b) Como estiramos y soltamos, la velocidad inicial es nula, luego:



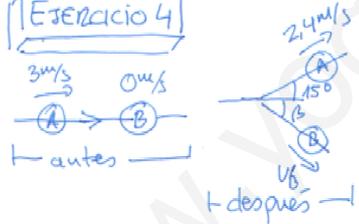
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ s}$$

La velocidad será máxima en  $t_1$ , que es la cuarta parte de  $T$ , luego  $\boxed{t_1 = 0,5 \text{ s}}$

$$\boxed{v_{\max} = A \omega = 0,7 \cdot 3,1415 = 2,2 \text{ m/s}}$$

También podemos hacerlo así:  $y = 0,7 \sin(3,1415t - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow v_y = 0,7 \cdot 3,1415 \cos(3,1415t - \frac{\pi}{2})$   
 $v_{y, \max} = 0,7 \cdot 3,1415 = 2,2 \text{ m/s}$  y será máxima ascendente cuando el coseno sea máximo luego  $3,1415t - \frac{\pi}{2} = 0 + k\pi \Rightarrow t = \frac{\frac{\pi}{2} + k\pi}{3,1415} = 0,5 + k \Rightarrow$  La primera vez en  $t = 0,5 \text{ s}$ .

**EJERCICIO 4**



Por ser un choque se conserva el momento lineal del sistema. Por los datos  $m_A = m$ ,  $m_B = 0,5m$ .

$$\begin{cases} \text{Eje } x: 3m + 0 \cdot 0,5m = 2,4m \cos 15^\circ + v_B' \cos \beta \cdot 0,5m \\ \text{Eje } y: 0 \cdot m + 0 \cdot 0,5m = 2,4m \sin 15^\circ - v_B' \sin \beta \cdot 0,5m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 = 2,318 + 0,5 v_B' \cos \beta & (1) \\ 0 = 0,621 - 0,5 v_B' \sin \beta & (2) \end{cases}$$

$$\tan \beta = \frac{0,621}{0,682} \Rightarrow \beta = 42,32^\circ$$

$$\boxed{v_B' = \frac{0,682}{0,5 \cos 42,32^\circ} = 1,84 \text{ m/s}}$$