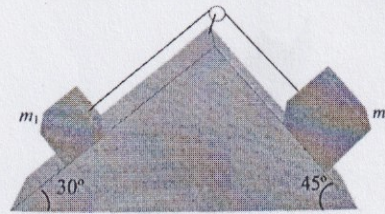


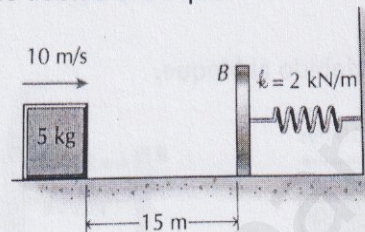
Ejercicio 1. Un bloque de masa $m_2 = 25 \text{ kg}$ desciende por un plano inclinado 45° y tira, mediante una cuerda inextensible que pasa por la polea, de otro bloque de masa $m_1 = 10 \text{ kg}$, y lo hace subir por un plano inclinado 30° . El coeficiente de rozamiento entre los bloques y los planos es $\mu = 0,3$. Se pide:

- Aceleración del conjunto.
- Tensión de la cuerda.



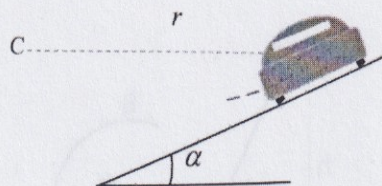
Ejercicio 2. El bloque de masa 5 kg de la figura desliza por el suelo horizontal y choca contra el extremo B de un muelle de constante elástica 2 kN/m . El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo es $\mu = 0,25$. La celeridad del bloque es de 10 m/s cuando se encuentra a 15 m del extremo B. Se pide:

- Velocidad del bloque al llegar a B.
- Deformación máxima del muelle debido al bloque.



Ejercicio 3. El coche de 800 kg de la figura está dando una curva de radio $r = 100 \text{ m}$ gracias a un coeficiente de rozamiento entre las ruedas y la carretera $\mu = 0,3$ y a un peralte de ángulo $\alpha = 5^\circ$. Se pide:

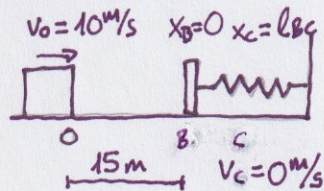
- Velocidad máxima con la que el automóvil puede tomar la curva sin salirse de la misma.
- Rozamiento si tomara la curva a 36 km/h .



Ejercicio 4. Una sonda de 200 t sigue una órbita elíptica alrededor de la Tierra. El perigeo y el apogeo de la órbita están situados, respectivamente, a 6500 km y 6800 km del centro de la Tierra. Sabiendo que la masa de la Tierra es $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y que el radio de la Tierra es $R_T = 6371 \text{ km}$, se pide:

- Velocidad de la sonda en el perigeo.
- Trabajo necesario para poner en órbita la sonda si inicialmente estaba en reposo en la superficie terrestre.

EJERCICIO 2



Datos: $m = 5 \text{ kg}$; $\mu = 0,25$; $K = 2000 \text{ N/m}$; $l_{0B} = 15 \text{ m}$

a) $\dot{v}_B$? El rozamiento se calcula: $F_{roz} = \mu N = \mu mg$
 $F_{roz} = 0,25 \cdot 5 \cdot 9,8 = 12,25 \text{ N}$

$$(W_{mg})_{OB}: -F_{roz} \cdot l_{0B} = mg(l_B - l_0) + \frac{1}{2} m(v_B^2 - v_0^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{-F_{roz} \cdot l_{0B} \cdot 2}{m} + v_0^2} = \sqrt{\frac{-12,25 \cdot 15 \cdot 2}{5} + 10^2} \Rightarrow v_B = 5,15 \text{ m/s}$$

b) $\dot{l}_{BC}$? $l_{BC} \equiv x_C$

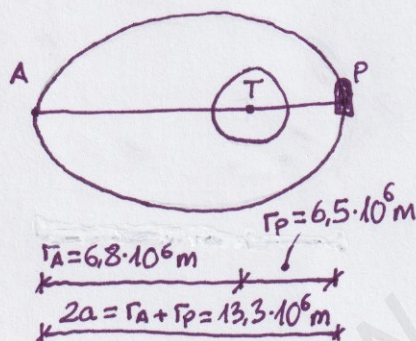
$$(W_{mg, el})_{BC}: -F_{roz} \cdot l_{BC} = \frac{1}{2} K(x_C^2 - x_B^2) + mg(l_C - l_B) + \frac{1}{2} m(v_C^2 - v_B^2)$$

$$-F_{roz} \cdot x_C = \frac{1}{2} K x_C^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2} K x_C^2 + F_{roz} \cdot x_C - \frac{1}{2} m v_B^2 = 0 \Rightarrow$$

$$0,5 \cdot 2000 x_C^2 + 12,25 x_C - 0,5 \cdot 5 \cdot 5,15^2 = 0 \Rightarrow 1000 x_C^2 + 12,25 x_C - 66,31 = 0$$

$$x_C = \frac{-12,25 \pm 515,16}{2000} = \begin{cases} 0,251 \\ \text{neg} \end{cases} = 0,251 \text{ m} \Rightarrow l_{BC} = 0,251 \text{ m}$$

EJERCICIO 4



Datos: $m = 2 \cdot 10^5 \text{ kg}$; $r_P = 6,5 \cdot 10^6 \text{ m}$; $r_A = 6,8 \cdot 10^6 \text{ m}$
 $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$

a) $\dot{v}_P$?

En una órbita elíptica la energía mecánica de la sonda en todos los puntos de la órbita es la misma (en el perigeo, en el apogeo y en todos los demás puntos). Esto es así porque en órbita la única fuerza que realiza trabajo es la gravedad.

$$E_m = \frac{-GM_T m}{2a} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^5}{13,3 \cdot 10^6} = -5,988 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

$$E_{mp} = \frac{-GM_T m}{r_P} + \frac{1}{2} m v_P^2 \Rightarrow v_P = \sqrt{\frac{(E_{mp} + \frac{GM_T m}{r_P}) \cdot 2}{m}} = \sqrt{\frac{(-5,988 \cdot 10^{12} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^5}{6,5 \cdot 10^6}) \cdot 2}{2 \cdot 10^5}}$$

$$v_P = 7914,7 \text{ m/s}$$

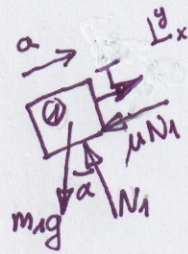
b) $\dot{W}_{mg}$? Llamo instante 0 a aquel en el que la sonda está en la superficie terrestre en reposo. Así, $r_0 = R_T = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ y $v_0 = 0 \text{ m/s}$. El trabajo necesario para poner la sonda en órbita es el trabajo no gravitatorio que recibe la sonda desde 0 hasta que se pone en órbita (como todos los puntos de la órbita tienen la misma energía mecánica puedo elegir cualquiera; por ejemplo P).

$$W_{mg, op} = E_{mp} - E_{m0} = E_{mp} - \left(\frac{-GM_T m}{r_0} + \frac{1}{2} m v_0^2 \right) = -5,988 \cdot 10^{12} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^5}{6,371 \cdot 10^6}$$

$$W_{mg, op} = 6,512 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

EJERCICIO 1 DE FUERZAS

Datos: $m_1 = 10 \text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$; $m_2 = 25 \text{ kg}$; $\beta = 45^\circ$; $\mu = 0,3$



a) ¿a? Al haber deslizamiento y conocer su sentido podemos dibujar los rozamientos con su sentido y real y sabemos que su módulo es máximo

$$\begin{aligned} (2LN)_x^{(1)}: -m_1 g \sin \alpha - \mu N_1 + T &= m_1 a & (1) \\ (2LN)_y^{(1)}: -m_1 g \cos \alpha + N_1 &= 0 & (2) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow N_1 = m_1 g \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} (2LN)_x^{(2)}: -T + m_2 g \sin \beta - \mu N_2 &= m_2 a & (3) \\ (2LN)_y^{(2)}: -m_2 g \cos \beta + N_2 &= 0 & (4) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \rightarrow N_2 = m_2 g \cos \beta$$

Sumamos (1)+(3): $-m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha + T - T + m_2 g \sin \beta - \mu m_2 g \cos \beta = m_1 a + m_2 a$

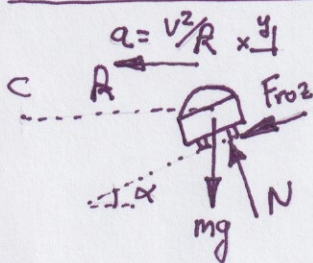
$$a = \frac{-m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha + m_2 g \sin \beta - \mu m_2 g \cos \beta}{m_1 + m_2} =$$

$$a = \frac{-10 \cdot 9,8 \sin 30^\circ - 0,3 \cdot 10 \cdot 9,8 \cos 30^\circ + 25 \cdot 9,8 \sin 45^\circ - 0,3 \cdot 25 \cdot 9,8 \cos 45^\circ}{10 + 25} \Rightarrow \boxed{a = 1,34 \text{ m/s}^2}$$

b) ¿T? a): $T = m_1 a + m_1 g \sin \alpha + \mu m_1 g \cos \alpha = 10 \cdot 1,34 + 10 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ + 0,3 \cdot 10 \cdot 9,8 \cos 30^\circ$

$$\boxed{T = 87,86 \text{ N}}$$

EJERCICIO 2 DE FUERZAS



Datos: $m = 800 \text{ kg}$; $R = 100 \text{ m}$; $\mu = 0,3$; $\alpha = 5^\circ$

a) ¿ $v_{\text{máx}}$ para no salirse?

El rozamiento tiene que tener el sentido dibujado cuando la velocidad es máxima. Esto es así porque a velocidad máxima también será máxima la aceleración normal y el rozamiento ayuda a que el coche pueda dar la curva a esa velocidad máxima; además en ese caso el rozamiento será máximo.

$$\begin{cases} (2LN)_x: F_{\text{roz}} \cdot \cos \alpha + N \sin \alpha = m v^2 / R & (1) \\ (2LN)_y: -mg + N \cos \alpha - F_{\text{roz}} \sin \alpha = 0 & (2) \\ (Roz): -\mu N \leq F_{\text{roz}} \leq \mu N & (3) \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \text{En el apdo a) se tiene que } F_{\text{roz}} = \mu N. \\ \text{De (1): } \mu N \cos \alpha + N \sin \alpha = \frac{m v^2}{R} \\ \text{De (2): } N \cos \alpha - \mu N \sin \alpha = mg \end{array} \right\} \div \Rightarrow$$

$$\frac{N(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{N(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)} = \frac{m \frac{v^2}{R}}{mg} \Rightarrow \frac{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = \frac{v^2}{Rg} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Rg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}} = \boxed{19,75 \text{ m/s}}$$

b) ¿ F_{roz} si $v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$? En este caso $F_{\text{roz}} < \mu N$ ya que $10 \text{ m/s} < 19,75 \text{ m/s}$.

$$\text{De (1): } N \sin \alpha = \frac{m v^2}{R} - F_{\text{roz}} \cdot \cos \alpha \quad \left\{ \div \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{m v^2}{R} - F_{\text{roz}} \cdot \cos \alpha}{mg + F_{\text{roz}} \cdot \sin \alpha} \Rightarrow \right.$$

$$\text{De (2): } N \cos \alpha = mg + F_{\text{roz}} \cdot \sin \alpha$$

$$mg \tan \alpha + F_{\text{roz}} \sin \alpha \cdot \tan \alpha = \frac{m v^2}{R} - F_{\text{roz}} \cdot \cos \alpha \Rightarrow F_{\text{roz}} = \frac{\frac{m v^2}{R} - mg \tan \alpha}{\sin \alpha \cdot \tan \alpha + \cos \alpha} = \frac{800 \cdot \frac{10^2}{100} - 800 \cdot 9,8 \tan 5^\circ}{\sin 5^\circ \cdot \tan 5^\circ + \cos 5^\circ}$$

$$\boxed{F_{\text{roz}} = 113,65 \text{ N}}$$