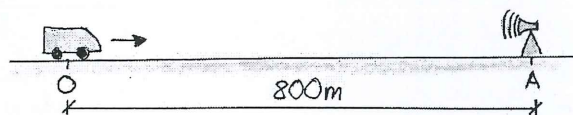


Nombre y apellidos _____

Ejercicio 1 (2 ptos). Un vehículo acelera uniformemente partiendo del punto O con una velocidad inicial de 18 km/h y se dirige hacia el punto A, situado a una distancia de 800 m. Cuando el vehículo ha recorrido la mitad de la distancia su velocidad es de 126 km/h. En el punto A se encuentra una gran bocina que comienza a sonar cuando el vehículo alcanza el punto A. Tomando el eje x positivo hacia la derecha, se pide:

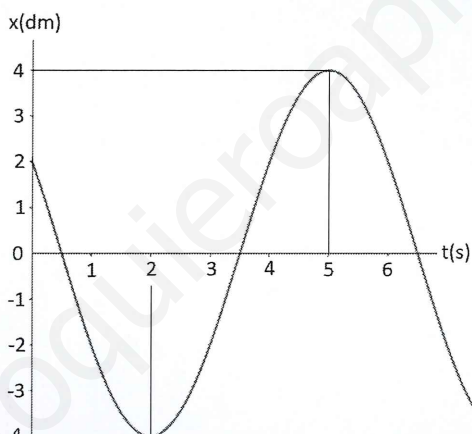
- Aceleración (con signo) del vehículo.
- Tiempo desde que el vehículo parte del punto O hasta que alguien que permanece en el punto O escucha la bocina.

Dato: $v_{\text{sonido}} = 340 \text{ m/s}$.



Ejercicio 2 (2 ptos). La figura muestra el primer ciclo del MAS que sigue una partícula. Se pide:

- Aceleración (con signo) de la partícula en el instante 9 s.
- Posición de la partícula cuando la velocidad es de $-0,3 \text{ m/s}$ creciendo.



Ejercicio 3 (2 ptos). La posición instantánea de una partícula es $\vec{r}(t) = (4t^2 - 1)\vec{i} + 3\cos(8t^2)\vec{j}$ (SI). Se pide:

- Ecuación de la trayectoria.
- Módulo de la aceleración media desde 1 s hasta 3 s.

Ejercicio 4 (2 ptos). Desde un punto de altura desconocida lanzamos una piedra con una inclinación de 60° sobre la horizontal. La velocidad de la piedra en su punto más alto es de 15 m/s. El alcance horizontal de la piedra cuando ésta cae al suelo es de 84 m. Se pide:

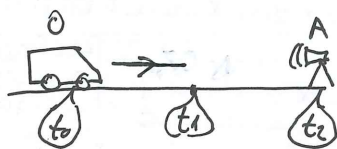
- Velocidad inicial con que se lanzó la piedra.
- Altura máxima que alcanza la piedra.

Ejercicio 5 (2 ptos). Una partícula con movimiento circular de diámetro 800 mm gira inicialmente a una velocidad angular desconocida comprendida entre 100 rpm y 200 rpm. Esta partícula frena uniformemente, de manera que después de 15 vueltas ha parado por completo. Se sabe, además, que 2 s después de iniciado el frenado posee una velocidad de 18 km/h. Se pide:

- Distancia recorrida por la partícula desde que se inicia el frenado hasta que para por completo.
- Aceleración normal inicial.

Ejercicio 1

MRUA; $v_{x0} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \text{ m/s}$; $x_0 = 0 \text{ m}$; $x_2 = 800 \text{ m}$; $x_1 = 400 \text{ m}$; $v_{x1} = 126 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 35 \text{ m/s}$



a) $\ddot{a}_x$? En un MRUA: $v_{x1}^2 - v_{x0}^2 = 2a_x(x_1 - x_0)$

$$\boxed{a_x = \frac{v_{x1}^2 - v_{x0}^2}{2(x_1 - x_0)} = \frac{35^2 - 5^2}{2 \cdot (400 - 0)} = 1,5 \text{ m/s}^2}$$

b) Δt_3 ? 0 $\xleftarrow{v_{\text{son}}}$ A



Hallamos t_2 . MRUA: $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$$x = 0 + 5t + 0,5 \cdot 1,5 t^2 \Rightarrow x = 5t + 0,75 t^2$$

$$x_2 = 800 \text{ m} \Rightarrow 5t_2 + 0,75 t_2^2 = 800 \Rightarrow 0,75 t_2^2 + 5t_2 - 800 = 0$$

$$t_2 = \frac{-5 \pm 49,24}{1,5} = \begin{cases} 29,5 \text{ s} \\ \text{neg} \end{cases} \Rightarrow t_2 = 29,5 \text{ s}$$

El vehículo llega a A a los 29,5s. Solo falta hallar el tiempo que tarda el sonido en viajar de A a 0. Como el sonido tiene MRU: $v_{\text{son}} = \frac{340 \text{ m}}{\Delta t_{23}} \Rightarrow \Delta t_{23} = \frac{800}{340} = 2,35 \text{ s}$.

El sonido se escucha desde 0 a los $\boxed{t_3 = t_2 + \Delta t_{23} = 29,5 + 2,35 = 31,85 \text{ s}}$

Ejercicio 2

observando la figura: $A = 0,4 \text{ m}$; $T = 2 \cdot (5 - 2) = 6 \text{ s}$; $t_1 = 5 \text{ s}$ siendo el primer máximo.

Cálculo de ω : $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s} = 1,047 \text{ rad/s}}$

Cálculo de ϕ_0 : $\omega t_1 + \phi_0 = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2} - \omega t_1 + 2k\pi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \cdot 5 + 2k\pi = -\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

$$\boxed{\phi_0 = \begin{cases} -\frac{7\pi}{6} \text{ rad} \in (-\pi, \pi] \text{ rad} \\ \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \in [0, 2\pi) \text{ rad} \end{cases}}$$

a) $\ddot{a}_x(9\text{s})$?

$$a_x = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) \Rightarrow \boxed{a_x(9\text{s}) = -0,4 \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi}{3} \cdot 9 + \frac{5\pi}{6}\right) = 0,22 \text{ m/s}^2}$$

b) $\dot{x}$ si $v_x = -0,3 \text{ m/s}$?

$$x^2 + \left(\frac{v_x}{\omega}\right)^2 = A^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{A^2 - \left(\frac{v_x}{\omega}\right)^2} = \pm \sqrt{0,4^2 - \left(\frac{-0,3}{\pi/3}\right)^2} = \pm 0,28 \text{ m}$$

$$v_x \uparrow \Rightarrow a_x > 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow \boxed{x = -0,28 \text{ m}}$$

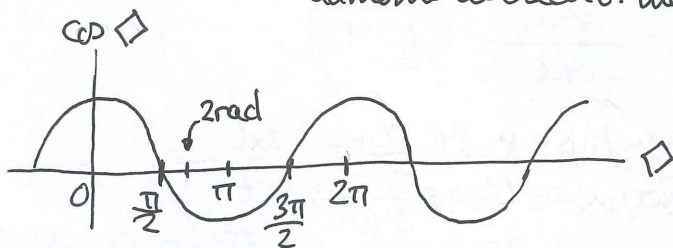
Ejercicio 3 $\vec{r} = (4t^2 - 1, 3\cos(8t^2))$ (SI)

a) ¿Ec. trayectoria?

$$x = 4t^2 - 1 \quad (\text{SI}) \quad \rightarrow \quad t^2 = \frac{x+1}{4} \rightarrow y = 3\cos\left(8 \cdot \frac{x+1}{4}\right) \Rightarrow y = 3\cos(2x+2)$$

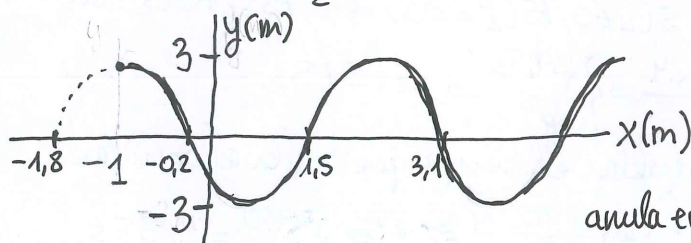
$y = 3\cos(8t^2)$ (SI) $x_0 = 4 \cdot 0^2 - 1 = -1 \text{ m}$. Observando $x = 4t^2 - 1$ vemos que x crece indefinidamente al crecer t . luego $y = 3\cos(2x+2)$ con $x \geq -1 \text{ m}$

← AQUÍ TERMINA EL APARTADO. LA GRÁFICA NO LA PIDE



veamos dónde poner el eje vertical en nuestra gráfica.

$$x=0 \Rightarrow 2x+2 = 2 \text{ rad} \approx 115^\circ \rightarrow$$



$$x_0 = 4 \cdot 0^2 - 1 = -1 \text{ m}$$

$$y_0 = 3\cos(8 \cdot 0^2) = 3 \text{ m}$$

El coseno se anula en $\frac{\pi}{2} + k\pi$, luego y se

$$\text{anula en } 2x+2 = \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi/2 - 2 + k\pi}{2}$$

$$x = -0.215 + 1.57k$$

b) ¿ $|\vec{a}_{\text{med}}(1s, 3s)|$?

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (8t, 3 \cdot (-\sin(8t^2)) \cdot 16t) = (8t, -48t \sin(8t^2)) \quad (\text{SI})$$

$$\vec{v}(1s) = (8 \cdot 1, -48 \cdot 1 \sin(8 \cdot 1^2)) = (8, -47.49) \text{ m/s}$$

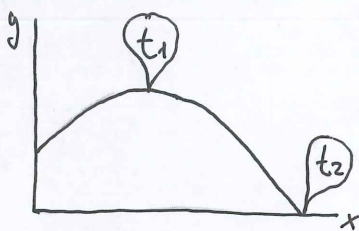
$$\vec{v}(3s) = (8 \cdot 3, -48 \cdot 3 \sin(8 \cdot 3^2)) = (24, -36.55) \text{ m/s}$$

$$\vec{a}_{\text{med}}(1s, 3s) = \frac{\vec{v}(3s) - \vec{v}(1s)}{3s - 1s} = \frac{(24, -36.55) - (8, -47.49)}{2} = (8, 5.47) \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{a}_{\text{med}}(1s, 3s)| = \sqrt{8^2 + 5.47^2} = 9.69 \text{ m/s}^2$$

Ejercicio 4

$$y_0 = ?; \alpha = 60^\circ; \begin{cases} v_1 = 15 \text{ m/s} \\ v_{y1} = 0 \text{ m/s} \end{cases}; \begin{cases} x_2 = 84 \text{ m} \\ y_2 = 0 \text{ m} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \\ v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha - g \cdot t \end{cases}$$

a) ¿ v_0 ?

$$\begin{cases} v_1 = 15 \text{ m/s} \\ v_{y1} = 0 \text{ m/s} \end{cases} \quad v_1 = \sqrt{v_{x1}^2 + v_{y1}^2} \Rightarrow 15 = \sqrt{(v_0 \cos 60^\circ)^2 + 0^2} \Rightarrow 15 = v_0 \cos 60^\circ \Rightarrow v_0 = \frac{15}{\cos 60^\circ} = 30 \text{ m/s}$$

b) ¿ y_1 ? Debemos hallar primero y_0 .

$$x_2 = 84 \text{ m} \Rightarrow x_2 = v_0 \cos \alpha \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x_2}{v_0 \cos \alpha} = \frac{84}{30 \cos 60^\circ} \Rightarrow t_2 = 5,6 \text{ s}$$

$$y_2 = 0 \Rightarrow y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t_2 - 4,9 t_2^2 = 0 \Rightarrow y_0 = -v_0 \sin \alpha \cdot t_2 + 4,9 t_2^2 = -30 \sin 60^\circ \cdot 5,6 + 4,9 \cdot 5,6^2 \Rightarrow y_0 = 8,17 \text{ m}$$

$$v_{y1} = 0 \Rightarrow v_0 \sin \alpha - g t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{30 \sin 60^\circ}{9,8} = 2,65 \text{ s}$$

$$y_1 = y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 8,17 + 30 \sin 60^\circ \cdot 2,65 - 4,9 \cdot 2,65^2 \Rightarrow y_1 = 42,61 \text{ m}$$

Ejercicio 5

MCUA; $d = 0,8 \text{ m} \Rightarrow R = 0,4 \text{ m}$; $\omega_0 \in [100 \text{ rpm}, 200 \text{ rpm}]$

$$\begin{cases} t_2 = \text{instante en que para} \\ \theta_2 = 15 \text{ vueltas} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 94,25 \text{ rad} \\ \omega_2 = 0 \text{ rad/s} \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \\ v_1 = 18 \text{ km/h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 5 \text{ m/s} \end{cases}$$

a) ¿ s_2 ?

$$s_2 = R \cdot \theta_2 = 0,4 \cdot 94,25 = 37,7 \text{ m}$$

b) ¿ ω_0 ? Debemos hallar primero ω_0 .

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R} = \frac{5}{0,4} = 12,5 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha t_1 \Rightarrow \omega_0 = \alpha \cdot 2 = 12,5 \Rightarrow \omega_0 + 2\alpha = 12,5 \quad (1)$$

$$\omega_2^2 - \omega_0^2 = 2\alpha \theta_2 \Rightarrow 0^2 - \omega_0^2 = 2\alpha \cdot 94,25 \Rightarrow \omega_0^2 + 188,5\alpha = 0 \quad (2)$$

$$(1): \alpha = \frac{12,5 - \omega_0}{2} \Rightarrow \alpha = 6,25 - 0,5\omega_0$$

$$(2): \omega_0^2 + 188,5 \cdot (6,25 - 0,5\omega_0) = 0 \Rightarrow \omega_0^2 - 94,25\omega_0 + 1178,13 = 0$$

$$\omega_0 = \frac{94,25 \pm 64,58}{2} = \begin{cases} 79,41 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 758,4 \text{ rpm} \notin [100 \text{ rpm}, 200 \text{ rpm}] \\ 14,84 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 141,7 \text{ rpm} \in [100 \text{ rpm}, 200 \text{ rpm}] \end{cases}$$

$$\omega_0 = 14,84 \text{ rad/s}$$

$$a_{n0} = R\omega_0^2 = 0,4 \cdot 14,84^2 = 88,09 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 & s = R\theta \\ \omega = \omega_0 + \alpha t & v = R\omega \\ \alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} & a_t = R\alpha \\ & a_n = R\omega^2 \\ & a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \end{cases}$$