NOMBRE Y APELLIDOS ____

Valoración. Cada ejercicio vale 2,5 ptos. Cada apartado vale 1,25 ptos.
Nota. Usar en los cálculos dos o tres decimales.

Ejercicio 1. La posición de una partícula viene dada por $\mathbf{r}(t) = 5\cdot\mathrm{sen}(3t+\pi/4)\mathbf{i} + 8\cdot\mathrm{sen}(3t+\pi/4)\mathbf{j}$ (SI). Se pide:

a) Representación gráfica de los puntos por los que pasa la partícula.
b) Módulo de la aceleración en el instante 2 s.

Ejercicio 2. Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 108 km/h desde una altura de 200 m con un ángulo de inclinación de 30° sobre la horizontal. Se pide:

a) Altura máxima que alcanza el proyectil.
b) Instante en que se oye la explosión en el punto de lanzamiento.

Ejercicio 3.

a) De un movimiento armónico simple sabemos que su amplitud es 10 cm, su frecuencia 8 Hz y que inicialmente su elongación es mínima (con signo). Representar gráficamente $x = x(t)$ de este movimiento.
b) De un movimiento armónico simple sabemos que su pulsación es de 2 rad/s, su posición inicial es 4 m y su velocidad inicial -13,856 m/s. Hallar la expresión de la posición instantánea.

Ejercicio 4. El eje de un motor de 40 cm de diámetro gira inicialmente a 1000 rpm, descendiendo su velocidad uniformemente hasta que se para por completo. Sabiendo que cuando ha dado 60 vueltas gira a 50 rad/s, se pide:

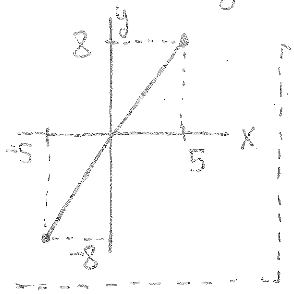
a) Distancia recorrida por la periferia desde que empieza el movimiento hasta que termina.
b) Aceleración total (módulo) en el instante en que ha dado 40 vueltas.

EJERCICIO 1

a) $\left.\begin{array}{l} x = 5\,\text{sen}\left(3t+\frac{\pi}{4}\right) \\ y = 8\,\text{sen}\left(3t+\frac{\pi}{4}\right) \\ \lozenge \equiv \text{sen}\left(3t+\frac{\pi}{4}\right) \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x = 5\cdot\lozenge \\ y = 8\cdot\lozenge \end{array}\right\} \Rightarrow \lozenge = \frac{x}{5} = \frac{y}{8}$. Luego la trayectoria está contenida en $\frac{x}{5} = \frac{y}{8}$

Como $\text{sen}(3t+\frac{\pi}{4})$ recorre $[-1, 1]$, entonces x recorre $[-5, 5]$.

Así, la trayectoria es el conjunto de puntos $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : y = \frac{8}{5}x,\ x\in[-5,5]\}$



b) $\vec{r} = \left(5\,\text{sen}\left(3t+\frac{\pi}{4}\right),\ 8\,\text{sen}\left(3t+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(15\cos\left(3t+\frac{\pi}{4}\right),\ 24\cos\left(3t+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(-45\,\text{sen}\left(3t+\frac{\pi}{4}\right),\ -72\,\text{sen}\left(3t+\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$\vec{a}(2s) = \left(-45\,\text{sen}\left(3\cdot 2+\frac{\pi}{4}\right),\ -72\,\text{sen}\left(3\cdot 2+\frac{\pi}{4}\right)\right) = (-21{,}66,\ -34{,}66)\ m/s^2$

$|\vec{a}(2s)| = \sqrt{(-21{,}66)^2+(-34{,}66)^2} = \boxed{40{,}87\ m/s^2}$

EJERCICIO 2

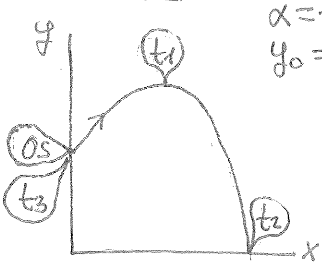
$v_0 = 108\,\frac{Km}{h}\cdot\frac{1000m}{1Km}\cdot\frac{1h}{3600s} = 30\,m/s$

$\alpha = +30^\circ$

$y_0 = 200m$

$\left\{\begin{array}{l} x = 30\cos 30^\circ t \\ y = 200 + 30\,\text{sen}30^\circ t + 0{,}5(-9{,}8)t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 25{,}98t\ (SI) \Rightarrow V_x = 25{,}98\ m/s \\ y = 200 + 15t - 4{,}9t^2\ (SI) \Rightarrow V_y = 15 - 9{,}8t\ (SI) \end{array}\right\}$



a) ¿y_1?

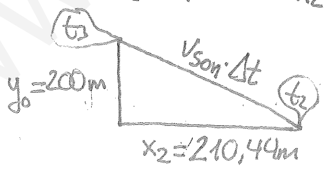
$V_{y,1} = 0 \Rightarrow 15 - 9{,}8t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{15}{9{,}8} = 1{,}53s$

$y_1 = 200 + 15\cdot 1{,}53 - 4{,}9\cdot 1{,}53^2 = \boxed{211{,}48m}$

b) ¿t_3?

$y_2 = 0 \Rightarrow 200 + 15t_2 - 4{,}9t_2^2 = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{-15 \pm\sqrt{15^2+4\cdot 4{,}9\cdot 200}}{2\cdot(-4{,}9)} = \left\{\begin{array}{l} \cancel{neg} \\ 8{,}1s \end{array}\right.$

$t_2 = 8{,}1s \Rightarrow x_2 = 25{,}98\cdot 8{,}1 = 210{,}44m$



Llamo $\Delta t \equiv t_3 - t_2$

$(V_{son}\Delta t)^2 = y_0^2 + x_2^2 \Rightarrow (340\cdot\Delta t)^2 = 200^2 + 210{,}44^2 \Rightarrow$

$\Delta t = \sqrt{200^2 + 210{,}44^2}/340 = 0{,}85s$

$t_3 = t_2 + \Delta t = 8{,}1 + 0{,}85 = \boxed{8{,}95s}$

EJERCICIO 3

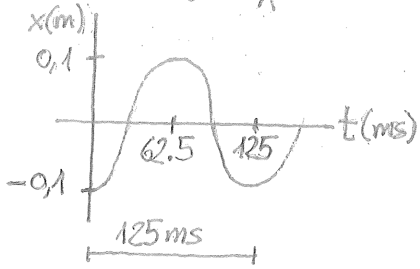
a) MAS ¿Gráfica $x=x(t)$?

$A=0{,}1m$ $\quad \omega=2\pi f=2\pi 8=50{,}27\ rad/s$

$f=8Hz$ $\quad x_0=A sen(\omega\cdot 0+\phi_0)\Rightarrow x_0=A sen\,\phi_0\Rightarrow sen\,\phi_0=\frac{A}{x_0}=\frac{A}{-A}=-1\Rightarrow \phi_0=\frac{-\pi}{2}\ rad$

$x_0=-A$ $\quad x=0{,}1 sen\left(50{,}27t-\frac{\pi}{2}\right)$ (SI)

$T=\frac{1}{f}=0{,}125s$



b) MAS

$\omega=2\ rad/s$

$x_0=4m$

$v_{x0}=-13{,}856\ m/s$

$$\left.\begin{array}{l} x_0=A sen(\omega\cdot 0+\phi_0)\Rightarrow x_0=A sen\,\phi_0 \\ v_{x0}=A\omega\cos(\omega\cdot 0+\phi_0)\Rightarrow v_{x0}=A\omega\cos\phi_0 \end{array}\right\} tg\,\phi_0=\frac{sen\phi_0}{\cos\phi_0}=\frac{\frac{x_0}{A}}{\frac{v_{x0}}{A\omega}}=\frac{x_0\omega}{v_{x0}}$$

$$tg\,\phi_0=\frac{4\cdot 2}{-13{,}856}\Rightarrow \phi_0=\begin{cases}-0{,}524\ rad\ (4^o\ cuadr)\\ 2{,}618\ rad\ (2^o\ cuadr)\end{cases}$$

Como $x_0=4>0$, entonces $sen\,\phi_0>0$. Luego $\phi_0=2{,}618\ rad$.

$$A=\frac{x_0}{sen\phi_0}=\frac{4}{sen(2{,}618)}=8m\Rightarrow \boxed{x=8sen(2t+2{,}618)\ (SI)}$$

EJERCICIO 4

MCUA, $\omega_0=1000\frac{rev}{min}\cdot\frac{2\pi\ rad}{1 rev}\cdot\frac{1min}{60s}=104{,}72\ rad/s$; $R=0{,}2m$

$\theta_1=60\ vueltas\cdot\frac{2\pi\ rad}{1 vuelta}=376{,}99\ rad.$

$\omega_1=50\ rad/s$

a) ¿s_2? Siendo $t_2\equiv$ instante en el que se para por completo.

$$\omega_1^2-\omega_0^2=2\alpha(\theta_1-\cancel{\theta_0})\Rightarrow \boxed{\alpha=\frac{\omega_1^2-\omega_0^2}{2\theta_1}=\frac{50^2-104{,}72^2}{2\cdot 376{,}99}=-11{,}229\ rad/s^2}$$

$$\omega_2=0\ rad/s\Rightarrow \cancel{\omega_2^2}-\omega_0^2=2\alpha(\theta_2-\cancel{\theta_0})\Rightarrow \theta_2=\frac{-\omega_0^2}{2\alpha}=\frac{-104{,}72^2}{2\cdot(-11{,}229)}=488{,}30\ rad$$

$$s_2=R\cdot\theta_2=0{,}2\cdot 488{,}3=\boxed{97{,}66\ m}$$

b) ¿a_3? Siendo $\theta_3=40\ vueltas=251{,}33\ rad$

$$\alpha_3=\alpha=-11{,}229\ rad/s^2\Rightarrow a_{t3}=R\alpha_3=0{,}2\cdot(-11{,}229)=-2{,}246\ m/s^2$$

$$\omega_3^2-\omega_0^2=2\alpha(\theta_3-\cancel{\theta_0})\Rightarrow \omega_3=\sqrt{2\alpha\theta_3+\omega_0^2}=\sqrt{2\cdot(-11{,}229)\cdot 251{,}33+104{,}72^2}=72{,}951\ rad/s$$

$$a_{n3}=R\omega_3^2=0{,}2\cdot 72{,}951^2=1064{,}38\ m/s^2$$

$$a_3=\sqrt{a_{t3}^2+a_{n3}^2}=\sqrt{(-2{,}246)^2+1064{,}38^2}=\boxed{1064{,}38\ m/s^2}$$