

NOMBRE Y APELLIDOS _____

Valoración. Cada ejercicio vale 2,5 ptos. Cada apartado vale 1,25 ptos.

Nota. Usar en los cálculos dos o tres decimales.

Ejercicio 1. La posición de una partícula viene dada por $\mathbf{r}(t) = (t^{3/2} + 2)\mathbf{i} + (t^{9/2} - 5)\mathbf{j}$ (SI). Se pide:

- a) Ecuación de la trayectoria (no es necesario simplificar).
- b) Vector aceleración media entre los instantes 1 s y 9 s.

Ejercicio 2. Un bombero trabaja en la extinción de un incendio en una casa. Para ello, debe introducir agua por una ventana situada a 10 m de altura. Sujeta la manguera a 1 m del suelo apuntando con un ángulo de 60° sobre la horizontal y la distancia horizontal entre el bombero y la fachada es de 15 m.

- a) Tiempo que tarda el agua desde que sale de la manguera hasta que entra por la ventana.
- b) Altura máxima que alcanzará el agua.

Ejercicio 3. Una partícula recorre de extremo a extremo 14 cm en un movimiento armónico simple. Inicialmente se encuentra a 3,5 cm de la posición de equilibrio y por debajo de ella, moviéndose hacia abajo. A los 0,8 s alcanza su máximo por primera vez. Se pide:

- a) Fase inicial en el intervalo $[0 \text{ rad}, 2\pi \text{ rad})$.
- b) Representación gráfica de $x = x(t)$, con los instantes donde se produce los dos primeros máximos y los dos primeros mínimos.

Nota. Si no se sabe hacer el apartado a) se puede pedir al profesor la expresión $x = x(t)$ para hacer el apartado b), pero entonces dicho apartado valdrá 0,75 ptos.

Ejercicio 4. Un disco de 50 cm de diámetro parte del reposo y acelera uniformemente, de manera que cuando ha dado 24 vueltas gira a 230 rpm. En ese momento deja de acelerar y gira a velocidad constante durante 20 s. A partir de ahí se aplica un freno durante medio minuto hasta que el volante se para. Se pide:

- a) Distancia recorrida por la periferia desde que empieza el movimiento hasta que termina.
- b) Aceleración total (módulo) en la periferia a los 7 s.

EJERCICIO 1

$$\vec{r} \equiv (x, y) = (t^{3/2} + 2, t^{9/2} - 5) \text{ (SI)}$$

a) ¿Trayectoria?

$$\begin{cases} x = t^{3/2} + 2 \\ y = t^{9/2} - 5 \end{cases} \xrightarrow{\diamond = t^{3/2}} \begin{cases} x = \diamond + 2 \\ y = \diamond^3 - 5 \end{cases} \rightarrow \diamond = x - 2 \rightarrow \boxed{y = (x - 2)^3 - 5}$$

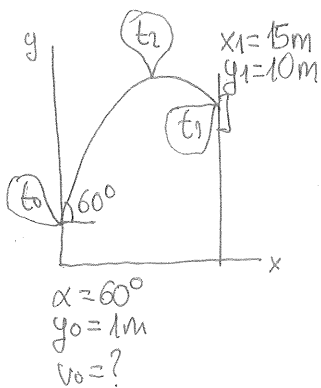
b) ¿ $\vec{a}_{med}$, $t_i = 1s$, $t_f = 9s$?

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{3}{2} t^{1/2}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{9}{2} t^{7/2} \Rightarrow \vec{v} = \left(\frac{3}{2} t^{1/2}, \frac{9}{2} t^{7/2} \right) \text{ (SI)}$$

$$\vec{a}_{med} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\left(\frac{3}{2} \cdot 9^{1/2}, \frac{9}{2} \cdot 9^{7/2} \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 1^{1/2}, \frac{9}{2} \cdot 1^{7/2} \right)}{9 - 1} = \frac{(4.5, 9841.5) - (1.5, 4.5)}{8}$$

$$\vec{a}_{med} = \frac{(3, 9837)}{8} \Rightarrow \boxed{\vec{a}_{med} = (0.375, 1229.625) \text{ m/s}^2 = 0.375\vec{i} + 1229.625\vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}}$$

EJERCICIO 2



a) ¿ t_1 ?

$$\begin{aligned} x_1 = 15m &\Rightarrow x_1 = v_0 \cos 60^\circ t_1 \\ y_1 = 10m &\Rightarrow y_1 = y_0 + v_0 \sin 60^\circ t_1 - 4.9 t_1^2 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} v_0 \cos 60^\circ t_1 = 15 \\ 1 + v_0 \sin 60^\circ t_1 - 4.9 t_1^2 = 10 \end{array} \right. \Rightarrow v_0 = \frac{15}{\cos 60^\circ \cdot t_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{15}{\cos 60^\circ t_1} \sin 60^\circ t_1 - 4.9 t_1^2 = 10 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{10 - 1 - 15 \tan 60^\circ}{-4.9}} \Rightarrow \boxed{t_1 = 1.862s}$$

b) ¿ y_2 ?

$$v_0 = \frac{15}{\cos 60^\circ \cdot 1.862} \Rightarrow v_0 = 16.112 \text{ m/s}$$

$$v_{y2} = 0 \Rightarrow v_0 \sin 60^\circ - 9.8 t_2 = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{16.112 \cdot \sin 60^\circ}{9.8} = 1.424s$$

$$y_2 = y_0 + v_0 \sin 60^\circ t_2 - 4.9 t_2^2 = 1 + 16.112 \sin 60^\circ \cdot 1.424 - 4.9 \cdot 1.424^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y_2 = 10.934m}$$

EJERCICIO 3

MAS

$$2A = 0,14 \text{ m}$$

$$x_0 = -0,035 \text{ m}$$

$$v_{x0} < 0$$

$$t_1 = 0,8 \text{ s (F. max)}$$

$$x_1 = A$$

a) ¿ $\phi_0 \in [0, 2\pi) \text{ rad}$?

$$A = \frac{0,14}{2} \Rightarrow A = 0,07 \text{ m}$$

$$x_0 = -0,035 \Rightarrow x_0 = A \sin(\omega \cdot 0 + \phi_0) \Rightarrow 0,07 \sin \phi_0 = -0,035 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \phi_0 = \frac{-0,035}{0,07} = -0,5 \Rightarrow \phi_0 = \begin{cases} -30^\circ = -\frac{\pi}{6} \text{ rad} \\ -150^\circ = -\frac{5\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi_0 = -\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

$$v_{x0} < 0 \Rightarrow A\omega \cos(\omega \cdot 0 + \phi_0) < 0 \Rightarrow \cos \phi_0 < 0 \Rightarrow \phi_0 \in \left\{ \begin{array}{l} 2^\circ \text{ cuadr.} \\ 3^\circ \text{ cuadr.} \end{array} \right\}$$

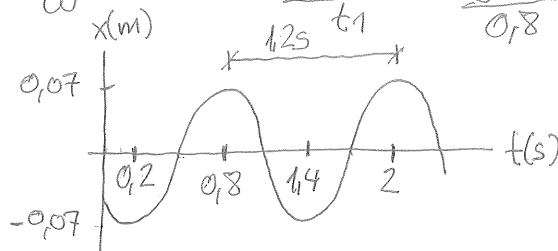
$$\phi_0 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi \Rightarrow \phi_0 = \frac{7\pi}{6} \text{ rad}$$

b) ¿Grafica $x = x(t)$ con los dos primeros máximos y los dos primeros mínimos?

$$\omega t_1 + \phi_0 = \frac{\pi}{2} + 2\pi K \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{\pi}{2} - \phi_0 + 2\pi K}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{2} - \frac{7\pi}{6} + 2\pi K}{\omega} = \frac{-\frac{2}{3}\pi + 2\pi K}{\omega}$$

'K debe verificar que $-\frac{2}{3}\pi + 2\pi K \geq 0$ y $-\frac{2}{3}\pi + 2\pi(K-1) < 0$. Luego $K = 1$

$$t_1 = \frac{-\frac{2}{3}\pi + 2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{-\frac{2}{3}\pi + 2\pi}{t_1} = \frac{-\frac{2}{3}\pi + 2\pi}{0,8} \Rightarrow \omega = 5,236 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 1,2 \text{ s}$$



EJERCICIO 4

$$d = 50 \text{ cm} \Rightarrow R = 0,25 \text{ m}$$

De t_0 a t_1 : M.C.U.A

$$\omega_0 = 0 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = 230 \frac{\text{rev}}{\text{min}} = 24,086 \text{ rad/s}$$

$$\theta_1 = 24 \text{ vueltas} = 150,796 \text{ rad}$$

De t_1 a $t_2 \equiv t_1 + 20 \text{ s}$: M.C.U.

$$\omega = 24,086 \text{ rad/s}$$

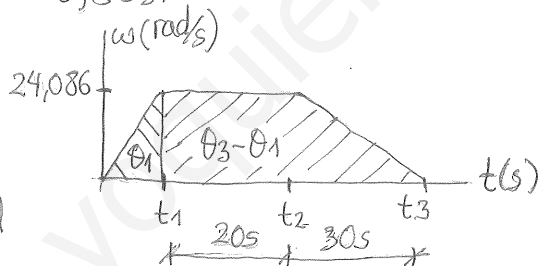
De t_2 a $t_3 \equiv t_2 + 30 \text{ s}$: M.C.U.A

$$\omega_2 = 24,086 \text{ rad/s}$$

$$\omega_3 = 0 \text{ rad/s}$$

[A partir de t_3 : parado]

a) ¿ S_3 ?



$$\theta_3 - \theta_1 = 20 \cdot 24,086 + 0,5 \cdot 30 \cdot 24,086 = 843,01 \text{ rad}$$

$$\theta_3 = \theta_1 + 843,01 = 150,796 + 843,01 = 993,806 \text{ rad}$$

$$S_3 = R\theta_3 = 0,25 \cdot 993,806 \Rightarrow S_3 = 248,45 \text{ m}$$

b) ¿ a_7 , $t_7 \equiv 7 \text{ s}$?

$$\omega_1^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta_1 \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_1^2}{2\theta_1} = \frac{24,086^2}{2 \cdot 150,796} \Rightarrow \alpha = 1,924 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_1 = \omega_0 + \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\omega_1}{\alpha} = \frac{24,086}{1,924} = 12,521 \text{ s. Luego } t_7 \text{ está en el 1º tramo.}$$

$$\omega_7 = \omega_0 + \alpha t_7 = 1,924 \cdot 7 = 13,468 \text{ rad/s}$$

$$a_{t7} = R\alpha_7 = 0,25 \cdot 1,924 = 0,481 \text{ m/s}^2$$

$$a_{n7} = R\omega_7^2 = 0,25 \cdot 13,468^2 = 45,347 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow a_7 = \sqrt{a_{t7}^2 + a_{n7}^2} \Rightarrow a_7 = 45,347 \text{ m/s}^2$$