Problemas de energía

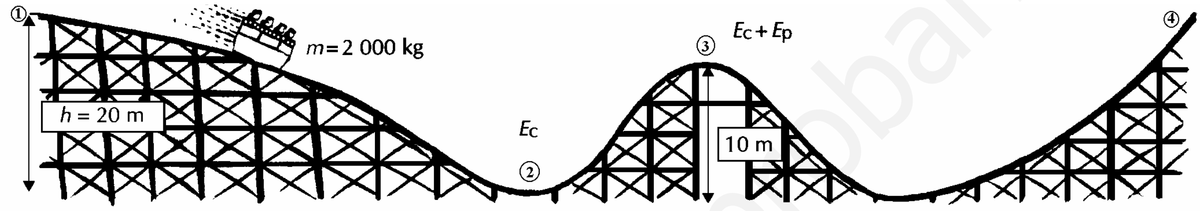
1.- Un carrito de 1 kg de masa, que se desplaza en línea recta a una velocidad constante de 2 m/s. Le aplicamos una fuerza y la velocidad aumenta a 4 m/s en un espacio de 5 m. Se supone que no hay rozamiento. a) Calcula el trabajo realizado. b) Calcula el valor de la fuerza aplicada.

Datos: $m = 1$ kg, $v_I = 2$ m/s, $v_F = 4$ m/s, $\Delta r = 5$ m

$$\left.\begin{array}{l} W = \Delta Ec = Ec_F - Ec_I \\ W = F \cdot \Delta r \cdot \cos\theta \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} Ec_I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_I^2 = 0'5 \cdot 1 \cdot 2^2 = 2 \text{ J} \\ Ec_F = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_F^2 = 0'5 \cdot 1 \cdot 4^2 = 8 \text{ J} \end{array}\right\} W = 8 - 2 = 6 \text{ J}$$

b) $F = \dfrac{W}{\Delta r \cdot \cos\theta} = \dfrac{6}{5 \cdot 1} = 1'2$ N

2.- La figura representa una atracción de feria en que una vagoneta hace varias veces el camino de ida y vuelta entre los puntos 1 y 4.



a) Calcula la velocidad de la vagoneta, de 2.000 kg de masa, al pasar por los puntos 2 y 3 del recorrido. Supón que no hay rozamiento y aplica el principio de conservación de la energía. b) ¿Hasta qué altura llegará en 4? Al regresar, ¿qué velocidad tendrá en los puntos 2 y 3? ¿Hasta qué altura llegará en 1? c) Pero el dueño ha comprobado que en cada viaje el rozamiento consume 30.000 julios, ¿consigue alcanzar el punto 4? d) ¿Qué altura alcanzará al regresar de nuevo a 1? ¿Qué trabajo debe realizar el motor para llevarla basta la posición 1? (Para averiguar esto último no es necesario ningún cálculo.)

a) Punto 1: $Ep = m \cdot g \cdot h = 2000 \cdot 9'8 \cdot 20 = 392.000$ J

Punto 2: $Ep_1 = Ec_2 \Big\} 392.000 = 0'5 \cdot 2000 \cdot v_2^2 \Big\} v = \sqrt{\dfrac{392000}{1000}} = 19'8$ m/s

Punto 3: $Ep_3 = m \cdot g \cdot h = 2000 \cdot 9'8 \cdot 10 = 196.000$ J

$$\left.\begin{array}{l} Ep_1 = Ec_3 + Ep_3 \\ 392000 = Ec_3 + 196000 \end{array}\right\} \begin{array}{l} Ec_3 = 392000 - 196000 = 196000 \text{ J} \\ v = \sqrt{\dfrac{196000}{1000}} = 14 \text{ m/s} \end{array}$$

b) $Ep_1 = Ec_2 = Ep_4$

En el punto 4 alcanzará la misma altura inicial = 20 m

En los puntos 2 y 3 tendrá la misma velocidad que en el apartado anterior.

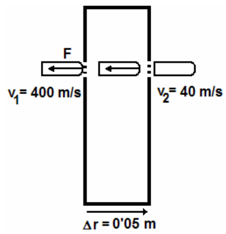
En el punto 1 llegará a la misma altura = 20 m

c) $Ep_4 = Ep_1 - W = 392000 - 30000 = 362000$ J

$$\left.\begin{array}{l} Ep_4 = m \cdot g \cdot h \\ 362000 = 2000 \cdot 9'8 \cdot h \end{array}\right\} h = \frac{362000}{2000 \cdot 9'8} = 18'5 \text{ m} \qquad \text{No alcanza el punto 4}$$

$$\text{d)} \left.\begin{array}{l} Ep_1 = 362000 - 30000 = 332000 \text{ J} \\ 332000 = 2000 \cdot 9'8 \cdot h \end{array}\right\} \begin{array}{l} h = \dfrac{332000}{2000 \cdot 9'8} = 16'9 \text{ m} \\ W = 30000 + 30000 = 60000 \text{ J} \end{array}$$

3.- Una bala de 80 g avanza horizontalmente a 400 m/s hacia una pancha de corcho de 5 cm de espesor. Tras atravesar la plancha conserva una velocidad de 40 m/s. ¿Cuánto vale la fuerza que la plancha opone al paso de la bala?



Datos: m = 80 g = 0'08 kg, v_1 = 400 m/s, v_2 = 40 m/s, Δr = 5 cm = 0'05 m

El teorema de las fuerzas viva: $W_{total} = \Delta Ec$

$$\left.\begin{array}{l} Ec_1 = 0'5 \cdot m \cdot v_1^2 = 0'5 \cdot 0'08 \cdot 400^2 = 6400\ J \\ Ec_2 = 0'5 \cdot m \cdot v_2^2 = 0'5 \cdot 0'08 \cdot 40^2 = 64\ J \end{array}\right\} \Delta Ec = 64 - 6400 = -6336\ J$$

$$\left.\begin{array}{l} W_{total} = \Delta Ec = -6336\ J \\ W_{total} = F \cdot \Delta r \cdot \cos 180° = F \cdot 0'05 \cdot (-1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} -6336 = F \cdot (-0'05) \\ F = \dfrac{-6336}{-0'05} = 1'27 \cdot 10^5\ N \end{array}$$

4.- Un bloque de madera está unido a un muelle horizontal. Se dispara horizontalmente una bala de 80 g a 350 m/s contra el bloque, de forma que la bala queda clavada en éste. Si la constante del muelle es k = 70 N/mm , ¿cuánto se comprimirá el muelle como máximo?

Datos: m_B 80 g = 0'08 kg, v_{B1} = 350 m/s, k = 70 N/mm = 70000 N/m

$$Ec_B = 0'5 \cdot m \cdot v^2 = 0'5 \cdot 0'08 \cdot 350^2 = 4900\ J$$

$$\left.\begin{array}{l} Ec_B = Ep_e = 0'5 \cdot k \cdot \Delta x^2 \\ 4900 = 0'5 \cdot 70000 \cdot \Delta x^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 4900 = 35 \\ \Delta x = \sqrt{\dfrac{4900}{35000}} = \sqrt{0'14} = 0'37\ m \end{array}$$

5.- Un cuerpo de 4 kg entra a 5 m/s en un plano horizontal con coeficiente de rozamiento μ= 0'1. A partir de ese momento actúan sobre el cuerpo una fuerza horizontal que realiza un trabajo de 80 J, y la fuerza de rozamiento, que realiza un trabajo de −50 J. Calcula: a) La velocidad final del cuerpo. b) El espacio recorrido.

a) Según el teorema de las fuerzas vivas, o de la energía cinética: $W + W_R = \Delta E_C$

W, trabajo realizado por la fuerza = 80 J, y W_R, trabajo realizado por la F_R = −50 J

$$W + W_R = Ec_F - Ec_I = 0'5 \cdot m\, v_F^2 - 0'5 \cdot m\, v_I^2$$

$$\left.\begin{array}{l} 80 - 50 = 0'5 \cdot 4 \cdot v_F^2 - 0'5 \cdot 4 \cdot 5 \\ 30 = 2 \cdot v_F^2 - 10 \end{array}\right\} \text{Por tanto: } v_F = 6'32\ m/s$$

b) El cuerpo se desliza sobre un plano horizontal, y la fuerza que se aplica sobre el cuerpo también es horizontal. Las dos únicas fuerzas verticales son peso y normal, iguales en módulo y de sentidos opuestos.

El módulo de la fuerza de rozamiento es: $F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0'1 \cdot 4 \cdot 9'8 = 3'92\ N$

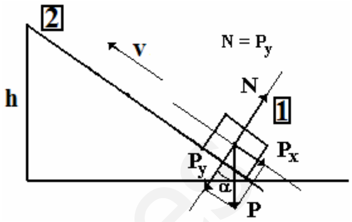
El trabajo que realiza esta fuerza, que se opone al movimiento es:

$$W = F \cdot \Delta r \cdot \cos 180° = -F \cdot \Delta r$$

$$-50 = -3'92 \cdot \Delta r \;\rightarrow\; \Delta r = 12'8\ m$$

6.- Un cuerpo de 10 kg de masa llega a la base de un plano inclinado a una velocidad de 15 m/s. La inclinación del plano es de 30º y no existe rozamiento entre el cuerpo y el plano.
a) Calcula la distancia que recorrerá el cuerpo por el plano antes de detenerse.
b) ¿Qué velocidad tiene el cuerpo en el momento en que la energía cinética y la potencial adquirida en el ascenso del cuerpo son iguales? Datos: m=10 kg,v_I =15 m/s, v_F =0 m/s, α=30º

a) El principio de conservación de la energía mecánica afirma que cuando sobre un sistema actúan solo fuerzas conservativas, la energía mecánica total se conserva: $\Delta Em = \Delta Ec + \Delta Ep = 0$



$Em_1 = Em_2 \Rightarrow Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Como } h_1 = 0 \Rightarrow Ep_1 \\ \text{Como } v_2 = 0 \Rightarrow Ec_2\end{array}\right\} \begin{array}{l} Ec_1 = Ep_2 \\ 0'5 \cdot m \cdot v_I^2 = m \cdot g \cdot h_2\end{array}$$

$$0'5 \cdot 10 \cdot 15^2 = 10 \cdot 9'8 \cdot h_2 \Big\} \; 1125 = 98 \cdot h_2 \Big\} \; h_2 = \frac{1125}{98} = 11'5 \text{ m}$$

$$\text{sen } 30º = \frac{h_2}{\Delta r} \rightarrow \quad \Delta r = \frac{11'5}{0'5} = 23 \text{ m recorre antes de detenerse.}$$

b) Inicialmente toda la energía mecánica del cuerpo es energía cinética. En el instante en que la energía cinética se iguala con la energía potencial, ambas deben ser la mitad de la energía, cinética, inicial, entonces: $Em_1 = Em_2 = Em_3$

$$1125 = Ec_3 + Ep_3 = 2 \cdot Ec_3 = 2 \cdot 0'5 \cdot m \cdot v_3^2 = 10 \cdot v_3^2 \Big\} \; v_3^2 = \frac{1125}{10} = 112'5 \Big\} \; v_3 = \sqrt{112'5} = 10'6$$

7.- Un cuerpo de 10 kg se sitúa en lo alto de un plano inclinado 30º sobre la horizontal. La longitud del plano es de 10 m y el coeficiente de rozamiento es de 0'2. a) ¿Con qué velocidad llega el cuerpo al final del plano?, b) ¿Cuánto valdrá la energía potencial del cuerpo al estar situado en lo alto del plano? c) ¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento?
Datos: m = 10 kg, α = 30º, Δx = 10 m, μ = 0'2

a) Aplicando el principio fundamental de la dinámica: $\sum F = P_x - F_R = m \cdot a$

$$\left.\begin{array}{l} m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = m \cdot a \\ 10 \cdot 9'8 \cdot \text{sen } 30º - 0'2 \cdot 10 \cdot 9'8 \cdot \cos 30º = 49 - 17 = 32 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 32 = m \cdot a \\ a = \dfrac{32}{10} = 3'2 \text{ m/s}^2 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x = v_I \, \Delta t + 0'5 \cdot a \cdot \Delta t^2 \\ v_F = v_I + a \, \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 10 = 0 + 0'5 \cdot 3'2 \cdot \Delta t^2 \\ v_F = 0 + 3'2 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 10 = 1'6 \cdot \Delta t^2 \\ v_F = 3'2 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Delta t = \sqrt{\dfrac{10}{1'6}} = 2'5 \text{ s} \\ v_F = 3'2 \cdot 2'5 = 8 \text{ m/s} \end{array}$$

Otra forma de hacer el problema:

Si actúan fuerzas no conservativas: $W_{nocon} = \Delta E_m = Em_2 - Em_1$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Como } v_1 = 0 \Rightarrow Ec_1 = 0 \\ \text{Como } h_2 = 0 \Rightarrow Ep_2 = 0\end{array}\right\} W_{nocon} = Ec_2 - Ep_1$$

La altura en el punto 1: $h_1 = 10 \cdot \text{sen } 30º = 5$ m

La energía potencial en el punto 1: $Ep_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 10 \cdot 9'8 \cdot 5 = 490$ J

La fuerza de rozamiento: $F_r = 0'2 \cdot 10 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^\circ = 16'97$ N

El trabajo de la fuerza de rozamiento: $W_{nocon} = F_r \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = 16'97 \cdot 10 \cdot \cos 180^\circ = -169'7$ J

$$\left.\begin{array}{l} -169'7 = 0'5 \cdot 10 \cdot v_2^2 - 490 \\ -169'7 + 490 = 0'5 \cdot 10 \cdot v_2^2 \end{array}\right\} 320'3 = 5 \cdot v_2^2 \left\} \begin{array}{l} v_2^2 = \dfrac{320'3}{5} = 64'06 \\ v_2 = \sqrt{64'06} = 8'03 \text{ m/s} \end{array}\right.$$

b) La altura en el punto 1: $h_1 = 10 \cdot \text{sen } 30^\circ = 5$ m

La energía potencial en el punto 1: $Ep_1 = m \cdot g \cdot h_1 = 10 \cdot 9'8 \cdot 5 = 490$ J

c) Si actúan fuerzas no conservativas: $W_{nocon} = \Delta E_m = Em_2 - Em_1$

El trabajo de la fuerza de rozamiento rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica del cuerpo entre el punto más alto (solo energía potencial) y el punto más bajo (solo energía cinética).

$$\left.\begin{array}{l} \text{Como } v_1 = 0 \Rightarrow Ec_1 = 0 \\ \text{Como } h_2 = 0 \Rightarrow Ep_2 = 0 \end{array}\right\} W_{nocon} = Ec_2 - Ep_1$$

$W_R = Em_1 - Em_2 = Ep_1 - Ec_2 = m \cdot g \cdot h_1 - 0'5 \cdot m \cdot v_2^2$

$W_R = 10 \cdot 9'8 \cdot 5 - 0'5 \cdot 10 \cdot 8^2$
$W_R = 490 - 320 = 170$ J

8.- Un fusil dispara proyectiles de masa 1g con una velocidad de salida de 400 m/s. La fuerza variable con la que los gases procedentes de la explosión de la carga de proyección actúan sobre la base del proyectil viene dada por: F = 320 - 640x, donde F viene dada en N y x en metros. Deducir la longitud del cañón del fusil.
Datos: m = 1 g = 0'001 kg, v = 400 m/s, F = 320 – 640 x

En la boca del cañón del fusil la energía cinética de la bala es:
$Ec = 0'5 \cdot m \cdot v^2 = 0'5 \cdot 0'001 \cdot 400^2 = 80$ J

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas, la energía cinética de la bala procede del trabajo realizado por los gases emitidos al explotar la bala dentro del fusil: $W_{total} = \Delta Ec$

$$W = \int F \cdot dx = \int (320 - 640x) \cdot dx = 320x - \frac{640x^2}{2} = 320\,x - 320\,x^2$$

$\Delta Ec = 80 = 320\,x - 320\,x^2$

$320\,x^2 - 320\,x + 80 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado: x = 0'5 m (longitud del cañón)