

1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x-2=0\} = \mathfrak{R} - \{2\}$

c) $f(x) = (x-1)^3$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

d) $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2-1=0\} = \mathfrak{R} - \{-1,1\}$

$$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ò} \quad x = 1$$

e) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3=0\} = \mathfrak{R} - \{0\}$

$$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x = 0$$

f) $f(x) = x^2 + x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

g) $f(x) = \frac{7}{x^2-25}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2-25=0\} = \mathfrak{R} - \{-5,5\}$

$$x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = -5 \quad \text{ò} \quad x = 5$$

h) $f(x) = \frac{1}{x^4-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^4-1=0\} = \mathfrak{R} - \{-1,1\}$

$$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ò} \quad x = 1$$

i) $f(x) = x^5 - 2x + 6$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

j) $f(x) = \frac{x^7-2}{x^2-3x+4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2-3x+4=0\} = \mathfrak{R}$

$$x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-16}}{2} = \text{no existe solución real}$$

k) $f(x) = \frac{2-x}{(x+1)^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/(x+1)^2=0\} = \mathfrak{R} - \{-1\}$

$$(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

l) $f(x) = x^9 - 6x^4 + 9$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

m) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

n) $f(x) = \sqrt{2x-4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / 2x-4 \geq 0\} = [2, +\infty)$
 $2x-4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2 \Leftrightarrow x \in [2, +\infty)$

o) $f(x) = \frac{3}{1-x}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x / 1-x = 0\} = \mathbb{R} - \{1\}$

p) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = x-2) = \mathbb{R}$

q) $f(x) = \sqrt{x-2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x-2 \geq 0\} = [2, +\infty)$

r) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x-2 > 0\} = (2, +\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

s) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{x-2} \neq 0 \Leftrightarrow x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

t) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x / x^2 - 4 = 0\} = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \text{ ò } x = 2$

u) $f(x) = \frac{x^2-4x}{x^2+16}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x / x^2 + 16 = 0\} = \mathbb{R}$

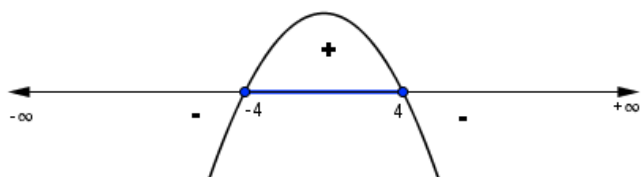
$x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -16 \Rightarrow$ no tiene solución real

v) $f(x) = \sqrt[4]{16-x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / 16-x^2 \geq 0\} = [-4, 4]$

Tenemos que resolver la inecuación : $16 - x^2 \geq 0$

Ceros

$$16 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = -4 \text{ o } x = 4$$



w) $f(x) = \sqrt[3]{16 - x^2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = 16 - x^2) = \mathbb{R}$

x) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x} \geq 0 \right\}$

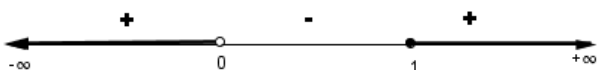
Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x-1}{x} \geq 0$

Ceros

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Polos

$$x = 0$$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

y) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x-1}{x}\right) = \mathbb{R} - \{0\}$

z) $f(x) = \frac{3x+5}{2x^2-4x-6}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x / 2x^2 - 4x - 6 = 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 3\}$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{4} = \begin{cases} x = \frac{4+8}{4} = 3 \\ x = \frac{4-8}{4} = -1 \end{cases}$$

2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^3 - x - 8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\} = (0, +\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente positivo.

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{0\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

d) $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = x^2 - 1) = \mathfrak{R}$

e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x / x^2 - 1 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 1\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso no puede ser 0

$$\sqrt[5]{x^2 - 1} \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x \neq \pm 1$$

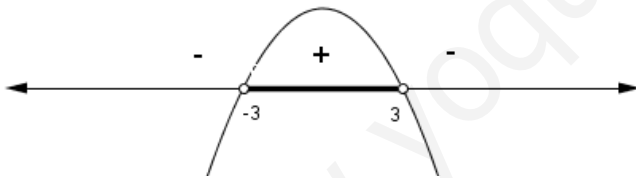
f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{9 - x^2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x / 9 - x^2 > 0\}$

(Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0)

Tenemos que resolver la inecuación : $9 - x^2 > 0$

Ceros

$$9 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \text{ ò } x = 3$$



Por tanto, $Dom(f) = (-3, 3)$

g) $f(x) = \frac{5x^3 - 8}{1 + x + x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x / x^2 + x + 1 = 0\} = \mathfrak{R}$

$$x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} = \text{no existe solución real}$$

h) $f(x) = 6x^3 - 2x + 8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

i) $f(x) = 6x - 2\sqrt{x} + 8 \rightarrow Dom(f) = Dom(y = \sqrt{x}) = [0, +\infty)$

j) $f(x) = \frac{2x + 23}{3x^2 - x + 7}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x / 3x^2 - x + 7 = 0\} = \mathfrak{R}$

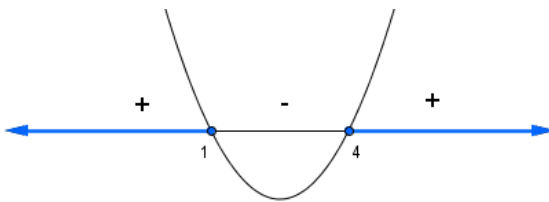
$$3x^2 - x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1-84}}{6} = \text{no existe solución real}$$

k) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 5x + 4 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 5x + 4 \geq 0$

Ceros

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

l) $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x+3}{x-2} \geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x+3}{x-2} \geq 0$

Ceros

$$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$$

Polos

$$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$

m) $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-2}{x+1} \geq 0\right\}$

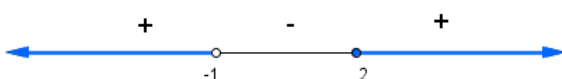
Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x-2}{x+1} \geq 0$

Ceros

$$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$$

Polos

$$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$

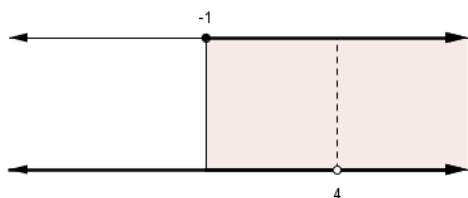
n) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

➤ $y = \sqrt{x+1} \rightarrow$ Dominio = $\{x \in \mathfrak{R} / x+1 \geq 0\} = [-1, +\infty)$

➤ $y = x-4 \rightarrow$ Dominio = \mathfrak{R}

➤ $x-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$



Por tanto, $Dom(f) = [-1, 4) \cup (4, +\infty)$

o) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[3]{x-6}}$

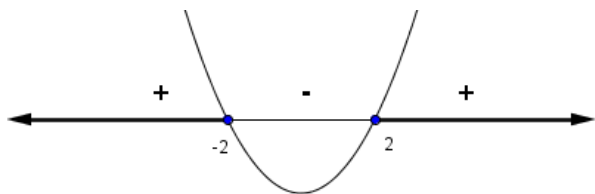
Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

➤ $y = \sqrt{x^2-4} \rightarrow$ Dominio = $\{x \in \mathfrak{R} / x^2-4 \geq 0\} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2-4 \geq 0$

Ceros

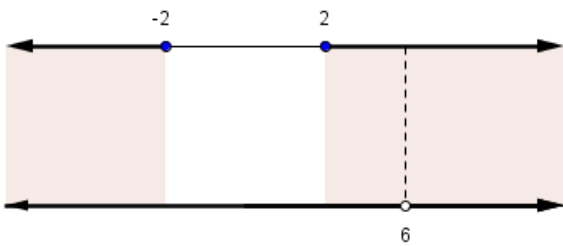
$x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x=-2 \text{ ò } x=2$



➤ $y = \sqrt[3]{x-6} \rightarrow$ Dominio = \mathfrak{R}

➤ $\sqrt[3]{x-6} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -2] \cup [2, 6) \cup (6, +\infty)$



p) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x^4 - 1}}$

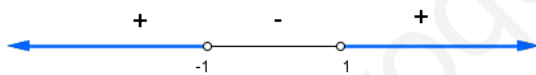
Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

➤ $y = x^2 - 5x + 6 \rightarrow$ Dominio = \mathbb{R}

➤ $y = \sqrt{x^4 - 1} \rightarrow$ Dominio = $\{x \in \mathbb{R} / x^4 - 1 > 0\} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (La desigualdad es estricta porque el denominador no puede ser 0)

Ceros

$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ò} \quad x = 1$



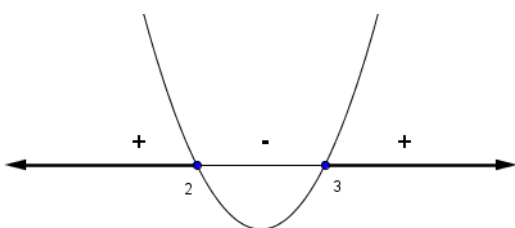
Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

q) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 5x + 6 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

Ceros

$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$



Por tanto $Dom(f) = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$

r) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^6 - 5x + 1}{x^2 - 4x + 4}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x^6 - 5x + 1}{x^2 - 4x + 4}\right) =$

$= \mathbb{R} - \{x / x^2 - 4x + 4 = 0\} = \mathbb{R} - \{2\}$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = \begin{cases} \frac{4+0}{2} = 2 \\ \frac{4-0}{2} = 2 \end{cases}$$

s) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x(x+7)}{x^2 + 5x + 6}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x(x+7)}{x^2 + 5x + 6} \geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x(x+7)}{x^2 + 5x + 6} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x(x+7)}{(x+2)(x+3)} \geq 0$

Ceros

$x(x+7) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = -7$

Polos

$x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \quad \text{o} \quad x = -2$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -7] \cup (-3, -2) \cup [0, +\infty)$

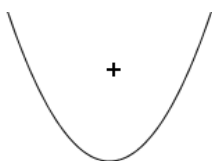
t) $f(x) = 21x^3 - 7x - 81$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

u) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 2x + 3 \geq 0\} = \mathbb{R}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 2x + 3 \geq 0$

Ceros

$x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = \text{no tiene solución real}$



v) $f(x) = \frac{7x+9}{9x^4+7}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x/9x^4 + 7 = 0\} = \mathbb{R}$

$$9x^4 + 7 = 0 \Leftrightarrow x^4 = -\frac{7}{9} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$

w) $f(x) = \frac{7x+9}{3x^3-81}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x/3x^3 - 81 = 0\} = \mathbb{R} - \{3\}$

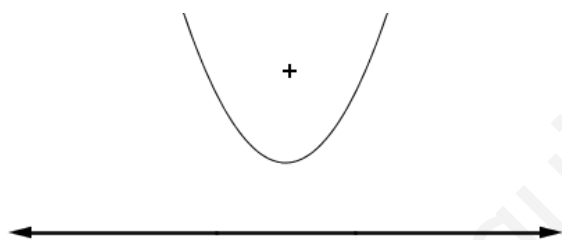
$$3x^3 - 81 = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{81}{3} \Leftrightarrow x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3$$

x) $f(x) = \sqrt[6]{8+3x^2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / 8 + 3x^2 \geq 0\} = \mathbb{R}$

Tenemos que resolver la inecuación : $8 + 3x^2 \geq 0$

Ceros

$$8 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{8}{3} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$



y) $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$

Como $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

➤ $y = 2x + 7 \rightarrow$ Dominio = \mathbb{R}

➤ $y = \sqrt[3]{9-x} \rightarrow$ Dominio = \mathbb{R}

➤ $\sqrt[3]{9-x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9 \rightarrow$ luego 9 no está en el dominio porque anula al denominador

Por tanto, $Dom(f) = \mathbb{R} - \{9\}$

z) $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt[6]{9-x}}$

➤ $y = 2x + 7 \rightarrow$ Dominio = \mathbb{R}

➤ $y = \sqrt[3]{9-x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / 9-x > 0\} = (-\infty, 9)$ (mayor estricto porque el radical está en el denominador y, por tanto, no puede anularse)

Por tanto, $\text{Dom}(f) = (-\infty, 9)$

3. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 + 1$ función polinómica $\rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ (similar al ejercicios 9.k)

Función radical con índice par $\rightarrow \text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 1 \geq 0\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

c) $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 1}$ función racional $\rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{x / x^2 - 1 = 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1 \text{ ò } x = 1$$

d) $f(x) = \frac{x-3}{2x+5}$ función racional $\rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{x / 2x+5 = 0\} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{5}{2}\right\}$

$$2x+5 = 0 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x + 2}}$

Función radical con índice par $\rightarrow \text{Dom}(f) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x + 2} \geq 0\right\}$

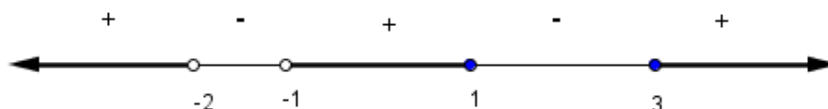
Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3x + 2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-3)}{(x+2)(x+1)} \geq 0$

Ceros

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ o } x = 3$$

Polos

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ o } x = -1$$



Por tanto, $\text{Dom}(f) = (-\infty, -2) \cup (-1, 1] \cup [3, +\infty)$

f) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 9}$

$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

➤ $y = \sqrt{x^2 - 4} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

➤ $y = x^2 - 9 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

➤ $x^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 3$

El dominio es el conjunto de números reales que cumplen todas las condiciones anteriores \Rightarrow
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = (-\infty, -3) \cup (-3, -2] \cup [2, 3) \cup (3, +\infty)$

g) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^3 - 2x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow \text{Dom}(f) = \text{Dom}\left(y = \frac{1}{x^3 - 2x}\right) =$

$= \mathbb{R} - \{x / x^3 - 2x = 0\} = \mathbb{R} - \{0, \pm\sqrt{2}\}$

$$x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

h) $f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 4x + 8}{x^3 - x^2 - 9x + 9}$ función racional $\rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{x / x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0\}$

$x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0$

1	-1	-9	9
1	+1	0	-9
1	0	-9	0

$$x^3 - x^2 - 9x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot (x^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

Por tanto, $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-3, 0, 3\}$

i) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{2x + 6}$

$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se

anula)

➤ $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4x + 3 \geq 0\} = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

➤ $y = 2x + 6 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

➤ $2x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3 \rightarrow$ luego -3 no pertenece al dominio porque anula al denominador

El dominio lo constituyen los números reales que cumplen todas las condiciones anteriores.

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -3) \cup (-3, 1] \cup [3, +\infty)$

j) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 - 1 = 0\} = \mathfrak{R} - \{-1, 1\}$

k) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2 - 3x + 2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 - 3x + 2 = 0\} = \mathfrak{R} - \{1, 2\}$
 $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ o } x = 2$

l) $f(x) = x^2 - x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R}$

m) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0\}$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

1	-2	-1	2
1	+1	-1	-2
1	-1	-2	0

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot (x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x=-1 \text{ o } x=2 \end{cases}$$

Por tanto, $Dom(f) = \mathfrak{R} - \{-1, 1, 2\}$

n) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \mathfrak{R} - \{x/x^2 + 4 = 0\} = \mathfrak{R}$

$$x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -4 \Rightarrow \text{no existe solución real}$$

Las apartados siguientes o), p), q), r), s) y t) son similares a los apartados 9.k) y 9.l)

o) $f(x) = \sqrt{x-2}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / x-2 \geq 0\} = [2, +\infty)$

p) $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$ función radical con índice par
 $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / x^2 - x - 2 \geq 0\} = (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

q) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x - 2}$ función radical con índice par
 $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathfrak{R} / x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 \geq 0\} = (-\infty, \sqrt{2} - 2] \cup [\sqrt{2} + 2, +\infty)$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{8+8}}{2} = \frac{2\sqrt{2} \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2}+4}{2} = \sqrt{2} + 2 \\ \frac{2\sqrt{2}-4}{2} = \sqrt{2} - 2 \end{cases}$$

r) $f(x) = \sqrt{3x - x^2 + 4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / 3x - x^2 + 4 \geq 0\} = [-1, 4]$

s) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2-4}}$ (similar a 9.s)

Función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x^2-4} \geq 0\right\} = (-2, 1] \cup (2, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{x-1}{x^2-4} \geq 0$

(No lo desarrollo con detalle porque ya hemos resuelto muchas inecuaciones de este tipo)

t) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-3)^5}$ función radical con índice par
 $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} / (x-1)(x-3)^5 \geq 0\} = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $(x-1)(x-3)^5 \geq 0$

u) $f(x) = 2 + |x-3| \rightarrow Dom(f) = \mathbb{R}$

v) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1-|x|}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{x}{1-|x|}\right) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$$Dom\left(y = \frac{x}{1-|x|}\right) = \mathbb{R} - \{x / 1 - |x| = 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$1 - |x| = 0 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

w) $f(x) = \left|\frac{2}{x-2}\right| \rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \frac{2}{x-2}\right) = \mathbb{R} - \{2\}$

x) $f(x) = \frac{2}{|x|-2} \rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x / |x| - 2 = 0\} = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

$$|x| - 2 = 0 \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

y) $f(x) = \frac{1-x}{x^2-|x|} \rightarrow Dom(f) = \mathbb{R} - \{x / x^2 - |x| = 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$

$$x^2 - |x| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = 0 & \text{si } x < 0 \Rightarrow \cancel{x=0} \text{ o } x = -1 \\ x^2 - x = 0 & \text{si } x \geq 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 1 \end{cases}$$

$$z) f(x) = \frac{1-x}{|4x|-x^2} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{x / |4x| - x^2 = 0\} = \mathbb{R} - \{-4, 0, 4\}$$

$$|4x| - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - x^2 = 0 & \text{si } 4x < 0 \\ 4x - x^2 = 0 & \text{si } 4x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -4x - x^2 = 0 & \text{si } x < 0 \Rightarrow \cancel{x=0} \text{ o } x = -4 \\ 4x - x^2 = 0 & \text{si } x \geq 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 4 \end{cases}$$

4. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

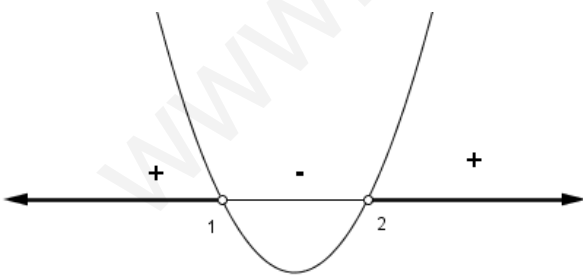
$$a) f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x + 2 > 0\} = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 3x + 2 > 0$

Ceros

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

Por tanto $\text{Dom}(f) = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$



$$b) f(x) = \sqrt{\ln x - 1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / \ln x - 1 \geq 0\} = \{x \in \mathbb{R} / \ln x \geq 1\} = [e, +\infty)$$

$$\ln x \geq 1 \Leftrightarrow e^{\ln x} \geq e^1 \Leftrightarrow x \geq e \Leftrightarrow x \in [e, +\infty)$$

$$c) f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)} \rightarrow \text{Dominio} = \left\{x \in \text{Dom}\left(y = \ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)\right) / \ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right) \geq 0\right\}$$

1º) Tenemos que determinar, en primer lugar, el dominio de $\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)$

$$\text{Dominio}\left(y = \ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)\right) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{3x-x^2}{x+1} > 0\right\}$$

Resolvemos la inecuación: $\frac{3x-x^2}{x+1} > 0$

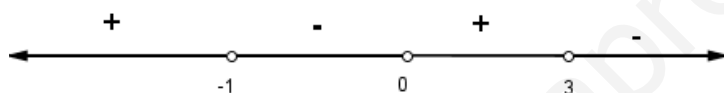
Ceros

$$3x-x^2 = 0 \Leftrightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=3$$

Polos

$$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$$

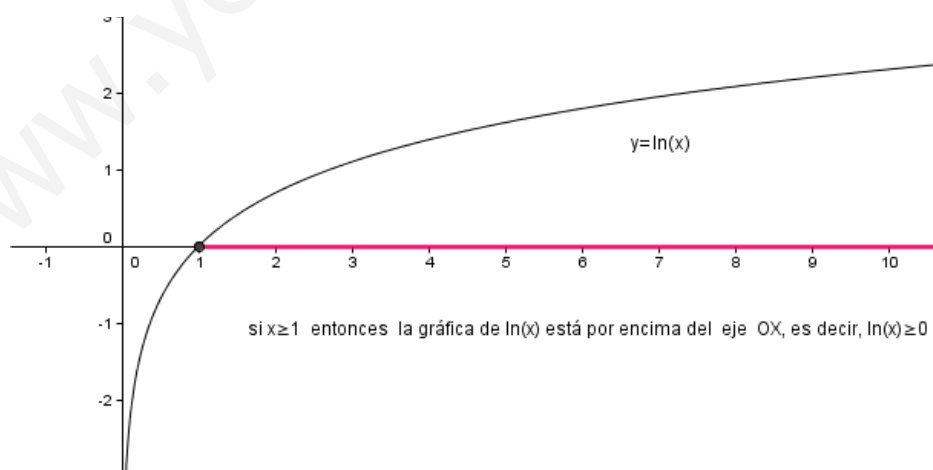
Por tanto, $\text{Dominio}\left(y = \ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right)\right) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{3x-x^2}{x+1} > 0\right\} = (-\infty, -1) \cup (0, 3)$



2º) Ahora tenemos que determinar para qué valores de su dominio $\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right) \geq 0$

$$\ln\left(\frac{3x-x^2}{x+1}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-x^2}{x+1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{3x-x^2}{x+1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-x^2-x-1}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+2x-1}{x+1} \geq 0$$

$$\ln a \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 1$$



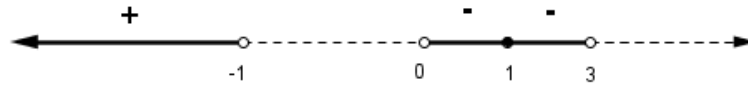
Es decir, tenemos que resolver la inecuación $\frac{-x^2+2x-1}{x+1} \geq 0$

Ceros

$$-x^2+2x-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

Polos

$$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$$



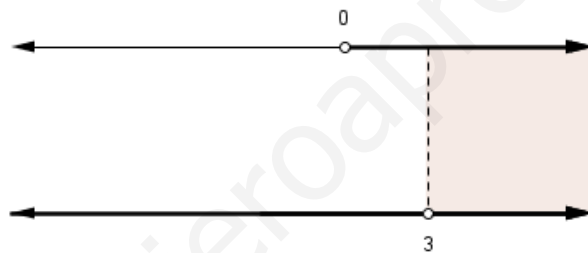
Por tanto $Dom(f) = (-\infty, -1)$

d) $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$

➤ $y = \ln x \rightarrow \text{Dominio} = (0, +\infty)$

➤ $y = \sqrt{x-3} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x-3 > 0\} = (3, +\infty)$ (La desigualdad es estricta porque como el radical está en el denominador no puede ser 0)

El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores,



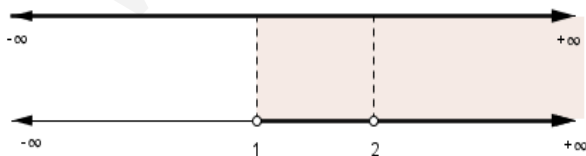
Por tanto, $Dom(f) = (3, +\infty)$

e) $f(x) = \frac{x}{\ln(x-1)}$

➤ $y = x \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

➤ $y = \ln(x-1) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x-1 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\} = (1, +\infty)$

➤ $\ln(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x-1 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 2$



Por tanto, $Dom(f) = (1, 2) \cup (2, +\infty)$

f) $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2-1}}$

➤ $y = \ln(x+3) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x+3 > 0\} = (-3, +\infty)$

➤ $y = \sqrt{x^2-1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x^2-1 > 0\} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (La desigualdad es estricta porque como el radical está en el denominador no puede ser 0)

El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores, por tanto, $\text{Dom}(f) = (-3, -1) \cup (1, +\infty)$

g) $f(x) = \sqrt{(x-2)(x-3)^5} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / (x-2)(x-3)^5 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $(x-2)(x-3)^5 \geq 0$

Ceros

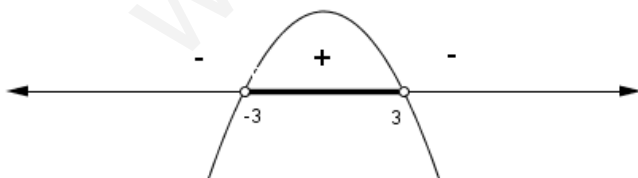
$(x-2)(x-3)^5 \geq 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ o } x = 3$



Por tanto, $\text{Dom}(f) = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$

h) $f(x) = \log \sqrt{9-x^2} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{9-x^2} > 0\} \{x \in \mathbb{R} / 9-x^2 > 0\} = (-3, 3)$

Tenemos que resolver la inecuación : $9-x^2 > 0$



Ceros

$9-x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \text{ o } x = 3$

i) $f(x) = \ln \frac{\sqrt[3]{x^3-5x}}{x} \rightarrow \text{Dominio} = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{\sqrt[3]{x^3-5x}}{x} > 0 \right\}$

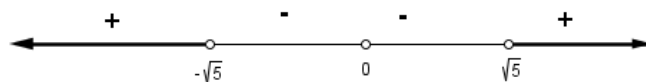
Tenemos que resolver la inecuación : $\frac{\sqrt[3]{x^3-5x}}{x} > 0$

Ceros

$$\sqrt[3]{x^3 - 5x} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ o } x = \pm\sqrt{5}$$

Polos

$$x = 0$$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$

j) $f(x) = \frac{2x-9}{\log \sqrt{x+3}}$

$$y = 2x - 9 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$$

$$y = \log \sqrt{x+3} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x+3 > 0\} = (-3, +\infty)$$

$$\log \sqrt{x+3} \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3} \neq 1 \Leftrightarrow x \neq -2$$

El dominio de la función es el conjunto de números reales que cumplen todas las condiciones anteriores, por tanto, $Dom(f) = (-3, -2) \cup (-2, +\infty)$

k) $f(x) = \log(x^2 - 3) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3 > 0\} = (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

$$\text{Tenemos que resolver la inecuación: } x^2 - 3 \geq 0$$

(No lo desarrollo con detalle porque ya hemos resuelto muchas inecuaciones de este tipo)

l) $f(x) = \ln|x-1| \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / |x-1| > 0\} = \mathbb{R} - \{1\}$

m) $f(x) = \frac{1}{\ln|x-1|} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / |x-1| > 0\} - \{x / \ln|x-1| = 0\} = \mathbb{R} - \{1, 0, 2\}$

$$|x-1| > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\ln|x-1| = 0 \Leftrightarrow |x-1| = 1 \Leftrightarrow x = 2 \text{ o } x = 0$$

n) $f(x) = |\ln x - 1| \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = \ln x - 1) = (0, +\infty)$

o) $f(x) = \frac{1}{|\ln x - 1|} \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y = \ln x - 1) - \{x / |\ln x - 1| = 0\} = (0, +\infty) - \{e\} = (0, e) \cup (e, +\infty)$

$$|\ln x - 1| = 0 \Leftrightarrow \ln x - 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$$

p) $f(x) = \sqrt{2+x} - \sqrt{3-x}$

➤ $y = \sqrt{2+x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x / 2+x \geq 0\} = [-2, +\infty)$

➤ $y = \sqrt{3-x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x/3-x \geq 0\} = (-\infty, 3]$

Por tanto, $\text{Dom}(f) = [-2, +\infty) \cap (-\infty, 3] = [-2, 3]$

q) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

➤ $y = e^x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤ $y = e^x + 1 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤ $e^x + 1 = 0 \Rightarrow e^x = -1 \Rightarrow$ no tiene solución ($e^x > 0$ para cualquier valor de x)

Por tanto, $\text{Dom}(f) = \mathfrak{R}$

r) $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{e^x - 2}$

➤ $y = e^{\sqrt{x}} \rightarrow \text{Dominio} = [0, +\infty)$

➤ $y = e^x - 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤ $e^x - 2 = 0 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow \ln e^x = \ln 2 \Rightarrow x = \ln 2$

Por tanto, $\text{Dom}(f) = [0, \ln 2) \cup (\ln 2, +\infty)$

s) $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 4}$

➤ $y = 2^x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

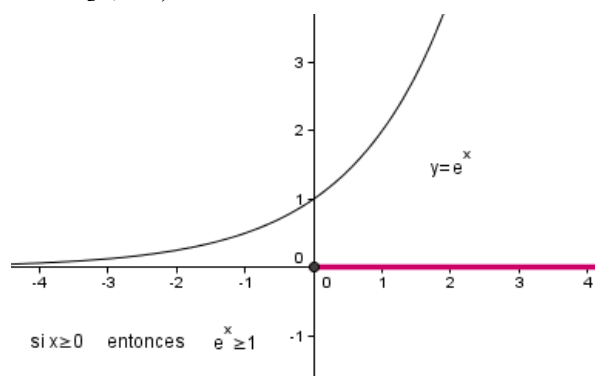
➤ $y = 2^x - 4 \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

➤ $2^x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow 2^x \neq 4 \Leftrightarrow x \neq 2$

Por tanto, $\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{2\}$

t) $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$ función radical con índice par $\rightarrow \text{Dominio} = \{x/e^x - 1 \geq 0\} = [0, +\infty)$

$e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0, +\infty)$



u) $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$ función radical con índice impar $\rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = e^x - 1) = \mathfrak{R}$

v) $f(x) = \operatorname{sen} x - \cos x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

w) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x - 2} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{x / \cos x - 2 = 0\} = \mathfrak{R}$

$\cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 2 \rightarrow$ no tiene solución ya que $-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \forall x$

x) $f(x) = \frac{x}{\operatorname{sen} x - 1} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{x / \operatorname{sen} x - 1 = 0\} = \mathfrak{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$

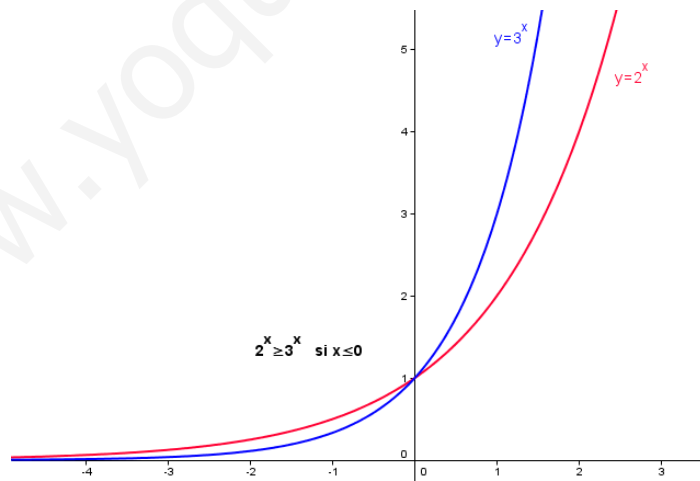
$\operatorname{sen} x - 1 = 0 \Leftrightarrow \operatorname{sen} x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ con } k \in \mathbb{Z}$

y) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{2 \cos x - 1} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{x / 2 \cos x - 1 = 0\} = \mathfrak{R} - \left\{ \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \frac{5\pi}{3} + 2\pi k \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$

$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k & \text{con } k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k & \text{con } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

z) $f(x) = \sqrt{2^x - 3^x} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathfrak{R} - \{x / 2^x - 3^x \geq 0\} = (-\infty, 0]$

$2^x - 3^x \geq 0 \Leftrightarrow 2^x \geq 3^x \Leftrightarrow x \leq 0$ (la gráfica roja está por encima de la azul cuando $x \leq 0$)



5. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \operatorname{sen}(x + 7) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = x + 7) = \mathfrak{R}$

b) $f(x) = \cos\left(\frac{2 + 7x^3}{x^2 + 9}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{2 + 7x^3}{x^2 + 9}\right) = \mathfrak{R}$

$x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9 \Rightarrow$ no tiene solución real

c) $f(x) = \cos\left(\frac{2}{x^2-2}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{2}{x^2-2}\right) = \mathbb{R} - \{\pm\sqrt{2}\}$
 $x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

d) $f(x) = \frac{2x-5}{\text{sen}x} \rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{x/\text{sen}x = 0\} = \mathbb{R} - \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

e) $f(x) = \sqrt{2x+3} - 5 \cdot \text{sen}\left(\frac{2}{4-x}\right)$

➤ $y = \sqrt{2x+3} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / 2x+3 \geq 0\} = \left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$

➤ $y = \text{sen}\left(\frac{2}{4-x}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{2}{4-x}\right) = \mathbb{R} - \{4\}$

El dominio de $f(x)$ es la intersección de los dos conjuntos anteriores, por tanto,

$$\text{Dom}(f) = \left[-\frac{3}{2}, 4\right) \cup (4, +\infty)$$

f) $f(x) = \text{tg } x \rightarrow \text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} / \cos x = 0\} = \mathbb{R} - \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$

g) $f(x) = \frac{1}{\text{sen}(kx)}$ con $k \in \mathbb{Z} \rightarrow \text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} / \text{sen}(kx) = 0\} = \mathbb{R} - \{\pi\}$
 $\text{sen}(kx) = 0 \Leftrightarrow kx = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \pi$

h) $f(x) = \cos\left(\frac{x}{x^3-x}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{x}{x^3-x}\right) = \mathbb{R} - \{x/x^3-x=0\} = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$
 $x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2-1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = \pm 1$

i) $f(x) = \text{sen}\sqrt{\frac{x}{x^3-x}} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \sqrt{\frac{x}{x^3-x}}\right) = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x}{x^3-x} \geq 0\right\}$

Ceros

$$x = 0$$

Polos

$$x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2-1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = \pm 1$$



Por tanto, $\text{Dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

j) $f(x) = 5^{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = x - 2) = \mathfrak{R}$

k) $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = \sqrt{x-2}) = [0, +\infty)$

l) $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = \sqrt{x-2}) = \{x \in \mathfrak{R} / x - 2 \geq 0\} = [2, +\infty)$

m) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = x^2 - 3x + 1) = \mathfrak{R}$

n) $f(x) = (2x - 5)^{9-x}$

➤ $2x - 5 > 0 \rightarrow x \in \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

➤ $y = 9 - x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$

Por tanto, $\text{Dom}(f) = \left(\frac{5}{2}, +\infty\right) \cap \mathfrak{R} = \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

o) $f(x) = (3x - 5)^{\sqrt{4-x^2}}$

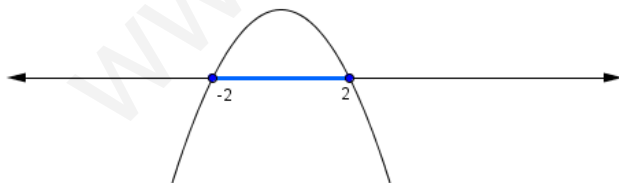
➤ $3x - 5 > 0 \rightarrow x \in \left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$

➤ $y = \sqrt{4-x^2} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathfrak{R} / 4 - x^2 \geq 0\} = [-2, 2]$

Tenemos que resolver la inecuación : $4 - x^2 \geq 0$

Ceros

$4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \text{ ò } x = 2$



Por tanto, $\text{Dom}(f) = \left(\frac{5}{3}, +\infty\right) \cap [-2, 2] = \left(\frac{5}{3}, 2\right]$

p) $f(x) = \left(\frac{8-3x}{5x-5}\right)^{3x^2-2}$

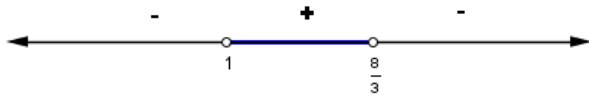
➤ $\frac{8-3x}{5x-5} > 0 \rightarrow x \in \left(1, \frac{8}{3}\right)$

Ceros

$$8 - 3x = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

Polo

$$5x - 5 = 0 \Rightarrow x = 1$$



➤ $y = 3x^2 - 2 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

Por tanto, $\text{Dom}(f) = \left(1, \frac{8}{3}\right) \cap \mathbb{R} = \left(1, \frac{8}{3}\right)$

q) $f(x) = \ln \sqrt{\frac{5-x}{x^2-4x}} \rightarrow \text{Dominio} = \left\{x \in \mathbb{R} / \sqrt{\frac{5-x}{x^2-4x}} > 0\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{5-x}{x^2-4x} > 0\right\}$

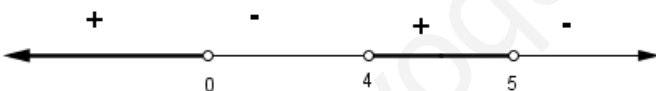
Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{5-x}{x^2-4x} > 0$

Ceros

$$5 - x = 0 \Rightarrow x = 5$$

Polos

$$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 4$$



Por tanto, $\text{Dom}(f) = (-\infty, 0) \cup (4, 5)$

r) $f(x) = \frac{\log(x+7)}{x}$

➤ $y = \log(x+7) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x+7 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / x > -7\} = (-7, +\infty)$

➤ $y = x \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0\}$ (eliminamos el 0 porque el denominador no puede anularse)

Por tanto, $\text{Dom}(f) = (-7, +\infty) \cap (\mathbb{R} - \{0\}) = (-7, 0) \cup (0, +\infty)$

s) $f(x) = \log\left(\frac{x+7}{x}\right) \rightarrow \text{Dominio} = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x+7}{x} > 0\right\}$

Ceros

$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

Polos

$$x = 0$$

Por tanto, $Dom(f) = (-7, 0) \cup (0, +\infty)$

$$t) f(x) = \sqrt{\frac{2x^3 + 2x^2 - 60x}{x^2 + 2x - 3}} \rightarrow Dom(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{2x^3 + 2x^2 - 60x}{x^2 + 2x - 3} \geq 0 \right\}$$

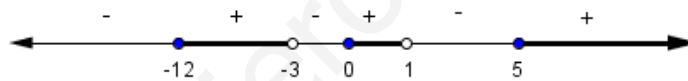
$$\text{Tenemos que resolver la inecuación: } \frac{2x^3 + 2x^2 - 60x}{x^2 + 2x - 3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x \cdot (x-5) \cdot (x+12)}{(x-1) \cdot (x+3)} \geq 0$$

Ceros

$$2x^3 + 2x^2 - 60x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (2x^2 + 2x - 60) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + 2x - 60 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \text{ o } x = -12 \end{cases}$$

Polos

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ o } x = -3$$



Por tanto, $Dom(f) = [-12, -3) \cup [0, 1) \cup [5, +\infty)$

$$u) f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^2 - 5x}}{3x - 6} \right)^{\log \frac{1}{x}}$$

1º) En primer lugar tenemos que determinar para que valores de x es $\frac{\sqrt{x^2 - 5x}}{3x - 6} > 0$

➤ $y = \sqrt{x^2 - 5x} \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$

➤ $y = 3x - 6 \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ (eliminamos el 2 porque el denominador no puede anularse)

➤ Por tanto, $\text{Dominio} \left(y = \frac{\sqrt{x^2 - 5x}}{3x - 6} \right) = (-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$

Ahora, del conjunto anterior $(-\infty, 0] \cup [5, +\infty)$ tenemos que determinar los valores para los que $\frac{\sqrt{x^2 - 5x}}{3x - 6} > 0$

Por tanto, $\frac{\sqrt{x^2 - 5x}}{3x - 6} > 0 \Leftrightarrow x \in (5, +\infty)$

2º) A continuación determinamos el dominio de $y = \log \frac{1}{x} \rightarrow \text{Dominio} = \left\{ x / \frac{1}{x} > 0 \right\} = (0, +\infty)$

3º) Finalmente, $\text{Dom}(f) = (5, +\infty) \cap (0, +\infty) = (5, +\infty)$

$$v) f(x) = \log \left(\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15} \right) \rightarrow \text{Dom}(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15} > 0 \right\}$$

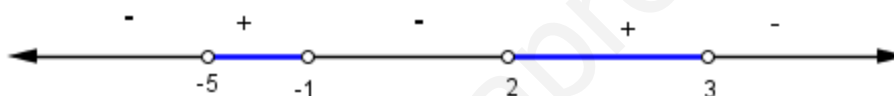
Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15} > 0 \Leftrightarrow \frac{-(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+5)} > 0$

Ceros

$$-x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{o} \quad x = 2$$

Polos

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \quad \text{o} \quad x = -5$$



Por tanto, $\text{Dom}(f) = (-5, -1) \cup (2, 3)$

$$w) f(x) = \sqrt{x+6} - \frac{5x + x^6 - \sqrt{-3x}}{x^2 - 3x}$$

1º) $y = \sqrt{x+6} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / x+6 \geq 0\} = [-6, +\infty)$

2º) $y = \frac{5x + x^6 - \sqrt{-3x}}{x^2 - 3x}$

$y = 5x + x^6 - \sqrt{-3x} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}(y = \sqrt{-3x}) = \{x \in \mathbb{R} / -3x \geq 0\} = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 0\} = (-\infty, 0]$

$y = x^2 - 3x \rightarrow \mathbb{R} - \{0, 3\}$ (0 y 3 no valen porque anulan al denominador)

Por tanto, $y = \frac{5x + x^6 - \sqrt{-3x}}{x^2 - 3x} \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, 0] \cap (\mathbb{R} - \{0, 3\}) = (-\infty, 0)$

3º) El dominio de $f(x)$ es la intersección de los dos conjuntos anteriores, por tanto,

$$\text{Dom}(f) = [-6, +\infty) \cap (-\infty, 0) = [-6, 0)$$

x) $f(x) = \log \sqrt{-3x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{-3x} > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / -3x > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / x < 0\} = (-\infty, 0)$

y) $f(x) = \ln \sqrt[3]{x-1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt[3]{x-1} > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / x-1 > 0\} = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\} = (1, +\infty)$

$$\mathbf{z)} \quad f(x) = 45^{\frac{4+9x}{\sqrt{6x-2}}} \rightarrow \text{Dominio} = \text{Dom}\left(y = \frac{4+9x}{\sqrt{6x-2}}\right)$$

$$\blacktriangleright \quad y = 4 + 9x \rightarrow \text{Dominio} = \mathfrak{R}$$

$$\blacktriangleright \quad y = \sqrt{6x-2} \rightarrow \{x \in \mathfrak{R} / 6x-2 > 0\} = \{x \in \mathfrak{R} / 6x > 2\} = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right) \text{ (la desigualdad es estricta porque el denominador no puede anularse)}$$

El dominio de $f(x)$ es la intersección de los dos conjuntos anteriores, por tanto,

$$\text{Dom}(f) = \mathfrak{R} \cap \left(\frac{1}{3}, +\infty\right) = \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$$