MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dadas as matrices

A=$\begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe a matriz inversa de A.

b) Despexe a matriz X tal que X·A+B= C e calcúlea para m=1.

EXERCICIO 2. Álxebra. Consideramos o seguinte sistema de inecuacións:

$$y \leq x+2 \qquad x+y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$$

a) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.

b) Determine o punto ou puntos desa rexión onde a función $f(x,y) = x - y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo. **c)** Determine eses valores máximo e mínimo.

EXERCICIO 3. Análise. A cantidade de CO_2 (en millóns de toneladas) emitida á atmosfera por unha determinada rexión ó longo do ano 2020, vén dada pola función

$$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \leq t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

sendo t é o tempo transcorrido en meses desde comezo do ano.

a) Estudie en que períodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO_2 emitida á atmosfera.

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO_2 emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron?

c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.

EXERCICIO 4. Análise. Un fabricante de automóbiles fai un estudo sobre os beneficios, en miles de euros, ao longo dos dez últimos anos, e comproba que estes se axustan á función B(t) =$t^3 - 18t^2 + 81t - 3$ se $0 \leq t \leq 10$, (t en anos)

a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?

b) Determine os períodos de crecemento e decrecemento dos beneficios.

c) En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden? **d)** Calcule $\int_1^2 B(t)dt$.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha poboación o 45 % son homes. O 27% desa poboación resulta ser home e lector de prensa deportiva, mentres que un 38.5% é muller e non lectora desa prensa.

a) Das mulleres, que porcentaxe le prensa deportiva? **b)** Que porcentaxe é muller ou le prensa deportiva? **c)** Dos lectores de prensa deportiva, que porcentaxe son homes? **d)** Son incompatibles os sucesos ser home e non ler prensa deportiva? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Unha compañía de seguros quere determinar que proporción dos seus clientes estaría disposta a aceptar unha subida de tarifas a cambio dun incremento nas súas prestacións. Unha enquisa previa indica que esta proporción está en torno ao 15%.

a) De que tamaño mínimo debería será a mostra se se quere estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95%?

Finalmente, realízase o estudo cunha mostra de 196 clientes, dos que 37 manifestaron a súa conformidade coa proposta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, ao 92%, para a proporción de clientes da compañía que aceptaría dita proposta. Cal e o erro máximo cometido?

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade CONVOCATORIA ORDINARIA 2021

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

A=$\begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe la matriz inversa de A.

b) Despeje la matriz X tal que X·A+B= C y calcúlela para m=1.

EJERCICIO 2. Álgebra. Consideramos el siguiente sistema de inecuaciones:

$$y \leq x+2 \qquad x+y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.

b) Determine el punto o puntos de esa región en donde la función $f(x,y) = x - y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. **c)** Determine esos valores máximo y mínimo.

EJERCICIO 3. Análisis. La cantidad de CO_2 (en millones de toneladas) emitida a la atmósfera por una determinada región a lo largo del año 2020, viene dada por la función

$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \leq t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$ siendo t el tiempo transcurrido en meses desde comienzo del año.

a) Estudie en qué períodos se ha producido un aumento/disminución de la cantidad de CO2 emitida a la atmósfera.

b) ¿Cuáles son las cantidades máxima y mínima de CO2 emitidas a la atmósfera a lo largo del año 2020? ¿En qué momentos se produjeron?

c) Represente la gráfica de la función $C(t)$ teniendo en cuenta el estudio realizado en los apartados anteriores.

EJERCICIO 4. Análisis. Un fabricante de automóviles hace un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, a lo largo de los diez últimos años, y comprueba que éstos se ajustan a la función

B (t) $= t^3 - 18t^2 + 81t - 3$ si $0 \leq t \leq 10$, (t en años)

a) ¿Qué beneficios obtuvo la empresa el último año del estudio?

b) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento de los beneficios

c) ¿En qué años se producen los beneficios máximos y mínimos y a cuánto ascienden?

d) Calcule $\int_1^2 B(t)dt$.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una población el 45 % son hombres. El 27% de esa población resulta ser hombre y lector de prensa deportiva, mientras que un 38.5% es mujer y no lectora de esa prensa. **a)** De las mujeres, ¿qué porcentaje lee prensa deportiva? **b)** ¿Qué porcentaje es mujer o lee prensa deportiva? **c)** De los lectores de prensa deportiva, ¿qué porcentaje son hombres? **d)** ¿Son incompatibles los sucesos ser home y no leer prensa deportiva? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Una compañía de seguros quiere determinar qué proporción de sus clientes estaría dispuesta a aceptar una subida de tarifas a cambio de un incremento en sus prestaciones. Una encuesta previa indica que esta proporción está en torno al 15%.

a) ¿De qué tamaño mínimo debería ser la muestra si se quiere estimar dicha proporción con un error inferior a 0,08 y un nivel de confianza del 95%?

Finalmente, se realiza el estudio con una muestra de 196 clientes, de los que 37 manifestaron su conformidad con la propuesta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, al 92%, para la proporción de clientes de la compañía que aceptaría dicha propuesta. ¿Cuál es el error máximo cometido?

ABAU 2021 CONVOCATORIA ORDINARIA

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II

(Cód. 40)

1. Álxebra.
a) 1 punto

b) 2,33 puntos

2. Álxebra.

a) 1,5 puntos

b) 1,5 puntos

c) 0,33 puntos

3. Análise.

a) 1,2 5 puntos

b) 1,25 puntos

c) 0,83 puntos

4. Análise.

a) 0,5 puntos

b) 0,75 puntos

c) 1,25 puntos

d) 0,83 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

a) 0, 75 puntos

b) 1 punto

c) 0,75 puntos

d) 0,83 puntos

6. Estatística e Probabilidade.

a) 1, 5 puntos

b) 1, 83 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álxebra.

A=$\begin{pmatrix} m & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determine para que valores de m existe a matriz inversa de A.

A matriz A ten inversa se determinante de A distinto de cero

Det(A)=2m≠0 ⇒m≠0

Existe inversa da matriz A para todo m≠0

b) Despexe a matriz X tal que X·A+B= C e calcúlea para m=1.

X·A+B= C ⇒ X·A= C-B⇒ X·A·A^{-1}=(C-B)· A^{-1}

X=(C-B)· A^{-1}

C-B=$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

A^{-1} = $\frac{1}{\det(A)}$ (A*)^t; det(A) = det $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ =2

A* = $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 8 & -4 & 2 \end{pmatrix}$; (A*)^t = $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 8 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; A^{-1} = $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

X=(C-B)· A^{-1} =$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1/2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ =$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -9 \\ 0 & 1 & -6 \end{pmatrix}$

X=$\begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{3} & \mathbf{-9} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-6} \end{pmatrix}$

(Podese calcular a matriz inversa de A utilizando Gauss)

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álxebra.

Consideramos o seguinte sistema de inecuacións:

$y \leq x+2 \qquad x+y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$

a) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.

b) Determine o punto ou puntos desa rexión onde a función $f(x,y) = x - y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo. **c)** Determine eses valores máximo e mínimo.

a) **Inecuacións**:

$y \leq x+2 \qquad x+y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$

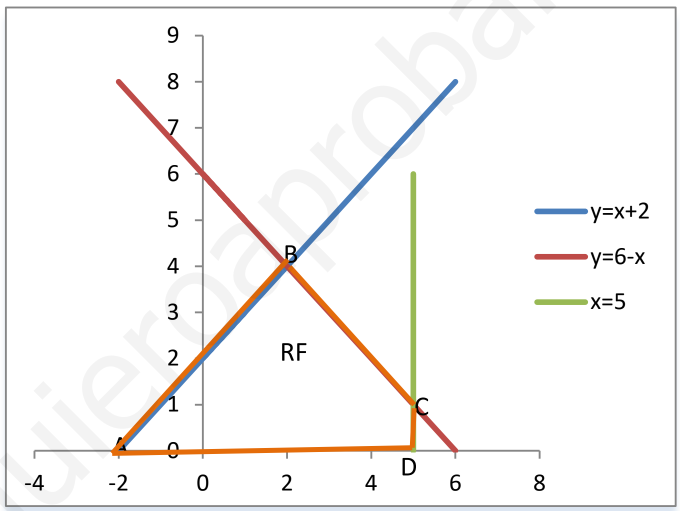
Vértices

A: $\left.\begin{matrix} y=0 \\ y=x+2 \end{matrix}\right\} A(-2,0)$

B: $\left.\begin{matrix} y=x+2 \\ x+y=6 \end{matrix}\right\} B(2,4)$

C: $\left.\begin{matrix} x=5 \\ x+y=6 \end{matrix}\right\} C(5,1)$

D: $\left.\begin{matrix} x=5 \\ y=0 \end{matrix}\right\} D(5,0)$



b) **f(x, y) = x-y**

Avaliamos a función **f(x, y)** nos vértices

f(A) =f (-2, 0)= **-2**

f(B) = f (2, 4)= **-2**

f(C) = f (5,1) = 4

f(D) = f (5, 0) **=5**

A función **f(x,y)** alcanza un **mínimo** en tódolos puntos do **segmento que une os vértices A(-2,0) e B(2,4)** e alcanza un **máximo no vértice D(5,0).**

c) Min f(x,y)=f(-2,0)=**-2**

Máx f(x,y)=f(5,0)=**5**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise.

A cantidade de CO_2 (en millóns de toneladas) emitida á atmosfera por unha determinada rexión ó longo do ano 2020, vén dada pola función

$$C(t) = \begin{cases} 5 - \frac{t}{3} & , \quad 0 \le t < 6 \\ \frac{1}{4}t^2 - 4t + 18 & , \quad 6 \le t \le 12 \end{cases}$$

sendo t é o tempo transcorrido en meses desde comezo do ano.

a) Estudie en que períodos se produciu un aumento/diminución da cantidade de CO_2 emitida á atmosfera.

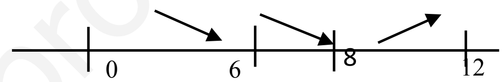
Estudiamos a monotonía da función C(t)

- En (0,6): C(t)= $5 - \frac{t}{3}$

C´(t)= $-\frac{1}{3}$ <0 ⇒**C decrecente no intervalo (0,6)**

- En (6,12):C(t)= $\frac{1}{4}t^2 - 4t + 18$

C´(t)= $\frac{1}{2}t - 4$; C´(t)=0⇒ $t = 8$(*punto crítico*)



En (6,8) C´(t)<0 ⇒**C decrecente no intervalo (6,8)**

En (8,12) C´(t)>0 ⇒ **C crecente no intervalo (8,12)**

t=8 mínimo relativo, C(8)=2 ⇒ Min(8,2)

C(0)=5; C(6⁻)=3; C(6)=3; C(12)=**6 máximo valor de C(t) en [0, 12]**

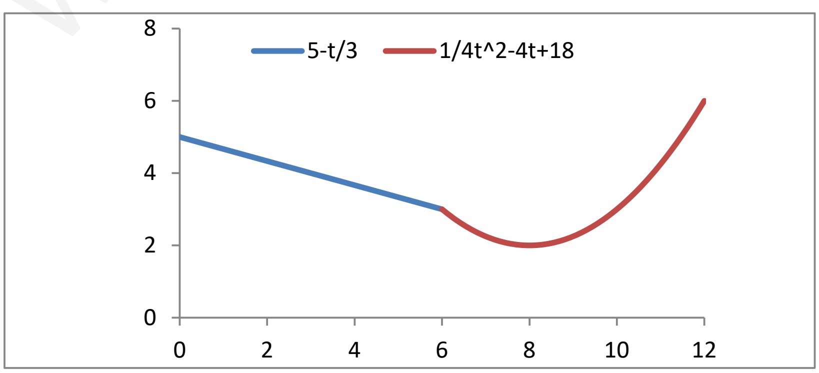
A cantidade de CO_2 emitida a atmosfera diminúe desde o momento inicial ata transcorridos 8 meses e diminúe desde ese instante ata finalizar o ano(mes 12)

b) Cales son as cantidades máxima e mínima de CO_2 emitidas á atmosfera ó longo do ano 2020? En que momentos se produciron?

A **cantidade máxima** de CO_2 emitida e de **6 millóns de toneladas** que se producen **o finalizar o ano (mes 12)**

A **cantidade mínima** de CO_2 emitida e de **2 millóns de toneladas** que se producen **transcorridos 8 meses.**

c) Represente a gráfica da función $C(t)$ tendo en conta o estudo realizado nos apartados anteriores.



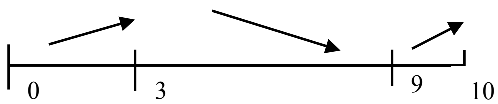
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Un fabricante de automóbiles fai un estudo sobre os beneficios, en miles de euros, ao longo dos dez últimos anos, e comproba que estes se axustan á función
B(t) $=t^3-18t^2+81t-3$ se $0\leq t\leq 10$, (t en anos)
a) Que beneficios obtivo a empresa o último ano do estudo?

B(10) $=10^3-18\times 10^2+81\times 10-3=7$
O último ano (t=10) obtivo 7000€ de beneficios.

b) Determine os períodos de crecemento e decrecemento dos beneficios.
B´(t)= $3t^2-36t+81$; B´(t)=0 $\Rightarrow 3t^2-36t+81=0 \Rightarrow t^2-12t+27=0$

t=$\frac{12\pm\sqrt{144-108}}{2} \Rightarrow$ t=$\frac{12\pm 6}{2} = \begin{cases} 9 \\ 3 \end{cases}$ (9 e 3 puntos críticos)



\+ - +
Signo B´(t)

Os beneficios **aumentan** entre o inicio e o terceiro ano (0,3) e entre os anos 9 e 10 (9,10),**diminúen** entre o terceiro e noveno ano(3,9).

c) En que anos se producen os beneficios máximos e mínimos e a canto ascenden?
B(t) ten un máximo en t=3; B(3)=105
Os **beneficios máximos** ascenden a **105.000**€ no **terceiro ano** (t=3)
B(t) ten un mínimo en t=9; B(9)=-3 ;B(0)=-3
Os **beneficios mínimos**(perdas neste caso) son de **-3000€** o **inicio** (t=0) e no **noveno ano** (t=9)

d) Calcule $\int_1^2 B(t)dt$

$$\int_1^2 B(t)dt=\int_1^2 (t^3-18t^2+81t-3\ )dt=\frac{t^4}{4}-6t^3+\frac{81}{2}t^2-3t]_1^2$$
$$=(4-48+162-6)-\left(\frac{1}{4}-6+\frac{81}{2}-3\right)=121-\frac{163}{4}=\frac{321}{4}=\mathbf{80,25}$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha poboación o 45 % son homes. O 27% desa poboación resulta ser home e lector de prensa deportiva, mentres que un 38.5% é muller e non lectora desa prensa.

a) Das mulleres, que porcentaxe le prensa deportiva?

Sexan os sucesos
H="home"; M="muller"; D="lector prensa deportiva" ; $\overline{D}$="non lector prensa deportiva"

Datos: P(H)=0,45; P($H \cap D$)=0,27;P(M∩ $\overline{D}$)=0,385

Entón tamén podemos calcular P(M)=1-P(H)=0,55; P(D∩ M)=P(M)- P(M∩ $\overline{D}$)=0,55-0,385=0,165; P(D)= P($D \cap H$)+ P(D∩ M)=0,27+0,165=0,435

Para responder o apartado **a)** debemos calcular P(D|M)=$\frac{P(D\cap M)}{P(M)}=\frac{0,165}{0,55}$=0,3

Polo tanto o **30% das mulleres le prensa deportiva**

b) Que porcentaxe é muller ou le prensa deportiva?

Calculamos P(M∪D)=P(M)+ P(D)-P(M∩D)=0,55+0,435-0,165=0,82

O **82% é muller ou le prensa deportiva**

c) Dos lectores de prensa deportiva, que porcentaxe son homes?

P(H|D)= $\frac{P(H\cap D)}{P(D)}=\frac{0,27}{0,435}$=0,6206

Dos lectores de prensa deportiva o 62,06% son homes

d) Son incompatibles os sucesos ser home e non ler prensa deportiva? Xustifique a resposta.

Os sucesos ser home e non ler prensa deportiva son incompatibles se H∩ $\overline{D}$=∅, entonces P(H∩ $\overline{D}$)=0

Calculamos P (H∩ $\overline{D}$)=P(H)-P(H∩ $D) = 0,45 - 0,27$=0,18≠0

Entón os sucesos ser home e non ler prensa deportiva **NON son incompatibles**

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	D	$\overline{D}$	
H	0,27	0,18	0,45
M	0,165	0,385	0,55
	0,435	0,565	1

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Unha compañía de seguros quere determinar que proporción dos seus clientes estaría disposta a aceptar unha subida de tarifas a cambio dun incremento nas súas prestacións. Unha enquisa previa indica que esta proporción está en torno ao 15%.

a) De que tamaño mínimo debería será a mostra se se quere estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95%?

p = proporción de clientes disposta a aceptar unha subida

$$e = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < 0{,}08$$

$\hat{p}$ =0,15

Nivel de confianza : 95%→$1-\alpha = 0{,}95$→ $z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$$1{,}96\sqrt{\frac{0{,}15\times 0{,}85}{n}} < 0{,}08 \Rightarrow \frac{1{,}96\times 0{,}36}{0{,}08} < \sqrt{n} \Rightarrow n > 76{,}53$$

O **tamaño mínimo** da mostra para estimar dita proporción cun erro inferior a 0,08 e un nivel de confianza do 95% debe ser de **77 clientes**.

Finalmente, realízase o estudo cunha mostra de 196 clientes, dos que 37 manifestaron a súa conformidade coa proposta. **b)** Calcule un intervalo de confianza, ao 92%, para a proporción de clientes da compañía que aceptaría dita proposta. Cal e o erro máximo cometido?

O intervalo de confianza para p e da forma $\left(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)_{1-\alpha}$

$$\hat{p} = \frac{37}{196} = 0{,}1887 \cong 0{,}19$$

Nivel de confianza : 92%→$1-\alpha = 0{,}92$→ $z_{\alpha/2} = 1{,}75$

Calculamos o intervalo

$$\left(0{,}19 - 1{,}75\sqrt{\frac{0{,}19x0{,}81}{196}}\ ;\ 0{,}19 + 1{,}75\sqrt{\frac{0{,}19x0{,}81}{196}}\right) = (0{,}19-0{,}049;0{,}19+0{,}049) = (0{,}141;0{,}239)$$

o I.C ao 92%, para a proporción de clientes que aceptaría a proposta (0,141;0,239)$\Leftrightarrow$ $(\mathbf{14{,}1\%; 23{,}9\%})_{\mathbf{92\%}}$

O erro máximo cometido e= $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \mathbf{0{,}049 \cong 5\%}$

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2021
Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} a & 2 & 3 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Determine os valores x, y, z para os que a matriz A **non** ten inversa.
b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0.
c) Resolva o sistema B·A=C para a=1.

EXERCICIO 2. Álxebra. Un distribuidor de software informático, ten entre os seus clientes a empresas e a particulares. Ao finalizar o ano debe conseguir polo menos 25 empresas como clientes na súa carteira, e o número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo o dobre que o de empresas. Ademais, ten estipulado un límite global de 120 clientes anuais. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuais, mentres que cada particular 229 euros.
a) Formule o problema para maximizar os ingresos.
b) Represente graficamente o conxunto de solucións.
c) Cal desas solucións lle proporcionaría os maiores ingresos ao finalizar o ano? A canto ascenderían devanditos ingresos?

EXERCICIO 3. Análise. Despois de t horas de funcionamento o rendemento de unha máquina (en unha escala de 0 a 100) ven dado por a función r(t)=$\frac{kt}{t^2+4}$ con t>0
a) Calcule K sabendo que o rendemento as 4 horas e de 76.
b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante las 7 primeiras horas de funcionamento.
c) ¿En que momento se consigue o rendemento máximo?, ¿Cal e o seu valor?

EXERCICIO 4. Análise. Unha empresa pode vender *x* unidades ao mes de un determinado produto ao prezo de 518 -x^2 euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: unhos fixos de 225 euros e outros de 275*x* euros que dependen del número *x* de unidades.
a) Determine as funcións I(x) e B(x) que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?
b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. ¿A canto ascenderían os ditos beneficios? ¿Cal sería o prezo de venda de unha unidade nese caso?

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. O 40% das persoas que visitan o Pórtico da Gloria da Catedral de Santiago son españolas. Sábese ademais que 4 de cada 5 españoles están satisfeitos coa visita, mentres que, entre os non españois, non están satisfeitos coa visita o 10%.
a) Calcule a porcentaxe de persoas satisfeitas coa visita.
b) Cal é a probabilidade de que unha persoa este satisfeita coa visita e non sexa española?
c) ¿Son independentes os sucesos "non ser español" y "estar satisfeito ca visita"? Razoe a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. O peso das laranxas para zume recolectadas por un produtor é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente cunha media de $\mu = 200$ gramos e unha desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.
a) Se tomamos unha mostra aleatoria de $n = 25$ laranxas, ¿cal é a probabilidade de que o seu peso medio estea comprendido entre 175 e 215 gramos?
b) De que tamaño se tomou outra mostra aleatoria se a probabilidade de que o peso medio sexa inferior a 210 gramos é do 97.72%?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$, B=$(a \quad 2 \quad 3)$ y $C = (4 \quad 0 \quad 2)$.

a) Determine los valores x, y, z para los cuales la matriz A no tiene inversa.
b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0.
c) Resuelva el sistema B·A=C para a=1.

EJERCICIO 2. Álgebra. Un distribuidor de software informático, tiene entre sus clientes a empresas y a particulares. Al finalizar el año debe conseguir al menos 25 empresas como clientes en su cartera, y el número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Además, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuales, mientras que cada particular 229 euros.
a) Plantee el problema para maximizar los ingresos.
b) Represente gráficamente el conjunto de soluciones.
c) ¿Cuál de esas soluciones le proporcionaría los mayores ingresos al finalizar el año? ¿A cuánto ascenderían dichos ingresos?

EJERCICIO 3. Análisis. Después de t horas de funcionamiento el rendimiento de una máquina (en una escala de 0 a 100) viene dado por la función r (t)=$\frac{kt}{t^2+4}$ con $t > 0$
a) Calcule K sabiendo que el rendimiento a las 4 horas es de 76.
b) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento del rendimiento durante las 7 primeras horas de funcionamiento.
c) ¿En qué momento se consigue el rendimiento máximo?, ¿Cuál es su valor?

EJERCICIO 4. Análisis. Una empresa puede vender *x* unidades al mes de un determinado producto al precio de 518 -x^2 euros por unidad. Por otra parte, el fabricante tiene gastos mensuales: unos fijos de 225 euros y otros de 275*x* euros que dependen del número *x* de unidades.
a) Determine las funciones I(x) y B(x) que expresan los ingresos y beneficios obtenidos por la producción y venta de x unidades, respectivamente. ¿Qué beneficio se obtiene si se producen y se venden 10 unidades?
b) Calcule el número de unidades que hay que producir para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto ascenderían dichos beneficios? ¿Cuál sería el precio de venta de una unidad en ese caso?

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. El 40% de las personas que visitan el Pórtico de la Gloria de la Catedral de Santiago son españolas. Se sabe además que 4 de cada 5 españoles están satisfechos con la visita, mientras que, entre los no españoles, no están satisfechos con la visita el 10%.
a) Calcule el porcentaje de personas satisfechas con la visita.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona esté satisfecha con la visita y no sea española?
c) ¿Son independientes los sucesos “no ser español” y “estar satisfecho con la visita”? Razone la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. El peso de las naranjas para zumo recolectadas por un productor es una variable aleatoria que se distribuye normalmente con una media de $\mu = 200$ gramos y una desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.
a) Si tomamos una muestra aleatoria de $n = 25$ naranjas, ¿cuál es la probabilidad de que su peso medio está comprendido entre 175 y 215 gramos?
b) ¿De qué tamaño se ha tomado otra muestra aleatoria si la probabilidad de que el peso medio sea inferior a 210 gramos es del 97.72%?

ABAU 2021 CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II

(Cód. 40)

1. **Álxebra.**

a) 1 punto

b) 1 punto

c) 1,33 puntos

2. **Álxebra.**

a) 1,25 puntos

b) 1,25 puntos

c) 0,83 puntos

3. **Análise.**

a) 0,5 puntos

b) 1,5 puntos

c) 1,33 puntos

4. **Análise.**

a) 1,5 puntos

b) 1,83 puntos

5. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,33 puntos

b) 1 punto

c) 1 punto

6. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,83 puntos

b) 1,5 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álxebra.

A=$\begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}$ B=$(a\ \ 2\ \ 3)$ C=$(4\ \ 0\ \ 2)$

a) Determine os valores x,y,z para os que a matriz A non ten inversa.
A matriz A ten inversa se determinante de A distinto de cero

Det (A)=$|A|$ =y^2+xyz-xyz-y^2z=y^2-y^2z=y^2(1-z) ⇒ $|A|$=0 si y^2(1-z)=0

$\boxed{y^2=0 \Rightarrow \boldsymbol{y=0}}$

$\boxed{1-z=0 \Rightarrow \mathbf{z=1}}$

Po lo tanto non existe inversa da matriz A para os valores que anulan o det(A), y=0, z=1.

b) Calcule A^{-1} para x=3, y=1, z=0

$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}(A^t)^*$;A = $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; det(A) =1≠0; A^t = $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $(A^t)^*$ =Adj(A^t)= $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

A^{-1} = $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

c) Resolva o sistema B·A=C para a=1

$(1\ \ 2\ \ 3)\begin{pmatrix} x & y & x \\ y & 0 & y \\ 1 & z & z \end{pmatrix}=(4\ \ 0\ \ 2)$

x+2y+3=4 → x=1-2y
Y+3z=0 → z=-y/3
X+2y+3z=2 → 1-2y+2y+3(-y/3)=2 ⇒**y=-1**

Substituíndo **x=3** e **z=1/3**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álxebra. Un distribuidor de software informático, ten entre os seus clientes a empresas e a particulares. Ao finalizar o ano debe conseguir polo menos 25 empresas como clientes na súa carteira, e o número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo o dobre que o de empresas. Ademais, ten estipulado un límite global de 120 clientes anuais. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuais, mentres que cada particular 229 euros.

a) Formule o problema para maximizar os ingresos.

b) Represente graficamente o conxunto de solucións.

c) Cal desas solucións lle proporcionaría os maiores ingresos ao finalizar o ano? A canto ascenderían devanditos ingresos?

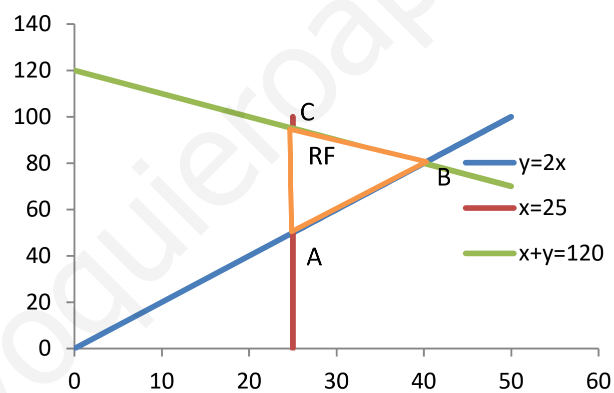
a) Sexa x= nº de empresas y= nº de particulares

Restricións

$$\mathbf{x \geq 25} \qquad \mathbf{y \leq 2x} \qquad \mathbf{x + y \leq 120}$$

Función a maximizar: I(x,y)=386x +229y

b) Vértices



A: $\left.\begin{array}{r} x = 25 \\ y = 2x \end{array}\right\} A(25,50)$

B: $\left.\begin{array}{r} y = 2x \\ x + y = 120 \end{array}\right\} B(40,80)$

C: $\left.\begin{array}{r} x = 25 \\ x + y = 120 \end{array}\right\} C(25,95)$

c) Avaliamos a función **I(x, y)** nos vértices

I(A) =I (25, 50)= **21.000€**

I(B) =I (40, 80)= **33.760€**

I(C) = I (25,95) = **31.405€**

A función **I(x,y)** alcanza un **máximo en (40,80)**. O distribuidor acada os maiores ingresos con 40 empresas e 80 particulares. O**s ingresos máximos son de 33.760€**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise. Despois de t horas de funcionamento o rendemento de unha máquina (en unha escala de 0 a 100) ven dado por a función r(t)=$\frac{kt}{t^2+4}$ con $t > 0$

a) Calcule K sabendo que o rendemento as 4 horas e de 76.

b) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento do rendemento durante las 7 primeiras horas de funcionamento.

c) ¿En que momento se consegue o rendemento máximo?, ¿Cal e o seu valor?

- **Calculamos k**

r(4)=$\frac{4k}{16+4}$ =76 ⇒ 4k=1520 ⇒**k=380**

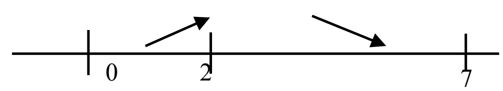
r(t)=$\frac{380t}{t^2+4}$ con $t > 0$

- **Estudamos o crecemento e decrecemento de r(t)**

r´(t)=$\frac{380(t^2+4)-380t.2t}{(t^2+4)^2} = \frac{1520-380t^2}{(t^2+4)^2}$ =0 ⇒ t^2=4 ⇒ t=±2 (**descartamos t=-2 xa que t>0**)

t=2 punto crítico

- En (0,2): r´(t)>0 ⇒r crecente no intervalo (0,2)
- En (2,7): r´(t)<0 ⇒r decrecente no intervalo (2,7)



- t=2 e un máximo da función (xustifíquese)

Polo tanto o rendemento máximo acádase as 2 horas, e vale r(2)= $\frac{380\cdot 2}{2^2+4}$ =**95**

Máximo(2,95)

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Unha empresa pode vender x unidades ao mes de un determinado produto ao prezo de $518 - x^2$ euros por unidade. Por outra parte, o fabricante ten gastos mensuais: unhos fixos de 225 euros e outros de $275x$ euros que dependen del número x de unidades.
a) Determine as funcións I(x) e B(x) que expresan os ingresos e beneficios obtidos pola produción e venda de x unidades, respectivamente. Que beneficio se obtén se se producen e se venden 10 unidades?
b) Calcule o número de unidades que hai que producir para obter o máximo beneficio. ¿A canto ascenderían os ditos beneficios? ¿Cal sería o prezo de venda de unha unidade nese caso?

a) A función Ingresos, I(x), ven dada por

- **I(x)=** $(518-x^2).x=$ **$518x-x^3$, $x>0$**

A función Gastos, G(x),será $G(x)=225+275x$, $x>0$

- A función Beneficios, B(x), calcúlase como **B(x)=**$I(x)- G(x)=518x-x^3- (225+275x)=$ **$-x^3+243x-225$, $x>0$**

Se se producen e venden 10 unidades os beneficios obtidos serán:

$B(10)= -10^3+243\cdot 10-225=$**1105€**

b) Para calcular o beneficio máximo calculamos $B'(x) =-3x^2+243$

$B'(x)=0 \Rightarrow -3x^2+243=0 \Rightarrow x^2=81 \Rightarrow x=\pm 9$ (**descartamos $x=-9$ xa que $x>0$**)

Comprobamos que x=9 e un máximo ($B''(x)=-6x$; $B''(9)=-54 <0$)

- A función **Beneficio**, B(x), presenta un **máximo** para un número de **unidades x=9**

- **Os beneficios máximos** serian $B(9)=-9^3+243\cdot 9-225=$**1233€**

Calculamos o prezo de venda $P(x)=518-x^2$

Se x=9, $P(9)= 518-81=$**437€ por unidade**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. O 40% das persoas que visitan o Pórtico da Gloria da Catedral de Santiago son españolas. Sábese ademais que 4 de cada 5 españoles están satisfeitos coa visita, mentres que, entre os non españois, non están satisfeitos coa visita o 10%.
a) Calcule a porcentaxe de persoas satisfeitas coa visita.
b) Cal é a probabilidade de que unha persoa este satisfeita coa visita e non sexa española?
c) ¿Son independentes os sucesos "non ser español" e "estar satisfeito ca visita"? Razoe a resposta**.**

Sexan os sucesos
E="ser español"; S="estar satisfeito coa visita"
Datos:
$P(E)=0,4$; $P(\overline{E})=0,6$
$P(S|E)=4/5=0,8$; $P(S|\overline{E})=0,9$

Para responder o apartado **a)** debemos calcular $P(S)= P(S|E).P(E)+ P(S|\overline{E}).\ P(\overline{E})=0,8\cdot 0,4+0,9\cdot 0,6=0,86$

A porcentaxe de visitantes satisfeitos coa visita e do 86%

b) Calculamos $\mathbf{P(S\cap \overline{E})=}$ $P(S|\overline{E}).\ P(\overline{E})=0,9\cdot 0,6=$**0,54**

c) Os sucesos $\overline{E}$ e S son independentes se se verifica que

$P(\overline{E}\cap S)= P(\overline{E})\cdot P(S)$ ou se $P(S|\overline{E})=P(S)$ ou se $P(\overline{E}|S)=P(\overline{E})$

$P(\overline{E}\ )\cdot P(S)=0,6\cdot 0,86=0,516$

$P(\overline{E}\cap S)= 0,54$

Como $P(\overline{E}\cap S)= 0,54\neq 0,516= P(\overline{E}\ )\cdot P(S)$ **os sucesos "non ser español" e "estar satisfeito ca visita" non son independentes**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. O peso das laranxas para zume recolectadas por un produtor é unha variable aleatoria que se distribúe normalmente cunha media de $\mu = 200$ gramos e unha desviación típica de $\sigma = 50$ gramos.
a) Se tomamos unha mostra aleatoria de $n = 25$ laranxas, ¿cal é a probabilidade de que o seu peso medio estea comprendido entre 175 e 215 gramos?
b) De que tamaño se tomou outra mostra aleatoria se a probabilidade de que o peso medio sexa inferior a 210 gramos é do 97.72%?

X=Peso das laranxas para zume (en gramos)

$X \sim N(\mu=200, \sigma=50)$

a) n=25

$\bar{X} \sim N(\mu=200, \sigma=\frac{50}{\sqrt{25}})=N(200, 10)$

$P(175 \le \bar{X} \le 215) = P(\frac{175-200}{10} \le Z \le \frac{215-200}{10})=P(-2{,}5 \le Z \le 1{,}5)=P(Z\le 1{,}5)-P(Z < -2{,}5)=$

0,9332-(1-0,9938)=0,9270

O peso medio da mostra de 25 laranxa estará entre 175g e 215g con unha probabilidade 0,9270

b) $P(\bar{X} < 210) = 0{,}9772$

Agora, $\bar{X} \sim N(\mu=200, \sigma=\frac{50}{\sqrt{n}})$

$P(Z \le \frac{210-200}{\frac{50}{\sqrt{n}}})=0{,}9772$ (Mirando nas táboas da distribución Normal) $\frac{10}{\frac{50}{\sqrt{n}}}=2 \Rightarrow 10=2\cdot 50/\sqrt{n}$

$\Rightarrow 10\sqrt{n}=100 \Rightarrow n=100$

A mostra tomada e de n=100 laranxas.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 preguntas, **todas coa mesma puntuación (3,33)**, das que pode responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 3 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Álxebra. Consideramos as matrices

$$A=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices A+B e 3C-B.
b) Exprese en forma matricial o sistema de ecuacións que se obtén ao formular A+B = 3C-B e resólvao.

PREGUNTA 2. Álxebra. Un fabricante de sistemas de iluminación quere producir focos de tecnoloxía *led* en dous modelos distintos: A e B. Para deseñar a estratexia de produción diaria terá en conta que se producirán polo menos 50 focos do modelo A, que o número de focos do modelo B non superará as 300 unidades e que se producirán polo menos tantos focos do modelo B como do modelo A. Ademais, a produción total non superará as 500 unidades diarias.
a) Formule o sistema de inecuacións asociado ao problema.
b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
c) Se o beneficio obtido por cada foco do modelo A é de 60 euros e por cada foco do modelo B é de 40 euros, cantos focos de cada modelo debe producir diariamente para maximizar o beneficio? A canto ascende o beneficio máximo?

PREGUNTA 3. Análise. O número de persoas (**en miles**) que visitan cada ano un parque temático vén dado pola función

$$P(t)=\frac{180t}{t^2+9}, t\geq 0 \text{ onde t é o tempo transcorrido en anos desde a súa apertura no ano 2010 } (t=0).$$

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de visitantes.
b) En que ano recibiu o maior número de visitantes? A canto ascenden? Razoe as respostas.
c) A partir de que ano o número de visitantes será inferior a 18000 persoas? Que ocorrerá co número de visitantes co paso do tempo? Razoe as respostas.

PREGUNTA 4. Análise. Dada a función $f(x)=-4x^2+12x-5$

a) Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función f(x), o eixe OX e as rectas x=1, x=2 .

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade. Sexan A e B dous sucesos dun experimento aleatorio tales que P(A)=0,4 e P ($\overline{B}$)=0,7 e P($\overline{B}$|A) =0,75. Calcule as seguintes probabilidades:

a) P (A∩ $\overline{B}$); **b)** P (A∪ B); **c)** P (A∩ B); **d)** Son A e B sucesos independentes? Xustifique a resposta.

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade. A produción diaria de leite, medida en litros, dunha granxa pódese aproximar por unha variable normal de media μ descoñecida e desviación típica σ=50 litros.
a) Determine o tamaño mínimo de mostra para que o correspondente intervalo de confianza para μ ao 95% teña unha amplitude como máximo de 8 litros.
b) Tómanse os datos de produción de 25 días, calcule a probabilidade de que a media das producións obtidas sexa menor ou igual a 930 litros se sabemos que μ=950 litros.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 preguntas, **todas con la misma puntuación (3,33)**, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como quiera. Si responde a más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 3 primeras respondidas**.

PREGUNTA 1. Álgebra. Consideramos las matrices

$$A=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule las matrices A+B y 3C-B.
b) Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones que se obtiene al plantear A+B = 3C-B y resuélvalo.

PREGUNTA 2. Álgebra. Un fabricante de sistemas de iluminación quiere producir focos de tecnología led en dos modelos distintos: A y B. Para diseñar la estrategia de producción diaria tendrá en cuenta que se producirán al menos 50 focos del modelo A, que el número de focos del modelo B no superará las 300 unidades y que se producirán al menos tantos focos del modelo B como del modelo A. Además, la producción total no superará las 500 unidades diarias.
a) Formule el sistema de inecuaciones asociado al problema.
b) Represente la región factible y calcule sus vértices.
c) Si el beneficio obtenido por cada foco del modelo A es de 60 euros y por cada foco del modelo B es de 40 euros, ¿cuántos focos de cada modelo debe producir diariamente para maximizar el beneficio? ¿A cuánto asciende el beneficio máximo?

PREGUNTA 3. Análisis. El número de personas (**en miles**) que visitan cada año un parque temático viene dado por la función

$P(t)=\dfrac{180t}{t^2+9}, t\geq 0$ en donde t es el tiempo transcurrido en años desde su apertura en el año 2010 $(t=0)$.

a) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento del número de visitantes.
b) ¿En qué año recibió el mayor número de visitantes? ¿A cuánto ascienden? Razone las respuestas.
c) ¿A partir de qué año el número de visitantes será inferior a 18000 personas? ¿Qué ocurrirá con el número de visitantes con el paso del tiempo? Razone las respuestas.

PREGUNTA 4. Análisis. Dada la función $f(x)=-4x^2+12x-5$

a) Realice su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

b) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función f(x), el eje OX y las rectas x=1, x=2.

PREGUNTA 5. Estadística y Probabilidad. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que P(A)=0,4 y P ($\bar{B}$)=0,7 y P ($\bar{B}$|A) =0,75. Calcule las siguientes probabilidades:
a) P(A∩ $\bar{B}$); **b)** P(A∪B); **c)** P (A∩ B); **d)** ¿Son A y B sucesos independientes? Justifique la respuesta.

PREGUNTA 6. Estadística y Probabilidad. La producción diaria de leche, medida en litros, de una granja se puede aproximar por una variable normal de media μ desconocida y desviación típica σ=50 litros.
a) Determine el tamaño mínimo de muestra para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 95% tenga una amplitud a lo sumo de 8 litros.
b) Se toman los datos de producción de 25 días, calcule la probabilidad de que la media de las producciones obtenidas sea menor o igual a 930 litros si sabemos que μ=950 litros.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 preguntas, **todas coa mesma puntuación (3,33)**, das que pode responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 3 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Álxebra. Dispoñemos de tres granxas A, B e C para a cría ecolóxica de polos. A granxa A ten capacidade para criar un 20% máis de polos que a granxa B, e a granxa B ten capacidade para criar o dobre de polos que a granxa C. Sábese ademais que entre as tres granxas se poden criar un total de 405 polos.
a) Formule o sistema de ecuacións asociado a este problema.
b) Resolva o sistema de ecuacións anterior. Cantos polos se poden criar en cada unha das tres granxas?

PREGUNTA 2. Álxebra. O Comité Organizador dun Congreso conta con dous tipos de cuartos, A e B, para ofrecer como aloxamento ós seus participantes. Para realizar a contratación, decidiron que o número de cuartos de tipo B non debe ser maior que o número de cuartos de tipo A, e que o número de cuartos de tipo A non debe ser maior que 160. Ademais, sábese que en total serán necesarios como máximo 200 cuartos.
a) Formule o sistema de inecuacións asociado a este problema.
b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
c) Se os custos son de 80 € por cada cuarto de tipo A e de 50 € por cada cuarto de tipo B, cal é o custo máximo de aloxamento que afrontaría o Comité Organizador?

PREGUNTA 3. Análise. Os gastos financeiros dunha organización, en centos de miles de euros, seguen a función: $G(t)=\begin{cases} 4-\left(\frac{t}{3}\right), & 0 \le t \le 3 \\ (5t-3)/(t+1), & t>3 \end{cases}$ sendo t o tempo en anos transcorridos.
a) En que momento os gastos son iguais a 400.000 euros? Razoe a resposta.
b) Cando crece G(t)? Cando decrece G(t)? Cando os gastos alcanzan o seu valor mínimo e canto valen?
c) Que ocorre cos gastos cando o número de anos crece indefinidamente?

PREGUNTA 4. Análise. Unha pequena empresa comercializa paraugas a 60 euros a unidade. O custo de produción diario de " x " paraugas vén dado pola función $C(x)=x^2-10x$, estando limitada a súa capacidade de produción a un máximo de 70 paraugas ó día ($0 \le x \le 70$)
a) Obteña as expresións das funcións que determinan os ingresos e os beneficios diarios obtidos pola empresa en función do número de paraugas producidos " x ".
b) Determine o número de paraugas que debe producir diariamente para obter o máximo beneficio. A canto ascenden os ingresos, os custos e os beneficios diarios neste caso? Razoe a resposta.

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade. Unha empresa de transporte decide renovar a súa flota de vehículos. Para iso encarga 240 vehículos ó distribuidor A, 600 ó distribuidor B e 360 ó distribuidor C. Sábese que o 10% dos vehículos subministrados polo distribuidor A teñen algún defecto, sendo estas proporcións do 20% e 15% para os distribuidores B e C respectivamente.
Para aceptar ou rexeitar o pedimento a empresa revisa un vehículo elixido ó azar do total de vehículos, rexeitando todo o pedido se o vehículo ten algún defecto.
a) Determine a porcentaxe de pedimentos rexeitados.
b) Se o vehículo revisado resulta ser **NON** defectuoso, calcule a probabilidade de que proveña do distribuidor A.

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade. Unha editorial desexa coñecer o impacto que terá a publicación dunha nova obra dun recoñecido novelista. Tras entrevistar a 100 persoas afeccionadas á lectura, 80 delas recoñecen que adquirirán esa nova obra.
a) ¿Con que nivel de confianza se pode afirmar que a proporción de afeccionados á lectura que adquirirán a obra está entre o 69,7% e o 90,3%?
b) Se se sabe que 8 de cada 10 persoas afeccionadas á lectura adquirirán a obra e eliximos unha mostra de $n=144$ desas persoas, calcule a probabilidade de que a proporción de afeccionados á lectura que adquirirán a obra sexa superior ó 75%.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020	**Código: 40**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 preguntas, **todas con la misma puntuación (3,33)**, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como quiera. Si responde a más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 3 primeras respondidas**.

PREGUNTA 1. Álgebra. Disponemos de tres granjas A, B y C para la cría ecológica de pollos. La granja A tiene capacidad para criar un 20% más de pollos que la granja B, y la granja B tiene capacidad para criar el doble de pollos que la granja C. Se sabe además que entre las tres granjas se pueden criar un total de 405 pollos.
a) Formule el sistema de ecuaciones asociado a este problema.
b) Resuelva el sistema de ecuaciones anterior. ¿Cuántos pollos se pueden criar en cada una de las tres granjas?

PREGUNTA 2. Álgebra. El Comité Organizador de un Congreso cuenta con dos tipos de habitaciones, A y B, para ofrecer como alojamiento a sus participantes. Para realizar la contratación, han decidido que el número de habitaciones de tipo B no debe ser mayor que el número de habitaciones de tipo A, y que el número de habitaciones de tipo A no debe ser mayor que 160. Además, se sabe que en total serán necesarias como máximo 200 habitaciones.
a) Plantee el sistema de inecuaciones asociado a este problema.
b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
c) Si los costes son de 80 € por cada habitación de tipo A y de 50 € por cada habitación de tipo B, ¿cuál es el coste máximo de alojamiento que afrontaría el Comité Organizador? ¿Cuántas habitaciones de cada tipo habría que contratar para que se diese esa situación?

PREGUNTA 3. Análisis. Los gastos financieros de una organización, en cientos de miles de euros, siguen la función: $G(t)=\begin{cases} 4-\left(\frac{t}{3}\right), & 0 \leq t \leq 3 \\ (5t-3)/(t+1), & t>3 \end{cases}$ siendo t el tiempo en años transcurridos.
a) ¿En qué momento los gastos son iguales a 400.000 euros? Razona la respuesta.
b) ¿Cuándo crece $G(t)$? ¿Cuándo decrece $G(t)$? ¿Cuándo los gastos alcanzan su valor mínimo y cuánto valen?
c) ¿Qué ocurre con los gastos cuando el número de años crece indefinidamente?

PREGUNTA 4. Análisis. Una pequeña empresa comercializa paraguas a 60 euros la unidad. El coste de producción diario de " x " paraguas viene dado por la función $C(x)=x^2-10x$, estando limitada su capacidad de producción a un máximo de 70 paraguas al día ($0 \leq x \leq 70$)
a) Obtenga las expresiones de las funciones que determinan los ingresos y los beneficios diarios obtenidos por la empresa en función del número de paraguas producidos " x".
b) Determine el número de paraguas que debe producir diariamente para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto ascienden los ingresos, los costes y los beneficios diarios en este caso? Razone la respuesta.

PREGUNTA 5. Estadística y probabilidad. Una empresa de transporte decide renovar su flota de vehículos. Para ello encarga 240 vehículos al distribuidor A, 600 al distribuidor B y 360 al distribuidor C. Se sabe que el 10% de los vehículos suministrados por el distribuidor A tienen algún defecto, siendo estas proporciones del 20% y 15% para los distribuidores B y C respectivamente.
Para aceptar o rechazar el pedido la empresa revisa un vehículo elegido al azar del total de vehículos, rechazando todo el pedido si el vehículo tiene algún defecto.
a) Determine el porcentaje de pedidos rechazados.
b) Si el vehículo revisado resulta ser **NO** defectuoso, calcule la probabilidad de que provenga del distribuidor A.

PREGUNTA 6. Estadística y probabilidad. Una empresa editorial desea conocer el impacto que tendrá la publicación de una nueva obra de un reconocido novelista. Tras entrevistar a 100 personas aficionadas a la lectura, 80 de ellas reconocen que adquirirán esa nueva obra.
a) ¿Con qué nivel de confianza se puede afirmar que la proporción de aficionados a la lectura que adquirirán la obra está entre el 69,7% y el 90,3%?
b) Si se sabe que 8 de cada 10 personas aficionadas a la lectura adquirirán la obra y elegimos una muestra de $n=144$ de esas personas, calcule la probabilidad de que la proporción de aficionados a la lectura que adquirirán la obra sea superior al 75%.

ABAU

CONVOCATORIA DE XULLO

Ano 2020

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II

(Cód. 40)

1. **Álxebra.**

a) 1,25 puntos
- Cálculo de A+B e Cálculo de 3C-B

b) 2,08 puntos
- Expresar en forma matricial o sistema de ecuacións e Resolución

2. **Álxebra.**

a) 1 punto
- Formular o sistema de inecuacións asociado ao problema.

b) 1,5 puntos
- Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

c) 0,83 puntos

3. **Análise.**

a) 1, 5 puntos
- Determinar os períodos de crecemento e decrecemento.

b) 0,75 puntos
- En que ano recibiu o maior número de visitantes? A canto ascenden? Razoe as respostas.

c) 1,08 puntos

4. **Análise.**

a) 2,08 puntos
- representación gráfica ,puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) 1,25 puntos
- área do recinto limitado pola gráfica da función f(x), o eixe OX e as rectas x=1, x=2

5. **Estatística e Probabilidade.**

a) 0,75 puntos **b) 0,75** puntos **c) 0,75** puntos **d) 1,08** puntos

6. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,75 puntos
- Determinar o tamaño mínimo de mostra

b) 1,58 puntos
- probabilidade (media das producións obtidas sexa menor ou igual a 930 litros)

ABAU

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Ano 2020

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II

(Cód. 40)

1. **Álxebra.**

a) 1,5 puntos
- Expresar o sistema de ecuacións

b) 1,83 puntos
- Resolución e resposta

2. **Álxebra.**

a) 1 punto
- Formular o sistema de inecuacións asociado ao problema.

b) 1,5 puntos
- Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

c) 0,83 puntos

3. **Análise.**

a) 0,5 puntos
- Determinar os momentos en que os gastos son iguais a 400.000€

b) 2 puntos
- Determinar os períodos de crecemento e decrecemento.
- Cando os gastos alcanzan o valor mínimo e canto valen

c) 0,83 puntos

4. **Análise.**

a) 1,25 punto
- Obtención das funcións que determinan os ingresos e os beneficios diarios

b) 2,08 puntos

5. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1,83 puntos
b) 1,5 puntos

6. **Estatística e Probabilidade.**

a) 1, 5 puntos
- Determinar o nivel de confianza pedido

b) 1,83 puntos
- Probabilidade (da proporción de afeccionados que adquirirán a obra sexa superior ao 75%)

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

O exame consta de 6 preguntas, **todas coa mesma puntuación (3,33)**, das que pode responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 3 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Álxebra. Consideramos as matrices

$$A=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices A+B e 3C-B.
b) Exprese en forma matricial o sistema de ecuacións que se obtén ao formular A+B = 3C-B e resólvao.

PREGUNTA 2. Álxebra. Un fabricante de sistemas de iluminación quere producir focos de tecnoloxía *led* en dous modelos distintos: A e B. Para deseñar a estratexia de produción diaria terá en conta que se producirán polo menos 50 focos do modelo A, que o número de focos do modelo B non superará as 300 unidades e que se producirán polo menos tantos focos do modelo B como do modelo A. Ademais, a produción total non superará as 500 unidades diarias.
a) Formule o sistema de inecuacións asociado ao problema.
b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
c) Se o beneficio obtido por cada foco do modelo A é de 60 euros e por cada foco do modelo B é de 40 euros, cantos focos de cada modelo debe producir diariamente para maximizar o beneficio? A canto ascende o beneficio máximo?

PREGUNTA 3. Análise. O número de persoas (**en miles**) que visitan cada ano un parque temático vén dado pola función

$$P(t)=\frac{180t}{t^2+9},\ t\geq 0 \text{ onde t é o tempo transcorrido en anos desde a súa apertura no ano 2010 } (t=0).$$

a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de visitantes.
b) En que ano recibiu o maior número de visitantes? A canto ascenden? Razoe as respostas.
c) A partir de que ano o número de visitantes será inferior a 18000 persoas? Que ocorrerá co número de visitantes co paso do tempo? Razoe as respostas.

PREGUNTA 4. Análise. Dada a función $f(x)=-4x^2+12x-5$

a) Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función f(x), o eixe OX e as rectas x=1, x=2 .

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade. Sexan A e B dous sucesos dun experimento aleatorio tales que P(A)=0,4 e P ($\bar{B}$)=0,7 e P($\bar{B}$|A) =0,75. Calcule as seguintes probabilidades:

a) P (A∩ $\overline{B}$); **b)** P (A∪ B); **c)** P (A∩ B); **d)** Son A e B sucesos independentes? Xustifique a resposta.

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade. A produción diaria de leite, medida en litros, dunha granxa pódese aproximar por unha variable normal de media μ descoñecida e desviación típica σ=50 litros.
a) Determine o tamaño mínimo de mostra para que o correspondente intervalo de confianza para μ ao 95% teña unha amplitude como máximo de 8 litros.
b) Tómanse os datos de produción de 25 días, calcule a probabilidade de que a media das producións obtidas sexa menor ou igual a 930 litros se sabemos que μ=950 litros.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

O exame consta de 6 preguntas, **todas coa mesma puntuación (3,33)**, das que pode responder un **MÁXIMO DE 3**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 3 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Álxebra. Dispoñemos de tres granxas A, B e C para a cría ecolóxica de polos. A granxa A ten capacidade para criar un 20% máis de polos que a granxa B, e a granxa B ten capacidade para criar o dobre de polos que a granxa C. Sábese ademais que entre as tres granxas pódense criar un total de 405 polos.
a) Formule o sistema de ecuacións asociado a este problema.
b) Resolva o sistema de ecuacións anterior. Cantos polos se poden criar en cada unha das tres granxas?

PREGUNTA 2. Álxebra. O Comité Organizador dun Congreso conta con dous tipos de habitacións, A e B, para ofrecer como aloxamento ós seus participantes. Para realizar a contratación, decidiron que o número de habitacións de tipo B non debe ser maior que o número de habitacións de tipo A, e que o número de habitacións de tipo A non debe ser maior que 160. Ademais, sábese que en total serán necesarias como máximo 200 habitacións.
a) Formule o sistema de inecuacións asociado a este problema.
b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
c) Se os custos son de 80 € por cada habitación de tipo A e de 50 € por cada habitación de tipo B, cal é o custo máximo de aloxamento que afrontaría o Comité Organizador?

PREGUNTA 3. Análise. Os gastos financeiros dunha organización, en centos de miles de euros, seguen a función: $G(t)=\begin{cases} 4-\left(\frac{t}{3}\right), & 0 \le t \le 3 \\ (5t-3)/(t+1), & t>3 \end{cases}$ sendo t o tempo en anos transcorridos.
a) En que momento os gastos son iguais a 400.000 euros? Razoa a resposta.
b) Cando crece $G(t)$? Cando decrece $G(t)$? Cando os gastos alcanzan o seu valor mínimo e canto valen?
c) Que ocorre cos gastos cando o número de anos crece indefinidamente?

PREGUNTA 4. Análise. Unha pequena empresa comercializa paraugas a 60 euros a unidade. O custo de produción diario de " x " paraugas vén dado pola función $C(x)=x^2-10x$, estando limitada a súa capacidade de produción a un máximo de 70 paraugas ao día ($0 \le x \le 70$)
a) Obteña as expresións das funcións que determinan os ingresos e os beneficios diarios obtidos pola empresa en función do número de paraugas producidos " x ".
b) Determine o número de paraugas que debe producir diariamente para obter o máximo beneficio. A canto ascenden os ingresos, os custos e os beneficios diarios neste caso? Razoe a resposta.

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade. Unha empresa de transporte decide renovar a súa flota de vehículos. Para iso encarga 240 vehículos ao distribuidor A, 600 ao distribuidor B e 360 ao distribuidor C. Sábese que o 10% dos vehículos subministrados polo distribuidor A teñen algún defecto, sendo estas proporcións do 20% e 15% para os distribuidores B e C respectivamente.
Para aceptar ou rexeitar o pedido a empresa revisa un vehículo elixido ao azar do total de vehículos, rexeitando todo o pedido si o vehículo ten algún defecto.
a) Determine a porcentaxe de pedidos rexeitados.
b) Se o vehículo revisado resulta ser **NON** defectuoso, calcule a probabilidade de que proveña do distribuidor A.

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade. Unha editorial desexa coñecer o impacto que terá a publicación dunha nova obra dun recoñecido novelista. Tras entrevistar a 100 persoas afeccionadas á lectura, 80 delas recoñecen que adquirirán esa nova obra.
a) ¿Con que nivel de confianza se pode afirmar que a proporción de afeccionados á lectura que adquirirán a obra está entre o 69,7% e o 90,3%?
b) Se se sabe que 8 de cada 10 persoas afeccionadas á lectura adquirirán a obra e eliximos unha mostra de $n=144$ desas persoas, calcule a probabilidade de que a proporción de afeccionados á lectura que adquirirán a obra sexa superior ó 75%.

ABAU

CONVOCATORIA ORDINARIA

Ano 2020

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

1. **Álxebra.**

a) **1,25 puntos**
- Cálculo de A+B e Cálculo de 3C-B

b) **2,08 puntos**
- Expresar en forma matricial o sistema de ecuacións e Resolución

2. **Álxebra.**

a) **1 punto**
- Formular o sistema de inecuacións asociado ao problema.

b) **1,5 puntos**
- Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

c) **0,83 puntos**

3. **Análise.**

a) **1, 5 puntos**
- Determinar os períodos de crecemento e decrecemento.

b) **0,75 puntos**
- En que ano recibiu o maior número de visitantes? A canto ascenden? Razoe as respostas.

c) **1,08 puntos**

4. **Análise.**

a) **2,08 puntos**
- representación gráfica ,puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) **1,25 puntos**
- área do recinto limitado pola gráfica da función f(x), o eixe OX e as rectas x=1, x=2

5. **Estatística e Probabilidade.**

a) 0,75 puntos **b) 0, 5** puntos **c) 1** punto **d) 1,08** puntos

6. **Estatística e Probabilidade.**

a) **1,75 puntos**
- Determinar o tamaño mínimo de mostra

b) **1,58 puntos**
- probabilidade (media das producións obtidas sexa menor ou igual a 930 litros)

ABAU

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Ano 2020

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

1. Álxebra.

a) 1,5 puntos
- Expresar o sistema de ecuacións

b) 1,83 puntos
- Resolución e resposta

2. Álxebra.

d) 1 punto
- Formular o sistema de inecuacións asociado ao problema.

e) 1,5 puntos
- Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

f) 0,83 puntos

3. Análise.

b) 0,5 puntos
- Determinar os momentos en que os gastos son iguais a 400.000€

b) 2 puntos
- Determinar os períodos de crecemento e decrecemento.
- Cando os gastos alcanzan o valor mínimo e canto valen

c) 0,83 puntos

4. Análise.

a) 1,25 punto
- Obtención das funcións que determinan os ingresos e os beneficios diarios

b) 2,08 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

a) 1,83 puntos
b) 1,5 puntos

6. Estatística e Probabilidade.

a) 1, 5 puntos
- Determinar o nivel de confianza pedido

b) 1,83 puntos
- Probabilidade (da proporción de afeccionados que adquirirán a obra sexa superior ao 75%)

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 1. Álxebra.

$$A=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) $A+B=\begin{pmatrix} a & a & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+b & a-b & 2 \\ a+3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$3C-B = 3\cdot\begin{pmatrix} c & -3 & 1 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} b & -b & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3c-b & b-9 & 2 \\ 3c-3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) $A+B=3C-B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} a+b = 3c-b \\ a-b = b-9 \\ a+3 = 3c-3 \end{array}\right| \qquad \left.\begin{array}{l} a+2b-3c=0 \\ a-2b \qquad = -9 \\ a \qquad -3c=-6 \end{array}\right|$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Resolución

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -9 \\ 1 & 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2-F_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & -9 \\ 1 & 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-F_1]{} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & -9 \\ 0 & -2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

a+2b-3c= 0

-4b+3c= -9

-2b = -6 ⇒ **b= 3 ; c= 1; a= -3**

Solución: a=-3; b =3; c=1

(Podese resolver o sistema por calquer outro método)

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

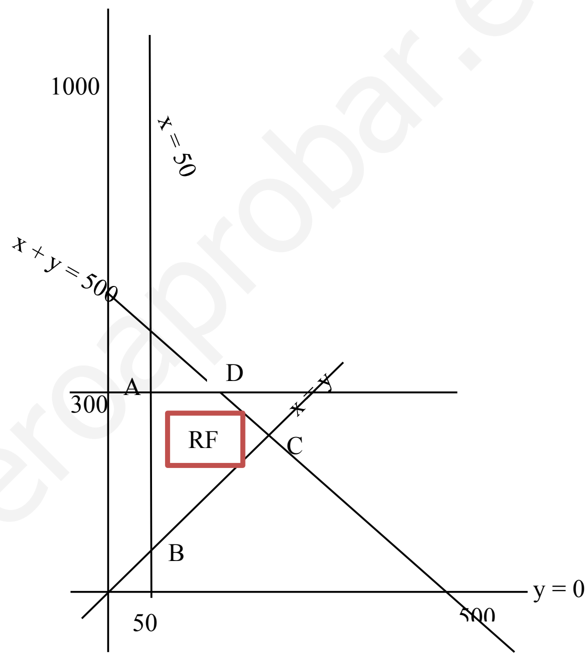
PREGUNTA 2. Álxebra.

x = nº de focos do modelo A

y = nº de focos do modelo B

a) Función obxectivo **Max f(x, y) = 60x + 40 y** s.a restriccións

$$\left.\begin{array}{r} x \geq 50 \\ y \leq 300 \\ y \geq x \\ x + y \leq 500 \end{array}\right\}$$



b) **Vértices**

A: $\left.\begin{array}{r} y = 300 \\ x = 50 \end{array}\right\} A(50,300)$

B: $\left.\begin{array}{r} x = 50 \\ y = x \end{array}\right\} B(50,50)$

C: $\left.\begin{array}{r} y = x \\ x + y = 500 \end{array}\right\} C(250,250)$

D: $\left.\begin{array}{r} x + y = 500 \\ y = 300 \end{array}\right\} D(200,300)$

c) Beneficio: **f(x, y) = 60x + 40 y**

Avaliamos a función obxectivo nos vértices

f(A) =f (50, 300)= 15000

f(B) = f (50, 50)= 5000

f(C) = f (250, 250) = **25000** $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(D) = f (200, 300) =24000

Debe producir **250 focos de cada modelo** para maximizar os beneficios que ascenderían a **25000 euros**

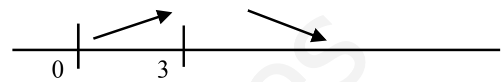
CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 3.Análise.

a) P(t) = $\frac{180t}{t^2+9}$

P'(t)= $\frac{180(9-t^2\ )}{(t^2+9)}$ $\rightarrow$ P'(t)=0 $\underset{t>0}{\Longleftrightarrow}$ t=+3 (punto crítico)



En (0, 3) P'(t)>0 ⇒ P e crecente en (0,3)

En (3, ∞) P'(t)<0 ⇒ P e de crecente en (3, ∞)

t_0 =3 máximo relativo → P(3)= 30 (e un máximo absoluto xa que P(0)= 0)

O número de visitantes crece ata transcorridos tres anos (2013) desde a súa apertura (2010). A partir de 2013 o número de visitantes vai decrecendo.

b) t=0 → ano 2010

t=3 → ano 2013

O maior número de visitantes rexistrouse no ano 2013 con 30000 persoas.

c) Calculamos **t** tal que P(t)<18

$\frac{180t}{t^2+9}$ <18 ⇒ 180t< 18t^2+18x9 ⇒ t^2 -10t+ 9>0⇒ t>9 y t<1

Solución: (0,1)∪(9,∞)

t=9 →ano 2019

A partir do ano 2019 o número de visitantes será inferior a 18000 persoas.

Calculamos o $\lim\limits_{t\to\infty} P(t) = \lim\limits_{t\to\infty} \frac{180t}{t^2+9}$ = 0

Co paso do tempo o número de visitantes irá diminuíndo, tendendo a 0 persoas.

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 4. Análise.

$f(x) = -4x^2 + 12x - 5$

a) Puntos de corte cos eixes:

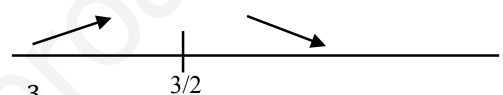
eixe OY : x=0 → f(0)= -5 → Corta a OY en **(0,-5)**

eixe OX: $-4x^2 + 12x - 5 = 0$ $\qquad x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 80}}{-8} = \begin{cases} 1/2 \\ 5/2 \end{cases}$

Corta a OX en **(1/2,0), e (5/2,0)**

Monotonía

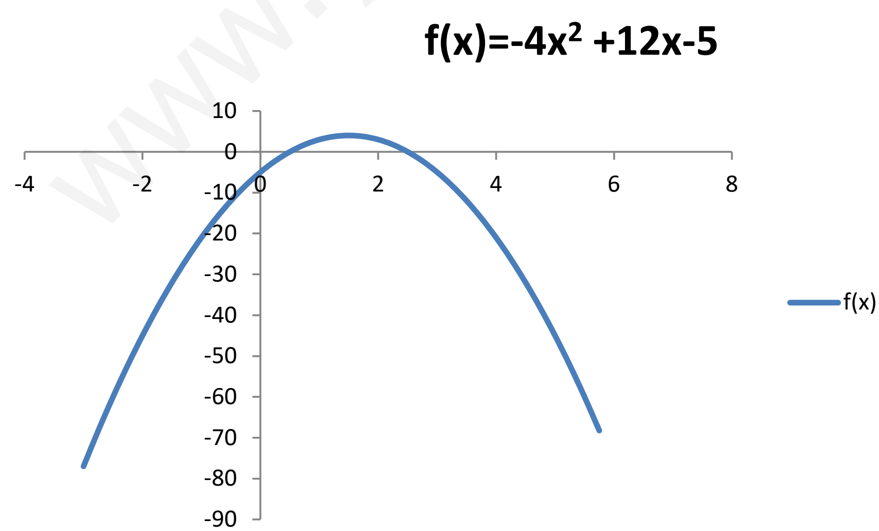
f'(x) = -8x+12; f'(x)=0 $\Rightarrow$ x= $\dfrac{3}{2}$ punto crítico



En $\left(-\infty, \dfrac{3}{2}\right)$, f'(x) >0 $\Rightarrow$ f crecente en $\left(-\infty, \dfrac{3}{2}\right)$

En $\left(\dfrac{3}{2}, \infty\right)$, f'(x) < 0 $\Rightarrow$ f decrecente en $\left(\dfrac{3}{2}, \infty\right)$

$X_0 = \frac{3}{2}$ → máximo relativo (e absoluto) → $f\left(\frac{3}{2}\right) = 4$ **Vértice da parábola (3/2,4)**



CONVOCATORIA ORDINARIA 2020
MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

b) Area pedida:

g(x)=y=0

Área=$\left|\int_1^2 (f(x)-g(x))dx\right|=\left|\int_1^2(-4x^2+12x-5)dx\right| = \left.-4\frac{x^3}{3}+6x^2-5x\right]_1^2$

Aplicamos a regra de Barrow:

Area= $\left(-\frac{32}{3}+24-10\right)-\left(-\frac{4}{3}+6-5\right)=\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{3}}\mathbf{u^2}$

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade.

A e B sucesos. Datos P(A) = 0,4

P($\overline{B}$) = 0,7 $\Rightarrow$ P(B)= 0,3

P($\overline{B}|A$) = 0,75 $\Rightarrow$ P(B$|A$) = 1-0,75=0,25

a) P($A\cap\overline{B}$) = P(A)· P($\overline{B}|A$) = 0,4· 0,75= **0,3**

b) P(A $\cup$ B) = [P(A) + P(B) – P($A\cap B$)] = 0,4 +0,3 -0,25·0,4=**0,6**

xa que P($A\cap B$)= P(A)· P(B$|A$)=0,25·0,4

c) P($A\cap B$)= P(A)· P(B|A)=0,4 ·0,25= 0,1

d) A e B son sucesos independentes se P($A\cap B$)= P(A)· P(B)

P($A\cap B$)= P(A)· P(B$|A$)=0,25·0,4= **0,1**

P(A)·P(B)=0,4·0,3 =**0,12.** Son distintos P($A\cap B$) e P(A)· P(B), por o tanto A e B **non** son sucesos **independentes**

Tamén podemos resolver a pregunta a través de unha táboa:

	A	$\overline{A}$	
B	0,1	0,2	0,3
$\overline{B}$	0,3	0,4	0,7
	0,4	0,6	1

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade.

Produción diaria de leite (en litros)= X $\sim$ N(μ, σ=50)

a) para calcular n

Intervalo de Confianza para μ : $\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Amplitude ao sumo 8 litros: $2Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2E \leq 8$

$1-\alpha=0{,}95 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}975 \Rightarrow Z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = E = 1{,}96. \cdot \frac{50}{\sqrt{n}} \leq 4$

$n \geq \left(\frac{98}{4}\right)^2 = 600{,}25 \Rightarrow$ **Tamaño mínimo da mostra 601 dias**

b) n=25

X $\sim$ N(μ=950, σ=50)

$\bar{X} \sim$ N(μ=950, σ=$\frac{50}{\sqrt{25}}$)=N(950, 10)

$P(\bar{X} \leq 930) = P(Z \leq \frac{930-950}{10})$= P(Z≤ -2)= 1- P(Z≤ 2) $= 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$

Solución: A Probabilidade pedida, que a media das producións obtidas sexa menor ou igual a 930 litros, e **0,0228**

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 1. Álxebra.

x= capacidade da granxa A

y= capacidade da granxa B

z= capacidade da granxa C

a) Sistema de ecuacións

x + y + z =405 $\longrightarrow$ x + y + z =405

x = y +0,2y $\longrightarrow$ 5x -6y =0

y = 2z $\longrightarrow$ y – 2z =0

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & -6 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A\cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1}\cdot A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1}\cdot \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1}\cdot \begin{pmatrix} 405 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 405 \\ 5 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{-F_2+5F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 405 \\ 0 & 11 & 5 & 2025 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[11F_3-F_2]{} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 405 \\ 0 & 11 & 5 & 2025 \\ 0 & 0 & -27 & -2025 \end{pmatrix}$$

$$x + y + z = 405$$

$$11y + 5z = 2025$$

$-27z = -2025 \Rightarrow$ z=75 ; y=150 ; z=180

Solución: Pódense criar 180 polos na granxa A

150 polos na granxa B

75 polos na granxa C

(Tamén se podería resolver o sistema por calquera outro método)

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 2. Álxebra.

x = nº de habitacións tipo A

y = nº de habitacións tipo B

a) Sistema de inecuacións

$$\left.\begin{array}{r} y \leq x \\ x \leq 160 \\ x + y \leq 200 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array}\right\}$$

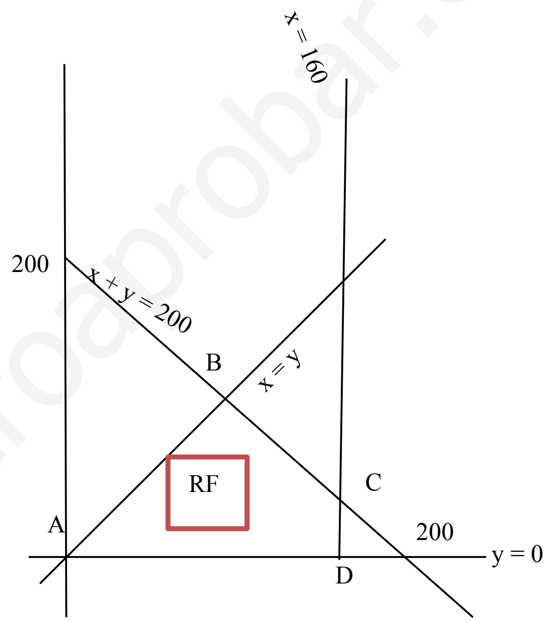
b) Vértices

A: $\left.\begin{array}{r} y = 0 \\ x = y \end{array}\right\} A(0,0)$

B: $\left.\begin{array}{r} x + y = 200 \\ y = x \end{array}\right\} B(100,100)$

C: $\left.\begin{array}{r} x = 160 \\ x + y = 200 \end{array}\right\} C(160,40)$

D: $\left.\begin{array}{r} x = 160 \\ y = 0 \end{array}\right\} D(160,0)$



c) Función obxectivo **Max f(x, y) = 80x + 50y**

Avaliamos a función obxectivo nos vértices

f(A) =f (0,0)= 0

f(B) = f (100, 100)= 13000

f(C) = f (160, 40) =**14800** $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(D) = f (160,0) =12800

Solución: O coste máximo que podería afrontar o comité organizador serían **14800 euros** que se corresponden coa contratación de **160 habitacións tipo A** e **40 habitacións tipo B.**

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 3.Análise.

G(t)=$\begin{cases} 4-\left(\frac{t}{3}\right),\ 0 \leq t \leq 3 \\ (5t-3)/\ (t+1),\ t>3 \end{cases}$ sendo t o tempo en anos transcorridos.

a)

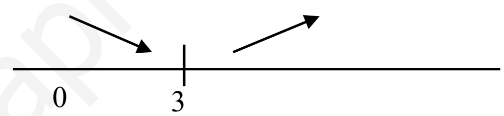
G(t)=$4 \rightarrow \begin{cases} 4-\left(\frac{t}{3}\right)=4 \Rightarrow \mathbf{t=0} \\ (5t-3)/\ (t+1)=\ 4 \Rightarrow 5t-3=4t+4 \Rightarrow \mathbf{t=7} \end{cases}$

Solución: Os gastos son iguais a 400000 euros a o inicio (t=0) e transcorridos 7 anos.

b)

- En $(0,3)$, G(t)= $4-\left(\frac{t}{3}\right)$

G'(t) =-1/3 <0 ⇒ G decrecente en $(0,3)$



- En $(3,\infty)$, G(t)= $(5t-3)/\ (t+1)$

G'(t) = $8/(t+1)^2 > 0$ ⇒ G crecente en $(3,\infty)$

G(3)=G(3^+)= 3

G(0)= 4

G ten un mínimo en t=3

Solución:

G decrece ata transcorridos 3 anos e a partir de ese momento e crecente.

O gasto mínimo alcanzase transcorridos 3 anos e vale 300000 euros

c) $\lim_{t\to\infty} G(t) = \lim_{t\to\infty} \left(\frac{5t-3}{t+1}\right)$ = 5

Solución:

Co paso do tempo os gastos irán crecendo, tendendo o seu valor a 500000 euros.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 4. Análise.

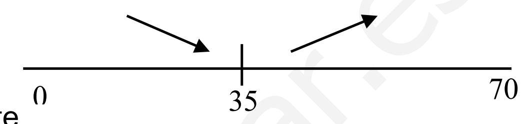
a) **Ingresos** $\mathbf{I(x)= 60x,\ 0\leq x\leq 70}$

Beneficios $\mathbf{B(x)=}I(x)-C(x) = 60x-x^2 +10x=\mathbf{70x-x^2}$, $\mathbf{0\leq x\leq 70}$

b) $B'(x)= -2x +70$

$B'(x)=0= -2x +70 \rightarrow x=35$, punto crítico

- En $(0, 35)$, $B'(x)>0 \rightarrow B$ crecente
- En $(35,70)$, $B'(x)<0 \rightarrow B$ decrecente



En $x=35$ hai un máximo

$I(35)=60x35=2100$ euros

$C(35)=35^2 -10x35= 875$ euros

$B(35)=70x35 - 35^2 = 1225$ euros

Solución:

Para obter os máximos beneficios debe producir 35 paraugas diarios.

Neste caso os ingresos diarios ascenden a 2100 euros, os costes a 875 euros e os beneficios a 1225.

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 5. Estatística e Probabilidade.

Consideramos os sucesos :

A “ vehículo subministrado polo distribuidor A “

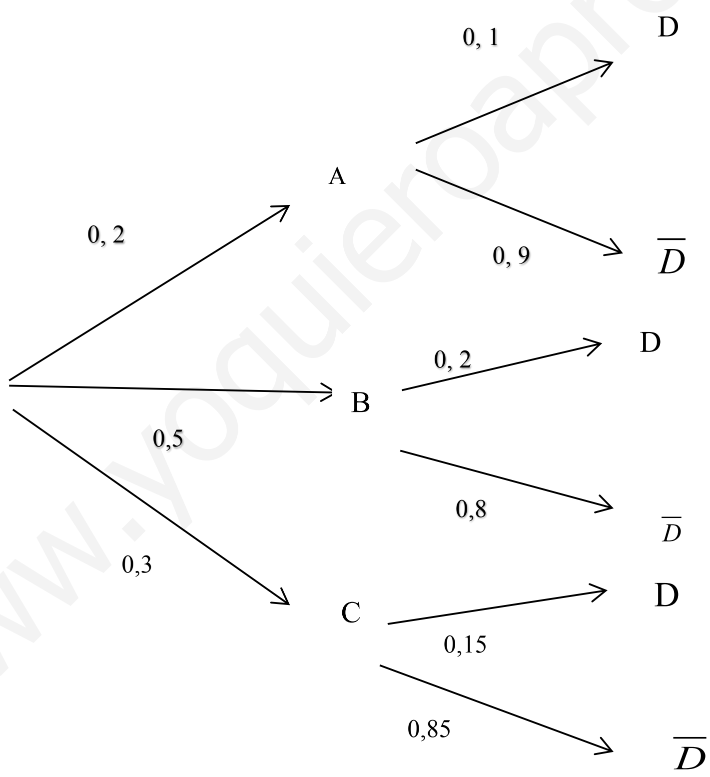
B “ vehículo subministrado polo distribuidor B “

C “ vehículo subministrado polo distribuidor C “

D “ vehículo con algún defecto”

Coñecemos as probabilidades: P(A)=$\frac{240}{1200}$ = 0,2; P(B)=$\frac{600}{1200}$ = 0,5; P(C)=$\frac{360}{1200}$ = 0,3;

P(D|A) = 0,1; P(D|B) = 0,2 ;P(D|C) = 0,15



a) Prob. Pedida= P(rexeitar pedido)=P(D) = P(D|A) x P(A)+ P(D|B)x P(B) +P(D|C)x P(C) = 0,2x0,1+0,5x0,2+0,3x0,15 =0,165 → 16,5%

Solución: A porcentaxe de pedidos rexeitados e do 16,5%

b) P(A|$\overline{D}$)=P(A∩$\overline{D}$)/P($\overline{D}$)= ((1-0,1)x0,2)/(1-0,165)=36/167=0,2155..

A probabilidade de que proveña do distribuidor A tendo en conta que non e defectuoso e 0,2155

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

PREGUNTA 6. Estatística e Probabilidade.

p = proporción de afeccionados a lectura que adquirirán a obra

a) O intervalo de confianza para p e da forma $\left(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)_{1-\alpha}$ =(0,697, 0,903)

$\hat{p} = \frac{80}{100} = 0{,}8$

$0{,}8 + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{0{,}8x0{,}2}{100}} = 0{,}903 \rightarrow z_{\alpha/2}x0{,}04=0{,}103 \rightarrow z_{\alpha/2}=2{,}575$

$\Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}9950$ (táboas) $\rightarrow 1-\alpha = 0{,}99$

Solución: Pódese afirmar cun nivel de confianza do 99%

b) p = 0,8 n=144

$\hat{p}$ =proporción mostral $\in N(\mu=p,\ \sigma = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}})$

$\hat{p} \in N(0{,}8,\ 0{,}03)$

$P(\hat{p} > 0{,}75) = P\left(Z > \frac{0{,}75-0{,}8}{0{,}03}\right) = P(Z>-1{,}67) = P(Z<1{,}67) = 0{,}9525$

Solución: A probabilidade de que a proporción de afeccionados a lectura que adquirirán a obra sexa superior o 75%, para mostras de n=144 persoas, e 0,9525

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA USC	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **Código: 40** **XUÑO 2019**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Consideramos las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz $B^t \cdot A \cdot B$.
b) Calcula la inversa de la matriz $A-I$, en donde I es la matriz identidad de orden 2.
c) Despeja la matriz X en la ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ y calcúlala.

2. El número de espectadores de una serie (N), en millones, en función del tiempo (t), en años, sigue un modelo dado por la función: N (t)= $K+\dfrac{8t}{1+t^2}$

a) Calcula el valor de K si se sabe que al final del segundo año el número de espectadores era de 4.2 millones.

b) Estudia el crecimiento, el decrecimiento y el momento y valor máximo de la audiencia.

3. Los videojuegos que se consumen en Galicia se juegan el 45% en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en consola, el 70% son de acción, el 10% de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25% son de acción, otro 25% de estrategia y el resto de otras categorías.
a) ¿Qué porcentaje de los videojuegos consumidos en Galicia son de acción?
b) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia: ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?

4) Un estudio electoral con una muestra de 400 electores obtiene un intervalo para la proporción de votantes de un partido de [0.23, 0.31]. **a)** ¿Cuánto vale la proporción muestral? **b)** ¿Cuál es el nivel de confianza con el que se estableció el intervalo? **c)** ¿Cuál es el error máximo cometido con el intervalo anterior?

OPCIÓN B

1. Una tienda deportiva desea liquidar 2000 camisetas y 1000 chándales de la temporada anterior. Para ello lanza dos ofertas, 1 y 2. La oferta 1 consiste en un lote de una camiseta y un chándal, que se vende a 30 €; la oferta 2 consiste en un lote de tres camisetas y un chándal, que se vende a 50 €. No se desea ofrecer menos de 200 lotes de la oferta 1 ni menos de 100 de la oferta 2.

a) Plantea el problema que permite determinar cuántos lotes de cada tipo debe vender para maximizar los ingresos. **b)** Representa la región factible. **c)** ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar los ingresos? ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

2. Dada la función $f(x)=x^2-6x+8$

a) Realiza su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función y los ejes de coordenadas.

3. En una población, de cada 100 consumidores de agua mineral 30 consumen la marca A, 25 la marca B y el resto la marca C. Además, el 30% de consumidores de A, el 20% de consumidores de B y el 40% de consumidores de C son mujeres. **a)** Se selecciona al azar un consumidor de agua mineral de esa población: ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? **b)** Si se ha seleccionado al azar una mujer, halla la probabilidad de que consuma la marca B.

4. Después de años de utilizarlo se sabe que la puntuación de un test de uso habitual en cierta rama industrial sigue una distribución normal de media 74 y desviación típica 16. En una empresa se decide realizarlo a 100 de sus empleados. **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga una media muestral superior a 78 puntos, de seguirse la pauta general? **b)** ¿Y la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 74 puntos?

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA USC	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **XUÑO 2019**	**Código: 40**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde soamente aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Consideramos as matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$

a) Calcula a matriz $B^t \cdot A \cdot B$.
b) Calcula a inversa da matriz $A-I$, onde I é a matriz identidade de orde 2.
c) Despexa a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcúlaa.

2. O número de espectadores dunha serie (N), en millóns, en función do tempo (t), en anos, segue un modelo dado pola función: N (t)= N (t)= $K+\frac{8t}{1+t^2}$

a) Calcula o valor de K se se sabe que ao final do segundo ano o número de espectadores era de 4.2 millóns.

b) Estuda o crecemento, o decrecemento e o momento e valor máximo da audiencia.

3. Os videoxogos que se consumen en Galicia xóganse o 45% en consola e o resto no móbil. Dos que se xogan en consola, o 70% son de acción, o 10% de estratexia e o resto doutras categorías. Dos xogos para móbil, un 25% son de acción, outro 25% de estratexia e o resto doutras categorías.
a) Que porcentaxe dos videoxogos consumidos en Galicia son de acción? **b)** Elíxese ao azar un xogador que está xogando a un xogo de estratexia: cal é a probabilidade de que o estea facendo a través do móbil?

4) Un estudo electoral cunha mostra de 400 electores obtén un intervalo para a proporción de votantes dun partido de [0.23, 0.31]. **a)** Canto vale a proporción mostral? **b)** Cal é o nivel de confianza co que se estableceu o intervalo? **c)** Cal é o erro máximo cometido co intervalo dado?

OPCIÓN B

1. Unha tenda deportiva desexa liquidar 2000 camisetas e 1000 chándales da tempada anterior. Para iso lanza dúas ofertas, 1 e 2. A oferta 1 consiste nun lote dunha camiseta e un chándal, que se vende a 30 €; a oferta 2 consiste nun lote de tres camisetas e un chándal, que se vende a 50 €. Non se desexa ofrecer menos de 200 lotes da oferta 1 nin menos de 100 da oferta 2.

a) Formula o problema que permite determinar cantos lotes de cada tipo debe vender para maximizar os ingresos. **b)** Representa a rexión factible. **c)** Cantos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar os ingresos? A canto ascenden os ditos ingresos?

2. Dada a función $f(x)=x^2-6x+8$

a) Realiza a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) Calcula a área do recinto limitado pola gráfica da función e os eixes de coordenadas.

3. Nunha poboación, de cada 100 consumidores de auga mineral 30 consumen a marca A, 25 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mulleres. **a)** Selecciónase ao azar un consumidor de auga mineral desa poboación: cal é a probabilidade de que sexa muller? **b)** Se se seleccionou unha muller ao azar, acha a probabilidade de que consuma a marca B.

4. Logo de anos de utilizalo sábese que a puntuación dun test de uso habitual en certa rama industrial segue unha distribución normal de media 74 e desviación típica 16. Nunha empresa decídese realizalo a 100 dos seus empregados. **a)** Cal é a probabilidade de que se obteña unha media mostral superior a 78 puntos, de seguirse a pauta xeral? **b)** E a probabilidade de que a media mostral sexa inferior a 74 puntos?

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **Código: 40** **XULLO 2019**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. En una caja hay billetes de 5, 10 y 20 por un valor de 400 €. Se sabe que el número de billetes de 20 € es la tercera parte del total y que el número de billetes de 5 € es inferior en 4 unidades al del resto.

a) Escribe un sistema de ecuaciones que represente el problema. **b)** Escríbelo en forma matricial.

c) Calcula la matriz inversa de la matriz de coeficientes y resuelve el sistema.

2. El precio de venta de un electrodoméstico en un centro comercial (en cientos de euros) viene dado por la función:

$P(t)=\dfrac{24}{t^2-4t+16}+2$ siendo t ≥ 0 el tiempo transcurrido en *años* desde el momento en que se puso a la venta

a) Calcula el precio de lanzamiento del producto. ¿En qué momento el precio del electrodoméstico vuelve a ser el mismo que el precio de lanzamiento? **b)** Determina los períodos en los que el precio del electrodoméstico ha aumentado y ha disminuido. ¿Cuál ha sido el precio de venta máximo? ¿En qué momento se ha producido? **c)** Estudia la tendencia del precio de venta del electrodoméstico con el paso del tiempo.

3. En una ciudad, el 20% de las personas que acceden a un centro comercial proceden del centro de la ciudad, el 45% de barrios periféricos y el resto de pueblos cercanos. Efectúan alguna compra el 60%, el 75% y el 50% de cada procedencia respectivamente. **a)** Si un determinado día visitan el centro comercial 2000 personas, ¿cuál es el número esperado de personas que no realizan compras? **b)** Si elegimos al azar una persona que ha realizado alguna compra en ese centro comercial, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de un pueblo cercano?

4. Se tomó una muestra aleatoria de 100 jóvenes y se les midió el nivel de glucosa en sangre obteniendo una media muestral de 105 mg/cm^3. Se sabe que la desviación típica en la población es de 15mg/cm^3. **a)** Obtén un intervalo de confianza, al 95%, para el nivel medio de glucosa en sangre en la población. **b)** ¿Cuánto vale el error máximo en el intervalo anterior? **c)** ¿Qué ocurre con la amplitud del intervalo si el nivel de confianza es del 99%?

OPCIÓN B

1. Una bodega produce vinos blancos y tintos. La producción de ambos tipos de vino no debe superar los 90 millones de litros y la producción de vino blanco no debe superar el doble de la de vino tinto ni ser inferior a su mitad. También se sabe que para atender la demanda se deben producir al menos 45 millones de litros. La bodega comercializa el vino blanco a 8€ el litro y el tinto a 6€ el litro. **a)** Plantea y representa gráficamente el problema. **b)** ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos y como se consiguen?

2. Considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & \text{si } 0\leq x\leq 4 \\ 7-x & \text{si } 4<x\leq 7 \end{cases}$

a) Representa la función estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos relativos. ¿Para qué valores de x es $f(x)\geq 0$? **b)** Calcula el área del recinto limitado por los ejes y la parte de la función tal que $f(x)\geq 0$.

3. Para la construcción de un panel luminoso se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 150 bombillas azules y 250 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es 0,01 si es blanca, 0,02 si es azul y 0,03 si es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor: **a)** Calcula la probabilidad de que la bombilla no funcione.

b) Sabiendo que la bombilla elegida funciona, calcula la probabilidad de que dicha bombilla no sea roja.

4.a) En una muestra aleatoria de $n=25$ estudiantes de bachillerato, el 75% afirman querer realizar estudios universitarios. Calcula un intervalo de confianza para la proporción de estudiantes de bachillerato que quieren realizar estudios universitarios con un nivel de confianza del 90%.

b) Si se sabe que 8 de cada 10 estudiantes de bachillerato afirman querer realizar estudios universitarios y tomamos una muestra aleatoria de $n=100$ estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que la proporción de estudiantes de la muestra que quieren realizar estudios universitarios sea superior al 65%?

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade **Código: 40**

XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde soamente aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1.Nunha caixa hai billetes de 5, 10 e 20 por un valor de 400 €. Sábese que o número de billetes de 20 € é a terceira parte do total e que o número de billetes de 5 € é inferior en 4 unidades ao do resto.

a) Escribe un sistema de ecuacións que represente o problema. **b)** Escríbeo en forma matricial.

c) Calcula a matriz inversa da matriz de coeficientes e resolve o sistema.

2. O prezo de venda dun electrodoméstico nun centro comercial (en centos de euros) vén dado pola función:

$P(t)=\dfrac{24}{t^2-4t+16}+2$ sendo t ≥ 0 o tempo transcorrido, en *anos*, desde o momento en que se puxo á venda

a) Calcula o prezo de lanzamento do produto. En que momento o prezo do electrodoméstico volve ser o mesmo que o prezo de lanzamento?

b) Determina os períodos nos que o prezo do electrodoméstico aumentou e diminuíu. Cal foi o prezo de venda máximo? En que momento se produciu?

c) Estuda a tendencia do prezo de venda do electrodoméstico co paso do tempo.

3. Nunha cidade, o 20% das persoas que acceden a un centro comercial proceden do centro da cidade, o 45% de barrios periféricos e o resto de vilas próximos. Efectúan algunha compra o 60%, o 75% e o 50% de cada procedencia respectivamente. **a)** Se un determinado día visitan o centro comercial 2000 persoas, cal é o número esperado de persoas que non realizan compras? **b)** Se eliximos ao azar unha persoa que realizou algunha compra nese centro comercial, cal é a probabilidade de que proceda dunha vila próxima?

4. Tomouse unha mostra aleatoria de 100 mozos e mediuselles o nivel de glicosa en sangue obténdose unha media mostral de 105 mg/cm^3. Sábese que a desviación típica na poboación é de 15mg/cm^3. **a)** Obtén un intervalo de confianza, ao 95%, para o nivel medio da glicosa en sangue na poboación. **b)** Canto vale o erro máximo no intervalo anterior? **c)** Que ocorre coa amplitude do intervalo se o nivel de confianza é do 99%?

OPCIÓN B

1. Unha adega produce viños brancos e tintos. A produción de ambos os tipos de viño non debe superar os 90 millóns de litros e a produción de viño branco non debe superar o dobre da de viño tinto nin ser inferior á súa metade. Tamén se sabe que para atender a demanda debe producir polo menos 45 millóns de litros. A adega comercializa o viño branco a 8€ o litro e o tinto a 6€ o litro. **a)** Formula e representa graficamente o problema. **b)** A canto ascenden os ingresos máximos e como se conseguen?

2. Considera a función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & \text{se } 0\leq x\leq 4 \\ 7-x & \text{se } 4<x\leq 7 \end{cases}$

a) Representa a función estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremos relativos. Para que valores de x é f(x) ≥ 0? **b)** Calcula a área do recinto limitado polos eixes e a parte da función tal que f (x) ≥ 0.

3. Para a construción dun panel luminoso disponse dun contedor con 200 lámpadas brancas, 150 lámpadas azuis e 250 lámpadas vermellas. A probabilidade de que unha lámpada do contedor non funcione é 0,01 se é branca, 0,02 se é azul e 0,03 se é vermella. Elíxese ao azar unha lámpada do contedor **a)** Calcula a probabilidade de que a lámpada non funcione. **b)** Sabendo que a lámpada elixida funciona, calcula a probabilidade de que a dita lámpada non sexa vermella.

4.a) Nunha mostra aleatoria de $n=25$ estudantes de bacharelato, o 75% afirman querer realizar estudos universitarios. Calcula un intervalo de confianza para a proporción de estudantes de bacharelato que queren realizar estudos universitarios cun nivel de confianza do 90%.

b) Se se sabe que 8 de cada 10 estudantes de bacharelato afirman querer realizar estudos universitarios e tomamos unha mostra aleatoria de $n=100$ estudantes, cal é a probabilidade de que a proporción de estudantes da mostra que queren realizar estudos universitarios sexa superior ao 65%?

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019
MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Consideramos as matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$

a) Calcula a matriz $B^t \cdot A \cdot B$.
b) Calcula a inversa da matriz $A-I$, onde I é a matriz identidade de orde 2.
c) Despexa a matriz X na ecuación matricial $A \cdot X - B = X$ e calcúlaa.

2. O número de espectadores dunha serie (N), en millóns, en función do tempo (t), en anos, segue un modelo dado pola función: N (t)= N (t)= $K+ \frac{8\,t}{1+t^{\,2}}$

a) Calcula o valor de K se se sabe que ao final do segundo ano o número de espectadores era de 4.2 millóns.

b) Estuda o crecemento, decrecemento e o momento e valor máximo da audiencia.

3. Os videoxogos que se consumen en Galicia xóganse o 45% en consola e o resto no móbil. Dos que se xogan en consola, o 70% son de acción, o 10% de estratexia e o resto doutras categorías. Dos xogos para móbil, un 25% son de acción, outro 25% de estratexia e o resto doutras categorías.
a) Que porcentaxe dos videoxogos consumidos en Galicia son de acción? **b)** Elíxese ao azar un xogador que está xogando a un xogo de estratexia cal é a probabilidade de que o estea facendo a través do móbil?

4) Un estudo electoral cunha mostra de 400 electores obtén un intervalo para a proporción de votantes dun partido de [0.23, 0.31]. **a)** Canto vale a proporción muestral? **b)** Cal é o nivel de confianza co que se estableceu o intervalo? **c)** Cal é o erro máximo cometido co intervalo dado?

OPCIÓN B

1. Unha tenda deportiva desexa liquidar 2000 camisetas e 1000 chándales da tempada anterior. Para iso lanza dúas ofertas, 1 e 2. A oferta 1 consiste nun lote dunha camiseta e un chándal, que se vende a 30 €; a oferta 2 consiste nun lote de tres camisetas e un chándal, que se vende a 50 €. Non se desexa ofrecer menos de 200 lotes da oferta 1 nin menos de 100 da oferta 2.

a) Formula o problema que permite determinar cantos lotes de cada tipo debe vender para maximizar os ingresos **b)** Representa a rexión factible **c)** Cantos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar os ingresos? A canto ascenden ditos ingresos?

2. Dada a función $f(x)=x^2-6x+8$

a) Realiza a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) Calcula a área do recinto limitado pola gráfica da función e os eixes de coordenadas.

3. Nunha poboación de cada 100 consumidores de auga mineral, 30 consumen a marca A, 25 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mulleres. **a)** Selecciónase ao azar un consumidor de auga mineral desa poboación, cal é a probabilidade de que sexa muller? **b)** Se se seleccionou unha muller ao azar acha a probabilidade de que consuma a marca B.

4. Logo de anos de utilizalo sábese que a puntuación dun test de uso habitual en certa rama industrial segue unha distribución normal de media 74 e desviación típica 16. Nunha empresa decídese realizalo a 100 dos seus empregados. **a)** Cal é a probabilidade de que se obteña unha media muestral superior a 78 puntos, de seguirse a pauta xeral? **b)** E a probabilidade de que a media muestral sexa inferior a 74 puntos?

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1.Nunha caixa hai billetes de 5, 10 e 20 por un valor de 400 €. Sábese que o número de billetes de 20 € é a terceira parte do total e que o número de billetes de 5 € é inferior en 4 unidades ao do resto.

a) Escribe un sistema de ecuacións que represente o problema. **b)** Escríbeo en forma matricial.

c) Calcula a matriz inversa da matriz de coeficientes e resolve o sistema.

2. O prezo de venda dun electrodoméstico nun centro comercial (en centos de euros), vén dado pola función:

$P(t)=\dfrac{24}{t^2-4t+16}+2$ sendo t ≥ 0 o tempo transcorrido, en *anos*, desde o momento en que se puxo a venda

a) Calcula o prezo de lanzamento do produto En que momento o prezo do electrodoméstico volve ser o mesmo que o prezo de lanzamento?

b) Determina os períodos nos que o prezo do electrodoméstico aumentou e diminuíu. Cal foi o prezo de venda máximo? En que momento produciuse?

c) Estuda a tendencia do prezo de venda do electrodoméstico co paso do tempo.

3. Nunha cidade, o 20% das persoas que acceden a un centro comercial proceden do centro da cidade, o 45% de barrios periféricos e o resto de pobos próximos. Efectúan algunha compra o 60%, o 75% e o 50% de cada procedencia respectivamente. **a)** Se un determinado día visitan o centro comercial 2000 persoas, cal é o número esperado de persoas que non realiza compras? **b)** Se eliximos unha persoa ao azar que realizou algunha compra nese centro comercial cal é a probabilidade de que proceda dun pobo próximo?

4. Tomouse unha mostra aleatoria de 100 mozos e medíuselles o nivel de glicosa en sangue obténdose unha media mostral de 105 mg/cm^3. Sábese que a desviación típica na poboación é de 15mg/cm^3. **a)** Obtén un intervalo de confianza, ao 95%, para o nivel medio da glicosa en sangue na poboación. **b)** Canto vale o erro máximo no intervalo anterior? **c)** Que ocorre co a amplitude do intervalo se o nivel de confianza é do 99%?

OPCIÓN B

1. Unha adega produce viños brancos e tintos. A produción de ambos tipos de viño non debe superar os 90 millóns de litros e a produción de viño branco non debe superar o dobre da de viño tinto nin ser inferior a súa metade. Tamén se sabe que para atender a demanda debe producir ao menos 45 millóns de litros. A adega comercializa o viño branco a 8€ o litro e o tinto a 6€ o litro. **a)** Formula e representa graficamente o problema. **b)** A canto ascenden os ingresos máximos e como se conseguen?

2. Considera a función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & \text{se } 0\leq x\leq 4 \\ 7-x & \text{se } 4<x\leq 7 \end{cases}$

a) Representa a función estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremos relativos. Para que valores de x é f(x) $\geq$ 0? **b)** Calcula a área do recinto limitado polos eixes e a parte da función tal que f (x) $\geq$ 0.

3. Para a construción dun panel luminoso disponse dun contedor con 200 lámpadas brancas, 150 lámpadas azuis e 250 lámpadas vermellas. A probabilidade de que unha lámpada do contedor non funcione é 0,01 se é branca, 0,02 se é azul e 0,03 se é vermella. Elíxese ao azar unha lámpada do contedor **a)** Calcula a probabilidade de que a lámpada non funcione. **b)** Sabendo que a lámpada elixida funciona, calcula a probabilidade de que dita lámpada non sexa vermella.

4.a) Nunha mostra aleatoria de estudantes $n=25$ de bacharelato, o 75% afirman querer realizar estudos universitarios. Calcula un intervalo de confianza para a proporción de estudantes de bacharelato que queren realizar estudos universitarios cun nivel de confianza do 90%.

b) Se se sabe que 8 de cada 10 estudantes de bacharelato afirman querer realizar estudos universitarios e tomamos unha mostra aleatoria de $n=100$ estudantes, cal é a probabilidade de que a proporción de estudantes da mostra que queren realizar estudos universitarios sexa superior ao 65%?

Exemplos de resposta / Solucións

ABAU

CONVOCATORIA DE XUÑO Ano 2019
CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)
OPCIÓN A

1) **a) 1 punto**

- 0,5 puntos pola obtención da matriz $B^t.A$
- 0,5 puntos pola obtención da matriz $B^t.A.B$

b) 1 punto

c) 1 punto

- 0,5 despexar X
- 0,5 calculala

2) **a) 1 punto**

b) 2 puntos

- 1 punto estudo crecemento e decrecemento
- 1 momento e valor máximo

3) **a) 1 punto**

b) 1 punto

4) **a) 0,5 puntos**

- 0,5 puntos calcular proporción mostral

b) 1 punto

c) 0,5 puntos

Exemplos de resposta / Solucións

ABAU

CONVOCATORIA DE XUÑO Ano 2019
CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)
OPCIÓN B

1) **a) 1 punto**

b) 1,25 puntos

- 0,75 puntos cálculo vértices
- 0,5 representar

c) 0,75 puntos

2) **a) 2 puntos:**

- 0,5 puntos corte eixes
- 0,5 monotonía
- 0,5 extremo relativo
- 0,5 representación gráfica

b) 1 punto

3) **a) 1 punto**

b) 1 punto

4) **a) 1 punto**

b) 1 punto

Exemplos de resposta / Solucións

ABAU

CONVOCATORIA DE XULLO Ano 2019
CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)

OPCIÓN A

1) a) 0,75 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,75 puntos

2) a) 1 punto

b) 1,5 puntos

- 1 punto estudo aumento e diminución do prezo
- 0,5 puntos prezo máximo e momento

c) 0, 5 puntos

3) a) 1,25 puntos

b) 0,75 puntos

4) a) 1 punto

b) 0,5 puntos

c) 0,5 puntos

Exemplos de resposta / Solucións

ABAU

CONVOCATORIA DE XULLO Ano 2019
CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40)
OPCIÓN B

1) a) 2,25 puntos

- 1 punto formular problema
- 0,75 cálculo vértices
- 0,5 representar

b) 0,75 puntos

2) a) 2 punto

- 0,5 puntos de corte
- 0,75 puntos monotonía e extremos
- 0,5 puntos pola representación gráfica
- 0,25 x / $f(x) \geq 0$

b) 1 punto

- 0,5 puntos por formular a integral
- 0,25 puntos por resolver a integral
- 0,25 puntos substituír

3) a) 1 punto

b) 1 punto

4) a) 1 punto

b) 1 punto

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) $\mathbf{B^t \cdot A \cdot B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} \mathbf{13} & \mathbf{5} & \mathbf{3} \\ \mathbf{5} & \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

b) Sexa I a matriz identidade, $\mathrm{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calculamos A-I $= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Det(A-I)=|A-I|= -1

$(\mathrm{A-I})^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Adj $(\mathrm{A-I})^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

A matriz inversa de A-I será $(\mathrm{A-I})^{-1} = \frac{1}{\mathrm{Det(A-I)}}$ Adj $(\mathrm{A-I})^t$

$\mathbf{(A\text{-}I)^{-1}} = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$

c) Despexamos X na ecuación matricial A·X – B = X

A·X –X =B $\Rightarrow$ (A-I)·X =B $\Rightarrow$ $\mathbf{X = (A\text{-}I)^{-1} \cdot B}$

Cálculo de X

$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 2:

N = número de espectadores en millóns

N (t)= $K+\frac{8t}{1+t^2}$, sendo t o tempo en anos

a) Calculamos K substituíndo en N(t)

N(2) = K+ $\frac{16}{1+4}$ = 4,2 $\Rightarrow$ **K**= 4,2 - $\frac{16}{5}$ = **1**

b) Estudamos o crecemento e decrecemento da función N(t)

$N'(t)=\frac{8(1+t^2)-2t.8t}{(1+t^2)^2}=0 \Rightarrow 8+8t^2-16t^2=0$

$\Rightarrow 8-8t^2=0 \Rightarrow t^2=1 \Rightarrow t=\pm 1$ **(A solución t = -1 non e válida)**

t =1 punto crítico (A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece)

	(0, 1)	(1, ∞)
t	t = 0,5	t = 2
Signo N'(t)	N'(t) > 0	N'(t) < 0
	↗	↘

(A audiencia crece ata o ano 1 e despois decrece)

A **máxima audiencia** alcanzase en N(1) con **5 millóns** de espectadores

(Tamén poderiamos estudar N"(t))

Exercicio 3:

Consideramos os sucesos

C=xogos en consola → P(C) = 0,45

M= xogos en móbil → P(M) = 0,55

A_1 = xogos de acción → $P(A_1|C)$ =0,7

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

A_2 = xogos de estratexia → $P(A_2|\ C)$ =0,1

A_3 = outros xogos → $P(A_3|\ C)$ =0,2

Tamén sabemos que: $P(A_1|\ M)$ =0,25 ; $P(A_2|\ M)$ =0,25 ; $P(A_3|\ M)$ =0, 5

Calculamos $P(A_1)$

$P(A_1) = P(A_1|\ C)\cdot P(C) + P(A_1|\ M)\cdot P(M)$ =0,7x0,45 + 0,25x0,55 = 0,4525

O 45,25% dos xogos consumidos en Galicia son de acción

a) **Calculamos $P(M|\ A_2)$** = $\frac{P(A_2\cap M)}{P(A_2)} = \frac{P(A_2|\ M)\cdot P(M)}{P(A_2)}$

Como **$P(A_2)$**= $P(A_2|\ M)\cdot P(M)+ P(A_2|\ C)\cdot P(C)$=0,25x0,55+0,1x0,45=0,1825

$P(M|\ A_2)$= $\frac{0{,}25\text{x}0{,}55}{0{,}1825}$ =**0,7534**

Táboa

	C	M	**Total**
A_1	0,315	0,1375	**0,4525**
A_2	0,045	0,1375	**0,1825**
A_3	0,09	0,275	**0,365**
Total	**0,45**	**0,55**	**1**

- **Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore**

Exercicio 4

p = proporción votantes dese partido

mostra n = 400

Intervalo para p: (0,23 ,0,31)

a) **proporción mostral:** $\hat{p} = \frac{L_1+L_2}{2} = \frac{0{,}23+0{,}31}{2}$ = 0,27 → $\hat{p}$ **=27%**

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

b) IC para p: $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$

$(\hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$ = 0,31 = 0,27 + $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{0,27\text{x } 0,73}{400}}$ $\Rightarrow$ 0,31-0,27= $z_{\alpha/2}\cdot$0,02219 $\Rightarrow$

$z_{\alpha/2} = \frac{0,04}{0,0222} = 1,8018$

Táboas: 1 – α/2 = 0,9641 $\Rightarrow$ α/2= 0,0359 $\Rightarrow$ α= 0,0718 $\Rightarrow$ 1-α =0,9282

Nivel de confianza 1-α =0,9282 → 92,82%

b) Erro máximo

e = $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ = 1,8018 x 0,02219 = 0,0399 → **e ≈ 4%**

Ou ben mais sinxelo,

e = $\frac{L_2-L_1}{2} = \frac{0,31-0,23}{2}$ = 0,04 → **e ≈ 4%**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

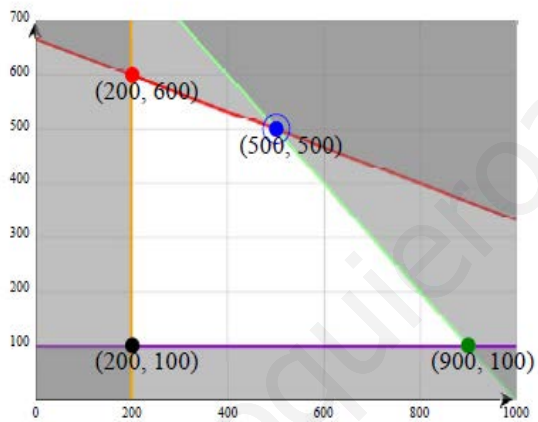
Exercicio 1:

x = nº lotes da oferta 1

y = nº lotes da oferta 2

a) Función obxectivo **Máx f(x, y) = 30x +50y** s.a

$$\begin{aligned} x + 3y &\le 2000 \\ x + y &\le 1000 \\ x &\ge 200 \\ y &\ge 100 \end{aligned}$$



Vértices

A: $\left.\begin{array}{r} x+y=1000 \\ x+3y=2000 \end{array}\right\} A(500,500)$

B: $\left.\begin{array}{r} x+y=1000 \\ y=100 \end{array}\right\} B(900,100)$

C: $\left.\begin{array}{r} x=200 \\ y=100 \end{array}\right\} C(200,100)$

D: $\left.\begin{array}{r} x+3y=2000 \\ x=200 \end{array}\right\} D(200,600)$

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

f(A) =f(500, 500)=30x500+50x500= 40.000 $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(B) =32.000

f(C) = 11.000

f(D) =36.000

Para maximizar os ingresos debe vender 500 lotes de cada tipo

Os ingresos máximos ascenden a 40.000€

Exercicio 2:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

Dominio de f: todo $\mathbb{R}$

Puntos corte eixes:

f(0) = 8 $\rightarrow$ punto de **corte OY en (0,8)**

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{2} = \begin{cases} \boxed{4} \\ \boxed{2} \end{cases}$$

$\rightarrow$ **Corta a OX en (4,0), (2,0)**

Monotonía

f'(x) = 2x-6; f'(x)=0 $\Rightarrow$ x=3 (punto crítico)

En $(-\infty, 3)$, f'(x) <0 $\Rightarrow$ **f decrecente**

En $(3, \infty)$, f'(x) >0 $\Rightarrow$ **f crecente**

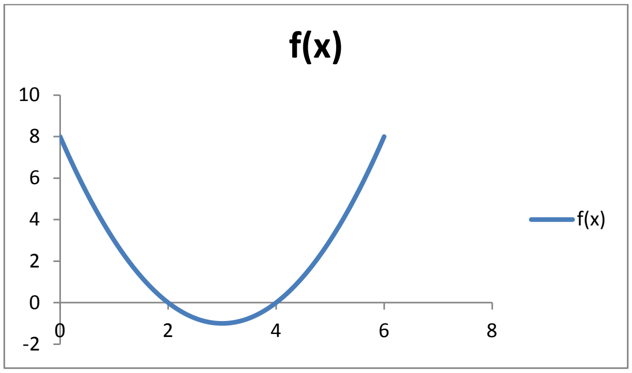
Extremos relativos

En x= 3 hai un mínimo

f(3)= -1 $\rightarrow$ **(3, -1) punto mínimo**

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B



b) Area entre f(x) e os dous eixes

Área=$\left|\int_0^2 (x^2-6x+8)dx\right|+\left|\int_2^4 (x^2-6x+8)dx\right|$

Aplicamos a regra de Barrow:

Area=$\int_0^2 (x^2-6x+8)dx+\int_2^4 (-x^2+6x-8)dx=\left.\frac{x^3}{3}-3x^2+8x\right]_0^2+\left(\left.-\frac{x^3}{3}+3x^2-8x\right]_2^4\right.=$

$\frac{20}{3}+\frac{4}{3}=\frac{\mathbf{24}}{\mathbf{3}}=\mathbf{8}\ \mathbf{u^2}$

Exercicio 3:

Consideramos os sucesos: M = “muller” ; H = “home”

A= “marca A”

B= “marca B”

C= “marca C”

Táboa	M	H	**Total**
A	9	21	**30**
B	5	20	**25**
C	18	27	**45**
Total	**32**	**68**	**100**

Exemplos de resposta / Solucións

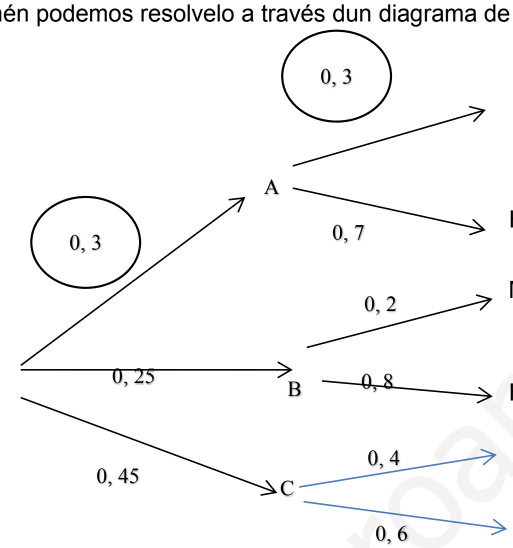
CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

a) **P(M) =** $\frac{\mathbf{32}}{\mathbf{100}}$ **=0,32**

b) **P(B**$|M) = \frac{5}{32} =$ **0,15625**

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore



P(M|A)= 0,3	P(M|B)=0,2	P(M|C)=0,4
P(A)=0,3	P(B)=0,25	P(C)=0,45

a) **P(M)** = P(M| A)·P(A) + P(M| B)·P(B) + P(M| C)·P(C) =0,3x0,3 + 0,2x0,25 +0,4x0,45= **0,32**

b) **P(B**$|\mathrm{M}) = \frac{\mathbf{P(M|}\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{P(B)}}{\boldsymbol{P(M)}} = \frac{\mathbf{0{,}2}\boldsymbol{x}\mathbf{0{,}25}}{\mathbf{0{,}32}} = \frac{\mathbf{0{,}05}}{\mathbf{0{,}32}} = \mathbf{0{,}15625}$

Exercicio 4:

X = puntuación test $X \sim N(\mu=74, \sigma = 16)$

n = 100

A distribución de $\overline{X} \sim N(\mu=74, \sigma = \frac{16}{\sqrt{100}})$

a) $P(\overline{X} > 78) = P(Z > \frac{78-74}{1{,}6}) = P(Z > 2{,}5) = 1 - P(Z \leq 2{,}5)$

Mirando as táboas da distribución Normal

P($\overline{X} > 78$ **) = 1- 0,9938= 0,0062**

CONVOCATORIA DE XUÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

b) P($\overline{X} < 74$) = 0,5

Ou ben a través das táboas: P ($\overline{X} < 74$) = P (Z < $\frac{74-74}{1,6}$)= P (Z<0) = 0,5

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

x = nº billetes de 5 €

y = nº billetes de 10 €

z = nº billetes de 20€

a) Formulación problema

$$\begin{cases} 5x+10y+20z=400 \\ z=\dfrac{x+y+z}{3} \\ x=y+z-4 \end{cases} \qquad \text{De forma equivalente} \qquad \begin{cases} 5x+10y+20z=400 \\ x+y-2z=0 \\ x-y-z=-4 \end{cases}$$

b) En forma matricial

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} 5 & 10 & 20 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}} \underset{X}{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} = \underset{B}{\begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}}$$

c) Inversa matriz coeficientes

Matriz de coeficientes: A

$A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}(A^t)^*$; det(A) = (-5-20-20-20-10+10) = – 65

$$A^t = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 10 & 1 & -1 \\ 20 & -2 & -1 \end{pmatrix};\ (A^t)^* = \begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix};\ \mathbf{A^{-1}} = -\frac{1}{65}\begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix}$$

Para resolver o sistema

$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\frac{1}{65}\begin{pmatrix} -3 & -10 & -40 \\ -1 & -25 & 30 \\ -2 & 15 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 400 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x=16 \\ y=8 \\ z=12 \end{matrix}$$

18= nº billetes de 5 €; 8= nº billetes de 10 €; 12= nº billetes de 20 €

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 2:

P(t) = $\frac{24}{t^2-4t+16}+2$ si $t \geq 0$

a) Para calcular **o prezo de lanzamento** P(0)= $\frac{24}{16}+2$= 3,5 centos de € $\Leftrightarrow$ **350€**

Calculamos o momento en que o prezo volve a ser 350€ ?

P(t) = $\frac{24}{t^2-4t+16}+2$ = 3,5 $\Rightarrow t^2-4t+16$ =16 $\Rightarrow t^2-4t=0 \Leftrightarrow t=\begin{cases}4\\0\end{cases}$

O prezo coincide co de lanzamento no 4º ano

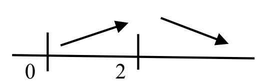
b) P'(t)= $\frac{-24(2t-4)}{(t^2-4t+16)^2}$; P'(t)= 0 $\Leftrightarrow$ 24(2t-4)=0 $\Leftrightarrow$ t=2 (punto crítico?)

t = 2 punto crítico

(0, 2) P'(t) > 0 $\Rightarrow$ P crecente

(2, ∞) P'(t) < 0 $\Rightarrow$ P decrecente

	(0, 2)	(2, ∞)
t	t = 1	t = 3
Signo P'(t)	P'(t) > 0	P'(t) < 0
	↗	↘



En t = 2 hai un máximo de P(t)

O prezo crece desde o momento que se puxo a venta ata o 2º ano en despois decrece, habendo un máximo en t=2

Máx P(t) = $\frac{24}{4-8+16}$+2 = 4; **"o prezo máximo foi de 400€ no 2º ano"**

c) Estudamos a tendencia : $\lim_{t\to\infty}$ P(t) = $\lim_{t\to\infty}\frac{24}{t^2-4t+16}+2$ = 2

Co paso do tempo o prezo tende a 200€

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 3:

Sexan os sucesos

A_1="proceder do centro da cidade"

A_2="proceder de barrios periféricos"

A_3="proceder de vilas próximas"

C ="realizar compra"

Sabemos que $P(A_1)=0,2$; $P(A_2)=0,45$; $P(A_3)=0,35$

$P(C \mid A_1)=0,6$; $P(C \mid A_2)=0,75$; $P(C \mid A_3)=0,5$

a) $P(\overline{C}) = 1-P(C)$

$P(C)= P(C \mid A_1)x\,P(A_1)+ P(C \mid A_2)x\,P(A_2)+ P(C \mid A_3)x\,P(A_3)=0,6x0,2+ 0,75x0,45+ 0,5x0,35=$

$\downarrow$

Probabilidades Totais $=0,6325 \Rightarrow P(\overline{C})= 1-0,6325= 0,3675$

Se visitan o centro 2000 persoas, espérase que **NON compren** 0,3675x2000=**735 persoas**

(Tamén se podería resolver con un diagrama de árbore)

b) $P(A_3 \mid C)= \dfrac{P(A_3 \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(C \mid A3)x\,P(A3)}{P(C)} = \dfrac{0,5x0,35}{0,6325} = 0,2767$

Se realizou algunha compra a probabilidade de que proceda dunha vila próxima é 0,2767

Exercicio 4:

X= nivel de glicosa en sangue $N(\mu, \sigma=15)$

n = 100; media mostral $\hat{\mu} = 105$

a) Intervalo de Confianza para μ = nivel medio glicosa: $\mu \in \left(\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)_{(1-\alpha)}$

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \alpha/2 = 0,025 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \quad \to z_{\alpha/2} = 1,96$ (táboas)

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Intervalo:

$L_1 = 105 - 1{,}96\frac{15}{\sqrt{100}} = 105-2{,}94= 102{,}06$

$L_2 = 105 +1{,}96\frac{15}{\sqrt{100}} = 105+2{,}94= 107{,}94$

Intervalo de confianza para o nivel medio de glicosa (102,06 , 107,94) a un n.c do 95%

b) **Erro máximo?**

e = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96\frac{15}{\sqrt{100}} =$ **2,94 mg/cm^3**

Ou tamén, **e**= $L_2 - \widehat{\mu} = 107{,}94 - 105 =$ **2,94 mg/cm^3**

c) N.c 99%

$1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}995$

$z_{\alpha/2} = 2{,}575$ **A maior n.c maior amplitude de intervalo**

e = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2{,}575\frac{15}{\sqrt{100}} =$ **3,86 mg/cm^3 →maior amplitude**

Intervalo (105- 3,86 , 105+3,86)= (101,14 , 108,86) **a un n.c do 99%** mais amplo que o n.c do 95%

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

x = Cantidade viño branco (en millóns de litros)

y = Cantidade viño tinto (en millóns de litros)

a) Formulación problema

Función obxectivo **Máx f(x, y) = 8x +6y** s.a restricións

$$\begin{aligned} x + y &\leq 90 \\ x &\leq 2y \\ x \geq \frac{y}{2} &\Leftrightarrow 2x \geq y \\ x+y &\geq 45 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

Vértices

A: $\left.\begin{aligned} x+y=90 \\ x=2y \end{aligned}\right\} A(60,30)$

B: $\left.\begin{aligned} x+y=90 \\ 2x=y \end{aligned}\right\} B(30,60)$

C: $\left.\begin{aligned} x+y=45 \\ 2x=y \end{aligned}\right\} C(15,30)$

D: $\left.\begin{aligned} x+y=45 \\ x=2y \end{aligned}\right\} D(30,15)$

b) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

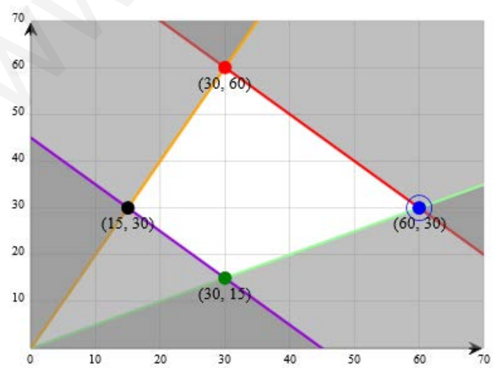
f(A) =f(60, 30)=8x60+6x30= 660 $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(B) =600

f(C) = 300

f(D) =330

Para maximizar os ingresos deben producirse 60 millóns de litros de viño branco e 30 millóns de tinto



Os ingresos máximos ascenden a 660 millóns de €

CONVOCATORIA DE XULLO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 2:

Representaremos a función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & se \quad 0\le x\le 4 \\ 7-x & se \quad 4<x\le 7 \end{cases}$

Dominio de f: (0,4]∪(4,7]

Puntos corte eixes: Se $0\le x\le 4$ f(0) = 3 $\rightarrow$ punto de **corte con OY (0,3)**

f(x)=0= x^2-4x+3 = 0 $\Rightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}$ = $\boxed{1}$, $\boxed{3}$ $\rightarrow$ **Corta a OX en (1,0) e (3,0)**

Se $4<x\le 7$ f(x)= 0=7-x $\Rightarrow$x=7 $\rightarrow$ **Corta a OX en (7,0)**

Monotonía

En (0,4) f'(x) = 2x-4; f'(x)=0 $\Rightarrow$ x=2 (punto crítico)

(0, 2) f'(x) < 0 $\Rightarrow$ **f decrecente**

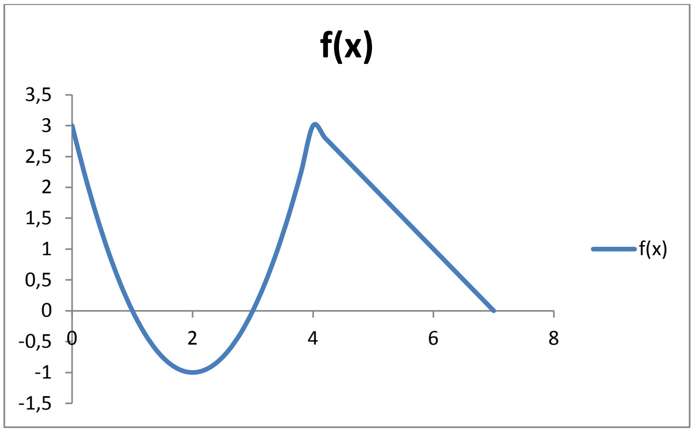
(2, 4) f'(x) > 0 $\Rightarrow$ **f crecente**

	(0, 2)	(2, 4)
x	x= 1	x = 3
Signo f'(x)	f'(x) < 0	f'(x) > 0

En (4,7) **f**(x)=7-x, recta decrecente **ou ben** f'(x) = -1 < 0 $\Rightarrow$ **f decrecente**

En x= 2 hai un mínimo f(2)= -1 $\rightarrow$ **(2, -1) mínimo**

CONVOCATORIA DE XULLO 2019
MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B



b) Area entre os eixes e f(x)≥0

Área=$\int_0^1 (x^2-4x+3)dx+\int_3^4 (x^2-4x+3)dx+\int_4^7 (7-x)dx$

Aplicamos a regra de Barrow:

Area = $(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x]_0^1+(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x]_3^4+(7x-\frac{x^2}{2}]_4^7$

= $\left(\frac{1}{3}-2+3\right)+\left(\frac{64}{3}-32+12-\frac{27}{3}+18-9\right)+\left(49-\frac{49}{2}-28+8\right)=\frac{43}{6}$ **u²**

Exercicio 3

Consideramos os sucesos

B=lámpada branca → P(B) = $\frac{200}{200+150+250}=\frac{200}{600}=\frac{1}{3}$

A= lámpada azul → P(A)= $\frac{150}{200+150+250}=\frac{150}{600}=\frac{1}{4}$

V = lámpada vermella→ P(V) = $\frac{150}{200+150+250}=\frac{150}{600}=\frac{5}{12}$

$\overline{F}$ = lámpada non funciona

Tamén sabemos que : P($\overline{F}$ | B) =0,01 ; P($\overline{F}$ | A) =0,02 ; P($\overline{F}$ | V) =0,03

a) **P($\overline{F}$)=** P($\overline{F}$ | B)x P(B)+ P($\overline{F}$ | A)xP(A)+ P($\overline{F}$ | V)xP(V)= 0,01x$\frac{1}{3}$+0,02x$\frac{1}{4}$+0,03x$\frac{5}{12}$ =

CONVOCATORIA DE XULLO 2019
MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

$=\frac{0,25}{12}=$**0,020833**

b) **P($\overline{\mathrm{V}}$ | F)=**1- P(V | F) ; P(V | F)= $\frac{\mathrm{P(F|\,V)xP(V)}}{\mathrm{P(F)}}$

Calculamos P(F)=1- P($\overline{\mathrm{F}}$)=1-$\frac{0,25}{12}$ = $\frac{11,75}{12}$ e P (F| V)=1- P ($\overline{\mathrm{F}}$ | V) =1-0,03= 0,97

Substituíndo P(V | F)=0,4128

A probabilidade pedida **P($\overline{\mathrm{V}}$ | F)** =1- 0,4128= **0,5872**

Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore

Exercicio 4

p = proporción de estudantes que manifestan querer realizar estudos universitarios
mostra n = 25

proporción mostral $\hat{p}$ =0,75

a) IC para p: $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$ **a un n.c (1-α)**

$1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow \alpha = 0,10 \Rightarrow \alpha/2 = 0,05 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$

$L_1 = 0,75 - 1,645\sqrt{\frac{0,75\text{x } 0,25}{25}}$ =0,75-0,14246=0,6075

$L_2 = 0,75 + 1,645\sqrt{\frac{0,75\text{x } 0,25}{25}}$ =0,75+0,14246=0,8925

A proporción de estudantes que manifestan querer realizar estudos universitarios estará entre (0,6075 , 0,8925) a un **Nivel de confianza do 90%**

c) p=0,8 n=100

A distribución de $\hat{p}$ e N(p, $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$) =N (0,8 , 0,04)

P($\hat{p}$ >0,65)= P(Z> $\frac{0,65-0,8}{0,04}$) =P(Z>-3,75)= P(Z≤3,75) =**0,9999**

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA USC	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **XUÑO 2018**	**Código: 40**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde soamente aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e C=$\begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices B - C e A·B. Calcula os valores de a, b e c que verifican B - C =A·B

2. Dada a función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$,

a) Calcula a primitiva F de f verificando que F (2) = 1. **b)** Estuda o crecemento e decrecemento e representa graficamente a función f.

c) Calcula a área limitada pola curva f(x) e o eixe X entre x = 0 e x =2.

3. O peso (en gramos) das empanadas que saen dun forno segue unha distribución normal cunha desviación típica de 120 gramos. Se se estableceu o intervalo (1499,9; 1539,1) como intervalo de confianza para a media a partir dunha mostra de 144 empanadas **a)** cal é o valor da media mostral?, con que nivel de confianza se construíu o intervalo? **b)** Cantas empanadas, como mínimo, deberíamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 99%?

4. Nunha empresa, o 20% dos traballadores son maiores de 30 anos, o 8% desempeña algún posto directivo e o 6% é maior de 30 anos e desempeña algún posto directivo. **a)** Que porcentaxe dos traballadores ten máis de 30 anos e non desempeña ningún cargo directivo? **b)** Que porcentaxe dos traballadores non é directivo nin maior de 30 anos? **c)** Se a empresa ten 100 traballadores, cantos son directivos e non teñen máis de 30 anos?

OPCIÓN B

1. Unha pastelería fai con fariña e nata dous tipos de biscoitos: suave e duro. Dispón de 160 quilogramos de fariña e 100 quilogramos de nata. Para fabricar un biscoito suave necesita 250 gramos de fariña e 250 gramos de nata e para fabricar un biscoito duro necesita 400 gramos de fariña e 100 gramos de nata. Ademais o número de biscoitos suaves fabricados debe exceder ao menos en 100 unidades o número de biscoitos duros. Se os biscoitos suaves se venden a 6 € e os biscoitos duros a 4,5€,

a) Formula un problema que controle a fabricación de biscoitos maximizando as vendas. **b)** Representa a rexión factible. **c)** Que cantidade se debe fabricar de cada tipo para maximizar ditas vendas? A canto ascenden?

2. O salario diario dun mozo durante os cinco primeiros anos en determinada empresa axústase á seguinte función, onde t representa o tempo, en anos, que leva contratado:

$$S(t)= \begin{cases} 35 \quad \text{se } 0 \le t < 1, \\ 25+10t \ \text{ se } 1 \le t < 2, \\ -0.5t^2+4t+39 \ \text{ se } 2 \le t \le 5 \end{cases}$$

a) Estuda o crecemento e decrecemento da función salario e represéntaa. **b)** En que momento tivo un salario máximo? E mínimo? Calcula ditos salarios.

3. O 30 % das estudantes dun instituto practica baloncesto. De entre as que practican baloncesto, o 40 % practica ademais tenis. De entre as que non practican baloncesto, un cuarto practica tenis. Elixida unha estudante dese instituto ao azar, **a)** Cal é a probabilidade de que practique ambos os deportes? **b)** Cal é a probabilidade de que practique tenis? **c)** Son independentes os sucesos "practicar tenis" e "practicar baloncesto"?

4. Un consumidor cre que o peso medio dun produto é distinto do que indica o envase. Para estudar este feito, o consumidor toma unha mostra aleatoria simple de 100 produtos nos que se observou un peso medio de 245 g. Suponse ademais que o peso do produto por envase segue unha distribución normal con desviación típica 9 g.

a) Constrúe un intervalo de confianza para o peso medio dese produto ao 95 % de confianza.

b) Cal sería o tamaño muestral mínimo necesario para estimar o verdadeiro peso medio a partir da media mostral cun erro de estimación máximo de 2 g e un nivel de confianza do 90 %?

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA USC	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **SETEMBRO 2018**	**Código: 40**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde soamente os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. As vendas de tres produtos P1, P2 e P3, relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais $x+y+z=6$; $x+y-z=0$; $2x-y+z=3$, sendo x, y, z as vendas dos produtos P1, P2 e P3 respectivamente
a) Expresa o sistema en forma matricial AX = B. **b)** Calcula a matriz inversa de A, sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes. **c)** Calcula as vendas x, y, z para eses tres produtos.

2. Un novo produto ten unha demanda en miles de unidades que responde aproximadamente á función
$N(t) = 5 + 20t/(1 + t^2)$, $t \geq 0$ en meses.
a) Estuda o crecemento e decrecemento da demanda. Calcula a demanda máxima e o momento no que se alcanza. **b)** Avalía a tendencia a longo prazo e representa a función. **c)** Despois do máximo, baixaría a demanda de 11.000 unidades? Cando?

3. Nunha empresa, o 30 % dos empregados son mulleres e o 70 % restante son homes. Das mulleres, o 80 % teñen contrato indefinido, mentres que do grupo dos homes, só o 70 % ten ese tipo de contrato. **a)** Calcula a porcentaxe de persoas da devandita empresa que ten contrato indefinido. **b)** Se un empregado ten contrato indefinido obtén a probabilidade de que sexa muller. **c)** ¿Son independentes os sucesos "ser home" e "ter contrato indefinido"?

4. Nun estanque deséxase estimar a porcentaxe de peixes dourados. Para iso, tómase unha mostra aleatoria de 700 peixes e atópase que exactamente 70 deles son dourados.
a) Acha, cun nivel de confianza do 99 %, un intervalo para estimar a proporción de peixes dourados no estanque **b)** No intervalo anterior, canto vale o erro de estimación? **c)** Considerando dita mostra, que lle ocorrería ao erro de estimación se aumentase o nivel de confianza? Xustifica a resposta.

OPCIÓN B

1. Un centro comercial ten en existencias 750 reprodutores de DVD no almacén A e outros 600 no almacén B. Se se quere ter polo menos 900 reprodutores en tenda e que os do almacén A non excedan o triplo dos de B:
a) Formula o problema e representa graficamente o conxunto de solucións. Poderíanse enviar 400 unidades desde cada almacén? **b)** Se os custos unitarios de envío son 0,30 euros por unidade para o almacén A e 0,25 euros por unidade para o almacén B, cantas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar o custo de transporte? A canto ascendería o devandito custo?

2. Un ximnasio abre ao público a principios de 2008, a función $G(t)=\begin{cases} 10\left(5t-t^2\right) & \text{se } 0 \leq t \leq 4 \\ 80-10t & \text{se } 4 < t \leq 10 \end{cases}$
indica como evolucionaron as súas ganancias (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido desde a súa apertura, correspondendo t = 0 a principios de 2008.
a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución das súas ganancias
b) A canto ascenderon as ganancias máximas? En que ano se obtiveron?
c) Representa a gráfica da función G(t). Nalgún ano logo da súa apertura non se obtiveron ganancias? A partir dalgún ano deixou de ser rendible o ximnasio? Cando?

3. Nunha poboación de cada 200 consumidores dunha bebida isotónica 60 consumen a marca A, 50 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mozos. **a)** Selecciónase ao azar un consumidor de dita bebida nesa poboación, cal é a probabilidade de que sexa mozo? **b)** Se se seleccionou un mozo acha a probabilidade de que consuma a marca B. **c)** Son independentes os sucesos "ser mozo" e "consumir a marca A"?

4. Nunha empresa quérese racionalizar o gasto en teléfono móbil dos seus axentes comerciais. Para iso faise un estudo sobre unha mostra dos devanditos axentes e obtense: "cunha confianza do 95%, a media do gasto mensual en teléfono móbil está entre 199,71 e 220,29 euros". Supoñendo que o gasto en teléfono móbil é unha variable normal **a)** Calcula o gasto medio mostral e o erro cometido na estimación. **b)** Se a desviación típica é de 42 euros, que tamaño ten a mostra?

ABAU

CONVOCATORIA DE XUÑO

Ano 2018

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II

(Cód. 40)

OPCIÓN A

1) a) 1,25 puntos

- 0,5 puntos pola obtención da matriz B-C
- 0,75 puntos pola obtención da matriz A·B

b) 1,75 puntos

- 0,75 puntos por formular sistema
- 1 punto resolver

2) a) 1 punto

b) 1 punto

- 0,5 puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos pola representación gráfica

c) 1 punto

- 0,5 puntos por formular a integral
- 0,25 puntos por resolver a integral
- 0,25 puntos substituír

3) a) 1 punto

- 0,5 puntos calcular media mostral
- 0,5 puntos calcular nivel de confianza

b) 1 punto

- 0,5 puntos formular
- 0,5 puntos resolver

4) a) 0,75 puntos

b) 0,5 puntos

c) 0,75 puntos

OPCIÓN B

1) **a) 1 punto**

b) 1,25 puntos

- 0,75 puntos cálculo vértices
- 0,5 representar

c) 0,75 puntos

2) **a) 1,5 puntos:**

- 0,25 puntos estudo da función en (0,1)
- 0,25 puntos estudo da función en (1,2)
- 0,5 puntos estudo da función en (2,5)
- 0,5 representación gráfica

b) 1,5puntos:

- 0,5 puntos cálculo do máximo
- 0,5 puntos cálculo do mínimo
- 0,5 valores

3) **a) 0,75 puntos**

b) 0,75 puntos

c) 0,5 puntos

4) **a) 1 punto**

b) 1 punto

ABAU

***CONVOCATORIA* DE SETEMBRO**

Ano 2018

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

(Cód. 40)

OPCIÓN A

1) a) 0,75puntos

b) 1,25 puntos

c) 1 punto

2) a) 1punto

- 0,5puntos estudo crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos demanda máxima e momento en que se alcanza

b) 1 punto

- 0,25 tendencia
- 0,75 representación

c) 1 punto

- 0,5 formular
- 0,5 resolver

3) a) 0,5 puntos

b) 0,75 puntos

c) 0,75 puntos

4) a) 1punto

b) 0,5 puntos

c) 0,5 puntos

OPCIÓN B

1) a) 2 puntos

- 0,5 formular problema
- 0,75 cálculo vértices
- 0,5 representar R F
- 0,25

b) 1punto

2) a) 0,75 puntos

- 0,25 puntos estudo da función en [0,4]
- 0,25 puntos estudo da función en [4,10]
- 0,25 xustificar resposta

b) 0,5puntos

c) 1,75 puntos

- **0,75** representar función
- **0,5**
- **0,5**

3) a) 0,5 puntos

b) 0,75 puntos

c)0,75 puntos

4) a) 1 punto

b) 1 punto

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

$$B - C = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & c \\ 0 & -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1-c \\ 0 & -1+c \end{pmatrix}$$

A ·B= $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Entonces,

b=b

1-c=1-a ⇒a=c

-1+c=1 ⇒ c=2; a=2

Solución: a=2; b calquera número real; c=2

Exercicio 2:

a) F(x) = $\int f(x)dx = \int (x^3 - 3x^2 + 2x)dx = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + C$

Como F (2)=1 = $\frac{2^4}{4} - 2^3 + 2^2 + C \Rightarrow \boldsymbol{C = 1}$

E po lo tanto a primitiva F de f será **F(x) =** $\boldsymbol{\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + 1}$

b) Dominio de f: todo $\mathbb{R}$

Puntos corte eixes: OY en (0,0)

OX: $x^3 - 3x^2 + 2x = 0 = x(x^2 - 3x + 2)$ → x=0 ; x= $\frac{3 \pm 1}{2} =$ → 2 ; 1

Corta a OX en (0,0), (0,1) e (0,2)

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

f'(x) = $3x^2$ -6x+2; f'(x)=0 $\Rightarrow$ x= $\frac{6\pm2\sqrt{3}}{6}$ = $1+\sqrt{3}/3 \cong 1{,}58$; $1-\sqrt{3}/3 \cong 0{,}42$

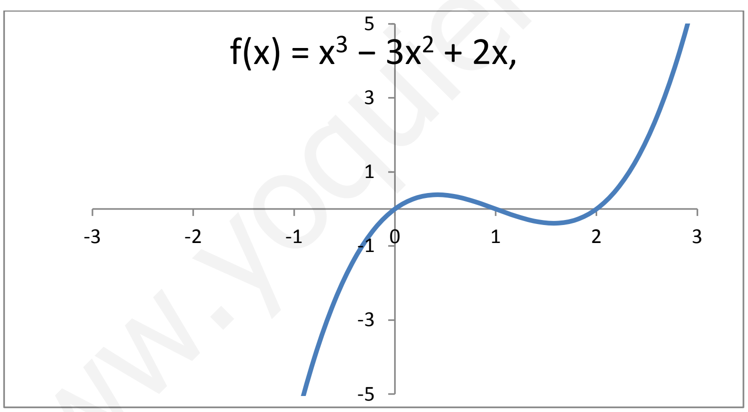
En $(-\infty, 1-\frac{\sqrt{3}}{3})$, f'(x) >0 $\Rightarrow$ f crecente

En $(1-\frac{\sqrt{3}}{3}, 1+\frac{\sqrt{3}}{3})$, f'(x) < 0 $\Rightarrow$ f decrecente

En $(1+\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$, f'(x) > 0 $\Rightarrow$ f crecente

$1-\sqrt{3}/3 \cong 0{,}42 \rightarrow$ máximo relativo

$1+\sqrt{3}/3 \cong 1{,}58 \rightarrow$ mínimo relativo



Área=$|\int_0^1 (x^3-3x^2+2x)dx|$+$\int_1^2 (x^3-3x^2+2x)dx|$

Aplicamos a regra de Barrow:

Area=$\int_0^1 (x^3-3x^2+2x)dx$+$\int_1^2 (-x^3+3x^2-2x)dx$=$(\frac{x^4}{4}-x^3+x^2]_0^1$+$(-\frac{x^4}{4}+x^3-x^2]_1^2$=

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\mathbf{\frac{1}{2}}$ **u²**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 3:

Peso = X $\sim$ N(μ, σ=120)

Intervalo de Confianza para μ (1499,9; 1539,1)

n = 144

a) Sabemos que L_1 = 1499,9 = $\bar{x} - Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; L_2 = 1539,1 = $\bar{x}$ + $Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Entón $\bar{x} = \frac{L_1+L_2}{2} = \frac{1499{,}9\ +\ 1539{,}1}{2} = \frac{3039}{2} = \mathbf{1519{,}5}$ **grs , media mostral**

Para calcular o n. c (1 – α)

$\bar{x} + Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 1539,1 $\Rightarrow$ $1519{,}5 + Z_{\alpha/2}\cdot\frac{120}{\sqrt{144}}$ = 1539,1

$10Z_{\alpha/2}$ = 19,6 $\Rightarrow$ $Z_{\alpha/2}$ = 1,96

(1 – $\frac{\alpha}{2} = 0{,}975$ $\Rightarrow$ $\frac{\alpha}{2}$ = 0,025 $\Rightarrow$ α = 0,05) $\rightarrow$ **n.c 95%**

b) **para calcular n**

como n. c 1 – α = 0,99 $\Rightarrow$ α = 0,01 $\Rightarrow$ $\frac{\alpha}{2}$ = 0,005 $\Rightarrow$ 1 – $\frac{\alpha}{2}$ = 0,995 $\Rightarrow Z_{\alpha/2}$ = 2,575

$\bar{x} + Z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 1539,1 $\Rightarrow$ 1519,5 + 2,575$\cdot\frac{120}{\sqrt{n}}$ = 1539,1

2,575 + $\frac{120}{\sqrt{n}}$ = 19,6 $\Rightarrow$ n = $\frac{120^2\times 2{,}575^2}{19{,}6^2}$ = 248,54

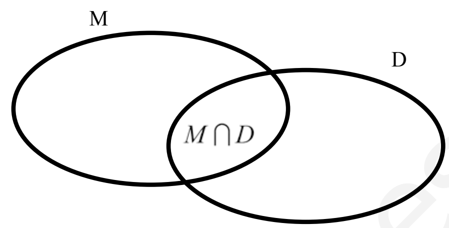
n ≥ 249 $\rightarrow$ Deberíamos pesar **ao menos 249 empanadas**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 4:



Sucesos: M = “maior de 30 anos”

D = “desempeña posto directivo”

Datos P(M) = 0,2; P(D) = 0,08; P(M$\cap$D) = 0,06

a) P($M \cap \overline{D}$) = P(M) – P(M$\cap$D) = 0,2 – 0,06 = 0,14 $\rightarrow$ **14%**

O 14% dos traballadores teñen mais de 30 anos e non desempeñan postos directivos.

b) P($\overline{D} \cap \overline{M}$) = P($\overline{D \cup M}$) = 1 – P($D \cup M$) = 1 – [P(D) + P(M) – P($D \cap M$)] =

= 1 – [0,2 + 0, 08 – 0,06] = **0,78** .

O 78% dos traballadores non son directivos nin maiores de 30 anos

c) P($D \cap \overline{M}$) = P(D) – P($D \cap M$) = 0,08 – 0,06 = 0,02 $\Rightarrow$ **2%**

$100 \times \frac{2}{100}$ = 2 $\rightarrow$ Dos 100 traballadores, **2 son directivos e non teñen mais de 30 anos**

Ou tamén a través de unha táboa:

	M	$\overline{M}$	
D	6	2	8
$\overline{D}$	14	78	92
	20	80	100

P($M \cap \overline{D}$) = $\frac{14}{100}$ $\rightarrow$ **14%**

P($\overline{D} \cap \overline{M}$) = $\frac{78}{100}$ $\rightarrow$ **78%**

P($D \cap \overline{M}$) = $\frac{2}{100}$ $\rightarrow$ 2% (2% de 100) = **2 persoas**

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

x = nº biscoitos tipo suave

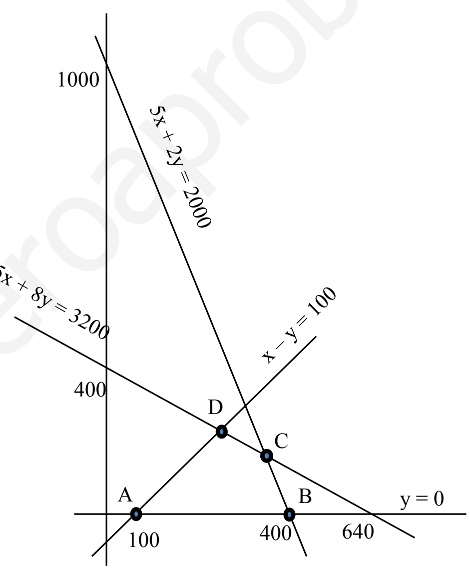
y = nº biscoitos tipo duro

250 gr = $\frac{1}{4}$ Kg = 0,25

a) Función obxectivo **Máx f(x, y) = 6x + 4,5y** s.a

$$\left.\begin{array}{r} 0,25x + 0,40y \le 160 \\ 0,25x + 0,10y \le 100 \\ x \ge y+100 \\ x \ge 0; y \ge 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 5x + 8y \le 3200 \\ 5x + 2y \le 2000 \\ x - y \ge 100 \\ x \ge 0; y \ge 0 \end{array}\right.$$

b) Vértices



A: $\left.\begin{array}{r} y=0 \\ x-y=100 \end{array}\right\} A(100,0)$

B: $\left.\begin{array}{r} y=0 \\ 5x+2y=2000 \end{array}\right\} B(400,0)$

C: $\left.\begin{array}{r} 5x+8y=3200 \\ 5x+2y=2000 \end{array}\right\} C(320,200)$

D: $\left.\begin{array}{r} x-y=100 \\ 5x+8y=3200 \end{array}\right\} D(\frac{4000}{13},\frac{2700}{13})$

c) Avaliamos a función obxectivo nos vértices

f(A) = 600

f(B) = 2400

f(C) = 6x320 + 4,5x200 = **2820** $\rightarrow$ Máximo, **solución óptima**

f(D) = $\frac{36150}{13}$ = 2780,77

Debe fabricar **320 biscoitos suaves** e **200 duros** para maximizar as vendas.

As vendas ascenden a 2820 €

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 2:

a) Estudamos o crecemento e decrecemento da función salario:

En (0, 1) $\rightarrow$ S'(t) = 0 $\Rightarrow$ S(t) constante en (0, 1)

En (1, 2) $\rightarrow$ S(t) = 25 + 10t

S'(t) = 10 > 0 $\Rightarrow$ S(t) crecente en (1, 2)

En (2, 5) $\rightarrow$ S(t) = – 0, 5 t^2 + 4t + 39

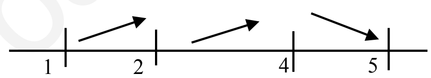
S'(t) = – t + 4 $\rightarrow$ S'(t) = 0 $\Rightarrow$ t = 4

(2, 4) S'(t) > 0 $\Rightarrow$ S(t) crecente

(4, 5) S'(t) < 0 $\Rightarrow$ S(t) decrecente

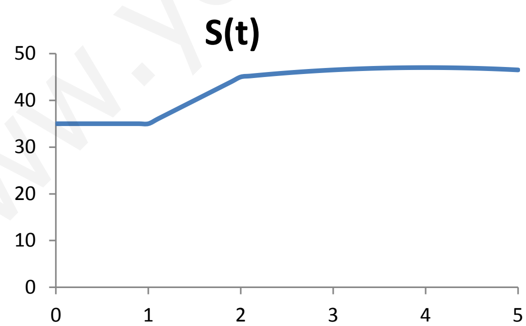
t_0 = 4 máximo relativo; S(4) = 47

	(2, 4)	(4, 5)
t	t = 3	t = 4,5
Signo S'(t)	S'(t) > 0	S'(t) < 0



S(1^-) = 35 S(1) = 35 S(2^-) = 45 S(2) = 45

S(0) = 35 S(5) = 46,5



b) En t = 4, S(4) máx. **O salario máximo alcanzouse despois de 4 anos ascendendo a 47 "unidades monetarias" (u. m) diarias.**

O salario mínimo tívoo desde o comezo ata transcorrido 1 ano **(todo o primeiro ano)** e o seu valor **35 u.m.**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 3:

Sucesos: B = “practicar baloncesto”

T = “practicar tenis”

P(B) = 0,3 P(T|B) = 0,4 P(T| $\overline{B}$) = $\frac{1}{4}$ = 0,25

a) **P($B \cap T$)** = P(B)xP(T|B) = 0,3x0,4 = **0,12**

P(T|B) = $\frac{P(T \cap B)}{P(B)}$ P($\overline{B}$) = 1 – P(B)

b**) P(T)** = P(T|B)xP(B) + P(T| $\overline{B}$)x P($\overline{B}$) = 0,4x0,3 + 0,25x0,7 = 0,12 + 0,175 = **0,295**

c) B y T independentes se P($B \cap T$) = P(B)xP(T)

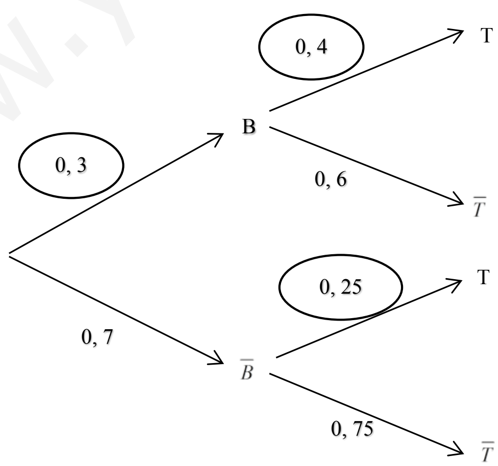
P($B \cap T$) = 0,12

P(B)xP(T) = 0,3x0,295 = 0,0885

P($B \cap T$) $\neq$ P(B)xP(T) por o tanto **“practicar tenis”** e **“practicar baloncesto” non son sucesos independentes.**

(Ou ben vendo que P(T) $\neq$ P(T|B))

- Tamén podemos resolvelo a través dun diagrama de árbore



Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 4:

X = peso produto por envase X $\sim$ N(μ, σ = 9)

n = 100; $\bar{x}$ = 245

a) o intervalo de confianza para μ e da forma: $\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)_{1-\alpha}$

1 – α = 0,95 $\Rightarrow$ 1 – α/2 = 0,975 $\rightarrow$ $z_{\alpha/2}$= 1,96

L_1 = 245 – 1,96x$\frac{9}{\sqrt{100}}$ = 245 – 1,764 = 243,236

L_2 = 245 + 1,96x$\frac{9}{\sqrt{100}}$ = 245 + 1,764 = 246,764

O intervalo pedido e (243,236 , 246,764)$_{95\%}$

b) Calculamos **n**, tamaño de mostra, a un n,c 90% cun erro máximo de 2 g

erro= e = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 2$

1 – α = 0,9 $\Rightarrow$ 1 – α/2 = 0,95 $\rightarrow$ $z_{\alpha/2}$= 1,645

1,645$\cdot\frac{9}{\sqrt{n}} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{n} \geq \frac{1,645\text{x}9}{2} \Rightarrow n \geq \frac{1,645^2\text{x}9^2}{2^2}$ = 54,797 $\Rightarrow$ n$\geq$55

Necesitaríase un **tamaño de mostra** de **ao menos 55** produtos.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE SETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN A

Exercicio 1:

x = Vendas P_1

y = Vendas P_2

z = Vendas P_3

a)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}}_{B}$$

b)

$A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)}(A^*)^t$; det(A) = (1 – 1 – 2 – 2 – 1 – 1) = – 6

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix};\ (A^*)^t = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -3 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix};\ A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$A \cdot X = B \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{matrix}$$

Vendas de P_1 = 1; Vendas de P_2 = 2; Vendas de P_3 = 3

Ou resolvendo o sistema $\left.\begin{matrix} x+y+z=6 \\ x+y-z=0 \\ 2x-y+z=3 \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} 2(x+y)=6 \\ 3x=3 \quad \Rightarrow x=1; y=2 \\ \\ z=3 \end{matrix}\right\}$

$\Rightarrow$ **Solución x = 1, y = 2 , z=3**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 2:

N(t) = 5 + $\frac{20t}{1+t^2}$, t $\geq$ 0 (t meses)

a) N'(t) = $\frac{20\left(1+t^2\right)-2t\left(20t\right)}{(1+t^2)^2}$ = $\frac{20+20t^2-40t^2}{(1+t^2)^2}$ = $\frac{20-20t^2}{(1+t^2)^2}$ = $\frac{20(1-t^2)}{(1+t^2)^2}$ = 0 $\Leftrightarrow$

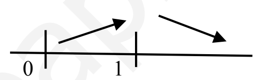
$20(1 - t^2) = 0 \Leftrightarrow 1 - t^2 = (1 - t)(1 + t) = 0 \quad \Leftrightarrow t = \begin{cases} 1 \\ -1 (Non Vale) \end{cases}$

t = 1 punto crítico

(0, 1) N'(t) > 0 $\Rightarrow$ N crecente

(1, ∞) N'(t) < 0 $\Rightarrow$ N decrecente

	(0, 1)	(1, ∞)
t	t = 0,5	t = 2
Signo N'(t)	N'(t) > 0	N'(t) < 0

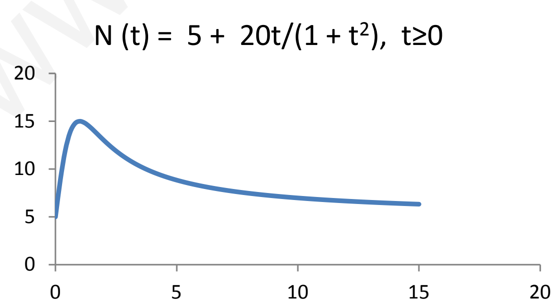


En t = 1 hai un máximo de N(t)

Máx N(t) = 5 + $\frac{20}{2}$ = 15; **"15.000 unidades de demanda máxima no mes 1"**

b) $\lim_{t\to\infty}$ N(t) = 5 + $\lim_{t\to\infty} \frac{20t}{1+t^2}$ = 5 **As vendas tenden a 5.000 unidades**

N(0) = 5 N(1) = 15



CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Máx N(t) en t = 1

Cando e N(t) $\leq$ 11, t > 1?

$5 + \frac{20t}{1+t^2} = 11 \Rightarrow \frac{20t}{1+t^2} = 6 \Rightarrow 20t - 6 - 6t^2 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0$

$t = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} = \begin{cases} 3 & \text{Baixaría de 11.000 no mes 3} \\ 1/3 & \text{(Non vale (1/3<1))} \end{cases}$

Exercicio 3:

Sexan os sucesos

CI **"ter contrato indefinido"**

H **"ser home"**

M **"ser muller"**

	CI	$\overline{CI}$	
H	49	21	70%
M	24	6	30%
	73	27	100

a) $P(CI) = \frac{49}{100} + \frac{24}{100} \Rightarrow 73\%$

b) $P(M \mid CI) = \frac{P(M \cap CI)}{P(CI)} = \frac{24/100}{73/100} = \frac{24}{73} = 0{,}32877$

c) Son independentes os sucesos CI e H se

$P(H \cap CI) = P(H) \times P(CI)$

$P(H \cap CI) = P(H)\ \ P(CI \mid H) = 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}49$

$P(H) = 0{,}7;\ P(CI) = 0{,}73;\ P(H) \times P(CI) = 0{,}511$

$P(H \cap CI) = 0{,}49 \neq P(H) \times P(CI) = 0{,}511$

Os sucesos "**ser home**" e "**ter contrato indefinido**" NON SON independentes.

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 4:

p = proporción peixes dourados

n = 700; $\hat{p} = \frac{70}{700} = 0{,}1$

a) IC para p: $(\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}})$

$1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow \alpha = 0{,}01 \Rightarrow \alpha/2 = 0{,}005 \Rightarrow 1 - \alpha/2 = 0{,}995$

$z_{\alpha/2} = 2{,}575 \begin{cases} 2{,}57 \\ 2{,}58 \end{cases}$

$L_1 = 0{,}1 - 2{,}575\sqrt{\frac{0{,}1 \times 0{,}9}{700}} = 0{,}1 - 2{,}575 \times 0{,}011339 = 0{,}0708$

$L_2 = 0{,}1 + 2{,}575 \times 0{,}011339 = 0{,}1292$

O intervalo de confianza para a proporción e $\begin{matrix} IC\,(0{,}0708\,, & 0{,}1292) \\ 7{,}07\% & 12{,}92\% \end{matrix}$

A un nivel de confianza do 99% a proporción de peixes dourados estará entre 7,07% e 12,92%

b) e = $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ = 2,575 x 0,011339 = 0,0292 $\rightarrow$ e = 2,92%

c) n.c. = $1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow z_{\alpha/2} > 2{,}575 \Rightarrow$ e = $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ **aumenta.**

(Ou ben calculando de novo o valor do erro)

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

Exercicio 1:

x = nº reprodutores de A.

y = nº reprodutores de B.

a) Formulación problema

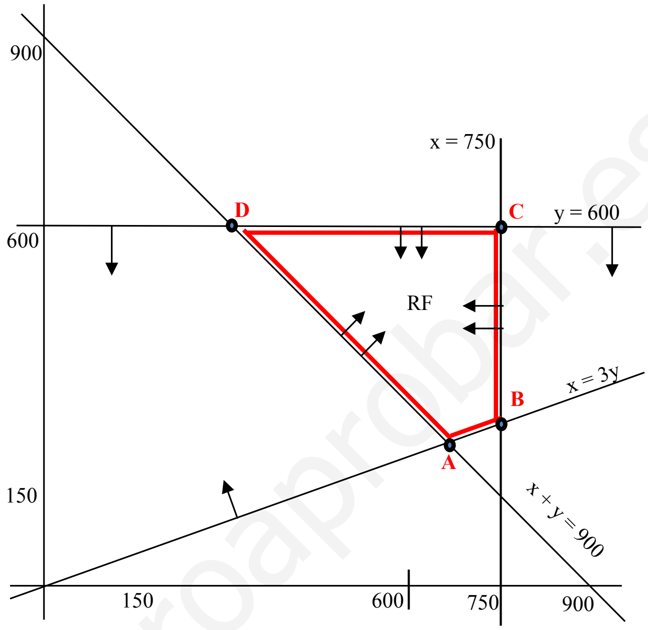
$x \leq 750$

$x \leq 600$

$x + y \geq 900$

$x \leq 3y$

$x \geq 0;\ y \geq 0$



Vértices:

$\left.\begin{aligned} x+y&=900 \\ x&=3y \end{aligned}\right\}$ A (675, 225) $\left.\begin{aligned} x&=750 \\ y&=600 \end{aligned}\right\}$ C (750, 600)

$\left.\begin{aligned} x&=3y \\ x&=750 \end{aligned}\right\}$ B (750, 250) $\left.\begin{aligned} x+y&=900 \\ y&=600 \end{aligned}\right\}$ D (300, 600)

x = 400, y = 400; (400, 400) $\notin$ RF

x + y = 400 + 400 = 800 (non é maior que 900)

Non se poderían enviar 400 unidades desde cada almacén

b) Optimización: Min f(x, y) = 0,30 x + 0,25 y

f(A) = 0,30 $\times$ 675 + 0,25 $\times$ 225 = 258,75

f(B) = 0,30 $\times$ 750 + 0,25 $\times$ 250 = 287,5

f(C) = 0,30 $\times$ 750 + 0,25 $\times$ 600 = 375

f(D) = 0,30 $\times$ 300 + 0,25 $\times$ 600 = 240 $\rightarrow$ **SOLUCIÓN ÓPTIMA**

Deberían enviarse 300 unidades do almacén A e 600 do B.

O custo ascende a 240 €.

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

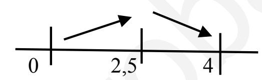
Exercicio 2:

$$G(t)=\begin{cases}10(5t-t^2) & se \quad 0\le t\le 4\\ 80-10t & se \quad 4<t\le 10\end{cases}$$

a) Estudiamos G'(t)

No intervalo (0, 4) $G'(t) = 10(5 - 2t) = 0 \Leftrightarrow 5 = 2t \Leftrightarrow t = 2,5$ pto. Crítico

	(0, 2,5)	(2,5, 4)
t	t = 1	t = 3
Signo G'(t)	G'(t) > 0	G'(t) < 0



No intervalo (4, 10) $G'(t) = -10t < 0,\ \forall t \in (4, 10) \Rightarrow$ G decrecente en (4, 10)

G(t) é crecente en (0, 2,5)

G(t) é decrecente en (2,5, 4) e en (4, 10)

"Desde a súa apertura, a principios de 2008, ata a metade de 2010 produciuse un aumento de ganancias"

"Desde mediados de 2010 ata principios de 2018 hai diminución de ganancias"

b) En t = 2,5 G(2,5) máximo G(2,5) = 62,5

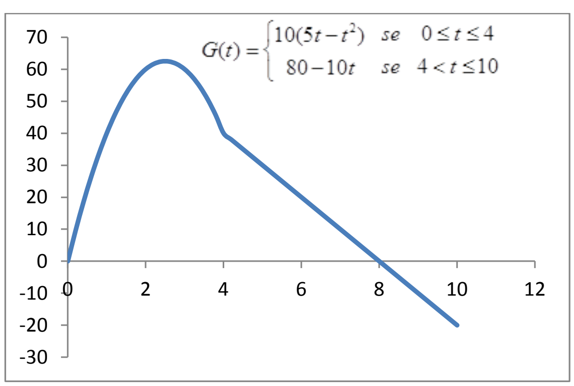
Ganancias máximas 62.500 € a mediados de 2010

c) Gráfica G(t)

G(0) = 0 (0, 0)

G(4) = 40 (4, 40)

$G(4^+) = 40$; G(10) = – 20 (10, –20)



CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

→ **¿En algún ano non houbo ganancias?**

En (0,4) G(t) = 0 si $10(5t-t^2) \Leftrightarrow 10t(5-t)=0 \begin{cases} t=0 \rightarrow (NonVale) \\ t=5 \rightarrow (NonVale) \end{cases}$

En (4,10) G(t) = 0 si $80-10t=0 \Leftrightarrow t=8,$ en 2016 non houbo ganancias

→ **¿A partir de algún ano deixa de ser rentable?**

G(t) < 0 $\Leftrightarrow$ $80-10t<0$ $\Leftrightarrow$ $t>8$

"Deixou de ser rentable a partir de 2016 ata principios de 2018" (pode verse tamén na gráfica).

Exercicio 3:

Sexan os sucesos M: Mozo e A, B, C marcas respectivas

	A	B	C	
M	18	10	36	64
$\overline{M}$	42	40	54	136
	60	50	90	200

a) P(M) = $\frac{64}{200}$ = 0,32

b) P(B | M) = $\frac{P(B\cap M)}{P(M)}$ = $\frac{10}{64}$ = 0,15625

P(A) = $\frac{60}{200}$ = 0,3 P(M | A) = 0,3

P(B) = $\frac{50}{200}$ = 0,25 P(M | B) = 0,2

P(C) = $\frac{90}{200}$ = 0,45 P(M | C) = 0,4

a) P(M) = P(M | A)×P(A) + P(M | B)×P(B) + P(M | C)×P(C) =

= 0,3×0,3 + 0,2×0,25 + 0,4×0,45 = 0,09 + 0,05 + 0,18 = 0,32

b) P(B | M) = $\frac{P(B\cap M)}{P(M)}$ = $\frac{P(B)\times P(M|B)}{P(M)}$ = $\frac{0,2\times 0,25}{0,32}$ = 0,15625

CONVOCATORIA DESETEMBRO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS CIENCIAS SOCIAIS II (Cód. 40) OPCIÓN B

c) Son M e A sucesos independentes?

A e M independentes $\begin{cases} P(A\cap M) = P(A)\times P(M) \\ ou \quad P(M|A) = P(M) \\ ou \quad P(A|M) = P(A) \end{cases}$

P(A$\cap$M) = P(A)$\times$P(M | A) = 0,3$\times$0,3 = 0,09

P(M) = 0,32; P(A) = 0,3 P(A$\cap$M) $\neq$ P(A)$\times$P(M)

Os sucesos M e A no son independentes

Exercicio 4:

I.C para μ = gasto medio: $(199{,}71\ ,\ 220{,}29)_{95\%} = (\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

a) $\hat{\mu} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{199{,}71 + 220{,}29}{2}$ = **210 € gasto medio**

e = $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = $L_2 - \hat{\mu}$ = 220,29 – 210 = **10,29 €**

b) X = gasto en teléfono $\in$ N(μ, σ = 42)

1 – α = 0,95 $\Rightarrow$ α = 0,05 $\Rightarrow$ $\alpha/2$ = 0,025 $\Rightarrow$ 1 – $\alpha/2$ = 0,975 $\Rightarrow$ $z_{\alpha/2}$ = 1,96

$\underbrace{e = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{n=\frac{z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{e^2}}$ = 10,29 ; 10,29 = 1,96$\frac{42}{\sqrt{n}}$ $\Rightarrow$ n = $\frac{1{,}96^2 \times 42^2}{10{,}92^2}$ = 64

n = tamaño mostra = 64

CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA — USC	Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade XUÑO 2017	Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos*)

OPCIÓN A

1. Consideremos as matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) Calcula os valores de x e y para os que se cumpre a igualdade $C\cdot\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(b) Determina o rango das matrices A e B.

(c) Calcula X na ecuación matricial $X + A^t = 2I + B$, A^t matriz trasposta de A e I matriz identidade de orde 3.

2. O número de unidades en miles vendidas por unha empresa do sector editorial durante o seu primeiro ano de existencia, estimouse pola función $V(t)=\begin{cases} 12t-t^2 & \text{se } 0\le t\le 7 \\ t^2-18t+112 & \text{se } 7<t\le 12 \end{cases}$, t é o tempo transcorrido en meses desde a creación da empresa.

(a) Nos primeiros sete meses, calcula as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron. Xustifica se estas foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano. Representa a gráfica de $V(t)$.

(b) A partir do séptimo mes, ¿en que período o número de vendas foi menor ou igual a 32000 unidades?

3. Segundo certo estudo do departamento de vendas duns grandes almacéns, o 30% dos seus clientes son homes, o 25% dos seus clientes adquiren algún produto do departamento de electrónica e o 40% dos que adquiren algún produto do departamento de electrónica son mulleres.

(a) ¿Que porcentaxe dos seus clientes son mulleres e adquiren algún produto do departamento de electrónica?

(b) Se un cliente elixido ao azar é home, calcula a probabilidade de que non adquira algún produto do departamento de electrónica.

4. Unha empresa informática lanzou ao mercado un produto do que sabe que a súa vida útil, en anos, segue unha distribución normal de media μ e desviación típica $\sigma = 1{,}6$ anos.

(a) Para unha mostra aleatoria de 100 produtos, a vida media útil foi de 4,6 anos. Calcula un intervalo do 95% de confianza para estimar a vida media útil do produto. Interpreta o intervalo obtido.

(b) Supoñamos que a vida útil do produto segue unha distribución $N(4{,}6,\ 1{,}6)$ e tómase unha mostra aleatoria de 64 produtos. Calcula a probabilidade de que a vida media útil da mostra estea entre 4,25 e 4,95 anos.

OPCIÓN B

1. Sexa a función lineal $f(x,y)=2x-3y$ suxeita ás restricións $x+2y\le 40$, $x+y\ge 5$, $3x+y\le 45$, $x\ge 0$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula o punto ou puntos desa rexión onde a función alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo.

2. Os beneficios dunha compañía en millóns de euros, nos seus primeiros sete anos, foron estimados pola función $B(x)=ax^3-3x^2+bx,\ 0\le x\le 7,$ onde x indica o tempo transcorrido en anos, desde a súa fundación.

(a) Calcula os valores de a e b sabendo que a compañía tivo uns beneficios máximos de 8 millóns de euros no segundo ano.

(b) Supoñamos que a = 1/4 e b = 9. Determina cando a empresa non tivo beneficios. Calcula $\int_0^6 B(x)\,dx$.

3. Un artigo distribuído en tres marcas distintas A, B e C véndese nun supermercado. Obsérvase que o 30% das vendas diarias do artigo son da marca A, o 50% son da marca B e o resto son da marca C. Sábese ademais que o 60% das vendas da marca A realízase pola mañá, o 55% das vendas da marca B pola tarde e o 40% da marca C véndese pola mañá.

(a) Calcula a porcentaxe de vendas do artigo efectuadas pola mañá.

(b) Se a venda se efectuou pola tarde, calcula a probabilidade de que o artigo sexa da marca C.

4. Como resultado dunha enquisa na que se utilizou o suposto de máxima indeterminación (p = 1 – p = 1/2) afírmase que, cun 97,56% de confianza, a porcentaxe de individuos dunha poboación que considera o alcol e/ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico, está entre o 57,5% e o 62,5%.

(a) Calcula o número de individuos desa poboación aos que se lles realizou a enquisa.

(b) Dos que se lles realizou a enquisa, ¿cantos contestaron que a causa principal dos accidentes é o alcol e/ou as drogas?

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA
Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade
Código: 40
SETEMBRO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos*)

OPCIÓN A

1. Sexan as matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&a\\0&1&a\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&b&1\\0&1&0\end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&1\\0&c&c\end{pmatrix}$.

(a) Calcula os valores de a, b e c para que se satisfaga a igualdade $A\cdot B+B\cdot C=2I$, I matriz identidade de orde 3.
(b) Para a = 4, b = –3 e c = 1 calcula o rango da matriz $A + B - 2C$.

2. O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola función:

$$P(t)=\begin{cases}15+2t-t^2, & 0\le t\le 3\\ \frac{1}{3}t+11, & 3<t\le 12\end{cases}$$, sendo t o tempo transcorrido en meses.

(a) Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.
(b) Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función $P(t)$.

3. O 60% dos individuos dunha poboación está vacinado contra certa enfermidade. Durante unha epidemia sábese que o 20% contraeu a enfermidade e que o 3% está vacinado e contraeu a enfermidade.

(a) Calcula a porcentaxe de individuos que contraeu a enfermidade, entre os que non están vacinados.
(b) Calcula a porcentaxe de individuos vacinados, entre os que contraeron a enfermidade. Xustifica se os sucesos "estar vacinado" e "contraer a enfermidade" son dependentes ou independentes.

4. (a) Nunha mostra aleatoria de 200 clientes dun centro comercial, 150 efectúan as súas compras utilizando a tarxeta propia do centro. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de clientes que efectúan as compras utilizando a tarxeta propia do centro. Interpreta o intervalo obtido.
(b) Se se sabe que 8 de cada 10 clientes do centro comercial utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro e tomamos unha mostra aleatoria de 100 clientes, ¿cal é a probabilidade de que a proporción de clientes da mostra que utilizan a tarxeta propia do centro sexa superior a 0,75?

OPCIÓN B

1. Unha fábrica de materiais plásticos produce dous tipos de colectores A e B. A súa produción semanal debe de ser de polo menos 10 colectores en total e o número de colectores de tipo B non pode superar en máis de 10 ao número dos de tipo A. Ademais, cada colector de tipo A ten uns custos de produción de 150€ e cada colector de tipo B de 100€, dispoñendo dun máximo de 6000€ semanais para o custo total de produción.

(a) Formula o sistema de inecuacións. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.
(b) Se cada colector de tipo A xera uns beneficios de 130€ e o de tipo B de 140€, ¿cantos colectores de cada tipo terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo?

2. Sexan as funcións $f(x)=x^2+2x-8$ e $g(x)=-x^2+4$.

(a) Representa o recinto limitado polas gráficas de $f(x)$ e $g(x)$, estudando os puntos de corte cos eixes, máximos, mínimos e os puntos nos que se cortan ambas as funcións.
(b) Calcula a área do devandito recinto.

3. Unha multinacional realiza operacións comerciais en tres mercados A, B e C. O 20% das operacións corresponden ao mercado B e nos mercados A e C realiza o mesmo número de operacións. Prodúcense atrasos no pago no 15%, 10% e 5% das operacións realizadas nos mercados A, B e C, respectivamente.

(a) Calcula a porcentaxe de operacións da multinacional nas que se producen atrasos no pago.
(b) ¿Que porcentaxe das operacións nas que se atrasou o pago foron realizadas no mercado A?

4. O tempo de formación, en horas, que necesita un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución $N(\mu,\ \sigma=15)$.

(a) Elixida unha mostra de 36 empregados da empresa, obtense o intervalo de confianza (321,1, 330,9) para a media μ. Calcula o tempo medio de formación dos empregados da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.
(b) Supoñamos que o tempo de formación, en horas, que necesita un empregado desa empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución $N(\mu=326,\ \sigma=15)$. Calcula a probabilidade de que o tempo medio de formación non supere as 330 horas, en mostras de 36 empregados.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Operar coas matrices e formular as dúas ecuacións: **0,50 puntos**.
- Calcular os valores de x e y: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Determinar o rango da matriz A: **0,50 puntos**.
- Determinar o rango da matriz B: **0,50 puntos**.

(c) **1 punto:**
- Despexar a matriz X na ecuación matricial: **0,25 puntos**.
- Operar alxébricamente coas matrices e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **2,25 puntos**:
- Calcular a primeira derivada no primeiro anaco e o punto crítico: **0,25 puntos**.
- Xustificar que nese punto a función presenta un máximo : **0,25 puntos**.
- Calcular, no contexto do exercicio, as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron: **0,50 puntos**.
- Xustificar que non foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano: **0,75 puntos**.
- Representación gráfica: **0,50 puntos**.

(b) **0,75 puntos**:
- Calcular o intervalo no que a función é menor ou igual a 32: **0,50 puntos**.
- Responder no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Realizar os calculos precisos na probabilidade condicionada anterior e resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,75 puntos:**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Determinar a distribución da media muestral: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,25 puntos**.
- Resultado: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,25 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,25 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices**)**.

(b) **0´75 puntos**:
- Calcular os valores da función obxectivo en cada un dos catro vértices: **0,25 puntos**.
- Puntos da rexión factible onde a función alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira derivada da función: **0,25 puntos**.
- Formular as dúas ecuacións coas condicións de máximo no punto dado e de pasar a función por ese punto: **0,75 puntos**.
- Obter o valor de *a* e de *b*: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Determinar cando a empresa non tivo beneficios: **0,50 puntos**.
- Calcular a integral indefinida: **0,50 puntos**.
- Aplicar a regra de Barrow e resultado: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado do exercicio e obter o resultado: **0,75 puntos**.
- Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Calcular o radio do intervalo de confianza dado: **0,25 puntos**.
- Obter $z_{a/2}$: **0,25 puntos**.
- Identificar o valor do radio coa expresión numérica que lle corresponde e obter o valor de *n*: **0,50 puntos**.
- Responder no contexto do exercicio: **0,25 puntos.**

(b) **0,75 puntos:**
- Calculo do valor da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Calcular cantos, dos que se lles realizou a enquisa, contestaron que a causa principal dos accidentes é o alcol e/ou as drogas: **0,50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2 puntos:**
- Calcular o produto das matrices $A \cdot B$: **0,50 puntos**.
- Calcular o produto das matrices $B \cdot C$: **0,50 puntos**.
- Formular as ecuacións e calcular os valores de *a*, *b* e *c*: **1 punto**.

(b) **1 punto:**
- Calcular a matriz $A + B - 2C$: **0,25 puntos**.
- Determinar o rango da matriz anterior: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos**:
- Calcular a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Determinar os períodos de crecemento e decrecemento no contexto do enunciado: **0,75 puntos**.
- Calcular o valor da función nos puntos extremos: **0,25 puntos**.
- Obter o prezo máximo e o prezo mínimo: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos**:
- Formular a inecuación pedida e resolvela no primeiro anaco: **0,25 puntos**.
- Formular a inecuación pedida e resolvela no segundo anaco: **0,25 puntos**.
- Responder no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.
- Representar a gráfica da función: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Obter o resultado e expresalo en porcentaxe: **0,25 puntos**.
- Xustificar que os sucesos son dependentes: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Calcular o valor da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Determinar a distribución da proporción muestral: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,50 puntos:**
- Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.
- Vértices da rexión factible: **0,75 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos.**

(b) **0,50 puntos:**
- Determinar a función obxectivo a maximizar: **0,25 puntos**.
- Obter o número de colectores de cada tipo que terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Calcular os puntos de corte das funcións cos eixes: **0,50 puntos**.
- Polo cálculo do máximo e do mínimo: **0,50 puntos**.
- Polos puntos nos que se cortan ambas as funcións: **0,25 puntos**.
- Representar o recinto pedido: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Expresión da área pedida: **0,50 puntos**.
- Cálculo da integral indefinida: **0,25 puntos**.
- Aplicar a regra de Barrow e resultado: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado do exercicio e obter o resultado: **0,75 puntos**.
- Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Calcular o valor da media muestral: **0,25 puntos**.
- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,25 puntos**.
- Obter $z_{a/2}$: **0,25 puntos**.
- Uso da táboa e obter o nivel de confianza: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Determinar a distribución da media muestral: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Uso das táboas e resultado: **0,25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) **1 punto**. Calcula os valores de x e y para os que se cumpre a igualdade $C\cdot\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Calcular $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2x-3y \\ x+y \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Calcular $\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1+x \\ -y-1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Calcular os valores de x e y $\begin{pmatrix} -2x-3y \\ x+y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x-1 \\ -y-1 \end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases} -3x-3y=-1 \\ x+2y=-1 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=5/3 \\ y=-4/3 \end{cases}$ **0´50 puntos**.

(b) **1 punto.** *Determina o rango das matrices A e B.*

- Calcular o det(A) =16 **0´25 puntos**. Concluír que, como det(A) ≠ 0 entón o rango(A) =3 **0´25 puntos**.
- Calcular $\det(B)=0\Rightarrow$ rango(B) < 3. O menor, por exemplo, $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ ten $\det\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=6\neq 0$ **0´25 puntos**. Concluír que o rango (B) = 2 **0´25 puntos**.

(c) **1 punto.** *Calcula X na ecuación matricial* $X+A^t=2I+B$, *A^t matriz trasposta de A e I matriz identidade de orde 3.*

- Despexar X na ecuación matricial, $X=2I+B-A^t$ **0´25 puntos**.
- Determinar a trasposta da matriz A, $A^t=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Calcular $2I+B=\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Chegar ao resultado $X=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O número de unidades en miles vendidas por unha empresa do sector editorial durante o seu primeiro ano de existencia, estimouse pola función $V(t)=\begin{cases} 12t-t^2 & \text{se } 0\leq t\leq 7 \\ t^2-18t+112 & \text{se } 7<t\leq 12 \end{cases}$, t é o tempo transcorrido en meses desde a creación da empresa.

(a) **2´25 puntos**. *Nos primeiros sete meses, calcula as vendas máximas e o mes no que se alcanzaron. Xustifica se estas foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano. Representa a gráfica de V(t).*

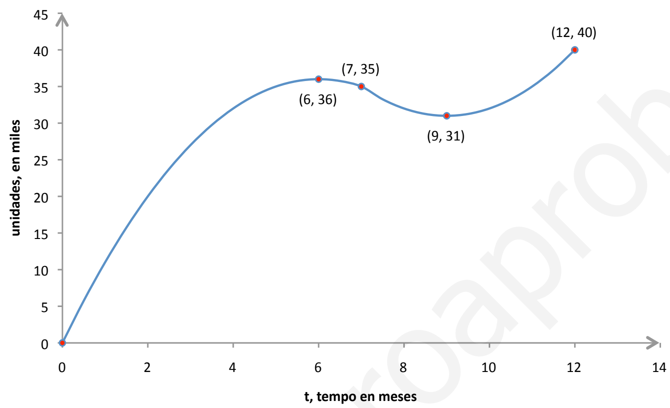
– Determinar a primeira derivada da función no primeiro anaco e o punto crítico
No intervalo (0, 7)

$$\left.\begin{array}{l} V'(t) = 12 - 2t;\ V'(t) = 0 \Rightarrow t = 6 \\ V''(t) = -2 < 0,\ \textit{para todo } t \end{array}\right\} \Rightarrow \textit{No punto } t = 6\ V(t) \textit{ presenta un máximo relativo e } V(6) = 36$$ **0´50 puntos**.

"Nos primeiros sete meses, as vendas foron máximas no sexto mes **0´25 puntos**.
"*E foron de 36000 unidades"* **0´25 puntos**.
Xustifiquemos se estas foron ou non as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano:
– No intervalo (7, 12)

$$\left.\begin{array}{l} V'(t) = 2t - 18;\ V'(t) = 0 \Rightarrow t = 9 \\ V''(t) = 2 > 0,\ \textit{para todo } t \end{array}\right\} \Rightarrow \textit{No punto } t = 9\ V(t) \textit{ presenta un mínimo relativo e } V(9) = 31$$ **0´25 puntos**.

– Estudamos o valor da función no punto extremo da función, $t = 12$ $V(12) = 40$ **0´25 puntos**.
"Non foron as máximas vendas alcanzadas pola empresa nese ano, xa que as vendas máximas nese ano alcanzáronse no último mes e foron 40000 unidades" **0´25 puntos**.
– Representación gráfica de $V(t)$ **0´50 puntos**.



(b) **0´75 puntos**. *A partir do séptimo mes, ¿en que período o número de vendas foi menor ou igual a 32000 unidades?*

– Formulamos a inecuación:

$$t^2 - 18t + 112 \le 32 \Leftrightarrow t^2 - 18t + 80 \le 0$$ **0´25 puntos**.

– Resolvemos a ecuación $t^2 - 18t + 80 = 0 \left\langle \begin{array}{l} t = 8 \\ t = 10 \end{array}\right.$ **0´25 puntos**.

– Responder no contexto do exercicio:
"Entre o oitavo e o décimo mes as vendas foron inferiores ou iguais a 32000 unidades" **0´25 puntos**.

<u>Exercicio 3</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo certo estudo do departamento de vendas duns grandes almacéns, o 30% dos seus clientes son homes, o 25% dos seus clientes adquiren algún produto do departamento de electrónica e o 40% dos que adquiren algún produto do departamento de electrónica son mulleres.

(a) **1 punto.** *¿Que porcentaxe dos seus clientes son mulleres e adquiren algún produto do departamento de electrónica?*

Sexan os sucesos:
"H": un cliente, elexido ao azar, é home; "M": un cliente, elexido ao azar, é muller; "A": un cliente, elexido ao azar, adquire algún produto do departamento de electrónica.
Datos: $P(H) = 0´3;\ P(A) = 0´25;\ P(M/A) = 0´4$.

– Formular a probabilidade pedida: $P(M \cap A)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade anterior e resultado $P(M \cap A) = P(A) \cdot P(M/A) = 0{,}25 \cdot 0{,}4 = 0{,}1$ **0´50 puntos**.

– Expresar o resultado coma porcentaxe, respondendo á pregunta do exercicio:
"O 10% dos clientes son mulleres e adquiren algún produto do departamento de electrónica" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto.** *Se un cliente elixido ao azar é home, calcula a probabilidade de que non adquira algún produto do departamento de electrónica.*

– Formular a probabilidade pedida: $P\left(\bar{A}/H\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade anterior: $P\left(\bar{A}/H\right)=\dfrac{P\left(\bar{A}\cap H\right)}{P(H)}=\dfrac{P(H)-P\left(A\cap H\right)}{P(H)}=\dfrac{0´3-0´25(1-0´4)}{0´3}=0´5$ **0´75 puntos**.

Este apartado tamén pode resolverse, de maneira moito máis sinxela, construindo a táboa de continxencia, pero para iso é necesario coñecer o resultado do apartado (a),

	A	$\bar{A}$	
H	15	15	30
$\bar{H}\equiv M$	(a) 10	60	70
	25	75	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha empresa informática lanzou ao mercado un produto do que sabe que a súa vida útil, en anos, segue unha distribución normal de media μ e desviación típica σ = 1´6 anos.

(a) **0´75 puntos.** *Para unha mostra aleatoria de 100 produtos, a vida media útil foi de 4´6 anos. Calcula un intervalo do 95% de confianza para estimar a vida media útil do produto. Interpreta o intervalo obtido*.

– Sexa X : *vida útil, en anos, dun produto informático.*
Sabemos que
$X \sim N(\mu,\sigma=1´6)$
$\downarrow n=100$
$\bar{X}$ *media muestral* : *vida media útil, en mostras de* 100 *produtos* $\xrightarrow[\text{valor particular do estatístico para a mostra dada}]{}$ $\bar{x}=4´6$ *anos*

– Os estatísticos L_1 e L_2, extremo esquerdo e dereito, respectivamente, do intervalo de confianza pedido, avaliados para a mostra dada son.

$L_1:\bar{X}-z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\rightarrow 4´6-1´96\cdot\dfrac{1´6}{\sqrt{100}}=4´6-0´3136=4´2864$ **0´25 puntos**

$L_2:\bar{X}+z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\rightarrow 4´6+1´96\cdot\dfrac{1´6}{\sqrt{100}}=4´6+0´3136=4´9136$ **0´25 puntos**

"*Estímase a vida media útil do produto informático entre, aproximadamente, 4´29 anos e 4´91 anos, cun 95% de confianza" (máximo erro cometido nesta estimación 0´31 anos)* **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Supoñamos que a vida útil do produto segue unha distribución N(4´6, 1´6) e tómase unha mostra aleatoria de 64 produtos. Calcula a probabilidade de que a vida media útil da mostra estea entre 4´25 e 4´95 anos.*

– Determinamos a distribución da media muestral:
$\bar{X}$: *media muestral* $\sim N\left(\mu,\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\equiv N\left(4´6,\dfrac{1´6}{\sqrt{64}}\right)\equiv N(4´6,0´2)$ **0´25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida: $P\left(4´25<\bar{X}<4´95\right)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación: $P\left(4´25<\bar{X}<4´95\right)=P\left(\dfrac{4´25-4´6}{0´2}<Z<\dfrac{4´95-4´6}{0´2}\right)=P\left(-1´75<Z<1´75\right)$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas: $P\left(-1´75<Z<1´75\right)=2P\left(Z<1´75\right)-1$ **0´25 puntos**.

– Resultado: $P\left(4´25<\bar{X}<4´95\right)=P\left(-1´75<Z<1´75\right)=2P\left(Z<1´75\right)-1=2\cdot 0´9599-1=0´9198\cong 0´92$ **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

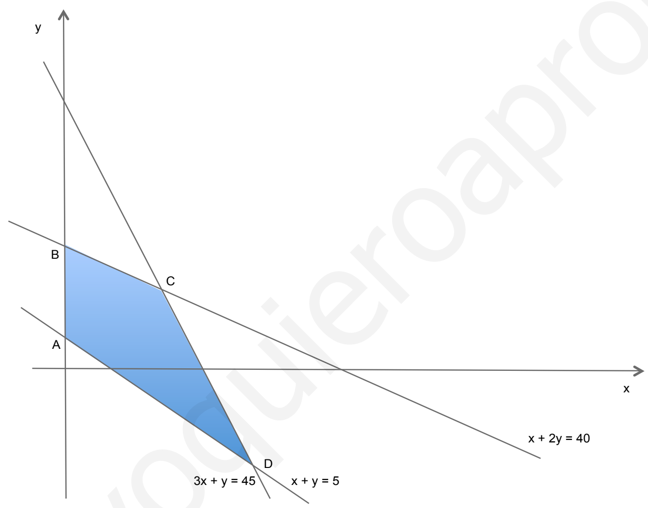
Sexa a función lineal $f(x,y)=2x-3y$ suxeita ás restricións $x+2y\le 40,\ \ x+y\ge 5,\ \ 3x+y\le 45,\ \ x\ge 0.$

(a) **2´25 puntos**. *Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.*

– Representamos as rectas

$x + 2y = 40$, pasa polos puntos (0, 20) e (40, 0).
$x + y = 5$, pasa polos puntos (0, 5) e (5, 0).
$3x + y = 45$, pasa polos puntos (0, 45) e (15, 0).

– Representación gráfica da rexión factible **1 punto**



– Polos vértices: *A*(0, 5) e *B*(0, 20) **0´25 puntos**; *C*(10, 15) **0´50 puntos**; *D*(20, –15) **0´50 puntos**.

(b) **0´75 puntos**. *Calcula o punto ou puntos desa rexión onde a función alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo.*

– Calcular os valores da función obxectivo en cada un dos catro vértices: **0´25 puntos**.
No *A*(0, 5) *f*(0, 5) = –15; No *B*(0, 20) *f*(0, 20) = –60; No *C*(10, 15) *f*(10, 15) = –25; No *D*(20, –15) *f*(20, –15) = 85
– A función obxectivo alcanza o seu *valor máximo* no punto *D*(20, –15) **0´25 puntos**.
– A función obxectivo alcanza o seu *valor mínimo* no punto *B*(0, 20) **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os beneficios dunha compañía en millóns de euros, nos seus primeiros sete anos, foron estimados pola función $B(x)=ax^3-3x^2+bx,\ 0\le x\le 7,$ onde *x* indica o tempo transcorrido en anos, desde a súa fundación.

(a) **1´50 puntos**. *Calcula os valores de a e b sabendo que a compañía tivo uns beneficios máximos de 8 millóns de euros no segundo ano.*

– Determinar a primeira derivada da función: $B'(x)=3ax^2-6x+b$ **0´25 puntos**.
– Condicións de máximo no punto (2, 8), $B'(2)=0$ e de pasar polo punto (2, 8), $B(2)=8$ **0´25 puntos**.

– Formular as dúas ecuacións:
$B'(2)=0 \Rightarrow 12a+b=12$ **0´25 puntos**.
$B(2)=8 \Rightarrow 8a+2b=20$ **0´25 puntos**.

– Resolver por calqueira método $\begin{cases} a=1/4 & \textbf{0´25 puntos} \\ b=9 & \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$

(b) **1´50 puntos**. *Supoñamos que a = 1/4 e b = 9. Determina cando a empresa non tivo beneficios. Calcula* $\int_0^6 B(x)\,dx$.

– A empresa non tivo beneficios cando
$B(x)=0 \Rightarrow x\left(\frac{1}{4}x^2-3x+9\right)=0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x=0 \\ x^2-12x+36=0 \to x=6 \end{array} \right.$ **0´25 puntos** .
"Non tivo beneficios no sexto ano" **0´25 puntos**.

– Calcular a integral indefinida e aplicar a regra de Barrow:

$$\int_0^6 B(x)\,dx = \int_0^6 \left(\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x\right)dx = \underbrace{\left.\frac{x^4}{16}-x^3+\frac{9}{2}x^2\right]_0^6}_{\textbf{0´50 puntos}} = \underbrace{\frac{6^4}{16}-6^3+\frac{9}{2}6^2-0}_{\textbf{0´50 puntos}} = 27\,.$$

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un artigo distribuído en tres marcas distintas *A*, *B* e *C* véndese nun supermercado. Obsérvase que o 30% das vendas diarias do artigo son da marca *A*, o 50% son da marca *B* e o resto son da marca *C*. Sábese ademais que o 60% das vendas da marca *A* realízase pola mañá, o 55% das vendas da marca *B* pola tarde e o 40% da marca *C* véndese pola mañá.

(a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de vendas do artigo efectuadas pola mañá.*

Sexan os sucesos: *"A, B e C" , un artigo seleccionado ao azar é da marca A, B e C, respectivamente.*
"M" un artigo seleccionado ao azar véndese pola mañá.
"T" un artigo seleccionado ao azar véndese pola tarde.

As probabilidades que nos dan no enunciado son:
$P(A)=0´3;\quad P(B)=0´5;\quad P(C)=0´2.$
$P(M/A)=0´6;\ P(T/B)=0´55;\ P(M/C)=0´4.$

– Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado:

$$\underbrace{P(M)}_{\textbf{0´25 puntos}} = P(A\cap M)+P(B\cap M)+P(C\cap M) = \underbrace{0´3\cdot 0´6+0´5\cdot(1-0´55)+0´2\cdot 0,4}_{\textbf{0´50 puntos}} = 0´485$$

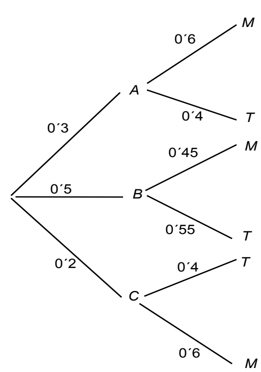
– Responder a pregunta da porcentaxe pedida:
"O 48´5% das vendas do artigo efectúanse pola mañá" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Se a venda se efectuou pola tarde, calcula a probabilidade de que o artigo sexa da marca C.*

– Formular a probabilidade pedida: $P(C/T)$ **0´25 puntos**

– Expresión da probabilidade anterior e resultado:

$$P(C/T) = \underbrace{\frac{P(C\cap T)}{P(T)} = \frac{0´2\cdot(1-0´4)}{1-0´485}}_{\textbf{0´50 puntos}} = \underbrace{\frac{0´12}{0´515}}_{\textbf{0´25 puntos}} \cong 0´233\,.$$



– No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0´75 puntos pola árbora ben feita e despois

$$\begin{cases} (a) \left\langle \begin{array}{l} \text{Cálculos no teorema das probabilidades totais } \textbf{0´25 puntos} \\ \text{Expresión da porcentaxe pedida } \textbf{0´25 puntos} \end{array}\right. \\ (b) \left\langle \begin{array}{l} \text{Formular a probabilidade pedida } \textbf{0´25 puntos} \\ \text{Probabilidade condicionada e resultado final } \textbf{0´50 puntos} \end{array}\right. \end{cases}$$

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Como resultado dunha enquisa na que se utilizou o suposto de máxima indeterminación (p = 1 – p = 1/2) afírmase que, cun 97,56% de confianza, a porcentaxe de individuos dunha poboación que considera o alcol e/ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico, está entre o 57,5% e o 62,5%.

(a) **1´25 puntos**. *Calcula o número de individuos desa poboación aos que se lles realizou a enquisa.*

Sexa
"p : proporción de individuos da poboación, que considera o alcol e/ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico". ***Parámetro poboacional descoñecido***

- Como resultado da enquisa na que se utilizou o suposto de máxima indeterminación, temos que o máximo erro que cometeron na estimación do intervalo ven dado por:
  $$E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1}{4n}}$$
- Como consecuencia do intervalo que obtiveron (baixo ese principio), o radio do intervalo foi $\frac{0'625-0'575}{2} = 0'025$ é dicir, que cometeron un erro na estimación dun 2,5% **0´25 puntos**.
- Calculamos, para unha confianza do 97´56%, $z_{\alpha/2} = z_{0'0122} = 2'25$ **0´25 puntos**.
- Resolver $z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{1}{4n}} = 2'25\sqrt{\frac{1}{4n}} = 0'025 \Rightarrow n = 2025$ **0´50 puntos**.
- Responder no contexto do exercio:
  " A enquisa realizóuselles a 2025 individuos desa poboación" **0´25 puntos**.

(b) **0´75 puntos**. *Dos que se lles realizou a enquisa, ¿cantos contestaron que a causa principal dos accidentes é o alcol e/ou as drogas?*

p : *proporción de individuos da poboación, que considera o alcol e / ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico*

$\downarrow n = 2025$

X : *número de individuos, en mostras de 2025 individuos, que considera o alcol e / ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico* $\xrightarrow[\text{para a mostra dada}]{\text{valor particular}} x$

$\widehat{P}$: *proporción de individuos, en mostras de 2025 individuos, que considera o alcol e / ou as drogas como causa principal dos accidentes de tráfico* $\xrightarrow[\text{para a mostra dada}]{\text{valor particular}} \widehat{p} = \frac{x}{2025}$

- Calcular o valor da proporción muestral $\widehat{p} = \frac{0'575+0'625}{2} = 0'6$ **0´25 puntos**.
- Calcular o 60% de 2025 = 1215, ou así $\widehat{p} = \frac{x}{n} = \frac{x}{2025} = 0'6 \Rightarrow x = 1215$ **0´25 puntos**.
  "Contestaron que o alcol e/ou as drogas son a causa principal dos accidentes de tráfico 1215 individuos, da mostra de 2025 enquisados" **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexan as matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&a\\0&1&a\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&b&1\\0&1&0\end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&1\\0&c&c\end{pmatrix}$.

(a) **2 puntos**. *Calcula os valores de a, b e c para que se satisfaga a igualdade* $A\cdot B+B\cdot C=2I$, *I matriz identidade de orde 3.*

- Calcular o produto das matrices $A\cdot B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2b+a&2\\0&b+a&1\end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.
- Calcular o produto das matrices $B\cdot C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-b+c&b+c\\0&-1&1\end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.
- Formular as ecuacións $\begin{cases}a+b+c=2\\b+c=-2\\a+b=1\end{cases}$ **0´25 puntos**.
- Calcular *a* = 4, *b* = –3 e *c* = 1, por calquera método **0´75 puntos** (**0´25 puntos** por cada un dos valores).

(b) **1 punto.** *Para a* = 4, *b* = –3 e *c* = 1 *calcula o rango da matriz A* + *B* – 2*C.*

- Calcular a matriz $A+B-2C=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&3\\0&0&2\end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- $\det(A+B-2C)=0 \Rightarrow rango(A+B-2C)<3$ **0´25 puntos**.
- O menor $\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}$ ten $\det\begin{pmatrix}1&3\\0&2\end{pmatrix}=2\neq 0 \Rightarrow rango(A+B-2C)=2$ **0´50 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O prezo en euros das accións de certo grupo empresarial ao longo dun ano estimouse pola función:

$$P(t)=\begin{cases}15+2t-t^2, & 0\le t\le 3\\ \frac{1}{3}t+11, & 3<t\le 12\end{cases}$$, sendo *t* o tempo transcorrido en meses.

(a) **1´75 puntos**. *Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.*

- Calcular a primeira derivada: $P'(t)=\begin{cases}2-2t & \text{se } 0<t<3\\ \frac{1}{3} & \text{se } 3<t<12\end{cases}$ **0´25 puntos**.
- Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento:

No (0, 3) $P'(t)=0 \Leftrightarrow t=1$

No (3, 12) $P'(t)=\frac{1}{3}>0$, para todo *t*

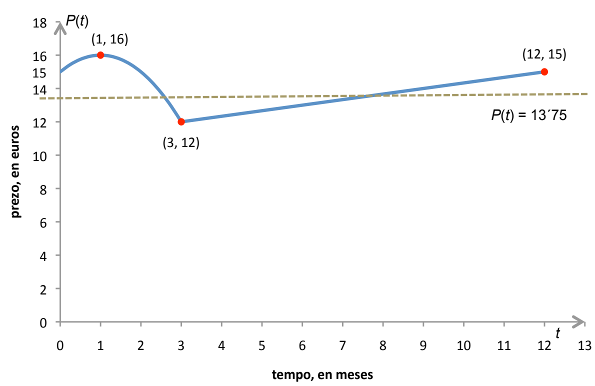
	(0, 1)	(1, 3)	(3, 12)
valor t	*t* = 1/2	*t* = 2	*para todo t*
signo de P´(t)	*P´*(1/2) > 0	*P´*(2)< 0	*P´*(*t*) > 0

"*As accións aumentaron de prezo desde o inicio do ano ata o primeiro mes e desde o terceiro mes ao último mes*". **0´50 puntos**.
"*As accións diminuíron de prezo desde o primeiro mes ata o terceiro mes*" **0´25 puntos**.

- Calcular o valor da función nos puntos extremos: $P(0) = 15$, $P(12) = 15$ **0´25 puntos**.
- Obter o prezo máximo e o prezo mínimo:
  No punto (1, 16) $P(t)$ presenta un máximo absoluto, e no punto (3, 12) un mínimo absoluto
  "*O prezo máximo das accións, nese ano, foi de 16 euros*" **0´25 puntos**.
  "*O prezo mínimo das accións, nese ano, foi de 12 euros*" **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función P(t).*

- No primeiro intervalo
  $\left[0,3\right]$, $15+2t-t^2 \le 13'75 \Rightarrow t^2-2t-1'25 \le 0$
  Resolvemos $t^2-2t-1'25=0 \Rightarrow \begin{cases} t=-1/2 \text{ (solución non válida)} \\ t=5/2 \end{cases}$ **0´25 puntos**.
- No segundo intervalo $\left[3,12\right]$, $\frac{1}{3}t+11 \le 13'75 \Rightarrow t \le 8'25$ **0´25 puntos**.
- responder no contexto do exercicio
  "*O prezo foi inferior ou igual a 13´75 euros no intervalo* $\left[2'5, 8'25\right]$, *é dicir, desde o segundo mes e medio ata o oitavo e un cuarto de mes*" **0´25 puntos**.
- Representación gráfica **0´50 puntos**.



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O 60% dos individuos dunha poboación está vacinado contra certa enfermidade. Durante unha epidemia sábese que o 20% contraeu a enfermidade e que o 3% está vacinado e contraeu a enfermidade.

(a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de individuos que contraeu a enfermidade, entre os que non están vacinados.*

Sexan os sucesos "*V un individuo da poboación, seleccionado ao azar, está vacinado contra certa enfermidade*"
"*C un individuo da poboación, seleccionado ao azar,contraeu a enfermidade*"
Datos $P(V)=0'6$, $P(C)=0'2$, $P\left(V \cap C\right)=0'03$.
Cos datos que nos dan, podemos construír a táboa de continxencia

- Pola táboa **0´50 puntos**.

	V	$\bar{V}$	
C	3	17	20
$\bar{C}$	57	23	80
	60	40	100

- Formular a probabilidade pedida: $P\left(C/\bar{V}\right)$ **0´25 puntos**.
- Cálculo da probabilidade anterior $P\left(C/\bar{V}\right)=\frac{17}{40}=0'425$ e expresar o resultado obtido coma porcentaxe "*O 42´5% dos non vacinados, contraeu a enfermidade*" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de individuos vacinados, entre os que contraeron a enfermidade. Xustifica se os sucesos "estar vacinado" e "contraer a enfermidade" son dependentes ou independentes.*

- Formular a probabilidade pedida: $P(V/C)$ **0´25 puntos**.
- Obter o resultado e expresalo enn porcentaxe: $P(V/C)=\dfrac{3}{20}=0'15$

  "*O 15% dos que contraeron a enfermidade, estaban vacinados*" **0´25 puntos**.
- Xustificar que os sucesos son dependentes, por exemplo, coa definición

  $$\left.\begin{array}{l} P(V/C)=0'15 \\ P(V)=0'6 \end{array}\right\} \Rightarrow P(V/C)\neq P(V)$$ **0´25 puntos**.

  "Os sucesos "*estar vacinado*" e "*contraer a enfermidade*" son sucesos *dependentes*" **0´25 puntos**.

Se non se fai uso da táboa, no apartado (a) teríamos:

- Formular a probabilidade pedida: $P(C/\bar{V})$ **0´25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado:

  $$P(C/\bar{V})=\underbrace{\frac{P(C\cap\bar{V})}{P(\bar{V})}=\frac{P(C)-P(V\cap C)}{1-P(V)}=\frac{0'2-0'03}{0'4}}_{\textbf{0´50 puntos}}=0'425.$$
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe "*O 42´5% dos non vacinados, contraeu a enfermidade*" **0´25 puntos**.

O apartado (b) valoraríase igual que antes.

<u>Exercicio 4</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

(a) **1 punto**. *Nunha mostra aleatoria de 200 clientes dun centro comercial, 150 efectúan as súas compras utilizando a tarxeta propia do centro. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de clientes que efectúan as compras utilizando a tarxeta propia do centro. Interpreta o intervalo obtido.*

Sexan:

"*p: proporción de clientes dun centro comercial*, *que para as súas compras utiliza a tarxeta propia do centro*"

"$\hat{P}$: *proporción de clientes que utilizan a tarxeta propia do centro, en mostras de 200 clientes*"

- O valor particular do estatístico $\hat{P}$ para a mostra dada é $\hat{p}=\dfrac{150}{200}=0'75$ **0´25 puntos**.
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo de confianza pedido

  $$L_1: \hat{P}-z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \xrightarrow[\text{valor particular para a mostra dada}]{} 0'75-1'96\sqrt{\frac{0'75\cdot 0'25}{200}}\cong 0'69$$ **0´25 puntos.**

  $$L_1: \hat{P}+z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \xrightarrow[\text{valor particular para a mostra dada}]{} 0'75+1'96\sqrt{\frac{0'75\cdot 0'25}{200}}\cong 0'81$$ **0´25 puntos.**
- Interpretar o intervalo obtido:

  "*Cun 95% de confianza, nese centro comercial entre o 69% e o 81% (aproximadamente) dos seus clientes utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro*" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Se se sabe que 8 de cada 10 clientes do centro comercial utilizan para as súas compras a tarxeta propia do centro e tomamos unha mostra aleatoria de 100 clientes, ¿cal é a probabilidade de que a proporción de clientes da mostra que utilizan a tarxeta propia do centro sexa superior a 0,75?*

Coñecemos o valor da *proporción poboacional* $p=\dfrac{8}{10}=0'8$ e, neste caso, a proporción muestral é

"$\hat{P}$: *proporción de clientes que utilizan a tarxeta propia do centro, en mostras de 100 clientes*"

- Determinar a distribución da proporción muestral $\hat{P}$:

  $$\hat{P}\sim N\left(p,\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)\equiv N\left(0'8,\sqrt{\frac{0'8\cdot 0'2}{100}}\right)=N(0'8,0'04)$$ **0´25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida $P(\hat{P}>0'75)$ **0´25 puntos**.
- Tipificación $P(\hat{P}>0'75)=P\left(Z>\dfrac{0'75-0'8}{0'04}\right)=P(Z>-1,25)$ **0´25 puntos**.
- Uso das táboas e resultado $P(\hat{P}>0'75)=P(Z>-1'25)=P(Z<1'25)=0'8944$ **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

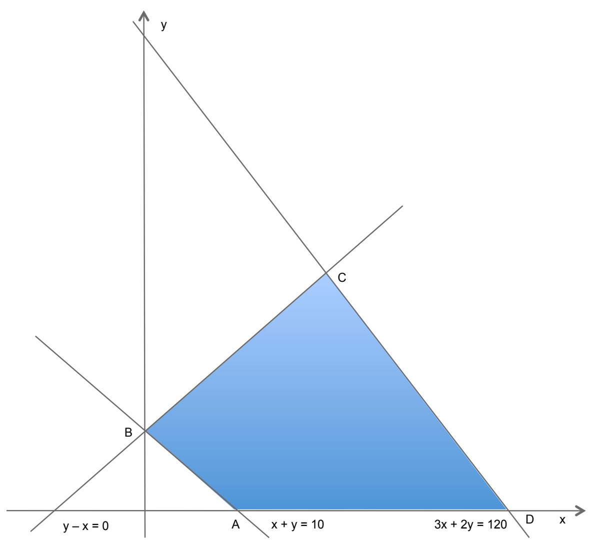
Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha fábrica de materiais plásticos produce dous tipos de colectores A e B. A súa produción semanal debe de ser de polo menos 10 colectores en total e o número de colectores de tipo B non pode superar en máis de 10 ao número dos de tipo A. Ademais, cada colector de tipo A ten uns custos de produción de 150€ e cada colector de tipo B de 100€, dispoñendo dun máximo de 6000€ semanais para o custo total de produción.

(a) **2´50 puntos**. *Formula o sistema de inecuacións. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.*

Sexan "*x: número de colectores tipo A que producen á semana*"
"*y: número de colectores tipo B que producen á semana*"

- Formulamos as inecuacións $\underbrace{x+y\geq 10,}_{\textbf{0´25 puntos}}$ $\underbrace{y\leq x+10}_{\textbf{0´25 puntos}}$, $\underbrace{150x+100y\leq 6000}_{\textbf{0´25 puntos}}$, $\underbrace{x\geq 0,\ \ y\geq 0}_{\textbf{0´25 puntos}}$
- Representamos as rectas
  $x + y = 10$, pasa polos puntos (0, 10) e (10, 0)
  $y - x = 10$ pasa polos puntos (0, 10) e (–10, 0)
  $150x + 100y = 6000 \leftrightarrow 3x + 2y = 120$, pasa polos puntos (0, 60) e (40, 0)
- Vértices da rexión factible
  polos vértices: *A* (10, 0), *B* (0, 10), *D* (40, 0) **0´25 puntos**.
  polo vértice *C* (20, 30) **0´50 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **0´75 puntos**:



(b) **0´50 puntos**. *Se cada colector de tipo A xera uns beneficios de 130€ e o de tipo B de 140€, ¿cantos colectores de cada tipo terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo?*

- Determinar a función obxectivo a maximizar: $f(x,y)=130x+140y$ **0´25 puntos**.
- A función alcanza o seu valor máximo no vértice *C*(20, 30).
- Responder á pregunta do exercicio:
  "*Terán que producir á semana 20 contenedores do tipo A e 30 do tipo B para que o seu beneficio total semanal sexa máximo*" **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexan as funcións $f(x)=x^2+2x-8$ e $g(x)=-x^2+4$.

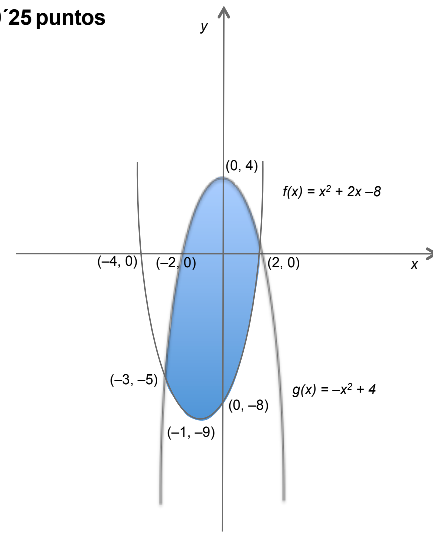
(a) **1´75 puntos**. *Representa o recinto limitado polas gráficas de f(x) e g(x), estudando os puntos de corte cos eixes, máximos, mínimos e os puntos nos que se cortan ambas as funcións.*

Exemplos de resposta / Solucións

– Calcular os puntos de corte das funcións cos eixes:
A función $f(x) = x^2 + 2x - 8$ corta aos eixes nos puntos (0, –8), (–4, 0) e (2, 0) **0´25 puntos**.
A función $g(x) = -x^2 + 4$ corta aos eixes nos puntos (0, 4), (2, 0) e (–2, 0) **0´25 puntos**.
– Cálculo do máximo e o mínimo:
A función $f(x)$ presenta un mínimo no punto (–1, –9) **0´25 puntos**.
A función $g(x)$ presenta un máximo no punto (0, 4) **0´25 puntos**.
– Puntos nos que se cortan ambas as funcións:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 12 = 0 \left\langle \begin{array}{ll} x = -3 & (-3,-5) \\ x = 2 & (2,0) \end{array} \right.$$ **0´25 puntos**

– Representar o recinto pedido **0´50 puntos**



(b) **1´25 puntos**. *Calcula a área do devandito recinto.*

– Expresión da área pedida, cálculo da integral indefinida, regra de Barrow e resultado

$$A = \underbrace{\int_{-3}^{2}(-x^2 + 4 - x^2 - 2x + 8)\,dx}_{0´50\ \text{puntos}} = \int_{-3}^{2}(-2x^2 - 2x + 12)\,dx = \underbrace{-\frac{2}{3}x^3 - x^2 + 12x\Big]_{-3}^{2}}_{0´50\ \text{puntos}}$$

$$= \underbrace{-\frac{16}{3} - 4 + 24 + \frac{2}{3}(-3)^3 + (-3)^2 - 12(-3)}_{0´50\ \text{puntos}} = \frac{125}{3}u^2$$

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha multinacional realiza operacións comerciais en tres mercados *A*, *B* e *C*. O 20% das operacións corresponden ao mercado *B* e nos mercados *A* e *C* realiza o mesmo número de operacións. Prodúcense atrasos no pago no 15%, 10% e 5% das operacións realizadas nos mercados *A*, *B* e *C*, respectivamente.

(a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de operacións da multinacional nas que se producen atrasos no pago.*

Sexan os sucesos:
"A, B e C" , *a multinacional realiza operacións comerciais nos mercados A, B e C, respectivamente.*
"R" prodúcese atraso no pago .
As probabilidades que nos dan no enunciado son:
$P(A) = 0´4$; $P(B) = 0´2$; $P(C) = 0´4$.
$P(R/A) = 0´15$; $P(R/B) = 0´10$; $P(R/C) = 0´05$.

– Aplicar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades do enunciado:

$$\underbrace{P(R)}_{0´25\ \text{puntos}} = P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(C \cap R) = \underbrace{0´4 \cdot 0´15 + 0´2 \cdot 0´1 + 0´4 \cdot 0´05}_{0´50\ \text{puntos}} = 0´1$$

– Responder a pregunta da porcentaxe pedida:
"No 10% das opracións comerciais da multinacional prodúcense atrasos no pago" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *¿Que porcentaxe das operacións nas que se atrasou o pago foron realizadas no mercado A?*

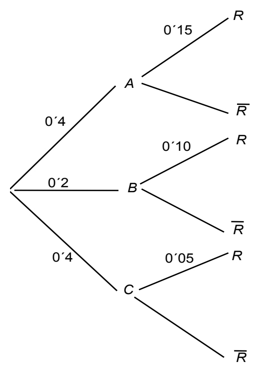
- Formular a probabilidade pedida: $P\left(A/R\right)$ **0´25 puntos**
- Expresión da probabilidade anterior e resultado:

$$P\left(A/R\right)=\underbrace{\frac{P\left(A\cap R\right)}{P(R)}=\frac{0'4\cdot 0'15}{0'1}}_{\textbf{0´50 puntos}}=0'6$$

- Responder a pregunta da porcentaxe pedida:
  "O 60% das operacións comerciais nas que se atrasou o pago, foron realizadas no mercado A" **0´25 puntos**.

- No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0´75 puntos pola árbora ben feita e despois



(a) Cálculos no teorema das probabilidades totais **0´25 puntos**
Expresión da porcentaxe pedida **0´25 puntos**

(b) Formular a probabilidade pedida **0´25 puntos**
Expresión da probabilidade anterior e porcentaxe pedida **0´50 puntos**

<u>Exercicio 4</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O tempo de formación, en horas, que necesita un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución $N(\mu,\ \sigma=15)$.

(a) **1 punto**. *Elixida unha mostra de 36 empregados da empresa, obtense o intervalo de confianza (321,1, 330,9) para a media μ. Calcula o tempo medio de formación dos empregados da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.*

Definimos X : *tempo de formación, en horas, dun empregado da empresa.*

Sabemos que

$X \sim N(\mu,\sigma=15)$

$\downarrow n=36$

$\bar{X}$ *media muestral* : *tempo medio de formación, en mostras de* 36 *empregados* $\xrightarrow[\text{valor particular do estatístico para a mostra dada}]{}$ $\bar{x}$?

- Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media mostral $\bar{x}$:

$$\begin{cases} \bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{15}{\sqrt{36}}=321'1 \\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{15}{\sqrt{36}}=330'9 \end{cases} \Rightarrow \bar{x}=\frac{321'1+330'9}{2}=326 \ \textbf{0´25 puntos}$$

O tempo medio de formación na mostra de 36 empregados é de 326 horas.

- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde $z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{15}{\sqrt{36}}=4'9$ **0´25 puntos**.
- Despexar e calcular o valor do punto crítico $z_{\alpha/2}=1'96$ **0´25 puntos**.
- Uso da táboa e obter o nivel de confianza $1-\alpha=0'95$ **,** sendo o *intervalo dun 95% de confianza* **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Supoñamos que o tempo de formación, en horas, que necesita un empregado desa empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución* $N(\mu = 326,\ \sigma = 15)$. *Calcula a probabilidade de que o tempo medio de formación non supere as 330 horas, en mostras de 36 empregados.*

– Determinamos a distribución da media muestral:

$$\bar{X} : \textit{media muestral} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \equiv N\left(326, \frac{15}{\sqrt{36}}\right) \equiv N(326, 2'5)$$ **0´25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida $P\left(\bar{X} \leq 330\right)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación $P\left(\bar{X} \leq 330\right) = P\left(Z \leq \frac{330 - 326}{2'5}\right) = P\left(Z \leq 1'6\right)$ **0´25 puntos**.

– Uso das táboas e resultado $P\left(Z \leq 1'6\right) = 0'9452$ **0´25 puntos**.

CiUG — Comisión Interuniversitaria de Galicia	PAU XUÑO 2016	Código: 36

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(***O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos***)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) Calcula as matrices B^{-1} e C^{-1}, inversas das matrices B e C respectivamente.

(b) Despexa e calcula a matriz X que verifica $A^t + B\cdot X = 5C^{-1}$, A^t matriz trasposta de A.

2. (a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x)=ax^2+bx^3$ teña un punto de inflexión en (2, 16).

(b) Consideremos a función $f(x)=-x^3+6x^2$. Calcula e clasifica os seus extremos relativos. Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

3. Segundo os datos do ano 2013 relativos ás pensións básicas en alta da Seguridade Social na nosa Comunidade Autónoma, sábese que o 49,5% dos pensionistas son homes e deles o 11% ten 85 ou máis anos. Ademais sábese tamén que o 16% do total de pensionistas teñen 85 ou máis anos.

(a) Calcula a porcentaxe de homes entre os pensionistas de 85 ou máis anos.

(b) Elíxese un pensionista ao azar e resulta ser muller, calcula a probabilidade de que teña 85 ou máis anos.

4. Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio non superior a 13 milímetros, que é o tope admitido polo laboratorio. Sábese que o diámetro dos comprimidos do fabricante segue unha distribución normal con desviación típica 0,6 milímetros. O laboratorio comproba unha mostra aleatoria de 100 comprimidos dese fabricante e obtén que o diámetro medio é 13,12 milímetros.

(a) Formula un test para contrastar que o diámetro medio dos comprimidos é o que afirma o fabricante, fronte a que é superior. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?

(b) Calcula un intervalo do 95% de confianza para o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante. Interpreta o intervalo obtido.

OPCIÓN B

1. Sexa a función $f(x,y)=x+2y$ suxeita ao conxunto de restricións $y\le x+2,\ x+y\le 10,\ x\ge -1,\ y\ge -2$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula o punto ou puntos onde a función f alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo. Razoa se se obtén o mesmo valor máximo se engadimos a restrición $y \le 3$ ao conxunto de restricións anteriores.

2. Sexa a función de poboación $P(t)=8+\dfrac{12t}{t^2+9}$, $t\ge 0$, onde t é o tempo transcorrido en anos e $P(t)$ a poboación en millóns de individuos.

(a) Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.

(b) Calcula cando a poboación é de 9,6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.

3. Unha tenda que vende os seus produtos a través de Internet utiliza tres empresas de transporte para a entrega dos seus pedidos A, B e C. Reparten a entrega de pedidos entre as empresas, de forma que A entrega a metade, B a terceira parte e C o resto dos pedidos. O 84% dos pedidos entregados por A, o 90% dos entregados por B e o 96% dos entregados por C, cumpren co prazo de entrega establecido.

(a) ¿Que porcentaxe de pedidos son entregados no prazo establecido?

(b) Calcula a probabilidade de que un pedido, seleccionado ao azar, ou é entregado pola empresa B ou non cumpre co prazo de entrega establecido.

4. Unha empresa multinacional que posúe delegacións en Francia e España, realiza un estudo sobre a satisfacción dos seus empregados no traballo. Polo estudo realizado na delegación francesa, sabemos que o 45% dos empregados están satisfeitos co seu traballo. Na delegación española, dunha mostra aleatoria de 1600 empregados 672 están satisfeitos co seu traballo.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de empregados satisfeitos na delegación española é polo menos a mesma que na delegación francesa fronte a que é inferior. ¿Cal sería a conclusión cun 1% de nivel de significación?

(a) Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos*)

OPCIÓN A

1. Sexa a matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) Determina os valores de x e y para os que se verifica a seguinte ecuación $3A^2 - xA + yI = O$, onde I é a matriz identidade de orde 2 e O é a matriz nula da mesma orde.

(b) Despexa e calcula a matriz X na ecuación matricial $2A + X = 3A^{-1}$ (A^{-1} é a matriz inversa de A).

2. O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t) = -t^3 + at^2 + bt,\ 0 \le t \le 3,$ onde t é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

(a) Calcula os valores de a e b, se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.

(b) Para a = 3 e b = 0, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.

3. Uns grandes almacéns teñen á venda un determinado artigo en dous formatos diferentes: A e B. Entre os compradores do artigo, dous de cada cinco elixen o formato A e o resto elixen o formato B. Quedan satisfeitos o 80% dos que elixen o formato A e o 85% dos que elixen o formato B.

(a) Determina a probabilidade de que unha persoa quede satisfeita coa compra do artigo.

(b) Se un comprador do artigo, elexido ao azar, non quedou satisfeito coa compra, ¿cal é a probabilidade de que elexise o formato A?

4. Un estudo revela que polo menos o 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. Elexida unha mostra aleatoria de 200 universitarios galegos comprobouse que 146 deles practican algún deporte.

(a) Formula un test para contrastar a afirmación do estudo fronte a que menos do 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

(b) A partir da mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte. Interpreta o intervalo obtido.

OPCIÓN B

1. Consideremos o sistema de inecuacións $y \ge 0,\ 2 \le y + x \le 9,\ 3y - 4x \le 6,\ 2y \ge 3x - 12.$

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) ¿En que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función $f(x,y) = 4x - 3y + 2$?

2. Os gastos de mantemento $G(t)$, en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímanse en función do tempo t, en meses, que dita maquinaria leva en funcionamiento por:

$$G(t) = \begin{cases} -\dfrac{1}{9}t + \dfrac{7}{2} & \text{se } 0 \le t \le 18 \\ 6 - \dfrac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}.$$

(a) Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?

(b) Determina en que mes ou meses o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.

3. Sexan A e B sucesos tales que $P(A) = 0{,}80,\ P(B) = 0{,}60$ e $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0{,}52$, onde $\bar{A}$ e $\bar{B}$ son os sucesos contrarios ou complementarios de A e B, respectivamente.

(a) Calcula $P(A \cap B)$. Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B.

(b) Formula e calcula as probabilidades de: "*que aconteza A e non aconteza B*" e "*que non aconteza nin A nin B*".

4. O peso das robalizas capturadas polos pesqueiros dun porto da costa galega distribúese normalmente con media μ e desviación típica σ = 500 gramos. Elíxese unha mostra aleatoria de 25 robalizas do devandito porto.

(a) Obtense o intervalo de confianza (2083, 2517) para a media μ. Calcula o peso medio das robalizas da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.

(a) Utilizando o peso medio da mostra obtido no apartado (a), formula un test para contrastar que o peso medio das robalizas que alí se pescan é de polo menos 2500 gramos como afirman os pescadores do lugar, fronte a que é inferior. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Calcular a inversa da matriz B: **0,75 puntos**.
- Calcular a inversa da matriz C: **1 punto**.

(b) **1,25 puntos:**
- Despexar a matriz X : **0,50 puntos**.
- Calcular $5C^{-1} - A^t$: **0,25 puntos**.
- Obter a matriz X: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira e a segunda derivada da función: **0,50 puntos**.
- Condición de punto de inflexión no punto dado: **0,25 puntos**.
- Condición de pasar a función polo punto anterior: **0,25 puntos**.
- Obter o valor de a e de b: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Calcular os puntos críticos: **0,25 puntos**.
- Determinar o máximo e o mínimo relativos: **0,50 puntos**.
- Formular a condición pedida: **0,25 puntos**.
- Resolver a ecuación anterior para obter os puntos pedidos: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior e resultado: **0,50 puntos**.
- Responder a porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Expresión da probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar as propiedades adecuadas para chegar o resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Decidir, cun 5% de nivel de significación, se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Interpretar o intervalo de confianza obtido: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1 punto**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices**)**.

(b) **1,25 puntos:**
- Puntos onde a función alcanza o valor máximo e o valor mínimo: **0,50 puntos**.
- Comprobar que non se obtén o mesmo valor máximo que no apartado anterior ao engadir a nova restrición: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Derivada da función: **0,75 puntos**.
- Calcular o punto crítico válido: **0,25 puntos**.
- Determinar o intervalo no que creceu a poboación: **0,25 puntos**.
- Determinar o intervalo no que decreceu a poboación: **0,25 puntos**.
- Calcular o valor máximo da poboación: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Calcular os anos pedidos: **0,75 puntos**.
- Obter o límite da función: **0,25 puntos**.
- Expresar o anterior resultado no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida, utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula e resultado: **0,75 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade da unión anterior e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Cálculo da proporción mostral: **0,25 puntos**.
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**
- Interpretar, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II: **0,50 puntos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos**:
- Calcular as matrices $3A^2$, $x \cdot A$ e $y \cdot I$: **0,75 puntos**.
- Operar alxébricamente coas matrices obtidas: **0,25 puntos**.
- Obter os valores de x e y : **0,50 puntos**.
- Comprobar que estes valores satisfán todas as ecuacións: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos**:
- Calcular a matriz inversa de A: **0,75 puntos**.
- Despexar e obter a matriz X: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Condición de máximo no punto $t = 2$: **0,25 puntos**.
- Condición de valor máximo nese punto: **0,25 puntos**.
- Resolver o sistema obtendo os valores de a e b: **0,50 puntos**.

(b) **1,75 puntos:**
- Meses nos que se rexistrou un aumento de visitantes: **0,25 puntos**.
- Meses nos que se rexistrou unha diminución de visitantes: **0,25 puntos**.
- Concavidade e convexidade da función: **0,50 puntos**.
- Representar a gráfica da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula e resultado: **0,75 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade condicionada pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e chegar ao resultado: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 5%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Interpretar o intervalo obtido: **0,25 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,25 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,25 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices).

(b) **0,75 puntos:**
- Punto onde a función alcanza o seu valor máximo: **0,25 puntos**.
- Puntos onde a función alcanza o seu valor mínimo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Determinar a primeira derivada da función: **0,50 puntos**.
- Intervalos de crecemento e decrecemento do gasto: **0,50 puntos**.
- Comprobar se hai mínimo: **0,25 puntos**.
- Calcular o mes no que o gasto é mínimo e a canto ascende: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Resolver a ecuación pedida no primeiro anaco da función: **0,25 puntos**.
- Resolver a ecuación no segundo anaco da función **0,25 puntos**.
- Responder, no contexto do exercicio, aos meses pedidos: **0,25 puntos**.
- Calcular o límite da función: **0,25 puntos**.
- Especificar o valor ao que tende o gasto: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Calcular a probabilidade da intersección: **0,50 puntos**.
- Xustificar que os sucesos son independentes: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular e calcular a primeira probabilidade pedida: **0,50 puntos**.
- Formular e calcular a segunda probabilidade pedida: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Calcular o peso medio: **0,25 puntos**.
- Identificar o radio do intervalo: **0,25 puntos**.
- Calcular o nivel de confianza: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) **1´75 puntos**. *Calcula as matrices B^{-1} e C^{-1}, inversas das matrices B e C respectivamente.*

- Calcular a matriz $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**.
- Calcular a matriz $C^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

(b) **1´25 puntos.** *Despexa e calcula a matriz X que verifica $A^t + B \cdot X = 5C^{-1}$, A^t matriz trasposta de A.*

- Despexar $X = B^{-1}\left(5C^{-1} - A^t\right)$ **0´50 puntos**.
- Operar coas matrices $5C^{-1} - A^t = 5 \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Calcular $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

(a) **1´50 puntos**. *Calcula os valores de a e b para que a función* $f(x) = ax^2 + bx^3$ teña un punto de inflexión en (2, 16).

- Determinar a primeira e a segunda derivada da función
  $f'(x) = 2ax + 3bx^2$ **0´25 puntos**.
  $f''(x) = 2a + 6bx$ **0´25 puntos**.
- Condición de punto de inflexión no (2, 16) e condición de pasar a función por ese punto

$$\left.\begin{array}{l} f''(2) = 0 \Rightarrow 2a + 12b = 0 \;\; \textbf{0´25 puntos} \\ f(2) = 16 \Rightarrow 4a + 8b = 16 \;\; \textbf{0´25 puntos} \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} a + 6b = 0 \\ a + 2b = 4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 6 \;\; \textbf{0´25 puntos} \\ b = -1 \;\; \textbf{0´25 puntos} \end{array}$$

(b) **1´50 puntos**. *Consideremos a función $f(x) = -x^3 + 6x^2$. Calcula e clasifica os seus extremos relativos. Determina o punto ou puntos nos que a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.*

- Calcular os puntos críticos $f'(x) = 0 \Rightarrow x\left(-3x + 12\right) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$ **0´25 puntos**.
- Determinar os extremos relativos,

$$f''(x) = -6x + 12 \begin{cases} \textit{No } x = 0, \;\; f''(0) = 12 > 0 \;\; \Rightarrow \textit{f(x) presenta un mínimo relativo no punto } (0,0) & \textbf{0,25 puntos} \\ \textit{No } x = 4, \;\; f''(4) = -12 < 0 \Rightarrow \textit{f(x) presenta un máximo relativo no punto } (4,32) & \textbf{0,25 puntos} \end{cases}$$

  Tamén se poderían determinar os extremos estudando o crecemento e o decrecemento da función.
- Formular a condición pedida
  x? tal que $f'(x) = 9 \Leftrightarrow -3x^2 + 12x = 9$ **0´25 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior para determinar os puntos pedidos
$x^2-4x+3=0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$. No punto (1, 5) **0´25 puntos** e no punto (3, 27) **0´25 puntos** a recta tanxente á gráfica da función ten pendente igual a 9.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo os datos do ano 2013 relativos ás pensións básicas en alta da Seguridade Social na nosa Comunidade Autónoma, sábese que o 49´5% dos pensionistas son homes e deles o 11% ten 85 ou máis anos. Ademais sábese tamén que o 16% do total de pensionistas teñen 85 ou máis anos.

Sexan os sucesos:
- *H: un pensionista da nosa CA, elexido ao azar, é home.*
- *M: un pensionista da nosa CA, elexido ao azar, é muller.*
- *E: un pensionista da nosa CA, elexido ao azar, ten 85 ou máis anos.*

Datos: $P(H)=0'495$; $P(M)=0'505$; $P(E)=0'16$; $P\left(E/H\right)=0'11$.

(a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de homes entre os pensionistas de 85 ou máis anos.*

– Formular a probabilidade condicionada pedida
$P\left(H/E\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade anterior e resultado
$P\left(H/E\right)=\dfrac{P(H\cap E)}{P(E)}=\dfrac{0'495\cdot 0'11}{0'16}=0'34031\cong 0'34$ **0´50 puntos**.

– Responder á porcentaxe pedida
"Aproximadamente, o 34% dos pensionistas de 85 ou máis anos, son homes" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Elíxese un pensionista ao azar e resulta ser muller, calcula a probabilidade de que teña 85 ou máis anos.*

– Expresión da probabilidade condicionada
$P\left(E/M\right)$ **0´25 puntos**.

– Utilizando o teorema das probabilidades totais
$P(E)=P(H\cap E)+P(M\cap E)\Rightarrow 0'16=0'495\cdot 0'11+0'505\cdot P\left(E/M\right)$ **0´25 puntos**.

$P\left(E/M\right)=\dfrac{0'16-0'495\cdot 0'11}{0'505}$ **0´25 puntos**.

Resultado
$P\left(E/M\right)=0'20900\cong 0'21$ **0´25 puntos**.

– *Tamén se podería facer así*

$$\underbrace{P\left(E/M\right)}_{\mathbf{0'25\ puntos}}=\underbrace{\frac{P(E\cap M)}{P(M)}=\frac{P(E)\cdot P\left(M/E\right)}{P(M)}=\frac{0'16(1-0'34)}{0'505}}_{\mathbf{0'50\ puntos}}=\underbrace{\frac{0'1056}{0'505}\cong 0'21}_{\mathbf{0'25\ puntos}}.$$

– *E no caso de facer a táboa*

	H	*M*	
E	5´445	10´555	16
$\bar{E}$	44´055	39´945	84
	49´5	50´5	100

Pola táboa ben feita: **1 punto**.

(a) **0´50 puntos**
- $P\left(H/E\right)$ **0´25 puntos**
- $P\left(H/E\right)=\dfrac{5'445}{16}\cong 0'34$. *O 34%, aproximadamente, dos pensionistas de 85 ou máis anos, son homes* **0´25 puntos**

(b) **0´50 puntos**
- $P\left(E/M\right)$ **0´25 puntos**
- $P\left(E/M\right)=\dfrac{10'555}{50'5}\cong 0'21$ **0´25 puntos**

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un fabricante garante a un laboratorio farmacéutico que as súas máquinas producen comprimidos cun diámetro medio non superior a 13 milímetros, que é o tope admitido polo laboratorio. Sábese que o diámetro dos comprimidos do fabricante segue unha distribución normal con desviación típica 0´6 milímetros. O laboratorio comproba unha mostra aleatoria de 100 comprimidos dese fabricante e obtén que o diámetro medio é 13,12 milímetros.

(a) **1 punto.** *Formula un test para contrastar que o diámetro medio dos comprimidos é o que afirma o fabricante, fronte a que é superior. ¿A qué conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?*

Sexan:

X : *diámetro, en milímetros, dun comprimido do fabricante* $\sim \mathrm{N}(\mu, \sigma = 0{'}6)$

$\downarrow$ $n = 100$ $\mu \equiv$ *diámetro medio dos comprimidos do fabricante* (*parámetro a estimar e contrastar*)

$\bar{X}$: *estatístico media mostral* $\equiv$ *diámetro medio dos comprimidos*, *en mostras de* 100 *comprimidos*

Valor particular do estatístico $\bar{X}$ para a mostra dada, $\bar{x} = 13{'}12$

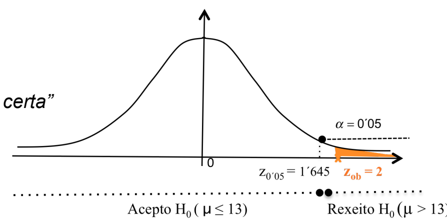
– Formular o contraste

$$\begin{cases} H_0 : \mu \le 13 \\ H_1 : \mu > 13 \end{cases}$$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*

$$z_{ob} = \frac{13{'}12 - 13}{0{'}6/\sqrt{100}} = 2$$ **0´25 puntos**.



– Rexión crítica (1´645, +∞)

– Decisión

$z_{ob} = 2 > z_{crít} = z_{0'05} = 1{'}645 \Rightarrow$ "*Rexeito H_0*" **0´25 puntos**.

– Conclusión

"Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluír, en base a mostra dada, que o diámetro medio dos comprimidos do fabricante supera o tope admitido polo laboratorio" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto.** *Calcula un intervalo do 95% de confianza para o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante. Interpreta o intervalo obtido.*

– Expresión do intervalo de confianza

$$P\left(\underbrace{\bar{X} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_1} < \mu < \underbrace{\bar{X} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_2}\right) = 1 - \alpha$$ **0´25 puntos**.

– Calcular numéricamente os extremos do intervalo, avaliando os estatísticos L_1 e L_2 para a mostra dada

$$L_1 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 13{'}12 - 1{'}96\cdot\frac{0{'}6}{\sqrt{100}} = 13{'}12 - 0{'}1176 = 13{'}0024 \cong 13{'}002$$ **0´25 puntos**

$$L_2 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 13{'}12 + 1{'}96\cdot\frac{0{'}6}{\sqrt{100}} = 13{'}12 + 0{'}1176 = 13{'}2376 \cong 13{'}238$$ **0´25 puntos**

– Interpretar o resultado, respondendo no contexto do exercicio

"Estimamos, cun 95% de confianza e en base a mostra dada, que o diámetro medio dos comprimidos dese fabricante está entre 13´002 milímetros e 13´238 milímetros" (*pode observarse que se superan os 13 milímetros*). **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

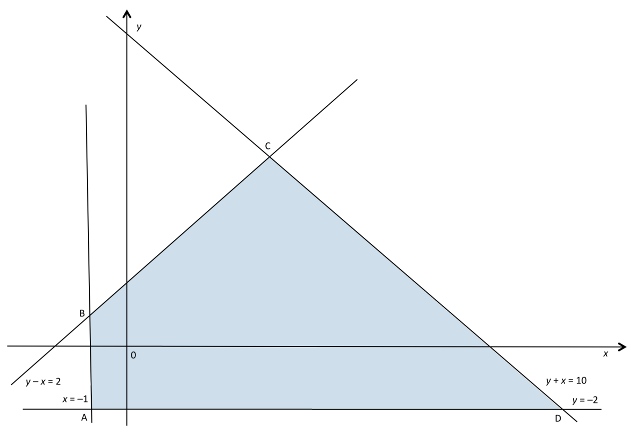
OPCIÓN B

***Exercicio 1*.** (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función $f(x,y) = x + 2y$ suxeita ao conxunto de restricións $y \le x + 2$, $x + y \le 10$, $x \ge -1$, $y \ge -2$.

(a) **1´75 puntos**. *Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.*

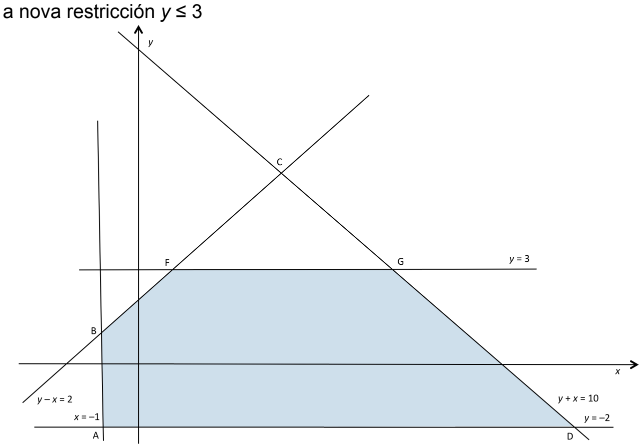
- Representamos as rectas
  $y = x + 2$, pasa polos puntos (0, 2) e (–2, 0).
  $x + y = 10$, pasa polos puntos (0, 10) e (10, 0)
  $x = -1$ e $y = -2$
- Representación gráfica da rexión factible **0´75 puntos**



- Vértices
  $A(-1, -2)$ **0´25 puntos**; $B(-1, -1)$ **0´25 puntos**; $C(4, 6)$ **0´25 puntos**; $D(12, -2)$ **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Calcula o punto ou puntos onde a función f alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo. Razoa se se obtén o mesmo valor máximo se engadimos a restricción $y \le 3$ ao conxunto de restricións anteriores.*

- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto $A(-1, -2)$ **0´25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto $C(4, 6)$ **0´25 puntos**.
  0´75 puntos.
  Se engadimos a nova restricción $y \le 3$



- Razoamos, ou ben especificando que os novos vértices da nova rexión factible *F* (1, 3) e *G* (7, 3) están por baixo do vértice *C*, co que xa non se obtería o mesmo valor máximo que o que se obtivo no vértice *C*
- Ou calculamos, no punto *F:* *f*(1, 3) = 7, no punto *G:* *f*(7, 3) = 13 e vemos que non é o mesmo valor máximo que antes, que era no punto *C*, *f*(4, 6) = 16

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función de poboación $P(t)=8+\dfrac{12t}{t^2+9}$, $t\geq 0$, onde t é o tempo transcorrido en anos e $P(t)$ a poboación en millóns de individuos.

(a) **1´75 puntos**. *Estuda o crecemento e decrecemento da poboación. Calcula o valor máximo da poboación.*

- Determinar a primeira derivada da función
  $P'(t)=\dfrac{12\left(t^2+9\right)-12t\cdot 2t}{\left(t^2+9\right)^2}=\dfrac{12\left(-t^2+9\right)}{\left(t^2+9\right)^2}$ **0´75 puntos.**
- Calcular o punto crítico válido
  $P'(t)=0\Rightarrow t^2=9\left\langle\begin{array}{ll} t=-3 & \textit{solución non válida}\\ t=3 & \textit{solución válida}\end{array}\right.$ **0´25 puntos**.
- Determinar o intervalo no que creceu e no que decreceu a poboación

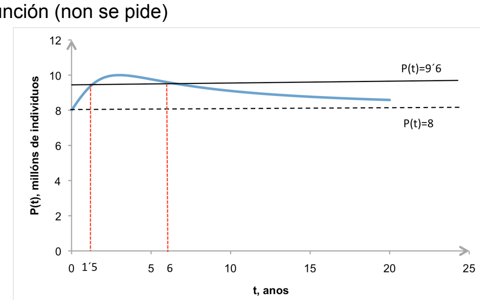
	(0, 3)	(3, +∞)
t	*t* = 1	*t* = 4
signo de P´(t)	*P´*(1) > 0	*P´*(4)< 0

  "A poboación crece nos tres primeiros anos **0´25 puntos** *e decrece a partir do terceiro ano"* **0´25 puntos**.

- Calcular o valor máximo da poboación
  $P(t)$ alcanza o máximo no punto t = 3, sendo $P(3)$ = 10,
  "A poboación máxima é de 10 millóns de individuos" **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Calcula cando a poboación é de 9´6 millóns de individuos. Estuda o comportamento da poboación a longo prazo.*

- Calcular os anos pedidos
  $P(t)=9'6\Rightarrow 8+\dfrac{12t}{t^2+9}=9'6\Rightarrow 1'6t^2-12t+14'4=0$ **0´25 puntos**.
  $t^2-7'5t+9=0\Rightarrow\left\langle\begin{array}{l} t=3/2\\ t=6\end{array}\right.$
  "*A poboación alcanza os 9´6 millóns de individuos ao ano e medio e aos seis anos*" **0´50 puntos**.
- Obter o límite da función
  $\lim\limits_{t\to+\infty}P(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\left(8+\dfrac{12t}{t^2+9}\right)=8$ **0´25 puntos**.
- Expresar o anterior resultado no contexto do exercicio
  "*A poboación tende a estabilizarse ao redor dos oito millóns de individuos*" **0´25 puntos**.
- A gráfica da función (non se pide)



Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha tenda que vende os seus produtos a través de Internet utiliza tres empresas de transporte para a entrega dos seus pedidos *A*, *B* e *C*. Reparten a entrega de pedidos entre as empresas, de forma que *A* entrega a metade, *B* a terceira parte e *C* o resto dos pedidos. O 84% dos pedidos entregados por *A*, o 90% dos entregados por *B* e o 96% dos entregados por *C*, cumpren co prazo de entrega establecido.

(a) **1 punto**. *¿Que porcentaxe de pedidos son entregados no prazo establecido?*

Denominamos aos sucesos "*A*": *un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa A*,
"*B*": *un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa B*,
"*C*": *un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa C.*
"*E*": *un pedido, elexido ao azar, cumpre co prazo de entrega establecido.*

As probabilidades que nos dan no enunciado son

$P(A)=1/2,\ \ P\left(E/A\right)=0'84$

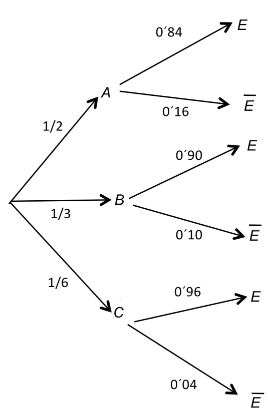
$P(B)=1/3,\ \ P\left(E/B\right)=0'90$

$P(C)=1/6,\ \ P\left(E/C\right)=0'96$

- Formular a probabilidade pedida e utilizar o teorema das probabilidades totais
  $P(E)=P(A\cap E)+P(B\cap E)+P(C\cap E)=P(A)\cdot P\left(E/A\right)+P(B)\cdot P\left(E/B\right)+P(C)\cdot P\left(E/C\right)$ **0´25 puntos.**
- Identificar as probabilidades da fórmula coas do enunciado do exercicio e resultado
  $P(E)=\frac{1}{2}\cdot 0'84+\frac{1}{3}\cdot 0'9+\frac{1}{6}\cdot 0'96=0'88$ **0´50 puntos**.
- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe
  "*Un 88% dos pedidos son entregados no prazo establecido*" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que un pedido, seleccionado ao azar, ou é entregado pola empresa B ou non cumpre co prazo establecido.*

- Formulación da probabilidade pedida
  $P\left(B\cup\bar{E}\right)$ **0´25 puntos**.
- Expresión da probabilidade da unión e da probabilidade da intersección de sucesos dependentes
  $P\left(B\cup\bar{E}\right)=P(B)+P(\bar{E})-P\left(B\cap\bar{E}\right)=P(B)+P(\bar{E})-P(B)\cdot P(\bar{E}/B)$ **0´25 puntos**.
- Identificar as probabilidades anteriores e resultado
  $P\left(B\cup\bar{E}\right)=\frac{1}{3}+(1-0'88)-\frac{1}{3}\cdot(1-0'9)=0'42$ **0´50 puntos**.



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0´75 puntos pola árbore ben feita e despois

(*a*) Resultado **0´25 puntos**
Expresión da porcentaxe **0´25 puntos**

(*b*) Formular a probabilidade pedida **0´25 puntos**
Fórmula da unión de sucesos **0´25 puntos**
Resultado **0´25 puntos**

Ao realizar exercicios onde interveñan fraccións do tipo 1/3, 1/6…, convén recalcar que hai que operar con elas como fraccións e non pasalas a decimais 0´3, 0´33, 0´16…,. Por exemplo, no exercicio anterior a suma das probabilidades das tres primeiras ramas da árbore non daría 1, co que non habería partición e non se verificarían as hipóteses do teorema das probabilidades totais, (igualmente se non utilizamos a árbore).

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha empresa multinacional que posúe delegacións en Francia e España, realiza un estudo sobre a satisfacción dos seus empregados no traballo. Polo estudo realizado na delegación francesa, sabemos que o 45% dos empregados están satisfeitos co seu traballo. Na delegación española, dunha mostra aleatoria de 1600 empregados 672 están satisfeitos co seu traballo.

(a) **1´50 puntos**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de empregados satisfeitos na delegación española é polo menos a mesma que na delegación francesa fronte a que é inferior. ¿Cal sería a conclusión cun 1% de nivel de significación?*

Sexan

"p : proporción de empregados satisfeitos co seu traballo na delegación española". ***Parámetro poboacional descoñecido* (*é o que nos mandan contrastar*)**

Estatístico proporción mostral $\equiv \hat{P}$: *proporción de empregados satisfeitos co seu traballo,*

en mostras de 1600 *empregados, na delegación española* $\xrightarrow[\text{valor particular do estatístico } \hat{P}\text{, para a mostra dada}]{} \hat{p} = \dfrac{672}{1600} = 0´42$

0´25 puntos.

p_0 : *proporción de empregados franceses satisfeitos* $= 0´45$

- Especificar as hipóteses nula e alternativa:

  $\begin{cases} H_0 : p \geq 0´45 \\ H_1 : p < 0´45 \end{cases}$ **0´25 puntos.**

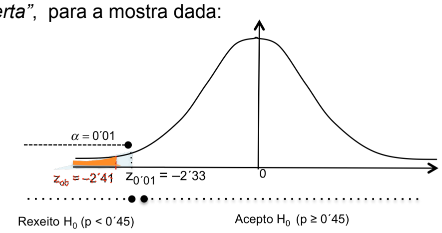
- Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

- Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

  $z_{ob} = \dfrac{0´42 - 0´45}{\sqrt{\dfrac{0´45 \cdot 0´55}{1600}}} \cong -2´41$ **0´25 puntos.**

- Establecer a rexión crítica,
  para $\alpha = 0´01$, $(-\infty, -2´33)$ **0´25 puntos.**

- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula
  $z_{ob} = -2´41 < z_{crít} = -2´33 \Rightarrow$ *Rexeito* H_0 **0´25 puntos.**



- Conclusión
  "Cun risco de equivocarnos dun 1%, podemos concluír que a proporción de empregados satisfeitos co seu traballo é menor na delegación española que na francesa" **0´25 puntos.**

(b) **0´50 puntos**. *Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.*

- *Erro tipo* I $\equiv \alpha = P\left(\text{Rexeitar } H_0 / H_0 \text{ certa}\right) \equiv$ *"concluír que a proporción de empregados españois saisfeitos co seu traballo é menor que a de franceses, cando realmente non o é"* **0´25 puntos.**

- *Erro tipo* II $\equiv \beta = P\left(\text{Aceptar } H_0 / H_0 \text{ falsa}\right) \equiv$ *"concluír que a proporción de empregados españois saisfeitos co seu traballo é polo menos a mesma que a de franceses, cando realmente o certo é que sería menor"* **0´25 puntos.**

![Exemplos de resposta / Solucións]

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

<u>OPCIÓN A</u>

<u>Exercicio 1</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) **1´75 puntos**. *Determina os valores de x e y para os que se verifica a seguinte ecuación* $3A^2 - xA + y\,I = O$, *onde I é a matriz identidade de orde 2 e O é a matriz nula da mesma orde.*

- Calcular as matrices $\begin{cases} 3A^2 = 3\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 15 \end{pmatrix} \ \textbf{0´25 puntos.} \\ xA = x\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x & x \\ x & 2x \end{pmatrix} \ \textbf{0´25 puntos.} \\ y\,I = y\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} \ \textbf{0´25 puntos.} \end{cases}$
- Operar alxébricamente coas matrices obtidas
  $3A^2 - xA + y\,I = O \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 6+x+y & 3-x \\ 3-x & 15-2x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Obter os valores de *x* e *y*
  $\begin{cases} 6+x+y=0 \ \Rightarrow y=-9 \ \textbf{0´25 puntos} \\ 3-x=0 \quad \Rightarrow x=3 \ \textbf{0´25 puntos} \\ 15-2x+y=0 \ \textit{comprobar que } x=3 \textit{ e } y=-9 \textit{ satisfán esta ecuación } \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$

(b) **1´25 puntos**. *Despexa e calcula a matriz X na ecuación matricial* $2A + X = 3A^{-1}$ (A^{-1} é a matriz inversa de *A*)

- Calcular a matriz inversa de *A*, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**
- Despexar *X*, $X = 3A^{-1} - 2A$ **0´25 puntos**
- Obter a matriz pedida $X = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

<u>Exercicio 2</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O número de persoas, en centos, que visitou unha exposición que permaneceu aberta durante tres meses nun museo, estimouse pola función $N(t) = -t^3 + at^2 + bt,\ 0 \le t \le 3,$ onde *t* é o tempo transcorrido en meses desde a inauguración.

(a) **1´25 puntos**. *Calcula os valores de a e b, se se sabe que no segundo mes se alcanzou o máximo de 400 visitantes.*

- Determinar a primeira derivada
  $N'(t) = -3t^2 + 2at + b$ **0´25 puntos**
- Condición de máximo no punto *t* = 2
  $N'(2) = 0 \Leftrightarrow 4a + b = 12$ **0´25 puntos**
- Condición de valor máximo nese punto
  $N(2) = 4 \Leftrightarrow 4a + 2b = 12$ **0´25 puntos**
- Resolver o sistema, obtendo o valor de ***a*** **= 3 0´25 puntos** e de *b* = 0 **0´25 puntos**.

(b) **1´75 puntos**. *Para a = 3 e b = 0, estuda en que período de tempo se rexistrou un aumento e no que se rexistrou unha diminución do número de visitantes. Estuda a concavidade e convexidade da función e representa a súa gráfica.*

– $N'(t) = -3t^2 + 6t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$

	(0, 2)	(2, 3)
t	*t* = 1	*t* = 2´5
signo de N´(t)	*N´*(1) > 0	*N´*(2´5) < 0

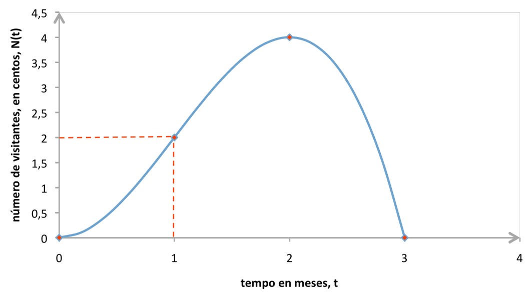
"*Desde a súa apertura ao segundo mes rexistrouse un aumento do número de visitantes*" **0´25 puntos**
"*Do segundo ao terceiro mes rexistrouse unha diminución do número de visitantes*" **0´25 puntos**

– $N''(t) = -6t + 6 = 0 \Rightarrow t = 1$

	(0, 1)	(1, 3)
t	*t* = 1/2	*t* = 2
signo de $N''(t)$	$N''(1/2) > 0$	$N''(2) < 0$

"*No intervalo* (0, 1) *a función é CONVEXA (CÓNCAVA HACIA ARRIBA)*" **0´25 puntos**
"*No intervalo* (1, 3) *a función é CÓNCAVA (CÓNCAVA HACIA ABAIXO)*" **0´25 puntos**

– Representación gráfica **0´75 puntos** (valórase o punto de inflexión (1, 2) e os puntos de corte da función co eixo de abscisas)



Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un).

<u>Exercicio 3</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Uns grandes almacéns teñen á venda un determinado artigo en dous formatos diferentes: A e B. Entre os compradores do artigo, dous de cada cinco elixen o formato A e o resto elixen o formato B. Quedan satisfeitos o 80% dos que elixen o formato A e o 85% dos que elixen o formato B.

(a) **1 punto**. *Determina a probabilidade de que unha persoa quede satisfeita coa compra do artigo.*

Denominamos aos sucesos "*A*": *un comprador do artigo, seleccionado ao azar, elixe o formato A*,
"*B*": *un comprador do artigo, seleccionado ao azar, elixe o formato B*,
"*S*": *un comprador do artigo, seleccionado ao azar, queda satisfeito coa compra.*

As probabilidades que nos dan no enunciado son

$P(A) = 2/5,\ P(S/A) = 0´80$

$P(B) = 3/5,\ P(S/B) = 0´85$

– Formular a probabilidade pedida *P*(*S*) **0´25 puntos**.
– Formular o teorema das probabilidades totais,
$P(S) = P(A)P(S/A) + P(B)P(S/B)$ **0´25 puntos**.
– Identificar cada unha das probabilidades da fórmula coas do enunciado do exercicio e resultado
$P(S) = \frac{2}{5} \cdot 0´80 + \frac{3}{5} \cdot 0´85 = 0´83$ **0´50 puntos**.

(b) **1 punto**. *Se un comprador do artigo, elixido ao azar, non quedou satisfeito coa compra, ¿cal é a probabilidade de que elixise o formato A?*

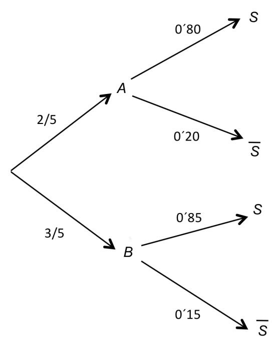
– Formular a probabilidade condicionada pedida $P(A/\overline{S})$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade condicionada

$P\left(A/\bar{S}\right)=\dfrac{P\left(A\cap\bar{S}\right)}{P\left(\bar{S}\right)}$ **0´25 puntos**.

– Identificar as probabilidades anteriores e resultado

$\dfrac{P\left(A\cap\bar{S}\right)}{P\left(\bar{S}\right)}=\dfrac{\frac{2}{5}\cdot 0'2}{1-0'83}\cong 0'47$ **0´50 puntos**.



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0´75 puntos pola árbore ben feita e despois

(a) Formular o teorema das probabilidades totais: **0´25 puntos**
Resultado: **0´25 puntos**

(b) Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**
Expresión da probabilidade condicionada: **0´25 puntos**
Resultado: **0´25 puntos**

E no caso de facer a táboa hai que calcular, a partir dos datos, as probabilidades das interseccións:

	S	$\bar{S}$	
A	0´32	0´08	0´4
B	0´51	0´09	0´6
	0´83	0´17	1

Pola táboa ben feita: **1 punto**.

(a) Resultado: **0´25 puntos**

(b) Formular a probabilidade condicionada: **0´25 puntos**
Expresión da fórmula anterior : **0´25 puntos**
Resultado: **0´25 puntos**

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo revela que polo menos o 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. Elixida unha mostra aleatoria de 200 universitarios galegos comprobouse que 146 deles practican algún deporte.

(a) **1´25 puntos**. *Formula un test para contrastar a información do estudo fronte a que menos do 80% dos universitarios galegos practican algún deporte. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?*

Sexan

"p: proporción de universitarios galegos que practican algún deporte". ***Parámetro poboacional descoñecido (é o que nos mandan contrastar)***

Estatístico proporción mostral $\equiv \hat{P}$ *: proporción de universitarios galegos que practican algún deporte,*

en mostras de 200 *universitarios galegos* $\xrightarrow[\text{valor particular do estatístico } \hat{P}\text{, para a mostra dada}]{} \hat{p}=\dfrac{146}{200}=0'73$

– Especificar as hipóteses nula e alternativa:

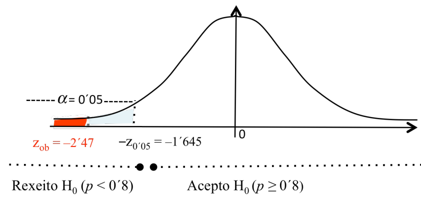
$\begin{cases} H_0 : p \geq 0'8 \\ H_1 : p < 0'8 \end{cases}$ **0´25 puntos.**

– Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P}-p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}\sim N(0,1)$

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

$z_{ob}=\dfrac{0'73-0'8}{\sqrt{\dfrac{0'8\cdot 0'2}{200}}}\cong -2'47$ **0´25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións



- Establecer a rexión crítica,
  para $\alpha = 0'05$, $(-\infty, -1'645)$ **0´25 puntos.**

- Decidir se se acepta ou se rexeita a hipótese nula
  $z_{ob} = -2'47 < z_{crit} = -1'645 \Rightarrow$ *Rexeito* H_0 **0´25 puntos.**

- Conclusión:
  "Cun risco de equivocarnos dun 5%, podemos concluír que a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte é inferior ao 80% que afirma o estudo" **0´25 puntos.**

(b) **0´75 puntos**. *A partir da mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de universitarios galegos que practican algún deporte. Interpreta o intervalo obtido.*

- Calcular numéricamente os extremos do intervalo

$$\begin{cases} \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'73 - 1'96\sqrt{\dfrac{0'73 \cdot 0'27}{200}} = 0'73 - 0'061 = 0'669 \cong 0'67 \ \textbf{0´25 puntos} \\ \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0'73 + 1'96\sqrt{\dfrac{0'73 \cdot 0'27}{200}} = 0'73 + 0'061 = 0'791 \cong 0'79 \ \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$$

- Interpretación
  "Estimamos que a porcentaxe de universitarios galegos que practican algún deporte, está entre un 67% e un 79%, aproximadamente, cun 95% de confianza" **0´25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

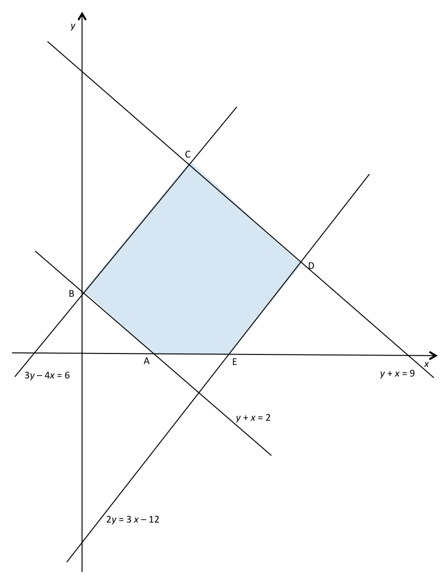
OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Consideremos o sistema de inecuacións $y \geq 0,\ \ 2 \leq y + x \leq 9,\ \ 3y - 4x \leq 6,\ \ 2y \geq 3x - 12.$

(a) **2´25 puntos**. *Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.*

- Representamos as rectas
  $y + x = 2$, pasa polos puntos (0, 2) e (2, 0).
  $y + x = 9$, pasa polos puntos (0, 9) e (9, 0).
  $3y – 4x = 6$, pasa polos puntos (0, 2) e (–3/2, 0).
  $2y = 3x – 12$, pasa polos puntos (0, –6) e (4, 0).
- Vértices da rexión factible,
  vértices: *A* (2, 0), *B* (0, 2), e *E* (4, 0) **0´25 puntos**.
  vértice *C* (3, 6) **0´50 puntos**.
  vértice *D* (6,3) **0´50 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices) **1 punto**:



(b) **0´75 puntos**. *¿En que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función* $f(x,y) = 4x - 3y + 2$?

- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *E* (4, 0) **0´25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *B* (0, 2) e no punto *C* **(3, 6) 0´25 puntos** e tamén nos infinitos puntos do segmento *BC* **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os gastos de mantemento *G*(*t*), en miles de euros, da maquinaria dunha empresa estímanse en función do tempo *t*, en meses, que dita maquinaria leva en funcionamento por:

$$G(t) = \begin{cases} -\dfrac{1}{9}t + \dfrac{7}{2} & \text{se } 0 \leq t \leq 18 \\ 6 - \dfrac{144}{t+14} & \text{se } t > 18 \end{cases}$$

Exemplos de resposta / Solucións

(a) **1´75 puntos**. *Calcula os intervalos de crecemento e de decrecemento do gasto de mantemento. ¿Nalgún mes o gasto é mínimo? Nese caso, ¿a canto ascende?*

- Determinar a primeira derivada da función

$$G'(t)=\begin{cases}-\dfrac{1}{9} & \text{se } 0<t<18 \ \ \textbf{0´25 puntos}\\ \dfrac{144}{(t+14)^2} & \text{se } t>18 \ \ \ \ \textbf{0´25 puntos}\end{cases}$$

- No intervalo (0, 18) $G(t)$ é decrecente **0´25 puntos**. No (18, $+\infty$) $G(t)$ é crecente **0´25 puntos**.
- Comprobar se hai mínimo

  $\begin{cases}G(0)=3´5\\ G(18)=1´5\\ G(t) \text{ é crecente para } t>18\end{cases} \Rightarrow$ para $t=18$ a función $G(t)$ presenta un minimo. **0´25 puntos** .

  "*O gasto foi mínimo no mes 18* **0´25 puntos** *e ascendeu a 1500 euros*" **0´25 puntos**.

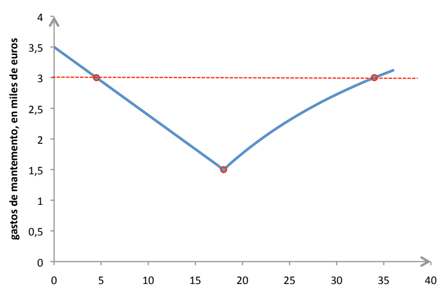
(b) **1´25 puntos**. *Determina en que mes ou meses o gasto é de 3000 euros. Xustifica e calcula o valor ao que tende o gasto co paso do tempo.*

- Resolver a ecuación no primeiro anaco da función,

  $G(t)=3 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{9}t+\dfrac{7}{2}=3 \Rightarrow t=\dfrac{9}{2}$ **0´25 puntos**.
- Resolver a ecuación no segundo anaco da función,

  $G(t)=3 \Leftrightarrow 6-\dfrac{144}{t+14}=3 \Rightarrow t=34$ **0´25 puntos**.
- Responder no contexto do exercicio,
  "*No cuarto mes e medio e no mes 34, o gasto ascendeu a 3000 euros*" **0´25 puntos**.
- Calcular o límite da función,

  $\lim\limits_{t\to\infty} G(t)=\lim\limits_{t\to\infty}\left(6-\dfrac{144}{t+14}\right)=6-\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{144}{t+14}=6$ **0´25 puntos**.
- Especificar o valor ao que tende o gasto,
  "*Co paso do tempo, o gasto de mantemento da maquinaria tende a alcanzar o valor de 6000 euros*" **0´25 puntos**.
  Esbozo da gráfica (non a piden)



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexan A e B sucesos tales que $P(A)=0´80$, $P(B)=0´60$ e $P\left(\bar{A}\cup\bar{B}\right)=0´52$, onde $\bar{A}$ e $\bar{B}$ son os sucesos contrarios ou complementarios de *A* e *B*, respectivamente.

(a) **1 punto**. *Calcula* $P\left(A\cap B\right)$. *Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B.*

- Pola propiedade da probabilidade da unión de complementarios

  $P\left(\bar{A}\cup\bar{B}\right)=P\left(\overline{A\cap B}\right)=1-P\left(A\cap B\right)$ **0´25 puntos**,

  $0´52=1-P\left(A\cap B\right)\Rightarrow P\left(A\cap B\right)=0´48$ **0´25 puntos**.

– Xustificar se os sucesos son ou non independentes

$$\underbrace{\left.\begin{array}{l} P\left(A\cap B\right)=0{\acute{}}48 \\ P(A)\cdot P(B)=0{\acute{}}8\cdot 0{\acute{}}6=0{\acute{}}48 \end{array}\right\}}_{0{\acute{}}25\ \text{puntos}} \Rightarrow \underbrace{P\left(A\cap B\right)=P(A)\cdot P(B)\Rightarrow \text{"}A\text{ e }B\text{ son independentes"}}_{0{\acute{}}25\ \text{puntos}}$$

(b) **1 punto**. *Formula e calcula as probabilidades de: "que aconteza A e non aconteza B"* e "*que non aconteza nin A nin B*".

– Formular a probabilidade de que aconteza *A* e non *B*: $P\left(A\cap \bar{B}\right)$ **0´25 puntos**.

– Calcular a probabilidade anterior
$P\left(A\cap \bar{B}\right)=P(A)-P\left(A\cap B\right)=0{\acute{}}8-0{\acute{}}48=0{\acute{}}32$ **0´25 puntos**.
Tamén se podería calcular utilizando a fórmula da probabilidade da intersección de dous sucesos independentes $P\left(A\cap \bar{B}\right) \underbrace{=}_{\text{por ser independentes } A \text{ e } \bar{B}} P(A)\cdot P(\bar{B})=0{\acute{}}8\cdot 0{\acute{}}4=0{\acute{}}32$

– Formular a probabilidade de que non aconteza nin *A* nin *B*: $P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)$ **0´25 puntos**.

– Calcular a probabilidade anterior $P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right) \underbrace{=}_{\bar{A} \text{ e } \bar{B} \text{ son independentes}} P\left(\bar{A}\right)P\left(\bar{B}\right)=0{\acute{}}2\cdot 0{\acute{}}4=0{\acute{}}08$ **0´25 puntos**.
Tamén se podería calcular utilizando a fórmula da probabilidade da unión de sucesos
$P\left(\bar{A}\cup \bar{B}\right)=P\left(\bar{A}\right)+P\left(\bar{B}\right)-P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)\Rightarrow P\left(\bar{A}\cap \bar{B}\right)=0{\acute{}}2+0{\acute{}}4-0{\acute{}}52=0{\acute{}}08$.
No caso de facer a táboa hai que calcular primeiro o apartado (a) **1 punto** *e utilizar o resultado:*

	B	$\bar{B}$	
A	48	32	80
$\bar{A}$	12	8	20
	60	40	100

$\left\{\begin{array}{l} \textit{táboa}: \ \mathbf{0{\acute{}}50\ puntos} \\ \text{(b) } \mathbf{0{\acute{}}50\ puntos} \end{array}\right.$

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O peso das robalizas capturadas polos pesqueiros dun porto da costa galega distribúese normalmente con media μ e desviación típica $\sigma = 500$ gramos. Elíxese unha mostra aleatoria de 25 robalizas do devandito porto.

(a) **1 punto**. *Obtense o intervalo de confianza* (2083, 2517) *para a media* μ. *Calcula o peso medio das robalizas da mostra e o nivel de confianza co que se construíu o intervalo.*

Sexa
X : *peso, en gramos, dunha robaliza capturada por un pesqueiro dese porto* $\sim \mathrm{N}\left(\mu, \sigma=500\right)$
$\downarrow$ $n=25$ $\mu \equiv$ *peso medio das robalizas do devandito porto* (*parámetro*)
$\bar{X}$: *estatístico media mostral* $\equiv$ *peso medio das robalizas*, *en mostras de* 25 *robalizas* $\mapsto \bar{x}$?

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media mostral, $\bar{x}$:

$$\left\{\begin{array}{l} \bar{x}-z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{500}{\sqrt{25}}=2083 \\ \bar{x}+z_{\alpha/2}\cdot\dfrac{500}{\sqrt{25}}=2517 \end{array}\right. \Rightarrow \bar{x}=\frac{2083+2517}{2}=2300 \ \ \mathbf{0{\acute{}}25\ puntos}.$$

"*O peso medio das robalizas da mostra é 2300 gramos*"

– Identificar o radio do intervalo de confianza co valor numérico que lle corresponde:
$z_{\alpha/2}\dfrac{500}{\sqrt{25}}=217$ **0´25 puntos**.

– Operar e buscar nas táboas
$z_{\alpha/2}=2{\acute{}}17 \underbrace{\Rightarrow}_{\text{usando a táboa}} 1-\alpha/2=0{\acute{}}985$ **0´25 puntos**.

– Cálculo do nivel de confianza
$1-\alpha=0{\acute{}}97$. "*O nivel de confianza do intervalo é do 97%*" **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto**. *Utilizando o peso medio da mostra obtido no apartado* (a), *formula un test para contrastar que o peso medio das robalizas que alí se pescan é de polo menos 2500 gramos como afirman os pescadores do lugar, fronte a que é inferior. ¿A qué conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?*

– Formular o contraste

$$\begin{cases} H_0 : \mu \geq 2500 \\ H_1 : \mu < 2500 \end{cases}$$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

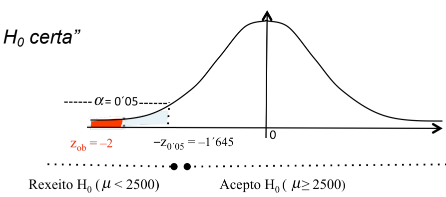
– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*

$z_{ob} = \dfrac{2300 - 2500}{500/\sqrt{25}} = -2$ **0´25 puntos**.

– Rexión crítica $(-\infty, -1´645)$ **0´25 puntos**.

– Decisión e conclusión

$z_{ob} = -2 < z_{crít} = -z_{0´05} = -1´645 \Rightarrow$ "*Rexeito H_0*"



"Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluír, en base a mostra dada, que o peso medio das robalizas que se pescan nese porto da costa galega é inferior a 2500 gramos" **0´25 puntos**.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA USC	**PAU** **Xuño 2015**	**Código: 36**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(***O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos***)

OPCIÓN A

1. Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices $A \cdot B$ e $B-C$. Calcula os valores de *a*, *b* e *c* que cumpren $A \cdot B = B - C$.

2. Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función $B(t)=\begin{cases} 10\left(4t-t^2\right), & 0 \le t \le 3 \\ 60-10t, & 3 < t \le 7 \end{cases}$ indica como evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo *t* (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo *t* = 0 a principios de 2006.

(a) Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?

(b) Representa a gráfica da función *B*(*t*). ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?

3. Segundo unha enquisa de opinión sábese que o 80% da poboación adolescente dunha determinada cidade segue unha serie de TV. Elíxese unha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que sigan a serie de TV entre 170 e 190 (incluídos) adolescentes?

4. A puntuación do coeficiente intelectual CI, nun estudo sobre certa poboación de nenos, segue unha distribución normal de media 100 puntos e desviación típica 16 puntos.

(a) Escóllese unha mostra aleatoria de 25 nenos desa poboación. Calcular a probabilidade de que a puntuación media do CI nesa mostra sexa superior a 108 puntos.

(b) Co obxeto de contrastar a puntuación media do CI nesa poboación coa dos nenos de certa Comunidade Autónoma (CA), selecciónase unha mostra aleatoria de 400 nenos da CA e obtense unha puntuación media de 101 puntos de CI. Supoñendo que se segue mantendo a desviación típica, formula un test para contrastar que a puntuación media non supera os 100 puntos fronte a que é superior na devandita CA. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?

OPCIÓN B

1. Sexa *R* a rexión do plano determinada polo sistema de inecuacións $2x+3y \le 12$, $-2 \le 2x-y \le 4$, $y \ge 0$.

(a) Representa a rexión *R* e calcula os seus vértices. Xustifica se o punto P(–1/2, 1/2) pertence ou non á rexión *R*.

(b) Calcula o punto ou puntos de *R* onde a función $f(x,y)=-2x+5y$ alcanza os seus valores máximo e mínimo.

2. Consideremos a función $f(x)=1+\dfrac{a}{x}+bx,\ x \ne 0$.

(a) Calcula o valor de "*a*" e de "*b*" sabendo que a función *f*(*x*) ten un extremo relativo no punto (3, –1).

(b) Supoñendo que $a=-3$ e $b=-\dfrac{1}{3}$, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función *f*(*x*).

3. Un estudo sociolóxico sobre alcohólicos informa que o 40% deles ten pai alcohólico, o 6% ten nai alcohólica e dos que teñen pai alcohólico o 10% ten tamén nai alcohólica.

(a) Calcula a probabilidade de que un alcohólico, seleccionado ao azar, teña pai e nai alcohólicos.

(b) Calcula a porcentaxe de alcohólicos que ten polo menos un dos pais alcohólico.

4. Unha compañía de seguros afirma que polo menos o 90% das súas demandas se resolven en menos de trinta días. Para comprobar a devandita afirmación, unha asociación de consumidores elixiu unha mostra aleatoria de 120 demandas contra a compañía e encontrou que 102 delas se resolveran en menos de trinta días.

(a) Formula un test para contrastar a información da compañía de seguros fronte a que a porcentaxe de demandas que se resolven en menos de trinta días é menor do 90%.

(b) ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión se o nivel de significación é do 1%?

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **Setembro 2015**	**Código: 36**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(***O alumno/a debe responder so aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos***

OPCIÓN A

1. Tres socios reúnen 6000 euros para investir nun produto financeiro. Sábese que o primeiro achega o dobre que o segundo e que o terceiro achega tanto como o primeiro e o segundo xuntos.

(a) Formula o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado e exprésao en forma matricial.
(b) Resolve o sistema anterior. ¿Canto diñeiro achega cada un dos socios para realizar o investimento?

2. Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da acción desa empresa ao longo do tempo,

$$V(x)=\begin{cases} 8x-x^2 & \text{se } 0\le x\le 6 \\ 8+\dfrac{20}{x-1} & \text{se } x>6 \end{cases}$$

, onde $V(x)$ é o valor da acción en euros e x é o tempo transcorrido en meses.

(a) Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.
(b) De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función $V(x)$.

3. Sábese que nunha cidade, o 40% dos fogares teñen contratada algunha plataforma de televisión de pagamento. Se se seleccionan aleatoriamente 150 fogares desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que o número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento estea comprendido entre 50 e 64 (ambos os dous incluídos)?

4. O tempo de conexión a Internet dos clientes dun cibercafé segue unha distribución normal de media μ e desviación típica σ = 20 minutos. Unha mostra aleatoria de 64 clientes deu como resultado o intervalo de confianza (84´4, 95´6) para o tempo medio de conexión a Internet dos clientes do cibercafé.

(a) Calcula o valor observado da media mostral.
(b) Calcula o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.

OPCIÓN B

1. Sexa a función lineal $f(x,y)=x-3y$ suxeita ao conxunto de restricións $x+2y\le 12,\ 2x+y\le 18,\ x\ge y,\ x\ge 0,\ y\ge -2$.

(a) Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.
(b) Determina (se existen) os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.

2. Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, *o prezo por cada unha delas* debe ser $p(x)=150-\frac{1}{2}x$ euros, e que o *custo total* de producir x pezas está dado por $C(x)=4000+\frac{1}{4}x^2$ euros.

(a) Calcula os ingresos totais e o beneficio total.
(b) ¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo?
(c) ¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?

3. O departamento comercial dunha empresa estuda a posible acollida dun produto entre os seus clientes. Para iso, efectúa un primeiro lanzamento do produto ofertándollelo a 250 clientes escollidos ao azar dos que 150 sempre efectúan os seus pagamentos a prazos e o resto fano ao contado. O departamento estima que o 90% dos clientes que pagan a prazos aceptará o produto e dos de pagamento ao contado aceptarao o 65%.

(a) Calcula a probabilidade de que un cliente desa empresa non acepte o produto.
(b) Se un cliente acepta o produto, calcula a probabilidade de que pague ao contado.

4. Certa enfermidade parece afectar máis aos homes. Un estudo realizado nun hospital establece un intervalo do 95´44% de confianza, (0´58, 0´62), para a proporción de homes con esa enfermidade.

(a) ¿Cal é a proporción mostral observada de homes con esa enfermidade, segundo o devandito estudo?
(b) ¿Cal é o tamaño de mostra que se utilizou nese estudo?

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

- Calcular a matriz $A \cdot B$: **0,50 puntos**.
- Calcular a matriz $B - C$: **0,50 puntos**.
- Formulación do sistema: **0,50 puntos**.
- Resolución do sistema: **1,50 puntos** (**0,50** por cada un dos valores de a, b e c).

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,50 puntos**.
- Determinar os períodos nos que se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios : **0,75 puntos**
- Beneficios máximos e ano en que os obtiveron: **0,50 puntos**

(b) **1,25 puntos:**
- Representar a gráfica da función: **0,50 puntos**.
- Ano no que non obtiveron beneficios: **0,50 puntos**.
- Ano a partir do que deixou de ser rendible: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto para a continuidade: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Determinar a distribución de $\overline{X}$: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

<u>OPCIÓN B</u>

<u>EXERCICIO 1</u> **(3 puntos)**

(a) **2,50 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,50 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).
- Xustificar se o punto *P* pertence ou non á rexión: **0,25 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**
- Puntos onde a función obxectivo alcanza o valor máximo e o mínimo: **0,50 puntos**.

<u>EXERCICIO 2</u> **(3 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira derivada da función: **0,50 puntos**.
- Condición de extremo relativo no punto dado: **0,25 puntos**
- Condición de pasar a función polo punto extremo anterior: **0,25 puntos**.
- Obter o valor de a e de b: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Obter os puntos críticos: **0,25 puntos**.
- Determinar a segunda derivada da función: **0,50 puntos**.
- Clasificar, xustificando, os extremos relativos da función: **0,75 puntos**.

<u>EXERCICIO 3</u> **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade condicionada, identificando as porcentaxes do enunciado na fórmula anterior: **0,50 puntos**.
- Resultado pedido : **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Formular e calcular a probabilidade da unión: **0,50 puntos**.
- Responder a porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

<u>EXERCICIO 4</u> **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 5%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o nivel de significación do 1%: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,25 puntos**:
- Formular o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado: **0,75 puntos**.
- Expresar o sistema en forma matricial: **0,50 puntos**.

(b) **1,75 puntos**:
- Resolver o sistema anterior: **1,50 puntos**.
- Responder á pregunta do exercicio: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,75 puntos:**
- Determinar as primeiras derivadas en cada anaco: **0,50 puntos**.
- Intervalos de crecemento e de decrecemento: **0,75 puntos**.
- Valor máximo esperado e mes no que se produciría: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Calcular o límite da función: **0,25 puntos**.
- Especificar o que acontecerá co valor da acción a longo prazo: **0,25 puntos**.
- Gráfica da función: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Identificar a variable como binomial: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto para a continuidade: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,25 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos**.
- Cálculo da media muestral: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0´50 puntos**.
- Obter o valor do punto crítico $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
- Uso da táboa para obter o valor de 1– α/2: **0´25 puntos**.
- Obter o nivel de confianza: **0´50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,50 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,50 puntos.**
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices).

(b) **0,50 puntos:**
- Punto da rexión no que a función alcanza o seu valor máximo: **0,25 puntos**.
- Punto da rexión no que a función alcanza o seu valor mínimo: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Determinar os ingresos totais: **0,50 puntos**.
- Determinar o beneficio total: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Calcular o punto crítico: **0,25 puntos**.
- Xustificar que o punto obtido é un máximo: **0,25 puntos**.
- Especificar cantas pezas debe producir e vender para maximizar os beneficios totais: **0,25 puntos**.
- Calcular o beneficio total máximo e responder no contexto do enunciado: **0,50 puntos**.

(c) **0,50 puntos:**
- Calcular o prezo que debe cobrar por peza, co fin de producir o beneficio total máximo: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior e identificar as probabilidades da fórmula: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos**.
- Cálculo da proporción mostral: **0,25 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,50 puntos**.
- Cálculo de $z_{\alpha/2}$: **0,25 puntos**.
- Cálculo de *n*: **0,50 puntos**.
- Expresión dese valor de *n* no contexto do exercicio: **0,25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

***Exercicio 1*.** (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} c+2 & 2 \\ 0 & c \end{pmatrix}$

Calcula as matrices $A\cdot B$ *e* $B-C$.

– Calcular a matriz $A\cdot B=\begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

– Calcular a matriz $B-C=\begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

Calcula os valores de a, b e c que cumpren $A\cdot B=B-C$.

– Formulación do sistema: $\begin{pmatrix} -a & a+2b \\ 0 & -b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -c-3 & -1 \\ 0 & b-c \end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases} -a+c=-3 \\ a+2b=-1 \\ -2b+c=0 \end{cases}$ **0´50 puntos**.

– Resolución do sistema, por calquera método, obtendo as solucións: a = 1, b = –1, c = –2 **1´50 puntos** (**0´50 puntos** por cada un dos valores de a, b e c).

‘

***Exercicio 2*.** (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Un restaurante foi aberto ao público a principios de 2006 e a función $B(t)=\begin{cases} 10\left(4t-t^2\right), & 0\le t\le 3 \\ 60-10t, & 3<t\le 7 \end{cases}$ indica como evolucionaron os seus beneficios (en miles de euros) en función do tempo t (en anos) transcorrido dende a súa apertura, correspondendo t = 0 a principios de 2006.

(a) **1´75 puntos**. *Estuda en que períodos se produciu un aumento e nos que se produciu unha diminución dos seus beneficios. ¿A canto ascenderon os seus beneficios máximos? ¿En que ano os obtiveron?*

– Determinar a primeira derivada:

$B'(t)=\begin{cases} 40-20t, & 0<t<3 \\ -10, & 3<t<7 \end{cases}$ **0´50 puntos**.

– No intervalo (0, 3), $B'(t)=0\Leftrightarrow 40-20t=0\Rightarrow t=2$ é un punto crítico.

– No intervalo (3, 7), $B'(t)=-10<0$, para todo t

– Facer o estudo do crecemento e do decrecemento da función $B(t)$

	(0, 2)	(2, 3)	(3, 7)
t	*t* = 1	*t* = 2´5	*para todo t*
signo de B´(t)	$B´(1) > 0$	$B´(2´5) < 0$	$B´(t) < 0$

– No intervalo (0, 2) a función é crecente. Nos intervalos (2, 3) e (3, 7) a función é decrecente.

– Responderemos agora no contexto do exercicio:

“Dende a súa apertura, a principios do 2006 ata o 2008 produciuse un aumento dos seus beneficios” **0´25 puntos**.
“Dende principios do 2008 ata principios do 2013 prodúcese unha diminución dos seus beneficios” **0´50 puntos**.

– En t = 2, $B(t)$ é máxima. $B_{máx} = B(2) = 40$.

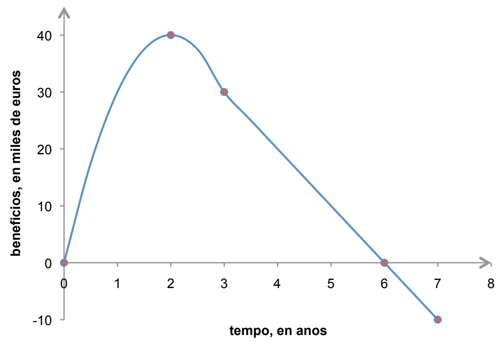
“Os beneficios máximos ascenderon a 40.000 *euros* **0´25 puntos**, *e obtivéronos a principios do 2008”* **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Representa a gráfica da función B(t). ¿Nalgún ano despois da súa apertura non obtiveron beneficios? ¿A partir dalgún ano deixou de ser rendible o restaurante?*

– Recordemos que segundo consta nos criterios xerais de avaliación da materia de Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais, colgados na web ciug.cesga.es

Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un)

– Para representar a gráfica, precisamos coñecer o valor da función nos extremos do intervalo de definición 0 e 7 e no punto 3, $B(0) = 0$, $B(7) = -10$, $B(3) = 30$, e utilizando os resultados do apartado (a)



– *Representación gráfica* **0´50 puntos**.

– $B(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10(4t - t^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases} \text{ estas solucións non serven} \\ 60 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 6 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

No ano 2012 *non obtiveron beneficios* **0´25 puntos**.

Deixou de ser rendible a partir do ano 2012 *ata principios do* 2013. **0´25**

<u>Exercicio 3</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Segundo unha enquisa de opinión sábese que o 80% da poboación adolescente dunha determinada cidade segue unha serie de TV. Elíxese unha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade, ¿cal é a probabilidade de que sigan a serie de TV entre 170 e 190 (incluídos) adolescentes?

– Definimos a variable aleatoria binomial "*X = número de adolescentes que seguen a serie de televisión, nunha mostra aleatoria de 225 adolescentes desa cidade*". $X \sim B(n = 225,\ p = 0'8)$.

– Formular a probabilidade pedida:
$P\left(170 \le X \le 190\right)$ **0´25 puntos**.

– Paso da binomial á normal:
$X \sim B\left(n = 225,\ p = 0'8\right) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = np = 180,\ \sigma = \sqrt{np(1-p)} = 6\right)$ **0´50 puntos**.

– Corrección de medio punto para a continuidade:
$P\left(170 \le X \le 190\right) = P\left(169'5 < X' < 190'5\right)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación:
$P\left(170 \le X \le 190\right) = P\left(169'5 < X' < 190'5\right) = P\left(-1'75 < Z < 1'75\right)$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas:
$P\left(-1'75 < Z < 1'75\right) = P\left(Z < 1'75\right) - \left(1 - P\left(Z < 1'75\right)\right) = 2P\left(Z < 1'75\right) - 1$ **0´50 puntos**.

– Resultado:
$P\left(170 \le X \le 190\right) = 2 \cdot 0'9599 - 1 = 0'9198$ **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

A puntuación do coeficiente intelectual CI, nun estudo sobre certa poboación de nenos, segue unha distribución normal de media 100 puntos e desviación típica 16 puntos.

(a) **1 punto.** *Escóllese unha mostra aleatoria de 25 nenos desa poboación. Calcular a probabilidade de que a puntuación media do CI nesa mostra sexa superior a 108 puntos.*

Sexan:

"*X = puntuación do CI dun neno desa poboación*". $X \sim N(\mu = 100,\ \sigma = 16)$

"$\bar{X}$: *estadístico media mostral ≡ puntuación media do CI en mostras de* 25 *nenos desa poboación*".

– Determinar a distribución de $\bar{X}$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu = 100,\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{25}} = 3'2\right)$$ **0,25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida:

$P\left(\bar{X} > 108\right)$ **0,25 puntos**.

– Tipificación:

$P\left(\bar{X} > 108\right) = P\left(Z > 2'5\right)$ **0,25 puntos**.

– Paso a táboas e resultado:

$P\left(\bar{X} > 108\right) = P\left(Z > 2'5\right) = 1 - P\left(Z \le 2{,}5\right) = 1 - 0'9938 = 0'0062$ **0,25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Co obxeto de contrastar a puntuación media do CI nesa poboación coa dos nenos de certa Comunidade Autónoma (CA), selecciónase unha mostra aleatoria de 400 nenos da CA e obtense unha puntuación media de 101 puntos de CI. Supoñendo que se segue mantendo a desviación típica, formula un test para contrastar que a puntuación media non supera os 100 puntos fronte a que é superior na devandita CA. ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación?*

Sexa agora

"*X = puntuación do CI dun neno desa poboación*". $X \sim N(\mu,\ \sigma = 16)$

$\bar{X}$: *estadístico media mostral ≡ puntuación media do CI*

en mostras de 400 *nenos desa poboación*" $\xrightarrow{\text{valor particular para a mostra dada}} \bar{x} = 101$

– Especificar as hipótesis nula e alternativa:

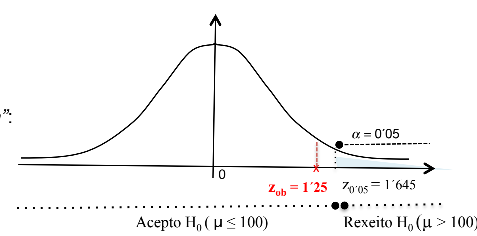
$$\begin{cases} H_0 : \mu \le 100 \\ H_1 : \mu > 100 \end{cases}$$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*:

$$z_{ob} = \frac{101 - 100}{16/\sqrt{400}} = 1'25$$ **0´25 puntos**.



– Establecer a rexión crítica:

$(1'645, +\infty)$ **0´25 puntos**.

– Decisión e conclusión:

Como $z_{ob} = 1'25 < z_{crit} = 1'645 \Rightarrow$ *Aceptamos* H_0 , é dicir,

"*non podemos concluír, ao 5% de nivel de significación, que a puntuación media na CA é superior á da poboación do estudo*" **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

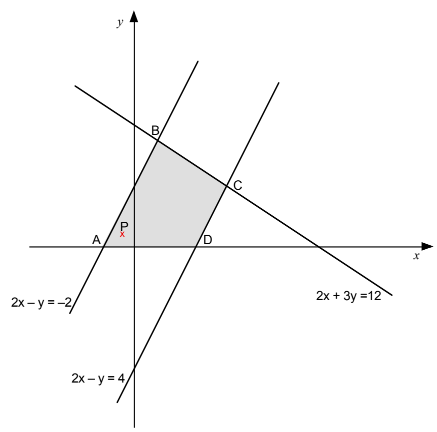
OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa *R* a rexión do plano determinada polo sistema de inecuacións $2x+3y \le 12, \quad -2 \le 2x-y \le 4, \quad y \ge 0$

(a) **2´50 puntos**. *Representa a rexión R e calcula os seus vértices. Xustifica se o punto P(–1/2, 1/2) pertence ou non á rexión R.*

– Representamos as rectas
$2x + 3y = 12$, pasa polos puntos (0, 4) e (2, 0).
$2x - y = -2$, pasa polos puntos (0, 2) e (–1, 0)
$2x - y = 4$, pasa polos puntos (0, –4) e (2, 0)
– Representación gráfica da rexión factible **0´75 puntos**



– Polos vértices: *A*(–1, 0) **0´25 puntos**; *D*(2, 0) **0´25 puntos**; *B*(3/4, 7/2) **0´50 puntos**; *C*(3, 2) **0´50 puntos**.

– O punto *P*(–1/2, 1/2) pertence á rexión factible, xa que verifica todas as inecuacións $\begin{cases} 2(-1/2)+3(1/2)=1/2<12 \\ -2<2(-1/2)-1/2<4 \\ y=1/2>0 \end{cases}$

0´25 puntos.

(b) **0´50 puntos**. *Calcula o punto ou puntos de R onde a función* $f(x,y) = -2x+5y$ *alcanza os seus valores máximo e mínimo*

– A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *B*(3/4, 7/2) **0´25 puntos**.
– A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *D*(2, 0) **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Consideremos a función $f(x) = 1 + \dfrac{a}{x} + bx, \ x \ne 0$.

(a) **1´50 puntos**. *Calcula "a" e "b" sabendo que a función f(x) ten un extremo relativo no punto (3, –1).*

– Determinar a primeira derivada da función:

$f'(x) = -\dfrac{a}{x^2} + b$ **0´50 puntos**.

– Condición de extremo relativo no punto (3, –1):

$f'(3) = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{a}{9} + b = 0 \Leftrightarrow -a + 9b = 0$ **0´25 puntos**.

– Condición de pasar a función polo punto anterior:

$f(3) = -1 \Leftrightarrow 1 + \dfrac{a}{3} + 3b = -1 \Leftrightarrow a + 9b = -6$ **0´25 puntos**.

– Resolver o sistema anterior obtendo o valor de *a* = –3 **0´25 puntos** e de *b* = –1/3 **0´25 puntos**.

(b) **1´50 puntos**. *Supoñendo que a = –3 e b = –1/3, determina, clasificándoos, os extremos relativos da función f(x).*

– Obter os puntos críticos:

$$f'(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 3 \end{cases}$$ **0´25 puntos**.

O punto *x* = 0 tamén hai que consideralo, por non existir a derivada da función nese punto.

– Determinar a segunda derivada da función:

$$f''(x) = -\frac{6}{x^3}$$ **0´50 puntos**

– Clasificar, xustificando, os extremos relativos da función:

$$\begin{cases} f''(3) < 0 \Rightarrow \textit{en } x = 3 \ f(x) \textit{ presenta un máximo relativo} \\ f''(-3) > 0 \Rightarrow \textit{en } x = -3 \ f(x) \textit{ presenta un mínimo relativo} \end{cases}$$ **0´50 puntos**.

O punto (3, –1) é un *máximo relativo* e o punto (–3, 3) é un *mínimo relativo* **0´25 puntos**.

Tamén se pode facer determinando os intervalos de monotonía e clasificando os extremos estudando o signo da primeira derivada **0´50 puntos**

	(–∞, –3)	(–3, 0)	(0, 3)	(3, +∞)
x	*x* = –4	*x* = –1	*x* = 1	*x* = 4
signo de f´(x)	*f´*(–4) < 0	*f´*(–1) > 0	*f´*(1) > 0	*f´*(4) < 0

No punto *x* = –3 *f*(*x*) presenta un *máximo relativo* **0´25 puntos**.
No punto *x* = 3 *f*(*x*) presenta un *mínimo relativo* **0´25 puntos.**
O punto (3, –1) é un *máximo relativo* e o punto (–3, 3) é un *mínimo relativo* **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo sociolóxico sobre alcohólicos informa que o 40% deles ten pai alcohólico, o 6% ten nai alcohólica e dos que teñen pai alcohólico o 10% ten tamén nai alcohólica.

(a) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que un alcohólico, seleccionado ao azar, teña pai e nai alcohólicos.*
Denominamos aos sucesos "*A*": *un alcohólico ten pai alcohólico*, "*B*": *un alcohólico ten nai alcohólica.*

As probabilidades que nos dan no enunciado son $P(A) = 0'4,\ P(B) = 0'06,\ P(B/A) = 0'1$

– Formular a probabilidade pedida:

$P(A \cap B)$ **0´25 puntos**

– Formular a probabilidade condicionada:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$ **0´25 puntos**.

– Identificar as porcentajes do enunciado na fórmula anterior:

$$0'1 = \frac{P(A \cap B)}{0'4}$$ **0´25 puntos**.

– Resultado pedido:

$P(A \cap B) = 0'1 \cdot 0'4 = 0'04$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de alcohólicos que ten polo menos un dos pais alcohólico.*

– Formular a probabilidade pedida:

$P(A \cup B)$ **0´25 puntos**.

– Formular e calcular a probabilidade da unión:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'4 + 0'06 - 0'04 = 0'42$ **0´50 puntos**.

– Responder a porcentaxe pedida:

"*Un 42% dos alcohólicos ten polo menos un dos pais alcohólico*" **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha compañía de seguros afirma que polo menos o 90% das súas demandas se resolven en menos de trinta días. Para comprobar a devandita afirmación, unha asociación de consumidores elixiu unha mostra aleatoria de 120 demandas contra a compañía e encontrou que 102 delas se resolveran en menos de trinta días

(a) **0´50 puntos**. *Formula un test para contrastar a información da compañía de seguros fronte a que a porcentaxe de demandas que se resolven en menos de trinta días é menor do 90%.*

Sexan

"p : proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días, na compañía de seguros". ***Parámetro poboacional descoñecido*** **(*é o que nos mandan contrastar*)**

$\widehat{P}$: *proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días,*

$$\textit{en mostras de 120 demandas} \xrightarrow[\text{valor particular do estatístico } \widehat{P}\text{, para a mostra dada}]{} \widehat{p} = \frac{102}{120} = 0´85$$

– Especificar as hipóteses nula e alternativa:

$$\begin{cases} H_0 : p \geq 0´9 \\ H_1 : p < 0´9 \end{cases}$$ **0´25 puntos.**

– Estatístico de proba: $\dfrac{\widehat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

$$z_{ob} = \frac{0´85 - 0´9}{\sqrt{\dfrac{0´9 \cdot 0´1}{120}}} = -1´826$$ **0´25 puntos.**

(b) **1´50 puntos**. *¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión se o nivel de significación é do 1%*?

– Establecer a rexión crítica:

para $\alpha = 0´05$, $(-\infty, -1´645)$ (ver gráfica (1)) **0´25 puntos**.

– Decisión:

$z_{ob} = -1´826 < z_{crit} = -1´645 \Rightarrow$ *Rexeito* H_0 **0´25 puntos**.

– Conclusión:

"Cun risco de equivocarnos dun 5% podemos concluír que non é certa a afirmación da compañía de seguros, xa que aceptamos que a proporción de demandas que se resolven en menos de trinta días é inferior ao 90%" **0´25 puntos**.

– Establecer a nova rexión crítica:

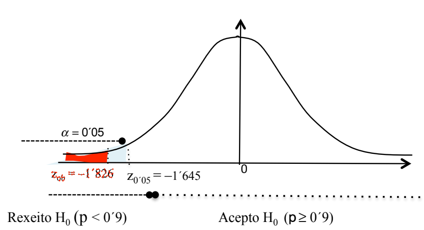
para $\alpha = 0´01$, $(-\infty, -2´33)$ (ver gráfica (2)) **0´25 puntos**.

– Decisión:

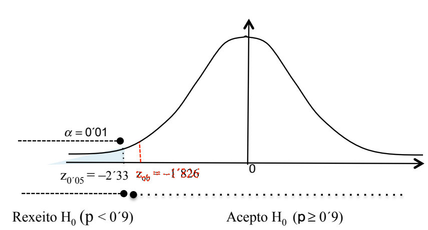
$z_{ob} = -1´826 > z_{crit} = -2´33 \Rightarrow$ *Acepto* H_0 **0´25 puntos**.

– Conclusión:

"Non hai evidencias estatísticas que nos permitan concluír que a proporción de demandas resoltas en menos de trinta días é inferior ao 90%" **0´25 puntos**.



gráfica (1)



gráfica (2)

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Tres socios reúnen 6000 euros para investir nun produto financeiro. Sábese que o primeiro achega o dobre que o segundo e que o terceiro achega tanto como o primeiro e o segundo xuntos.

(a) **1´25 puntos**. *Formula o sistema de ecuacións lineais asociado ao enunciado e exprésao en forma matricial.*

Definimos as variables: "*x = euros achegados polo primeiro socio*", "*y = euros achegados polo segundo socio*" e "*z = euros achegados polo terceiro socio*"

– Formular o sistema: $\begin{cases} x+y+z=6000 \\ x=2y \\ z=x+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x+y+z=6000 \\ x-2y \quad =0 \\ x+y-z=0 \end{matrix}$ **0´25 puntos. 0´25 puntos. 0´25 puntos.**

– Expresar o sistema en forma matricial: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6000 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

(b) **1´75 puntos**. *Resolve o sistema anterior. ¿Canto diñeiro achega cada un dos socios para realizar o investimento?*

– Podemos resolvelo por calquera método, por exemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6000 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3:F_1-F_3]{F_2:F_1-F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6000 \\ 0 & 3 & 1 & 6000 \\ 0 & 0 & 2 & 6000 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x+y+z=6000 & \Rightarrow x=2000 \\ 3y+z=6000 & \Rightarrow y=1000 \\ 2z=6000 & \Rightarrow z=3000 \end{cases}$$

0´25 puntos. **0´25 puntos**. **0´25 puntos**.

– Responder á pregunta do exercicio:
"*O primeiro socio achega 2000 euros, o segundo 1000 euros e o terceiro 3000 euros, para investir nese produto financeiro*" **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Antes da saída a Bolsa dunha empresa, un analista elabora o modelo teórico do valor da acción desa empresa ao longo do tempo,

$V(x)=\begin{cases} 8x-x^2 & \text{se } 0 \le x \le 6 \\ 8+\dfrac{20}{x-1} & \text{se } x>6 \end{cases}$, onde $V(x)$ é o valor da acción en euros e x é o tempo transcorrido en meses.

(a) **1´75 puntos**. *Determina os intervalos nos que se espera que suba ou baixe o valor da acción, o valor máximo esperado e o mes no que se produciría.*

– Determinar as primeiras derivadas en cada anaco: $V'(x)=\begin{cases} 8-2x & \text{se } 0<x<6 \\ -\dfrac{20}{(x-1)^2} & \text{se } x>6 \end{cases}$ **0´50 puntos**.

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento:

No (0, 6) $V'(x)=0 \Leftrightarrow x=4$

No (6, +∞) $V'(x)<0$

	(0, 4)	(4, 6)	(6, +∞)
valor x	*x* = 1	*x* = 5	*para todo x > 6*
signo de V´(x)	V´(1) > 0	V´(5) < 0	V´(*x*) < 0

A función $V(x)$ é crecente no intervalo (0, 4) **0´25 puntos**, é decrecente en (4, 6) **0´25 puntos** e tamén é decrecente no intervalo (6, +∞) **0´25 puntos**.

"*Espérase que o prezo da acción suba nos primeiros catro meses e que a partir do cuarto mes baixe*".

– $V(x)$ presenta un máximo no punto $x = 4$ e $V(4) = 16$, polo tanto respondendo á pregunta:

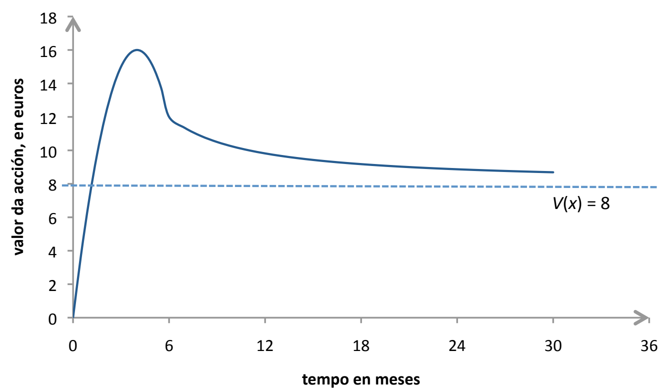
O valor máximo esperado da acción é de 16 euros **0´25 puntos**, *e produciríase no cuarto mes da saída a Bolsa da acción* **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *De manterse a validez do modelo, ¿que acontecerá co valor da acción a longo prazo? Utilizando os resultados anteriores representa a función V(x).*

– O límite da función é $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(8+\dfrac{20}{x-1}\right)=8$ **0´25 puntos**.

– *A longo prazo a acción tende a alcanzar o valor de 8 euros*" **0´25 puntos**.

– Representación gráfica **0´75 puntos**.



Non se valorará o estudo dunha función elemental ou dunha función definida a anacos se para iso constrúe as súas gráficas baseándose soamente nos puntos obtidos a partir dunha táboa de valores. (Exceptúase o caso das funcións polinómicas de grao un)

__Exercicio 3__. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sábese que nunha cidade, o 40% dos fogares teñen contratada algunha plataforma de televisión de pagamento. Se se seleccionan aleatoriamente 150 fogares desa cidade, *¿cal é a probabilidade de que o número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento estea comprendido entre 50 e 64 (ambos os dous incluídos)?*

– Identificar a variable como binomial:

X = número de fogares que teñen contratada algunha plataforma de TV de pagamento, en mostras de 150 fogares desa cidade, $X \sim B(n=150, p=0´4)$ **0´25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida:
$P(50 \le X \le 64)$ **0´25 puntos**.

– Paso da binomial á normal:

$X \sim B(n=150, p=0´4) \Rightarrow X' \sim N(\mu=60, \sigma=6)$, sendo $\begin{cases}\mu = n\cdot p = 150\cdot 0´4 = 60 \ \textbf{0´25 puntos}\\ \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{36}=6 \ \textbf{0´25 puntos}\end{cases}$

– Corrección de medio punto para a continuidade:
$P(50 \le X \le 64) = P(49´5 < X' < 64´5)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación:

$P(50 \le X \le 64) = P(49´5 < X' < 64´5) = P\left(\dfrac{49´5-60}{6} < Z < \dfrac{64´5-60}{6}\right) = P(-1´75 < Z < 0´75)$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas:
$P(-1'75 < Z < 0'75) = P(Z < 0'75) - P(Z < -1'75) = P(Z < 0'75) + P(Z < 1'75) - 1$ **0´25 puntos**.

– Resultado final:
$P(50 \le X \le 64) = 0'7734 + 0'9599 - 1 = 0'7333$ **0´25 puntos**.

__Exercicio 4__. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O tempo de conexión a Internet dos clientes dun cibercafé segue unha distribución normal de media μ e desviación típica σ = 20 minutos. Unha mostra aleatoria de 64 clientes deu como resultado o intervalo de confianza (84´4, 95´6) para o tempo medio de conexión a Internet dos clientes do cibercafé.

Sexa "*X = tempo, en minutos, de conexión a Internet dun cliente do cibercafé*, $X \sim N(\mu, \sigma = 20)$

(a) **0´50 puntos**. *Calcula o valor observado da media mostral.*

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a media poboacional μ e cálculo do valor observado da media mostral $\bar{x}$:

$$\left\{\begin{array}{l} \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 84'4 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 95'6 \end{array}\right. \Rightarrow \bar{x} = \frac{84'4 + 95'6}{2} = 90 \ \textbf{0´50 puntos}.$$

(b) **1'50 puntos**. *Calcula o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:
$z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{20}{\sqrt{64}} = 5'6$ **0´50 puntos**.

– Obter o valor do punto crítico:
$z_{\alpha/2} = 2'24$ **0´25 puntos**.

– Uso da táboa para obter o valor:
$1 - \alpha/2 = 0'9875$ **0´25 puntos**.

– Calcular $\alpha = 0'025$ **0´25 puntos**.

– Obter o nivel de confianza pedido:
$1 - \alpha = 0'975$, sendo entón o *intervalo dun 97´5% de confianza* **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

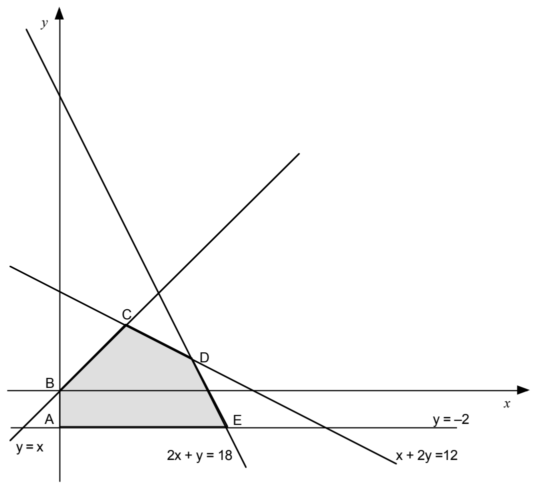
Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función lineal $f(x,y)=x-3y$ suxeita ao conxunto de restricións $x+2y\le 12,\ 2x+y\le 18,\ x\ge y,\ x\ge 0,\ y\ge -2$.

(a) **2´50 puntos**. *Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.*

– Representamos as rectas
$x + 2y = 12$, pasa polos puntos (0, 6) e (12, 0).
$2x + y = 18$, pasa polos puntos (0, 18) e (9, 0).
$y = x$, bisectriz do primeiro e terceiro cuadrante.
$y = -2$, recta que pasa por (0, –2) e é paralela ao eixe x.

– Vértices da rexión factible **1´50 puntos**, polos vértices: *A* (0, –2), *B* (0, 0), *C* (4, 4) e *E* (10, –2) (**0´25 puntos** por cada un deles). Polo vértice *D* (8, 2) **0´50 puntos**.
– Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **1 punto**:



(b) **0´50 puntos**. *Determina (se existen) os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.*

A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *C* (4, 4) **0´25 puntos**.
A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *E* (10, –2) **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha firma de confección determina que, co fin de vender x pezas, o *prezo por cada unha delas* debe ser $p(x)=150-\frac{1}{2}x$ euros, e que o *custo total* de producir x pezas está dado por $C(x)=4000+\frac{1}{4}x^2$ euros.

(a) **1 punto**. *Calcula os ingresos totais e o beneficio total.*

– Os <u>ingresos totais</u> serán:

$$I(x)=x\cdot p(x)=x\cdot\left(150-\frac{1}{2}x\right)=150x-\frac{1}{2}x^2 \text{ euros } \textbf{0´50 puntos}.$$

– O <u>beneficio total</u> será:

$$B(x)=I(x)-C(x)=-\frac{3}{4}x^2+150x-4000 \text{ euros } \textbf{0´50 puntos}.$$

(b) **1´50 puntos**. *¿Cantas pezas debe producir e vender co fin de maximizar os beneficios totais? ¿A canto ascende o beneficio total máximo?*

– Determinar a primeira derivada:

$B'(x) = -\frac{3}{2}x + 150$ **0´25 puntos**.

– Calcular o punto crítico:

$B'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 100$ **0´25 puntos**.

– Xustificar que o punto obtido é un máximo:

$B''(x) = -\frac{3}{2} < 0$ para todo valor de x, en particular para $x = 100$ **0´25 puntos**.

– Especificar cantas pezas debe producir e vender para maximizar os beneficios totais:

"*Debe producir e vender 100 pezas para maximizar os seus beneficios totais"* **0´25 puntos**.

– O beneficio total máximo e responder no contexto do enunciado:

$B_{máx} = B(100) = 3500$ **0´25 puntos**.

"*O beneficio máximo ascende a 3500 euros, producindo e vendendo 100 pezas*" **0´25 puntos**.

(c) **0´50 puntos**. *¿Que prezo debe cobrar por peza co fin de producir este beneficio total máximo?*

$p(100) = 150 - \frac{1}{2}100 = 100$ **0´25 puntos**.

"*Debe cobrar 100 euros por peza*" **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

O departamento comercial dunha empresa estuda a posible acollida dun produto entre os seus clientes. Para iso, efectúa un primeiro lanzamento do produto ofertándollelo a 250 clientes escollidos ao azar dos que 150 sempre efectúan os seus pagamentos a prazos e o resto fano ao contado. O departamento estima que o 90% dos clientes que pagan a prazos aceptará o produto e dos de pagamento ao contado aceptarao o 65%.

Primeiro nomeamos aos sucesos que interveñen no enunciado, por exemplo:

"A": *un cliente acepta o produto*, "C": *un cliente paga ao contado*, polo tanto o seu contrario "$\bar{C}$": *un cliente paga a prazos*.

Dinnos que $P(\bar{C}) = \frac{150}{250} = 0´6$, $P(C) = 0´4$, $P\left(A/\bar{C}\right) = 0´9$, $P\left(A/C\right) = 0´65$

(a) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que un cliente desa empresa non acepte o produto.*

– Formular a probabilidade pedida:

$P(\bar{A})$ **0´25 puntos**.

– Utilizar o teorema das probabilidades totais, identificando cada unha das probabilidades da fórmula:

$P(\bar{A}) = P(C) \cdot P\left(\bar{A}/C\right) + P(\bar{C}) \cdot P\left(\bar{A}/\bar{C}\right) = 0´4 \cdot 0´35 + 0´6 \cdot 0´1$ **0´50 puntos**.

– Resultado final:

$P(\bar{A}) = 0´2$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Se un cliente acepta o produto, calcula a probabilidade de que pague ao contado.*

– Formular a probabilidade pedida:

$P\left(C/A\right)$ **0´25 puntos**.

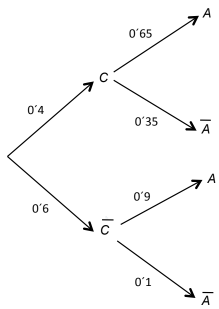
– Expresión da probabilidade anterior e identificar as probabilidades da fórmula:

$P\left(C/A\right) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{0´4 \cdot 0´65}{1 - 0´2}$ **0´50 puntos**.

– Resultado final:

$P\left(C/A\right) = 0´325$ **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

1 punto pola árbora ben feita e despois

$$\begin{cases} (a) \begin{cases} \text{Formular a probabilidade pedida } \mathbf{0´25\ puntos} \\ \text{Resultado final } \mathbf{0´25\ puntos} \end{cases} \\ (b) \begin{cases} \text{Formular a probabilidade pedida } \mathbf{0´25\ puntos} \\ \text{Resultado final } \mathbf{0´25\ puntos} \end{cases} \end{cases}$$

<u>Exercicio 4</u>. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Certa enfermidade parece afectar máis aos homes. Un estudo realizado nun hospital establece un intervalo do 95´44% de confianza, (0´58, 0´62), para a proporción de homes con esa enfermidade.

(a) **0´50 puntos**. *¿Cal é a proporción mostral observada de homes con esa enfermidade, segundo o devandito estudo?*

Definimos $\hat{p}$: *proporción mostral de homes con esa enfermidade, en mostras de tamaño n*

– Expresión dos extremos do intervalo de confianza para a proporción poboacional *p* e cálculo do valor observado da proporción mostral $\hat{p}$:

$$\begin{cases} \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0´58 \\ \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0´62 \end{cases} \Rightarrow \hat{p} = \frac{0´58 + 0´62}{2} = 0´6 \quad \mathbf{0´50\ puntos}.$$

(b) **1´50 puntos**. *¿Cal é o tamaño de mostra que se utilizou nese estudo?*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:

$$z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{0´6 \cdot 0´4}{n}} = 0´02 \quad \mathbf{0´50\ puntos}.$$

– Cálculo de $z_{\alpha/2}$:

$$1 - \alpha = 0´9544 \Rightarrow \alpha = 0´0456 \Rightarrow \alpha/2 = 0´0228$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0´0228} \underbrace{=}_{\substack{\text{nas táboas é o punto que deixa á súa} \\ \text{esquerda unha área de } 0´9772}} 2 \quad \mathbf{0´25\ puntos}.$$

– Cálculo de *n*:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{0´6 \cdot 0´4}{n}} = 0´02 \Rightarrow n = \frac{0´6 \cdot 0´4}{0´01^2} = 2400 \quad \mathbf{0´50\ puntos}.$$

– Expresión dese valor de *n* no contexto do exercicio:

“ *Nese estudo, utilizouse unha mostra de 2400 homes*” **0´25 puntos**.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **XUÑO 2014**	**Código: 36**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) A condición de equilibrio para o prezo, en unidades monetarias, de tres produtos P_1, P_2 e P_3, relacionados entre si, dá lugar ao seguinte sistema de ecuacións lineais: $x+y+z=6;\ \ x+y-z=0;\ \ 2x-y+z=3$, sendo x, y e z os prezos dos produtos P_1, P_2 e P_3, respectivamente.

(a) Expresa o sistema en forma matricial $AX = B$. Calcula a matriz inversa de A, sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes.

(b) Calcula os prezos de equilibrio para eses tres produtos x, y, z.

2) Os beneficios (en centos de miles de euros anuais) estimados por unha pequena empresa durante un período de catro anos, axustáronse á función $B(x)=x^3-6x^2+9x,\ \ 0\le x\le 4$, onde $B(x)$ representa os beneficios da empresa aos x anos transcorridos dende a súa constitución (x = 0 corresponde ao ano 2006).

(a) ¿Nalgún ano a empresa non tivo beneficios? Xustifica a resposta.

(b) Determina os intervalos de tempo nos que os beneficios aumentaron e nos que diminuíron. ¿Que información nos proporcionan sobre a evolución dos beneficios neses catro anos? Calcula os beneficios máximo e mínimo e os anos en que se produciron.

(c) Utilizando os resultados anteriores e calculando, se o hai, o punto de inflexión, representa a gráfica de $B(x)$.

3) Estase a planificar levar a cabo unha enquisa con pequenas empresas dunha poboación. Escollerase unha mostra aleatoria simple de empresas a partir do listado telefónico. Por experiencia, sábese que só a metade das empresas coas que se contacta responden. Se se contacta con 150 empresas,

(a) ¿Cal é o número esperado de empresas que responden?

(b) ¿Cal é a probabilidade de que como máximo respondan 70 empresas?

4) Supoñamos que o IMC (índice de masa corporal) en nenas de 13 anos dunha poboación segue unha distribución normal, $N(\mu, \sigma = 4)$.

(a) Se o 6´68% das citadas nenas está en risco de sobrepeso, é dicir, o seu IMC é superior a 22´5, calcula o valor do IMC medio, μ, para as nenas de 13 anos da poboación.

(b) Se o IMC para as nenas de 13 anos da poboación segue unha distribución N(16´5, 4) e se extrae unha mostra aleatoria de 64 nenas de 13 anos desa poboación, calcula a probabilidade de que o IMC medio da mostra estea por debaixo de 15´3 (por debaixo do peso axeitado)

OPCIÓN B

1) Consideremos o seguinte sistema de inecuacións: $y-x-2\le 0;\ \ y+x-6\le 0;\ \ 2y\ge 5-x$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula en que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función $f(x, y) = x + 2y$.

(c) Responde ao apartado anterior se se engade $y \ge 0$ ao sistema de inecuacións anterior.

2) Estímase que o número de unidades vendidas de certo produto N, aos t meses de introducilo no mercado, vén dado por: $N(t)=200\left(5-\dfrac{10}{2+t}\right),\ \ t\ge 0$.

(a) O número de unidades vendidas ¿aumenta ou diminúe ao transcorrer os meses? Xustifica a resposta, estudando o crecemento ou decrecemento da función $N(t)$.

(b) Determina entre que meses as vendas son superiores a 500 e inferiores a 800 unidades.

(c) ¿As vendas tenden a estabilizarse arredor dalgunha cantidade? Xustifica a resposta.

3) Sexan A e B dous sucesos tales que a probabilidade de que ambos os dous acontezan simultaneamente é 1/10 e a probabilidade de que non aconteza ningún dos dous é 1/5. Ademais sábese que P(A / B) = 1/4.

(a) Calcula a probabilidade de que aconteza algún dos dous sucesos.

(b) Calcula a probabilidade de que aconteza o suceso A.

4) Nun recente estudo afírmase que hai un 5% de lesións de xeonllo entre futbolistas que xogan sobre céspede e calzan un novo modelo de botas de fútbol. De 250 futbolistas que xogan sobre céspede e que calzan botas de fútbol convencionais déronse 20 de tales lesións.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de lesións de xeonllo xogando con botas convencionais non supera á de tales lesións xogando co novo modelo, fronte a hipótese de que si a supera.

(b) ¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión cun 1% de nivel de significación?

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA USC	PAU SETEMBRO 2014	Código: 36

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(*O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos*)

OPCIÓN A

1) Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

(a) Calcula B^{-1}, matriz inversa de B.

(b) Determina os valores que deben tomar a e b para que se verifique $A \cdot B^{-1} + 2 \cdot I = C^t$, I é a matriz identidade de orde 2 e C^t é a matriz trasposta de C.

2) O beneficio B (en miles de euros) para unha compañía que gasta unha cantidade x (en miles de euros) en publicidade estímase por: $B(x) = -0{,}1x^3 + 6x^2 + 400, \ \ 0 \le x \le 60$.

(a) Calcula a cantidade de diñeiro que a compañía debe gastar en publicidade para que lle produza un beneficio máximo e calcula o devandito beneficio. ¿Que cantidade de diñeiro en publicidade lle produce un beneficio mínimo?

(b) Representa a gráfica da función, utilizando os resultados anteriores e calculando concavidade, convexidade e punto de inflexión.

3) Certa poboación de persoas maiores de 70 anos está formada por un 40% de homes e un 60% de mulleres. A porcentaxe de persoas dependentes nesa poboación é do 10% entre os homes e do 20% entre as mulleres.

(a) Calcula a porcentaxe de persoas dependentes nesa poboación de maiores de 70 anos.

(b) Elexida unha persoa ao azar da citada poboación, ¿cal é a probabilidade de que sexa muller ou non sexa dependente?

4) A proporción de mulleres dunha poboación portadoras de hemofilia é descoñecida. Para estimala elíxese unha mostra aleatoria de 500 mulleres entre as que se encontran 80 portadoras da enfermidade.

(a) Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de mulleres portadoras de hemofilia desa poboación.

(b) Supoñendo que aínda non se tomou a mostra e queremos facer a estimación cometendo un erro non superior ao 2%, cun 95% de confianza, ¿de que tamaño debería ser a devandita mostra?

OPCIÓN B

1) (a) Representa a rexión do plano definida polo sistema de inecuacións: $y + 2x \le 6, \ \ y \le x, \ \ 4y \ge x - 3$, e calcula os seus vértices . Xustifica se os puntos $P(1, -1/2)$ e $Q(1/2, 1)$ pertencen ou non a esta rexión.

(b) Calcula en que punto ou puntos desta rexión a función $f(x,y) = y + 2x$ alcanza o valor máximo.

2) Os ingresos (en millóns de euros) obtidos por certa factoría no período comprendido dende o ano 2000 ao 2010, estimáronse pola función

$I(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{4}(x-5)^2 + 17, & 1 \le x < 7 \\ -x^2 + 18x - 59, & 7 \le x \le 11 \end{cases}$, onde x é o tempo transcorrido en anos (x = 1 corresponde ao ano 2000)

(a) Calcula os ingresos obtidos no ano 2002 e no ano 2007.

(b) Determina a evolución dos ingresos no período comprendido dende o 2000 ata o 2010 (crecemento e decrecemento da función $I(x)$). Calcula os ingresos máximo e mínimo.

(c) Determina entre que anos dese período os ingresos non superaron os 18 millóns.

3) Sábese que $P(B/A) = 0{,}7$, $P(A/B) = 0{,}4$ e $P(A) = 0{,}2$.

(a) Calcula $P(A \cap B)$ e $P(B)$. Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B.

(b) Calcula $P(A \cup \bar{B})$, onde $\bar{B}$ representa o suceso complementario ou contrario de B.

4) Nun estudo sociolóxico afirmábase que o tempo medio que os mozos están conectados á Rede non supera as 60 horas mensuais. Deséxase contrastar se actualmente segue en vigor ese estudo e, para iso, entrevístanse 400 mozos seleccionados ao azar e obtense que o tempo medio é de 62 horas. Supoñemos que o tempo dedicado polos mozos a conectarse á Rede segue unha distribución normal, de desviación típica 15 horas mensuais.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que o tempo medio mensual dedicado actualmente polos mozos a conectarse á Rede e o que afirma o estudo, fronte á alternativa de que aumentou. ¿A que conclusión se chega cun 1% de nivel de significación?

(b) Usando a información recollida na mostra, calcula o intervalo do 95% de confianza para o tempo medio mensual dedicado actualmente pola poboación de mozos a conectarse á Rede.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2 puntos**:
- Expresar o sistema en forma matricial: **0,50 puntos**.
- Calcular a inversa da matriz pedida: **1,50 puntos**.

(b) **1 punto**:
- Expresión da matriz dos prezos: **0,25 puntos**.
- Polo cálculo dos prezos de equilibrio: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Por solucións da ecuación: **0,25 puntos**.
- Por resposta: **0,25 puntos**.

(b) **1,75 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Intervalos de crecemento e de decrecemento: **0,50 puntos**.
- Información sobre a evolución dos beneficios nos catro anos: **0,50 puntos**.
- Beneficios máximo e mínimo e anos nos que se produciron: **0,50 puntos**.

(c) **0,75 puntos**.
- Punto de inflexión: **0,25 puntos**.
- Representación gráfica da función: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Polo cálculo do número esperado pedido: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,75 puntos:**
- Formular a condición imposta no enunciado do exercicio: **0,25 puntos**.
- Buscar o punto crítico na táboa: **0,25 puntos**.
- Polo cálculo da media: **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Determinar a distribución de $\bar{X}$: **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: **0,25 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,5 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **0,75 puntos** (**0,25 puntos** por cada un deles).
- Representación gráfica da rexión factible: **0,75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).

(b) **0,75 puntos:**
- Punto da rexión no que a función obxectivo alcanza o valor máximo: 0,25 puntos.
- Puntos da rexión nos que alcanza o valor mínimo: **0,50 puntos**.

(c) **0,75 puntos:**
- Nova rexión factible: **0,25 puntos**.
- Punto da nova rexión no que a función obxectivo alcanza o valor máximo: **0,25 puntos**.
- Puntos da nova rexión nos que alcanza o valor mínimo: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,75 puntos**.
- Xustificar que o número de unidades vendidas aumenta: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Solución para a primeira desigualdade: **0,50 puntos**.
- Solución para a segunda desigualdade: **0,50 puntos**.
- Especificar o intervalo de tempo pedido: **0,25 puntos**.

(c) **0,50 puntos:**
- Resolver o límite da función dada: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Relacionar a probabilidade da intersección de contrarios coa da unión, e identificar na expresión obtida a probabilidade dada no enunciado : **0,50 puntos**.
  Obter o resultado: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Calcular $P(B)$, partindo do dato da probabilidade condicionada: **0,50 puntos**.
- Formular a probabilidade da unión de sucesos e chegar ao resultado pedido: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,75 puntos:**
- Cálculo da proporción mostral: **0,25 puntos**.
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o 5% de nivel de significación: **0,25 puntos.**
- Conclusión: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica, para o 1% de nivel de significación: **0,25 puntos.**
- Conclusión: **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1 punto**:
- Calcular a inversa da matriz *B*: **1 punto**.

(b) **2 puntos**:
- Operar alxébricamente coas matrices dadas: **1,25 puntos**.
- Resolver a igualdade de matrices, obtendo os valores de *a* e *b*: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **2 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos: **0,25 puntos**.
- Comprobar en que punto se presenta o máximo e en cal o mínimo: **0,50 puntos**.
- Polo beneficio máximo e especificar a cantidade de diñeiro que debe gastar en publicidade para que lle produza ese beneficio máximo: **0,50 puntos**.
- Determinar as cantidades de diñeiro para que lle produzan un beneficio mínimo: **0,50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Estudo da concavidade, convexidade e punto de inflexión: **0,50 puntos**.
- Representar a gráfica da función: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Aplicar o teorema das probabilidades totais identificando cada unha das probabilidades do enunciado do exercicio e resultado: **0,75 puntos**.
- Expresión da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade da unión anterior, identificando as probabilidades da fórmula: **0,50 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Expresar o intervalo de confianza pedido: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Identificar o radio do intervalo cos valores numéricos que lle corresponden: **0,50 puntos**.
- Cálculo de *n*: **0,50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,25 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **0,75 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).
- Xustificar se os puntos *P* e *Q* pertencen ou non a esta rexión: **0,50 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**
- Puntos da rexión no que a función obxectivo alcanza o valor máximo: **0,75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **0´50 puntos:**
- Determinar os ingresos no ano 2002: **0,25 puntos**.
- Determinar os ingresos no ano 2007: **0,25 puntos**.

(b) **1,75 puntos:**
- Determinar a primeira derivada en cada un dos anacos da función: **0,50 puntos**.
- Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento: **0,50 puntos**
- Responder á pregunta de evolución dos ingresos no período comprendido dende o 2000 ata o 2010: **0,25 puntos**.
- Ingresos máximo e mínimo: **0,50 puntos**

(c) **0,75 puntos:**
- Solución para as desigualdades: **0,50 puntos**.
- Especificar o intervalo de tempo pedido: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade condicionada: **0,25 puntos**.
- Calcular a probabilidade da intersección dos sucesos *A* e *B*: **0,25 puntos**.
- Calcular a probabilidade do suceso *B* : **0,25 puntos**.
- Xustificar que os sucesos non son independentes: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formular a probabilidade da unión de sucesos e chegar ao resultado pedido: **1 punto**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión: **0,25 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**
- Especificar, cun 95% de confianza, o tempo medio mensual dedicado actualmente pola poboación de mozos a conectarse á Rede: **0,25 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa o seguinte sistema de ecuacións lineais $x+y+z=6;\ x+y-z=0;\ 2x-y+z=3$, sendo x, y e z os prezos dos produtos P_1, P_2 e P_3, respectivamente.

(a) **2 puntos**. *Expresa o sistema en forma matricial AX = B. Calcula a matriz inversa de A, sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes.*

- Expresar o sistema en forma matricial $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.
- Calcular $A^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$ **1´50 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula os prezos de equilibrio para eses tres produtos x, y, z.*

- Expresión da matriz dos prezos, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.
- Resolver, obtendo os prezos de equilibrio, $x=1,\ y=2\ e\ z=3$, e polo tanto o prezo dos produtos P_1, P_2 e P_3 é 1, 2 e 3 unidades monetarias, respectivamente. **0´75 puntos** (**0´25 puntos** por cada un deles).

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os beneficios (en centos de miles de euros anuais) estimados por unha pequena empresa durante un período de catro anos, axustáronse á función $B(x)=x^3-6x^2+9x,\ 0\le x\le 4$, onde $B(x)$ representa os beneficios da empresa aos x anos transcorridos dende a súa constitución (x = 0 corresponde ao ano 2006).

(a) **0´50 puntos**. *¿Nalgún ano a empresa non tivo beneficios? Xustifica a resposta.*

- Solucións da ecuación $B(x)=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-6x+9\right)=0 \Rightarrow x=0$ e $x=3$ **0´25 puntos**.
- Responder á pregunta do exercicio "*A empresa non tivo beneficios no ano 2006 e no 2009*" **0´25 puntos**.

(b) **1´75 puntos**. *Determina os intervalos de tempo nos que os beneficios aumentaron e nos que diminuíron. ¿Que información nos proporcionan sobre a evolución dos beneficios neses catro anos? Calcula os beneficios máximo e mínimo e os anos en que se produciron.*

- Determinar a primeira derivada: $B'(x)=3x^2-12x+9$ **0´25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos: $B'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0 \Rightarrow x=1$ e $x=3$ e facer o estudo do crecemento e do decrecemento da función

	(0, 1)	(1, 3)	(3, 4)
x	*x* = 1/2	*x* = 2	*x* = 7/2
signo de B´(x)	*B*´(1/2) > 0	*B*´(2) < 0	*B*´(7/2) > 0

- No intervalo (0, 1) e no (3, 4) os beneficios aumentaron **0´25 puntos**.
- No intervalo (1, 3) os beneficios diminuíron **0´25 puntos**.
- Información sobre a evolución dos beneficios neses catro anos:

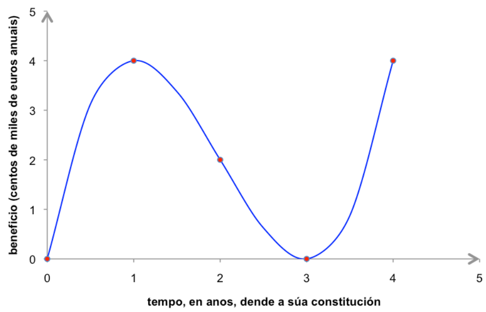
“*A empresa foi aumentando os seus beneficios dende o instante da súa constitución, ano 2006, ata o ano 2007. Os beneficios diminuíron entre o 2007 e o 2009, volvendo aumentar ata o ano 2010*” **0´50 puntos**.

– *No ano 2007 e no 2010, tiveron un beneficio máximo anual de 400.000 euros. No 2009 (e no 2006) o seu beneficio foi mínimo de 0 euros, é dicir, non tiveron beneficios”.* **0´50 puntos**.

(c) **0´75 puntos**. *Utilizando os resultados anteriores e calculando, se o hai, o punto de inflexión, representa a gráfica de B(x)*

– $B''(x) = 6x - 12,\ B''(x) = 0 \Rightarrow x = 2$, polo que o punto de inflexión preséntase no (2, 2) **0´25 puntos**.
– Representación gráfica da función **0´50 puntos**.

Recuperamos toda a información que tiñamos sobre $B(x)$ e representamos a súa gráfica



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Estase a planificar levar a cabo unha enquisa con pequenas empresas dunha poboación. Por experiencia, sábese que só a metade das empresas coas que se contacta responden. Se se contacta con 150 empresas,

(a) **0´50 puntos**. *¿Cal é o número esperado de empresas que responden?*

– Definimos a variable aleatoria binomial X = número de empresas que responden, en mostras de 150 empresas. $X \sim B(n = 150,\ p = 0'5)$ **0´25 puntos**.
– $E(X) = n \cdot p = 150 \cdot 0'5 = 75$. “*En mostras de 150 empresas, espérase que respondan 75 delas* ” **0´25 puntos**.

(b) **1´50 puntos**. *¿Cal é a probabilidade de que como máximo respondan 70 empresas?*

– Formular a probabilidade pedida: $P(X \le 70)$ **0´25 puntos**.
– Paso da binomial á normal:
$$X \sim B(n = 150,\ p = 0'5) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = n \cdot p = 75,\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = 6'12\right)$$ **0´50 puntos**.
– Corrección de medio punto: $P(X \le 70) = P(X' < 70'5)$ **0´25 puntos**.
– Tipificación: $P(X \le 70) = P\left(X' < 70'5\right) = P\left(Z < \dfrac{70'5 - 75}{6'12}\right) = P(Z < -0'73)$ **0´25 puntos**.
– Paso a táboas e resultado final: $P(Z < -0'73) = 1 - P(Z < 0'73) = 1 - 0'7673 = 0'2327$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

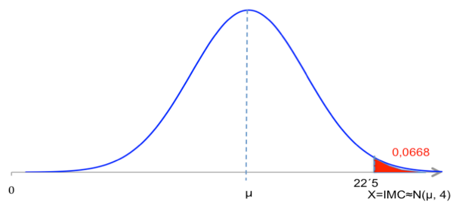
Supoñamos que o IMC (índice de masa corporal) en nenas de 13 anos dunha poboación segue unha distribución normal, $N(\mu, \sigma = 4)$

(a) **0´75 puntos**. *Se o 6´68% das citadas nenas está en risco de sobrepeso, é dicir, o seu IMC é superior a 22´5, calcula o valor do IMC medio, μ, para as nenas de 13 anos da poboación.*

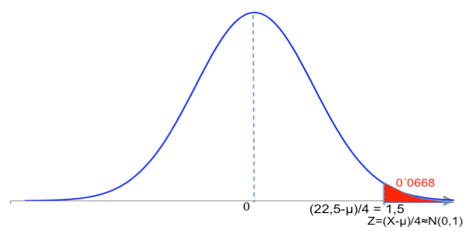
Exemplos de resposta / Solucións

Definimos *"X* = índice de masa corporal, IMC, dunha nena de 13 anos desa poboación*",* $X \sim N(\mu, \sigma = 4)$.

Pódese facer directamente sobre as gráficas da distribución normal *X* e a da súa tipificación *Z*,



0´25 puntos.



- $\frac{22'5-\mu}{4} = z_{0'9332} = 1'5$ **0´25 puntos**
- Despexando $\mu = 16'5$ **0´25 puntos**

Ou tamén así

- Formular a condición imposta no enunciado do exercicio: $P\left(X > 22{,}5\right) = 0'068$ **0´25 puntos**.
- Tipificar e buscar o punto crítico na táboa: $P\left(Z > \frac{22'5-\mu}{4}\right) = 0'068 \xrightarrow[\text{Táboas}]{} \frac{22'5-\mu}{4} = 1'5$

  0´25 puntos.
- Cálculo da media: $\mu = 22'5 - 4 \cdot 1'5 = 16'5$ **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Se o IMC para as nenas de 13 anos da poboación segue unha distribución N(16´5, 4) e se extrae unha mostra aleatoria de 64 nenas de 13 anos desa poboación, calcula a probabilidade de que o IMC medio da mostra estea por debaixo de 15´3 (por debaixo do peso axeitado)*

- Determinar a distribución de $\bar{X}$, $\bar{X} \sim N\left(\mu = 16'5, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0'5\right)$ **0,25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: $P(\bar{X} < 15'3)$ **0,25 puntos**.
- Tipificación: $P(\bar{X} < 15'3) = P\left(Z < \frac{15'3-16'5}{0'5}\right) = P(Z < -2'4)$ **0,25 puntos**.
- Paso a táboas: $P(Z < -2'4) = P(Z > 2'4) = 1 - P(Z < 2'4)$ **0,25 puntos**.
- Resultado final: $1 - P(Z < 2'4) = 1 - 0'9918 = 0'0082$ **0,25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Cosideremos o seguinte sistema de inecuacións: $y - x - 2 \le 0$; $y + x - 6 \le 0$; $2y \ge 5 - x$.

(a) **1´50 puntos**. *Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.*

- Vértices da rexión factible **0´75 puntos**, polos vértices: *A* (1/3, 7/3); *B* (2, 4); *C* (7, –1) (**0´25 puntos** por cada un deles).
- Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **0´75 puntos**:

A rexión factible está delimitada polos vértices *A*, *B* e *C* (gráfico (1)).

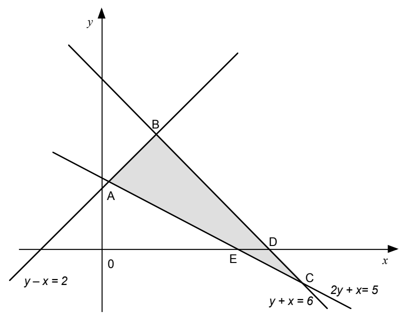


gráfico (1)

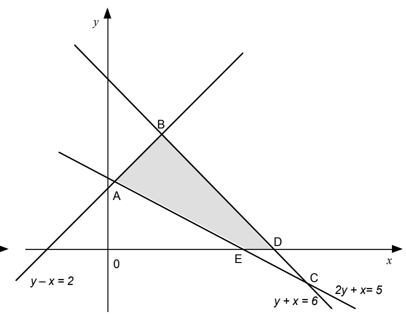


gráfico (2)

(b) **0´75 puntos**. *Calcula en que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función* $f(x,y) = x + 2y$.

- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *B* (2, 4) **0´25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* nos puntos *A* (1/3, 7/3), *C* (7, –1) **0´25 puntos,** e nos infinitos puntos do segmento *AC* **0´25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**. *Responde ao apartado anterior se se engade y* ≥ 0 *ao sistema de inecuacións anterior*.

- Identificar a nova rexión factible (ver gráfico (2)), que está limitada polos vértices *A* (1/3, 7/3), *B* (2, 4), *D* (6, 0) e *E* (5, 0) **0´25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *B* (2, 4) **0´25 puntos**.
- A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* nos puntos *A* (1/3, 7/3), *E* (5, 0) e nos infinitos puntos do segmento *AE* **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Estímase que o número de unidades vendidas de certo produto *N*, aos *t* meses de introducilo no mercado, vén dado por: $N(t) = 200\left(5 - \dfrac{10}{2+t}\right)$, $t \ge 0$.

(a) **1´25 puntos**. *O número de unidades vendidas ¿aumenta ou diminúe ao transcorrer os meses*? *Xustifica a resposta, estudando o crecemento ou decrecemento da función N*(*t*).

- Determinar a primeira derivada: $N'(t) = \dfrac{2000}{(2+t)^2}$ **0´75 puntos**.
- Xustificar que o número de unidades vendidas *aumenta* ao transcorrer os meses, estudando o signo da primeira derivada: $N'(t) > 0$, para todos os valores de *t*, logo *N*(*t*) é crecente en todo $\mathbb{R}$, e en particular no intervalo $(0,+\infty)$ **0´50 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *Determina entre que meses as vendas son superiores a 500 e inferiores a 800 unidades.*

- Primeira desigualdade: $N(t) > 500 \Leftrightarrow 200\left(5 - \dfrac{10}{2+t}\right) > 500 \Rightarrow \dfrac{10}{2+t} < \dfrac{5}{2} \Rightarrow 2 + t > 4 \Rightarrow t > 2$ **0´50 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

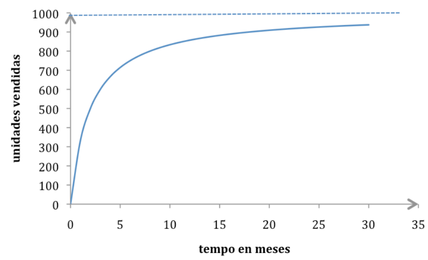
- Segunda desigualdade: $N(t) < 800 \Leftrightarrow 200\left(5 - \frac{10}{2+t}\right) < 800 \Rightarrow \frac{10}{2+t} > 1 \Rightarrow 2+t < 10 \Rightarrow t < 8$ **0´50 puntos**.
- Especificar o intervalo de tempo pedido, *"Entre o segundo e o oitavo mes as vendas superan as 500 unidades e son inferiores a 800 unidades"* **0´25 puntos**.

(c) **0´50 puntos**. *¿As vendas tenden a estabilizarse arredor dalgunha cantidade? Xustifica a resposta.*

- Resolver o límite da función dada, $\lim_{t\to+\infty} N(t) = \lim_{t\to+\infty} 200\left(5 - \frac{10}{2+t}\right) = \lim_{t\to+\infty} 1000 - \lim_{t\to+\infty} \frac{2000}{2+t} = 1000$

  "*As vendas tenden a estabilizarse arredor das 1000 unidades*" **0´50 puntos**.

(Tamén se podería resolver representando a gráfica da función)



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexan *A* e *B* dous sucesos tales que a probabilidade de que ambos os dous acontezan simultaneamente é 1/10 e a probabilidade de que non aconteza ningún dos dous é 1/5. Ademais sábese que P(A / B) = 1/4.

(a) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que aconteza algún dos dous sucesos.*

As probabilidades que nos están dando no enunciado son $P(A \cap B) = 1/10$, $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1/5$

- Formular a probabilidade pedida: $P(A \cup B)$ **0´25 puntos**.
- Relacionar a probabilidade da intersección de contrarios coa da unión:

  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$ **0´25 puntos**.

- Identificar na expresión obtida a probabilidade dada no enunciado: $\frac{1}{5} = 1 - P(A \cup B)$ **0´25 puntos**.
- Resultado $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que aconteza o suceso A.*

- Calcular a probabilidade do suceso *B*, partindo dos datos da probabilidade condicionada e da intersección $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1/10}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{5}$ **0´50 puntos**.
- Formular a probabilidade da unión de sucesos,

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow 4/5 = P(A) + 2/5 - 1/10$ **0´25 puntos**.
- Chegar ao resultado pedido *P*(*A*) = 1/2 **0´25 puntos**.

Pódese responder coa táboa, pero para iso é necesario calcular primeiro *P*(*B*) coa definición de probabilidade condicionada, como fixemos no apartado (b), $P(B) = 2/5$ **0´50 puntos** + pola táboa **1 punto** + polo apartado (a) **0´50 puntos** (formular a unión + resultado). O apartado (b) xa está evaluado na táboa.

	B	$\bar{B}$	
A	1/10	2/5	1/2
$\bar{A}$	3/10	1/5	1/2
	2/5	3/5	1

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Nun recente estudo afírmase que hai un 5% de lesións de xeonllo entre futbolistas que xogan sobre céspede e calzan un novo modelo de botas de fútbol. De 250 futbolistas que xogan sobre céspede e que calzan botas de fútbol convencionais déronse 20 de tales lesións.

(a) **0´75 puntos**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de lesións de xeonllo xogando con botas convencionais non supera á de tales lesións xogando co novo modelo, fronte a hipótese de que si a supera.*

Sexan

"p : proporción de lesións de xeonllo entre xogadores de fútbol que calzan botas convencionais"
Parámetro poboacional descoñecido (é o que nos mandan contrastar)

$\hat{P}$: *proporción de lesións de xeonllo entre futbolistas que calzan botas convencionais*, *en mostras de* 250 *deses futbolistas* (*estimador puntual de* "p")

$\downarrow$

$\hat{p} = 20/250 = 0´08$ (*estimación puntual de* p) **0´25 puntos**

– Formulación das hipóteses $\begin{cases} H_0 : p \le 0´05 \\ H_1 : p > 0´05 \end{cases}$ **0´50 puntos.**

(b) **1´25 puntos**. *¿A que conclusión se chega cun 5% de nivel de significación? ¿Chégase á mesma conclusión cun 1% de nivel de significación?*

– Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

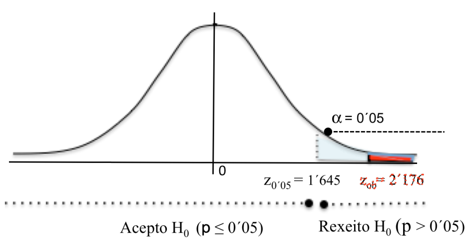
– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

$$z_{ob} = \frac{0´08 - 0´05}{\sqrt{\dfrac{0´05 \cdot 0´95}{250}}} = 2´176 \quad \textbf{0´25 puntos}.$$

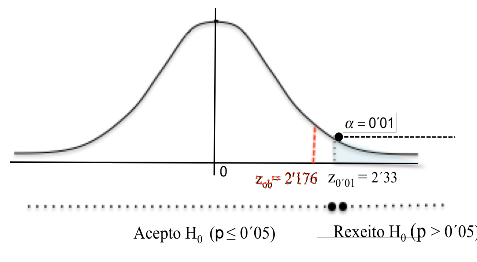
– Establecer a rexión crítica, *para* $\alpha = 0´05$, $(1´645, +\infty)$ (ver gráfica (1)) **0´25 puntos**.

– Decisión $z_{ob} = 2´176 > z_{crit} = 1´645 \Rightarrow$ *Rexeito* H_0, polo tanto

"Cun risco de equivocarnos dun 5% concluiremos que, sobre a base da mostra dada, a proporción de lesións de xeonllo con botas convencionais é maior que co novo modelo de botas" **0´25 puntos**.



gráfica (1)



gráfica (2)

– Establecer a nova rexión crítica, *para* $\alpha = 0´01$, $(2´33, +\infty)$ (ver gráfica (2)) **0´25 puntos**.

– Decisión $z_{ob} = 2´176 < z_{crit} = 2´33 \Rightarrow$ *Acepto* H_0, polo tanto

"Non chegariamos á mesma conclusión, xa que cun 1% de risco de equivocarnos non poderiamos rexeitar H_0, co que non poderiamos concluír que se supera a proporción de lesións de xeonllo" **0´25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ e $C=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

(a) **1 punto**. *Calcula B^{-1}, matriz inversa de B.*

- Calcular a inversa de *B*, por calquera método $B^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ -2 & 3/2 \end{pmatrix}$.

(b) **2 puntos**. *Determina os valores que deben tomar a e b para que se verifique $A\cdot B^{-1}+2\cdot I=C^t$, I é a matriz identidade de orde 2 e C^t é a matriz trasporta de C.*

- Operar alxébricamente coas matrices dadas:

  $2\cdot I=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**. $C^t=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

  $A\cdot B^{-1}=\begin{pmatrix} a-4 & -\frac{a}{2}+3 \\ 1-2b & -\frac{1}{2}+\frac{3b}{2} \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**. $A\cdot B^{-1}+2\cdot I=\begin{pmatrix} a-2 & -\frac{a}{2}+3 \\ 1-2b & \frac{3}{2}(b+1) \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

- Resolver a igualdade de matrices, obtendo os valores de *a* e *b:*

  $a-2=0 \Rightarrow a=2$ **0´25 puntos**. $1-2b=-1 \Rightarrow b=1$ **0´25 puntos**.

- Comprobar a compatibilidade do valor de *a* = 2 na outra igualdade $-\frac{a}{2}+3=2$ e do valor de *b* = 1 na igualdade $\frac{3}{2}(b+1)=3$ **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O beneficio *B* (en miles de euros) para unha compañía que gasta unha cantidade *x* (en miles de euros) en publicidade estímase por $B(x)=-0´1x^3+6x^2+400,\ 0\le x\le 60$.

(a) **2 puntos**. *Calcula a cantidade de diñeiro que a compañía debe gastar en publicidade para que lle produza un beneficio máximo e calcula o devandito beneficio. ¿Que cantidade de diñeiro en publicidade lle produce un beneficio mínimo?*

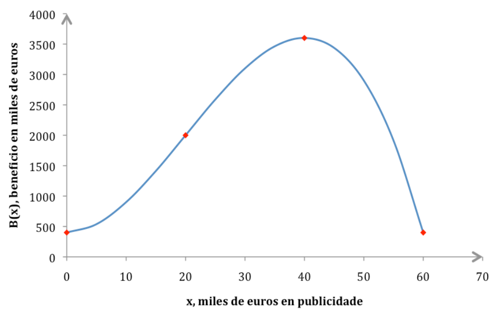
- Determinar a primeira derivada $B'(x)=-0´3x^2+12x$ **0´25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos *x* = 0, *x* = 40 **0´25 puntos**.
- Comprobar en que puntos se presentan o máximo e o mínimo $B''(x)=-0´6x+12 \to \begin{cases} B''(0)>0 \\ B''(40)<0 \end{cases}$, deducindo que en *x* = 0 *B*(*x*) presenta un mínimo **0´25 puntos** e en *x* = 40 *B*(*x*) presenta un máximo **0´25 puntos**.
- Polo beneficio máximo e especificar a cantidade de diñeiro que debe gastar en publicidade para que lle produza ese beneficio máximo: "*Deben gastar 40.000 euros en publicidade* (**0´25 puntos**), *para que o seu beneficio sexa máximo, sendo o devandito beneficio de 3.600.000 euros* (**0´25 puntos**)

- Determinar que cantidade de diñeiro en publicidade lle produce un beneficio mínimo:

  Para $x = 0$ $B(0) = 400$ e para $x = 60$ $B(60) = 400$, polo tanto
  "*Se non gastan nada en publicidade* (**0´25 puntos**), *ou se gastan 60.000 euros* (**0´25 puntos**) *o beneficio que obteñen é mínimo*"

(b) **1 punto**. *Representa a gráfica da función, utilizando os resultados anteriores e calculando concavidade, convexidade e punto de inflexión.*

- $B''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$, no intervalo (0, 20) a función é cóncava cara arriba (convexa), no intervalo (20, 60) é cóncava cara abaixo (cóncava) **0´25 puntos.**
- O punto (20, 2000) é o punto de inflexión **0´25 puntos**.
- Representación gráfica **0´50 puntos**.

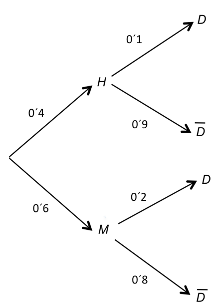


Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Certa poboación de persoas maiores de 70 anos está formada por un 40% de homes e un 60% de mulleres. A porcentaxe de persoas dependentes nesa poboación é do 10% entre os homes e do 20% entre as mulleres.

(a) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de persoas dependentes nesa poboación de maiores de 70 anos.*
Denominamos aos sucesos "*H*": *unha persoa (> de 70 anos) desa poboación é home*, "*M*": *unha persoa (> de 70 anos) desa poboación é muller, "D": unha persoa (> de 70 anos) desa poboación é dependente.*
Os datos que recollemos do enunciado son: $P(H) = 0´4$; $P(M) = 0´6$; $P(D/H) = 0´1$; $P(D/M) = 0´2$.

- Formular a probabilidade pedida: $P(D)$ **0´25 puntos**.
- Utilizar o teorema das probabilidades totais e sustituir os valores de cada probabilidade na fórmula anterior: $P(D) = P(H)\cdot P(D/H) + P(M)\cdot P(D/M) = 0´4\cdot 0´1 + 0´6\cdot 0´2 = 0´16$ **0´50 puntos**.
- Expresión da porcentaxe pedida: "*O 16% desa poboación de persoas maiores de 70 anos é dependente*" **0´25 puntos**.



- No caso de facelo co diagrama de árbore, a puntuación sería: **0´50 puntos** pola árbore + **0´25 puntos** por chegar ao resultado final+ **0´25 puntos** pola expresión da porcentaxe.

(b) **1 punto**. *Elixida unha persoa ao azar da citada poboación, ¿cal é a probabilidade de que sexa muller ou non sexa dependente?*

- Formular a probabilidade pedida $P\left(M \cup \bar{D}\right)$ **0´25 puntos**.

- Expresión da probabilidade da unión anterior $P\left(M \cup \bar{D}\right) = P(M) + P(\bar{D}) - P(M \cap \bar{D})$ **0´25 puntos**.
- Identificar as probabilidades da fórmula
  $P\left(M \cup \bar{D}\right) = P(M) + P(\bar{D}) - P(M \cap \bar{D}) = 0'6 + (1 - 0'16) - 0'6 \cdot 0'8$ **0´25 puntos**.
- Resultado final $P\left(M \cup \bar{D}\right) = 0'96$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

A proporción de mulleres dunha poboación portadoras de hemofilia é descoñecida. Para estimala elíxese unha mostra aleatoria de 500 mulleres entre as que se encontran 80 portadoras da enfermidade.

(a) **1 punto**. *Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de mulleres portadoras de hemofilia desa poboación.*

Sexan

"p : proporción de mulleres portadoras de hemofilia desa poboación
(parámetro poboacional descoñecido)

$\hat{P}$: *proporción mostral de mulleres desa poboación portadoras de hemofilia, en mostras de* 500 *mulleres* (*estimador puntual de* "p")

$\downarrow$

$\hat{p} = 80/500 = 0'16$ (*estimación puntual de* p)

- Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\underbrace{\hat{P} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}_{L_1} \le p \le \underbrace{\hat{P} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}_{L_2}\right) = 1-\alpha$ **0´25 puntos**.
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo, avaliando para a mostra dada os estatísticos L_1 e L_2, de forma que, o parámetro "p" decoñecido estimámolo polo valor particular de $\hat{P}$ para a mostra dada, resultando:

$L_1 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0'16 - 1'96\sqrt{\frac{0'16 \cdot 0'84}{500}} = 0'16 - 0'032 = 0'128$ **0´25 puntos**.

$L_2 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0'16 + 1'96\sqrt{\frac{0'16 \cdot 0'84}{500}} = 0'16 + 0'032 = 0'192$ **0´25 puntos**.

- Responder á pregunta no contexto do problema, concluíndo que
  "en base a mostra dada, estímase cun 95% de confianza, que a proporción de mulleres portadoras de hemofilia desa poboación, está entre un 12´8% e un 19´2%" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Supoñendo que aínda non se tomou a mostra e queremos facer a estimación cometendo un erro non superior ao 2%, cun 95% de confianza, ¿de que tamaño debería ser a devandita mostra?*

O estatístico a utilizar é $\frac{\hat{P} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim N(0,1)$.

Como nos din que non se tomou ningunha mostra, entón non coñecemos unha estimación puntual previa de "p", polo que teremos que tomar, obrigatoriamente, o caso máis desfavorable para "p", p = 1/2, xa que a función f(p) = p(1–p) se maximiza para p = 1/2.

- Formulamos a marxe de erro non superior ao 2%: $z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \le 0'02$ **0´25 puntos**.
- Substituímos na fórmula: $1'96\sqrt{\frac{1}{4n}} \le 0'02$ **0´25 puntos**.
- Despexamos $n \ge 2401$
- Concluímos
  "*Para garantir ese erro, con ese nivel de confianza, necesitamos tomar mostras de 2401 ou máis mulleres desa poboación*" **0´50 puntos**.

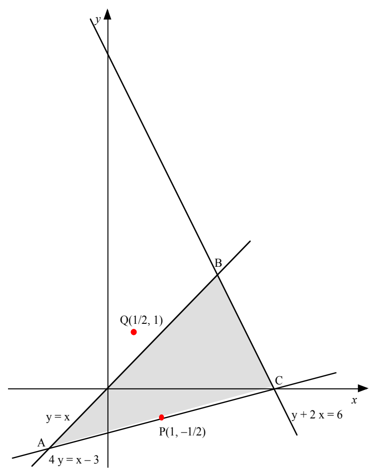
Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

(a) **2´25 puntos**. *Representa a rexión do plano definida polo sistema de inecuacións:* $y+2x \le 6$, $y \le x$, $4y \ge x-3$ *e calcula os seus vértices. Xustifica se os puntos P*(1, –1/2) *e* Q(1/2, 1) *pertencen ou non a esta rexión.*

- Vértices da rexión factible **0´75 puntos**, polos vértices: *A* (–1, –1); *B* (2, 2); *C* (3, 0) (**0´25 puntos** por cada un deles).
- Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices) **1 punto**:



- O punto P(1, –1/2) si pertence á rexión factible (está na recta AC) **0´25 puntos**.
- O punto Q(1/2, 1) non pertence á rexión factible, xa que non verifica a desigualdade $y \le x$ **0´25 puntos**.

(b) **0´75 puntos**. *Calcula en que punto ou puntos desta rexión a función* $f(x,y)=y+2x$ *alcanza o valor máximo.*

- A función obxectivo alcanza o *valor máximo* nos puntos *B* (2, 2) **0´25 puntos,** *C* (3, 0) **0´25 puntos,** e nos infinitos puntos do segmento *BC* **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os ingresos (en millóns de euros) obtidos por certa factoría no período comprendido dende o ano 2000 ao 2010, estimáronse pola función

$$I(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}(x-5)^2+17, & 1\le x<7\\ -x^2+18x-59, & 7\le x\le 11\end{cases}$$

, onde *x* é o tempo transcorrido en anos (*x* = 1 corresponde ao ano 2000)

(a) **0´50 puntos**. *Calcula os ingresos obtidos no ano 2002 e no ano 2007.*

- No ano 2002, $I(3)=18$, "*18 millóns de euros*" **0´25 puntos**.
- No ano 2007, $I(8)=21$, "*21 millóns de euros*" **0´25 puntos**.

(b) **1´75 puntos**. *Determina a evolución dos ingresos no período comprendido dende o ano 2000 ata o ano 2010* (*crecemento e decrecemento da función I*(*x*)). *Calcula os ingresos máximo e mínimo.*

Exemplos de resposta / Solucións

– Determinar a primeira derivada en cada un dos anacos da función $I'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-5), & 1 < x < 7 \\ -2x+18, & 7 < x < 11 \end{cases}$

0´50 puntos.

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento

No (1, 7) $I'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

No (7, 11) $I'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 9$

	(1, 5)	(5, 7)
valor x	*x* = 2	*x* = 6
signo de I´(x)	*I´*(2) < 0	*I´*(6) > 0

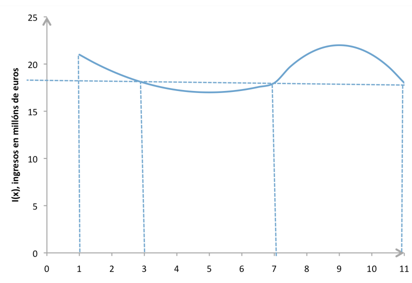
	(7, 9)	(9, 11)
valor x	*x* = 8	*x* = 10
signo de I´(x)	*I´*(8) > 0	*I´*(10) < 0

– Nos intervalos (1, 5) e (9, 11) *I*(*x*) é decrecente **0´25 puntos**.
– Nos intervalos (5, 7) e (7, 9) *I*(*x*) é crecente **0´25 puntos**.
– Evolución dos ingresos no período comprendido dende o ano 2000 ata o 2010:
"*Os ingresos diminuíron dende o ano 2000 ata o 2004 e tamén dende o ano 2008 ata o ano 2010. Dende o ano 2004 ata o 2008 os ingresos aumentaron.* " **0´25 puntos**.

En *x* = 5 *I*(*x*) presenta un mínimo; *I*(5) = 17
En *x* = 9 *I*(*x*) presenta un máximo; *I*(9) = 22
Valoramos a función a función nos extremos: en *x* = 1 *I*(1) = 21; en *x* = 11 *I*(11) = 18. Polo tanto o 5 é un mínimo absoluto e o 9 un máximo absoluto. Concluímos :
"*A factoría tivo uns ingresos mínimos de 17 millóns de euros* **0´25 puntos**.
"*A factoría tivo uns ingresos máximos de 22 millóns de euros* **0´25 puntos.**

(c) **0´75 puntos**. *Determina entre que anos dese período os ingresos non superaron os 18 millóns de euros.*

– No primeiro anaco $\frac{1}{4}(x-5)^2 + 17 \le 18 \Rightarrow (x-5)^2 \le 4 \Rightarrow 3 \le x \le 7$ **0´25 puntos**.
– No segundo anaco $-x^2 + 18x - 59 \le 18$ non ten solución no intervalo [7, 11] **0´25 puntos**.
– Contextualizar "*A factoría non superou os 18 millóns de euros entre os anos 2002 e 2006*" **0´25 puntos**.
Tamén se pode contestar a este apartado buscando as interseccións da recta *y* = 18 coa gráfica da función *I*(*x*).



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sábese que $P(B/A) = 0´7$, $P(A/B) = 0´4$ e $P(A) = 0´2$

(a) **1 punto**. *Calcula* $P(A \cap B)$ *e* $P(B)$. *Xustifica se son independentes ou non os sucesos A e B.*

– Formular a probabilidade condicionada $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ **0´25 puntos**.
– Calcular a probabilidade da intersección dos sucesos $P(A \cap B) = 0´7 \cdot 0´2 = 0´14$ **0´25 puntos**.
– Calcular a probabilidade do suceso B, $P(A/B) = 0´4 = \frac{0´14}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 0´35$ **0´25 puntos**.
– Xustificar que *A* e *B* non son independentes, por exemplo, coa definición: $P(A/B) \neq P(A)$ **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

(b) **1 punto**. *Calcula* $P(A\cup\bar{B})$, *onde* $\bar{B}$ *representa o suceso complementario ou contrario de B.*

- Formular a prababilidade da unión $P(A\cup\bar{B})=P(A)+P(\bar{B})-P(A\cap\bar{B})$ **0´25 puntos**.
- Expresión na fórmula anterior da probabilidade do suceso contrario e da intersección de sucesos dependentes

  $P(A\cup\bar{B})=0´2+0´65-P(A)\cdot P(\bar{B}/A)=0´85-0´2\cdot(1-0´7)$ **0´50 puntos**.
- Resultado $P(A\cup\bar{B})=0´79$ **0´25 puntos**.

Pódese responder coa táboa, pero para iso é necesario ter os resultados do apartado (a) para poder completala, repartíndose os puntos: **0´50** pola táboa + **0´25** por formular a unión + **0´25** resultado final.

	B	$\bar{B}$	
A	14	6	20
$\bar{A}$	21	59	80
	35	65	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Nun estudo sociolóxico afirmábase que o tempo medio que os mozos están conectados á Rede non supera as 60 horas mensuais. Deséxase contrastar se actualmente segue en vigor ese estudo e, para iso, entrevístanse 400 mozos seleccionados ao azar e obtense que o tempo medio é de 62 horas. Supoñemos que o tempo dedicado polos mozos a conectarse á Rede segue unha distribución normal, de desviación típica 15 horas mensuais.
Sexan:

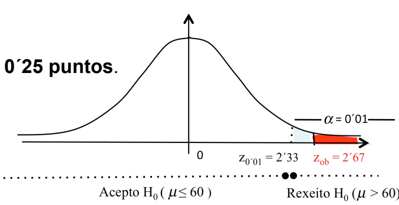
"X = tempo, en horas/mes, que un mozo está conectado á Rede no momento actual" $X\sim N(\mu,\sigma=15h/mes)$.

$\bar{X}$: *media mostral* $:\equiv$ *tempo medio que un mozo está conectado á Rede* (*no momento actual*),

en mostras de 400 *mozos* $\xrightarrow[\text{valor particular para a mostra dada}]{} \bar{x}=62$ *horas / mes*

(a) **1´25 puntos**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que o tempo medio mensual dedicado actualmente polos mozos a conectarse á Rede e o que afirma o estudo, fronte á alternativa de que aumentou. ¿A que conclusión se chega, cun 1% de nivel de significación?*

- Especificar as hipótesis nula e alternativa: $\begin{cases} H_0: \mu\le 60 \\ H_1: \mu>60\end{cases}$ **0´25 puntos**.
- Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$
- Esteblecer a rexión crítica: $(2´33,\infty)$ **0´25 puntos**.



- Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H₀ certa"*, para a mostra dada: $z_{ob}=\dfrac{62-60}{15/\sqrt{400}}\cong 2´67$

  0´25 puntos.
- Decisión: $z_{ob}=2´67\in(2´33,\infty)\Rightarrow$ *Rexeito* H_0 **0´25 puntos**.
- Conclusión: *Cos datos desta mostra e con risco de equivocarnos dun 1%, concluiriamos que o tempo medio mensual que dedican os mozos, actualmente, a conectarse á Rede, aumentou* **0´25 puntos**.

(b) **0´75 puntos**. *Usando a información recollida na mostra, calcula o intervalo do 95% de confianza para o tempo medio mensual dedicado actualmente pola poboación de mozos a conectarse á Rede.*

- Calcular numéricamente os extremos do intervalo 60´53 e 63´47 **0´50 puntos**
- Responder á pregunta no contexto do problema:
  "En base á mostra dada, estímase cun 95% de confianza, que a media de horas mensuais que os mozos dedican actualmente a conectarse á Rede, está entre 60´53 horas e 63´47 horas" **0´25 puntos**.

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU **Código: 36**

XUÑO 2013

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(***O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos***)

OPCIÓN A

1) Sexan as matrices $A=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

(a) Determina o valor de x para que se verifique $B^2 = A$.

(b) Calcula o valor de x para que $B+C=A^{-1}$, (A^{-1} é a matriz inversa de A).

(c) Calcula o valor de x para que se verifique $A-B+\frac{1}{2}C=3I_2$, sendo I_2 a matriz identidade de orde 2.

2) A cantidade de madeira (en metros cúbicos) que se extrae dunha explotación forestal durante un período de cinco días vén dada pola función: $M(t)=t^3-9t^2+24t,\ \ 0\le t\le 5$, onde t é o tempo transcorrido en días.

(a) Estuda en que períodos se rexistrou un aumento e nos que se rexistrou unha diminución da cantidade de madeira extraida.

(b) ¿En que día ou días se extraeu a máxima cantidade de madeira?, ¿e a mínima? Calcular a cantidade máxima e mínima de metros cúbicos de madeira extraida.

(c) Representa graficamente a función $M(t)$, calculando, se os hai, os puntos de inflexión.

3) Un control de calidade é superado por catro de cada cinco artigos de pesca. Sométense ao devandito control un total de 225 artigos,

(a) ¿cantos artigos de pesca se espera que superen o control de calidade?

(b) ¿cal é a probabilidade de que superen o control de calidade entre 170 e 187 (incluídos) artigos?

4) No proceso industrial de envasado dun produto, o peso dos envases aproxímase a unha Normal de media 500 gramos e desviación típica 4 gramos. Os directivos da empresa sospeitan que a maquinaria de envasado está avariada e decidirán cambiala se o peso medio dos envases é superior a 500 gramos. Para iso, analizan unha mostra aleatoria de 30 envases e obteñen un peso medio de 501´5 gramos.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que non é necesario cambiar a maquinaria fronte a que sí o é, tal como sospeitan os directivos, ¿a que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

(b) Explica o tipo de erro que cometerían se decidisen erroneamente non cambiar a maquinaria.

OPCIÓN B

1) Sexa a función $f(x,y)=-0{,}8x+1{,}5y$ suxeita ás restricións: $x+y\le 10;\ \ x+2y\ge 8;\ \ 2\le y\le x+6;\ \ x\le 6$.

(a) Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.

(b) Calcula os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.

2) O prezo de venda (en euros) dun artigo deportivo dende o momento inicial da súa comercialización axústase á función

$$P(t)=\begin{cases} -\dfrac{1}{5}t^2+4t+80, & 0\le t<15 \\ 87+\dfrac{32}{t-11}, & t\ge 15 \end{cases}$$, onde t é o tempo transcorrido en meses.

(a) ¿Cal é o prezo inicial do artigo? ¿E despois de transcorridos 15 meses?

(b) Estuda en que meses se produce un aumento e nos que se produce unha diminución do prezo do artigo. ¿Cal é o prezo máximo que alcanza o artigo? ¿E o prezo mínimo?

(c) Despois de transcorridos 15 meses, ¿haberá algún mes no que o prezo sexa inferior a 85 euros? Razoa a resposta.

3) Unha fábrica produce CDs en dúas quendas. A primeira quenda produce 2000 discos diarios e a segunda quenda produce 3000. Pola experiencia pasada, sábese que na primeira quenda e na segunda quenda prodúcense 1% e 2% de discos defectuosos, respectivamente. Ao final do día seleccionouse ao azar un disco da produción total.

(a) Determina a probabilidade de que o CD sexa defectuoso.

(b) Se o CD non é defectuoso, calcula a probabilidade de que proveña da primeira quenda.

4) Un estudo sobre o hábito de fumar entre os habitantes adultos dunha cidade informa que o intervalo da proporción de fumadores se estima entre un 30% e un 40%.

(a) Determina a proporción mostral de fumadores observada, segundo o devandito estudo.

(b) O estudo engade que os datos obtéñenos dunha enquisa aleatoria realizada a 364 habitantes adultos da cidade, ¿cal é entón o nivel de confianza do devandito intervalo de estimación da proporción de fumadores?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(***O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos***)

OPCIÓN A

1) O dono dunha tenda de fotografía desexa comercializar dous tipos de cámaras de fotos *A* e *B* cun prezo de venda ao público de 210 e 300 euros a unidade, respectivamente. Para a compra de ambos os dous tipos dispón dun máximo de 2760 euros e fará o pedido a un almacén que lle cobra 120 euros por cada cámara do tipo *A* e 180 euros por cada cámara do *B*. O dono fará o pedido coa condición de que: polo menos 3 cámaras sexan do tipo *A*, entre 4 e 12 sexan do *B* e o número de cámaras do tipo *A* non debe superar en máis de tres unidades ao número de cámaras do tipo *B*.

(a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible, calcula os seus vértices.
(b) ¿Cantas cámaras de cada tipo deberá adquirir para que os beneficios obtidos sexan máximos?

2) Sexa a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

(a) Calcula *a*, *b*, *c* e *d*, sabendo que a función presenta os seus extremos relativos nos puntos (0, 0), e (1, 1).
(b) Determina que tipo de extremos relativos son cada un dos puntos anteriores.
(c) Representa a gráfica da función, determinando os puntos de corte cos eixes e o punto de inflexión.

3) Estímase que un tercio das empresas nun sector da economía, terán un aumento nas súas ganancias trimestrais. Declara un dividendo un 60% das empresas que teñen aumento e un 10% das que non o teñen.

(a) ¿Que porcentaxe das empresas que declaren un dividendo terán un aumento nas súas ganancias trimestrais?
(b) ¿Que porcentaxe de empresas nin teñen aumento nas súas ganancias nin declaran un dividendo?

4) En certo país, a renda anual familiar segue unha distribución normal de media 16260 euros e desviación típica 6320 euros. Un estudo realizado con 200 familias elexidas ao azar nunha comarca proporcionou unha renda media de 15308 euros. Supoñendo que se mantén a desviación típica,

(a) calcula un intervalo de confianza do 95% para a renda media anual das familias da comarca
(b) formula un test para contrastar a hipótese de que a renda media anual das familias da comarca é a mesma, fronte a hipótese de que é menor que a global para todo o país. ¿Cal é a conclusión á que se chega, cun nivel de significación do 5%? ¿Chegaríase á mesma conclusión se o nivel é do 1%?

OPCIÓN B

1) (a) Calcula as matrices X e Y que verifican o sistema $3X + 2Y = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$; $X - 5Y = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -12 & -4 \end{pmatrix}$.

(b) Calcula a matriz inversa de $X \cdot Y$.

2) O número de nacementos anuais (en centos) que se producen nunha cidade a partir do ano 2000 vén dado pola función

$$N(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}t^2 - 3t + 15, & 0 \le t < 8 \\ 10 - \frac{6}{t-6}, & t \ge 8 \end{cases}$$

, *t* é o tempo transcorrido en anos (*t* = 0 corresponde ao ano 2000).

(a) ¿Cantos nacementos se produciron no ano 2000?
(b) Estuda entre que anos se produciu un decrecemento da natalidade. Determina en que ano se produciu o menor número de nacementos e cal foi ese número.
(c) ¿Cal é a tendencia do número de nacementos no futuro? Razoa a resposta.

3) Un estudo realizado por unha entidade bancaria informa que o 60% dos seus clientes ten un préstamo hipotecario, o 50% ten un préstamo persoal e o 40% dos que teñen un préstamo persoal tamén ten un préstamo hipotecario.

(a) Calcula a porcentaxe de clientes que teñen ambos os dous tipos de préstamos.
(b) Calcula a porcentaxe de clientes que non teñen ningún dos dous tipos de préstamos.

4) Nun estudo sobre hixiene dental, a porcentaxe de nenos que presentaron indicios de carie utilizando un dentífrico tradicional foi de, polo menos, o 10%. Nun grupo de 500 nenos elexidos aleatoriamente que utilizaron un novo dentífrico, presentaron indicios de carie 35 deles.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de nenos con indicios de carie usando o novo dentífrico é a mesma que co tradicional fronte a hipótese de que se reduce ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?
(b) Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de nenos con indicios de carie utilizando o novo dentífrico.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **0,75 puntos:**
- Calcular a matriz B^2: **0,25 puntos**.
- Resolver a igualdade de matrices, obtendo o valor de "x": **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Calcular a matriz inversa de A: **1 punto**.
- Calcular $B + C$: **0,25 puntos**.
- Resolver, obtendo o valor pedido: **0,25 puntos**.

(c) **0´75 puntos:**
- Operar alxébricamente coas matrices dadas: **0,50 puntos**.
- Obter o valor de "x" : **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Determinar a primeira derivada: **0,25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos: **0,25 puntos**.
- Polos períodos nos que se rexistrou un aumento e nos que se rexistrou unha diminución da cantidade de madeira: **0,50 puntos**.

(b) **1,25 puntos:**
- Días nos que se extraeu a máxima cantidade de madeira: **0,50 puntos**.
- Día no que se extraeu a mínima cantidade de madeira: **0,25 puntos**.
- Cantidade máxima e mínima: **0,50 puntos**.

(c) **0,75 puntos**:
- Polo punto de inflexión: **0,25 puntos**.
- Representación gráfica da función: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Polo cálculo do número esperado de artigos de pesca que superan o control de calidade: **0,50 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Paso da binomial a normal: **0,50 puntos**.
- Corrección de medio punto: **0,25 puntos**.
- Tipificación: **0,25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,50 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Concluír se é preciso ou non cambiar a maquinaria: **0,25 puntos**.

(b) **0´50 puntos:**
- Explicar o tipo de erro que se comete: **0,50 puntos**.

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,50 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1,25 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1,25 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices**)**.

(b) **0,50 puntos:**
- Punto da rexión no que a función obxectivo alcanza o valor máximo: **0,25 puntos**.
- Punto da rexión no que alcanza o valor mínimo: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **0´50 puntos:**
- Determinar o prezo inicial: **0,25 puntos**.
- Determinar o prezo aos 15 meses: **0,25 puntos**.

(b) **2 puntos:**
- Determinar a primeira derivada en cada un dos anacos da función: **0,50 puntos**.
- Determinar o intervalo de crecemento: **0,25 puntos**.
- Determinar os intervalos de decrecemento: **0,50 puntos**
- Responder á pregunta: en que momento se produce un aumento e unha diminución do prezo do artigo: **0,25 puntos**.
- Prezo máximo e prezo mínimo: **0,50 puntos**

(c) **0,50 puntos**:
- Calcular o límite da función: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Aplicar o teorema das probabilidades totais identificando cada unha das probabilidades do enunciado do exercicio: **0,75 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior: **0,25 puntos**.
- Identificar as probabilidades da fórmula anterior: **0,25 puntos**.
- Resultado final: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,50 puntos:**
- Calcular a proporción da mostra: **0,50 puntos.**

(b) **1,50 puntos:**
- Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde: **0,50 puntos**.
- Obter $z_{\alpha/2}$: **0,25 puntos**.
- Uso da táboa e obter o valor de $1 - \alpha/2$: **0,25 puntos**.
- Obter o nivel de confianza: **0,50 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2,50 puntos:**
- Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.
- Vértices da rexión factible: **1 punto**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0,50 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices**)**.

(b) **0,50 puntos:**
- Función beneficio a maximizar: **0,25 puntos**.
- Pola solución óptima: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Calcular "*c*" e "*d*": **0,50 puntos**.
- Formular o sistema das dúas ecuacións coas dúas incógnitas "*a*" e "*b*": **0,50 puntos**.
- Determinar o valor de "a" e o valor de "*b*": **0,50 puntos**.

(b) **0,50 puntos:**
- Por determinar o máximo: **0,25 puntos**.
- Por determinar o mínimo: **0´25 puntos**.

(c) **1 punto**:
- Puntos de corte cos eixes: **0,25 puntos.**
- Punto de inflexión: **0,25 puntos**.
- Representación gráfica da función: **0,50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior, identificar cada unha das probabilidades da fórmula e cálculos: **0,75 puntos**.
- Responder á pregunta da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión da probabilidade anterior e resultado: **0,25 puntos**.
- Responder á porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **0,75 puntos:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**

(b) **1,25 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Conclusión para o 5% de nivel de significación: **0,25 puntos**.
- Conclusión para o 1% de nivel de significación: **0,25 puntos**.

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1,50 puntos:**
- Calcular a matriz X: **0,75 puntos**.
- Calcular a matriz Y: **0,75 puntos**.

(b) **1,50 puntos:**
- Calcular a matriz $X \cdot Y$: **0,50 puntos**.
- Cálculo da matriz inversa de $X \cdot Y$: **1 punto**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **0,25 puntos:**
- Determinar o número de nacementos pedido: **0,25 puntos**.

(b) **2 puntos:**
- Determinar a primeira derivada nos dous anacos da función: **0,75 puntos**.
- Estudo do decrecemento da función: **0,50 puntos**.
- Entre que anos se produciu o decrecemento da natalidade: **0,25 puntos**.
- Determinar o ano en que se produciu o menor número de nacementos: **0,25 puntos**.
- Determinar o número mínimo de nacementos: **0,25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**:
- Calcular o límite da función: **0,50 puntos.**
- Tendencia do número de nacementos: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formular a probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión e cálculos na probabilidade anterior, identificando as probabilidades do enunciado: **0,50 puntos**.
- Expresión da porcentaxe pedida: **0,25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0,25 puntos**.
- Expresión e cálculos na probabilidade anterior: **0,50 puntos**.
- Resultado pedido: **0,25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1,25 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0,25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0,25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0,25 puntos**.
- Decidir se aceptamos ou rexeitamos a hipótese nula: **0,25 puntos**.
- Conclusión sobre se se reduce (ou non) a carie usando o novo dentífrico: **0,25 puntos**.

(b) **0,75 puntos:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0,25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0,50 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexan as matrices $A=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

(a) **0´75 puntos**. *Determina o valor de x para que se verifique* $B^2 = A$

– Calcular a matriz $B^2=\begin{pmatrix} 4+x^2 & 3x \\ 3x & x^2+1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– Resolver a igualdade de matrices, obtendo o valor da solución

$$\begin{pmatrix} 4+x^2 & 3x \\ 3x & x^2+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\Rightarrow \left\{\begin{matrix} 4+x^2=5 \\ 3x=3 \\ x^2+1=2 \end{matrix}\right\}\Rightarrow x=1,$$

a solución $x = -1$ non é válida, xa que aínda que é solución das ecuacións $x^2 + 1 = 2$ e da $4 + x^2 = 5$, non o é da ecuación $3x = 3$ **0´50 puntos**.

(b) **1´50 puntos**. *Calcula o valor de x para que* $B+C=A^{-1}$

– Calcular a matriz inversa de A, $A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

– Calcular $B + C$, $B+C=\begin{pmatrix} 2 & x-1 \\ x-1 & 5 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– Resolver, obtendo o valor pedido $\begin{pmatrix} 2 & x-1 \\ x-1 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}\Rightarrow\ x=-2$ **0´25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**. *Calcula o valor de x para que se verifique* $A-B+\frac{1}{2}C=3I_2$

– Operar alxébricamente coas matrices dadas $A-B+\frac{1}{2}C=\begin{pmatrix} 3 & 3-x-1/2 \\ 3-x-1/2 & 3 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

– Obter o valor de x, $\begin{pmatrix} 3 & 3-x-1/2 \\ 3-x-1/2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow 3-x-1/2=0\Rightarrow x=5/2$ **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

A cantidade de madeira (en metros cúbicos) que se extrae dunha explotación forestal durante un período de cinco días vén dada pola función: $M(t)=t^3-9t^2+24t,\ \ 0\le t\le 5$, onde t é o tempo transcorrido en días.

(a) **1 punto**. *Estuda en que períodos se rexistrou un aumento e nos que se rexistrou unha diminución da cantidade de madeira extraida.*

– Determinar a primeira derivada: $M'(t) = 3t^2 - 18t + 24$ **0´25 puntos**.

– Calcular os puntos críticos: $M'(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 18t + 24 = 0 \Rightarrow t = 2$ *e* $t = 4$ **0´25 puntos**.

– Estudo do crecemento e do decrecemento da función:

	(0, 2)	(2, 4)	(4, 5)
t	$t = 1$	$t = 3$	$t = 4´5$
signo de $M´(t)$	$M´(1) > 0$	$M´(3) < 0$	$M´(4´5) > 0$

Concluír, respondendo aos períodos preguntados no exercicio:
"*dende o instante inicial ao segundo día e dende o cuarto ao quinto día, rexistrouse un aumento da cantidade de madeira extraida*" **0´25 puntos**.
" *dende o segundo ao cuarto día rexitrouse unha diminución*" **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos**. *¿En que día ou días se extraeu a máxima cantidade de madeira?, ¿e a mínima? Calcular a cantidade máxima e mínima de metros cúbicos de madeira extraida.*

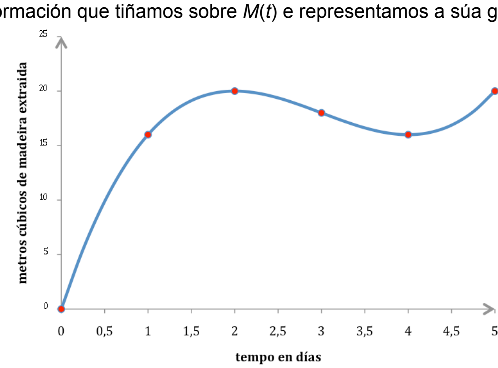
– En t = 2, $M(t)$ presenta un máximo; $M(2)$ = 20.
– En t = 4, $M(t)$ presenta un mínimo; $M(4)$ = 16.

– Estudamos a función nos extremos do intervalo de definición: $\begin{cases} M(0) = 0 \\ M(5) = 20 \end{cases}$. Entón podemos concluír:

" *No segundo e no quinto día extraeuse a máxima cantidade de madeira*" **0´50 puntos** (**0´25 puntos** por cada un dos resultados).
"*a cantidade mínima extraeuse no instante inicial*" **0´25 puntos**.
– "*A cantidade máxima extraida foi 20 metros cúbicos de madeira*" **0´25 puntos**.
– "*A cantidade mínima extraida foi 0 metros cúbicos de madeira*" **0´25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**. *Representa graficamente a función M(t), calculando, se os hai, os puntos de inflexión.*

– O punto de inflexión preséntase no (3, 18) **0´25 puntos**.
– Representación gráfica da función **0´50 puntos**.
Recuperamos toda a información que tiñamos sobre $M(t)$ e representamos a súa gráfica



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un control de calidade é superado por catro de cada cinco artigos de pesca. Sométense ao devandito control un total de 225 artigos,

(a) **0´50 puntos**. *¿Cantos artigos de pesca se espera que superen o control de calidade?*

– Definimos a variable aleatoria binomial X = número de artigos de pesca "que superan" o control de calidade, en mostras de 225 artigos. $X \sim B(n = 225,\ p = 4/5 = 0´8)$ **0´25 puntos**.

– $E(X) = n \cdot p = 225 \cdot 0´8 = 180$. "*Espérase que, en mostras de 225 artigos de pesca, 180 superen o control de calidade*" **0´25 puntos**.

(b) **1´50 puntos**. *¿Cal é a probabilidade de que superen o control de calidade entre 170 e 187 (incluídos) artigos?*

– Formular a probabilidade pedida: $P(170 \le X \le 187)$ **0´25 puntos**.

– Paso da binomial á normal: $X \sim B(n = 225,\ p = 0'8) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = n \cdot p = 180,\ \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = 6\right)$ **0´50 puntos**.

– Corrección de medio punto: $P(170 \le X \le 187) = P(169'5 < X' < 187'5)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación:

$$P(170 \le X \le 187) = P\left(169'5 < X' < 187'5\right) = P\left(\frac{169'5 - 180}{6} < Z < \frac{187'5 - 180}{6}\right) = P(-1'75 < Z < 1'25)$$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas e resultado final: $P(-1'75 < Z < 1'25) = P(Z < 1'25) + P(Z < 1'75) - 1 = 0'8543$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Sexa *"X = peso, en gramos, dun envase"*, $X \sim N(\mu = 500, \sigma = 4)$. Os directivos da empresa sospeitan que a maquinaria de envasado está avariada, e decidirán cambiala se o peso medio dos envases é superior a 500 gramos, é dicir se $\mu > 500$. Para iso, analizan unha mostra aleatoria de 30 envases e obteñen un peso medio de 501´5 gramos.

$\bar{X}$: *estatístico media mostral* $\xrightarrow[\text{valor particular para a mostra dada}]{} \bar{x} = 501'5$ (*gramos*)

Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$

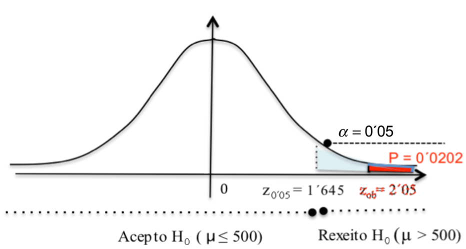
(a) **1´50 puntos**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que non é necesario cambiar a maquinaria fronte a que si o é, tal como sospeitan os directivos, ¿a que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%*

– Especificar as hipótesis nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : \mu \le 500 \ (\textit{non é necesario cambiar a maquinaria}) \\ H_1 : \mu > 500 \ (\textit{si é necesario cambiar a maquinaria}) \end{cases}$ **0´50 puntos**.

– Establecer a rexión crítica: (1´645, + ∞) **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

$z_{ob} = \dfrac{501'5 - 500}{4/\sqrt{30}} = 2'05$ **0´25 puntos**.



– Decisión: $z_{ob} = 2'05 \in (1'645, +\infty) \Rightarrow$ *Rexeito H_0*. **0´25 puntos**.

– Conclusión: *Cos datos desta mostra e con risco de equivocarnos dun 5%, concluiriamos que o peso medio dos envases supera os 500 gramos, tal como sospeitaban os directivos, co cal decidirían cambiar a maquinaria* **0´25 puntos**. (o último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor–P = P(Z > 2´05) = 0´0202, é dicir, aproximadamente dun 2%, sendo polo tanto o test significativo).

(b) **050 puntos**. *Explica o tipo de erro que cometerían se decidisen erroneamente non cambiar a maquinaria.*

– Erro tipo II = Aceptar H_0, sendo H_0 falsa **0´25 puntos**.

– Decidirían non cambiar a maquinaria, sendo o peso medio dos envases superior aos 500 gramos **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

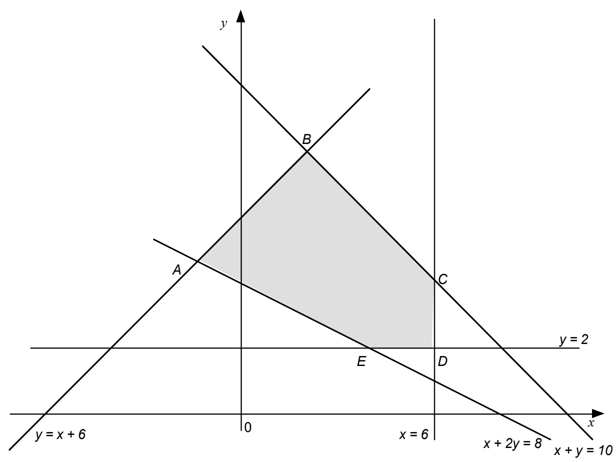
Sexa a función $f(x,y) = -0{,}8x + 1{,}5y$ suxeita ás restricións: $x + y \leq 10$; $x + 2y \geq 8$; $2 \leq y \leq x + 6$; $x \leq 6$.

(a) **2´50 puntos**. *Representa a rexión R do plano determinado polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.*

– Vértices da rexión factible **1´25 puntos**, polos vértices: *A* (–4/3, 14/3); *B* (2, 8); *C* (6, 4); *D* (6, 2); *E* (4, 2) **0´25 puntos** por cada un deles.
– Representación gráfica da rexión factible (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices) **1´25 puntos**:

(b) **0´50 puntos**. *Calcula os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo.*

– A función obxectivo alcanza o *valor máximo* no punto *B* (2, 8) **0´25 puntos**.
– A función obxectivo alcanza o *valor mínimo* no punto *D* (6, 2) **0´25 puntos**.



Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O prezo de venda (en euros) dun artigo deportivo dende o momento inicial da súa comercialización axústase á función $P(t) = \begin{cases} -\dfrac{1}{5}t^2 + 4t + 80, & 0 \leq t < 15 \\ 87 + \dfrac{32}{t-11}, & t \geq 15 \end{cases}$, onde *t* é o tempo transcorrido en meses.

(a) **0´50 puntos**. *¿Cal é o prezo inicial do artigo*? *¿E despois de transcorridos 15 meses*?

– Prezo inicial do artigo = *P*(0) = 80 euros **0´25 puntos**.
– Prezo despois de transcorridos 15 meses = *P*(15) = 95 euros **0´25 puntos**.

(b) **2 puntos**. *Estuda en que meses se produce un aumento e nos que se produce unha diminución do prezo do artigo. ¿Cal é o prezo máximo que alcanza o artigo? ¿E o prezo mínimo?*

– Determinar a primeira derivada en cada un dos anacos da función:

No intervalo (0, 15), $P'(t) = -\dfrac{2}{5}t + 4$ **0´25 puntos**. No (15, +∞), $P'(t) = -\dfrac{32}{(t-11)^2}$ **0´25 puntos**.

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento da función:
No intervalo (0, 15) $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 10$ punto crítico

	(0, 10)	(10, 15)
t	$t = 5$	$t = 12$
signo de $P'(t)$	$P'(5) > 0$	$P'(12) < 0$

No intervalo (15, +∞) $P'(t) < 0$, xa que a función $P'(t) = -\dfrac{32}{(t-11)^2}$ é menor que 0 para todo *t.*

- No (0, 10), $P(t)$ é crecente **0´25 puntos**. No (10, 15), $P(t)$ é decrecente **0´25 puntos**.
- No (15, +∞) $P(t)$ é decrecente **0´25 puntos**.

– Responder á pregunta, en que momento se produce un aumento e unha diminución do prezo do artigo: "*Prodúcese un aumento do prezo nos dez primeiros meses da súa comercialización e a partir do décimo mes o prezo do artigo diminúe*" **0´25 puntos**.
– O prezo máximo que alcanza o artigo: P(10) = 100 euros **0´25 puntos**.
– O prezo mínimo que alcanza o artigo: P(0) = 80 euros **0´25 puntos**.

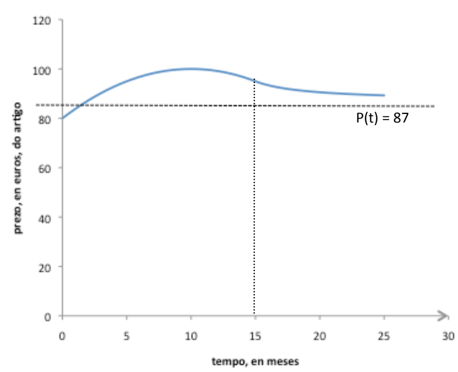
(c) **0´50 puntos**. *Despois de transcorridos 15 meses, ¿haberá algún mes no que o prezo sexa inferior a 85 euros? Razoa a resposta.*

Pódese responder de distintas formas:

- Así: $87 + \dfrac{32}{t-11} < 85$ é imposible, xa que $t > 15$, **0´25 puntos**. "*logo despois de transcorridos 15 meses, o prezo non será nunca inferior a 85 euros*" **0´25 puntos**.
- Ou tamén así: $\lim\limits_{t\to+\infty} P(t) = \lim\limits_{t\to+\infty}\left(87 + \dfrac{32}{t-11}\right) = 87$ **0´25 puntos**.

$P(t) = 87$ é asíntota horizontal; partindo de $t \geq 15$, P(15) = 95, a función vai decrecendo e tendendo a 87, logo o prezo non será inferior a 85 euros **0´25 puntos**.

- Tamén se podería facer un esbozo da gráfica da función $P(t)$ e chegaríase ao mesmo resultado



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Unha fábrica produce CDs en dúas quendas. A primeira quenda produce 2000 discos diarios e a segunda quenda produce 3000. Pola experiencia pasada, sábese que na primeira quenda e na segunda quenda prodúcense 1% e 2% de discos defectuosos, respectivamente. Ao final do día seleccionouse ao azar un disco da produción total.

(a) **1 punto**. *Determina a probabilidade de que o CD sexa defectuoso.*

Denominamos aos sucesos "*A*": *o CD prodúcese na primeira quenda,* "*B*": *o CD prodúcese na segunda quenda e* "*D*": *o CD é defectuoso.*
Os datos que recollemos do enunciado son: $P(A) = 2/5$; $P(B) = 3/5$; $P(D/A) = 0{'}01$; $P(D/B) = 0{'}02$
– Formular a probabilidade pedida: $P(D)$ **0´25 puntos**.
– Utilizar o teorema das probabilidades totais e sustituír os valores de cada probabilidade na fórmula anterior: $P(D) = P(A)\cdot P(D/A) + P(B)\cdot P(D/B) = 0{'}4\cdot 0{'}01 + 0{'}6\cdot 0{'}02$ **0´50 puntos**.
– Resultado $P(D)$ = 0´016 **0´25 puntos**.

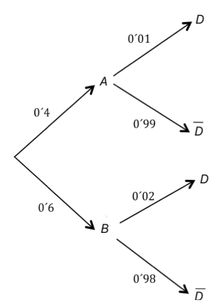
(b) **1 punto**. *Se o CD non é defectuoso, calcula a probabilidade de que proveña da primeira quenda.*

– Formular a probabilidade pedida $P\left(A/\bar{D}\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade condicionada anterior $P\left(A/\bar{D}\right)=\dfrac{P\left(A\cap\bar{D}\right)}{P(\bar{D})}=\dfrac{P(A)\cdot P\left(\bar{D}/A\right)}{1-P(D)}$ **0´25 puntos**.

– Sustituír os valores de cada probabilidade e resultado final $P\left(A/\bar{D}\right)=\dfrac{0´4\cdot 0´99}{1-0´016}=0´402$ **0´50 puntos**.

Tamén podemos facer o exercicio construíndo o diagrama de árbore, nese caso, a árbore ben feito puntúase con **0´50 puntos** e os apartados (a) e (b) con **0´75 puntos** cada un deles.



Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo sobre o hábito de fumar entre os habitantes adultos dunha cidade informa que o intervalo da proporción de fumadores se estima entre un 30% e un 40%.

(a) **0´50 puntos**. *Determina a proporción mostral de fumadores observada, segundo o devandito estudo*

Sexan

"p : proporción de fumadores entre os habitantes adultos da cidade (parámetro poboacional)

$\hat{P}$: *proporción mostral de fumadores* (*entre habitantes adultos*), *en mostras de tamaño n* (*estimador puntual de* "p")

$\downarrow$

$\hat{p}=x/n$ (*estimación puntual de p*)

- $$\left.\begin{array}{l}\hat{p}-z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=0´30\\[2ex] \hat{p}+z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=0´40\end{array}\right\}\Rightarrow \hat{p}=\dfrac{0´30+0´40}{2}=0´35$$

- *A proporción mostral de fumadores no estudo dado é do 35%.* **0´50 puntos**.

(b) **1´50 puntos**. *O estudo engade que os datos obtéñenos dunha enquisa aleatoria realizada a 364 habitantes adultos da cidade, ¿cal é entón o nivel de confianza do devandito intervalo de estimación da proporción de fumadores?*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:

$z_{\alpha/2}\cdot\sqrt{\dfrac{0´35\cdot 0´65}{364}}=0´05$ **0´50 puntos**.

– Obter $z_{\alpha/2}=2$ **0´25 puntos**.

– Uso da táboa e obter o valor de $1-\alpha/2=0´9772$ **0´25 puntos**.

– Obter o valor de α = 0´0456 **0´25 puntos**.

– Por último, obter o nivel de confianza $1-\alpha=0´9544$. "*Cun 95´44% de confianza, estimamos que a proporción de fumadores entre os habitantes adultos da cidade está entre un 30% e un 40%, en base aos datos obtidos coa enquisa feita a 364 habitantes adultos da cidade*" **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

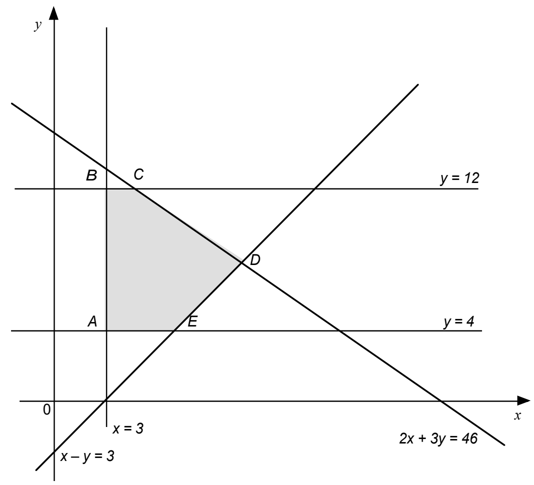
O dono dunha tenda de fotografía desexa comercializar dous tipos de cámaras de fotos *A* e *B* cun prezo de venda ao público de 210 e 300 euros a unidade, respectivamente. Para a compra de ambos os dous tipos dispón dun máximo de 2760 euros e fará o pedido a un almacén que lle cobra 120 euros por cada cámara do tipo *A* e 180 euros por cada cámara do *B*. O dono fará o pedido coa condición de que: polo menos 3 cámaras sexan do tipo *A*, entre 4 e 12 sexan do *B* e o número de cámaras do tipo *A* non debe superar en máis de tres unidades ao número de cámaras do tipo *B*.

(a) **2´50 puntos**. *Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible, calcula os seus vértices.*

Sexan *x* o número de cámaras do tipo *A* e *y* o número de cámaras do tipo *B.*

– Formular o sistema de inecuacións $\begin{cases} 120x + 180y \le 2760 & \textbf{0´25 puntos} \\ x \ge 3 & \textbf{0´25 puntos} \\ 4 \le y \le 12 & \textbf{0´25 puntos} \\ x \le y + 3 & \textbf{0´25 puntos} \end{cases}$

– Vértices da rexión factible *A* (3, 4) e *B* (3, 12) **0´25 puntos**, *C* (5, 12) **0´25 puntos**, *D* (11, 8) **0´25 puntos**, *E* (7, 4) **0´25 puntos**.
– Representación gráfica da rexión factible (debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices) **0´50 puntos**



(b) **0´50 puntos**. *¿Cantas cámaras de cada tipo deberá adquirir para que os beneficios obtidos sexan máximos?*

– Función beneficio a maximizar: $f(x, y) = (210 – 120)x + (300 – 180)y = 90x + 120y$ **0´25 puntos**.
– Solución óptima: "*Deberá adquirir 11 cámaras do tipo A e 8 cámaras do tipo B para que os beneficios obtidos sexan máximos*" **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

(a) **1´50 puntos**. *Calcula a, b, c e d, sabendo que a función presenta os seus extremos relativos nos puntos* (0, 0), *e* (1, 1).

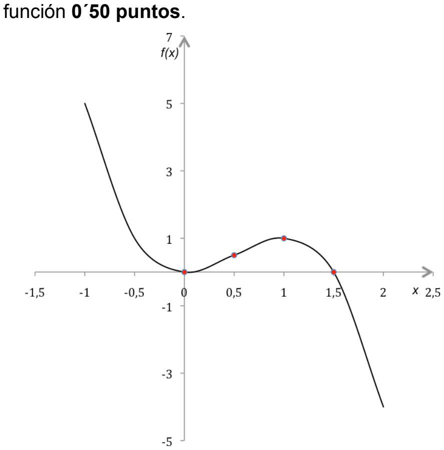
– *f*(*x*) pasa polo (0, 0): *f*(0) = 0 $\Rightarrow$ *d* = 0 **0´25 puntos**. Calculamos a derivada de *f*(*x*), $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.
– Por ter un extremo no punto (0, 0): $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ **0´25 puntos**.
– Por ter un extremo no punto (1, 1): $f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0$ **0´25 puntos**.
– *f*(*x*) pasa polo (1, 1): $f(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ **0´25 puntos**.
– Resolvemos o sistema anterior, obtendo *a* = –2 **0´25 puntos** e *b* = 3 **0´25 puntos**.

(b) **0´50 puntos**. *Determina qué tipo de extremos relativos son cada un dos puntos anteriores.*

Substituíndo na función *f*(*x*) os valores de *a*, *b*, *c* e *d* obtidos no apartado anterior, resulta: $f(x) = -2x^3 + 3x^2$
e derivando $f'(x) = -6x^2 + 6x,\ f''(x) = -12x + 6$
– Para $x = 0$; $f''(0) = 6 > 0 \Rightarrow$ "$x = 0$ *é un mínimo*" **0´25 puntos**. (0, 0) é un mínimo relativo.
– Para $x = 1$; $f''(1) = -6 < 0 \Rightarrow$ "$x = 1$ *é un máximo*" **0´25 puntos**. (1, 1) é un máximo relativo.

(c) **1 punto**. *Representa a gráfica da función, determinando os puntos de corte cos eixes e o punto de inflexión.*

– Puntos de corte cos eixes: (0, 0) e (3/2, 0) **0´25 puntos**.
– Punto de inflexión: (1/2, 1/2) **0´25 puntos**.
– Representación gráfica da función **0´50 puntos**.



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Estímase que un tercio das empresas nun sector da economía, terán un aumento nas súas ganancias trimestrais. Declara un dividendo un 60% das empresas que teñen aumento e un 10% das que non o teñen.

(a) **1´25 puntos**. ¿*Que porcentaxe das empresas que declaren un dividendo terán un aumento nas súas ganancias trimestrais*?

– Denominamos aos sucesos "*A*": *unha empresa terá aumento nas súas ganancias trimestrais e* "*D*": *unha empresa declara un dividendo*
Os datos que nos dan son: $P(A) = 1/3$, $P\left(D/A\right) = 0'6$, $P\left(D/\overline{A}\right) = 0'1$
– Formular a probabilidade $P\left(A/D\right)$ **0´25 puntos**.
– Expresión da probabilidade anterior e identificar cada unha das probabilidades da fórmula e cálculos

$$\underbrace{\frac{P(A)\cdot P\left(D/A\right)}{P(A)\cdot P\left(D/A\right)+P(\bar{A})\cdot P\left(D/\bar{A}\right)}}_{0{\acute{}}25\ \text{puntos}}=\underbrace{\frac{\frac{1}{3}\cdot 0{\acute{}}6}{\frac{1}{3}\cdot 0{\acute{}}6+\frac{2}{3}\cdot 0{\acute{}}1}}_{0{\acute{}}25\ \text{puntos}}=\underbrace{0{\acute{}}75}_{0{\acute{}}25\ \text{puntos}}$$

– Responder á pregunta da porcentaxe pedida "*O 75% das empresas que declaren un dividendo, terán un aumento nas súas ganancias trimestrais*" **0´25 puntos**.

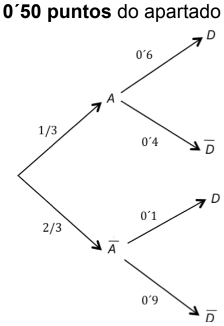
(b) **0´75 puntos**. ¿*Que porcentaxe de empresas nin teñen aumento nas súas ganancias nin declaran un dividendo*?

– Formulación da probabilidade $P\left(\bar{A}\cap\bar{D}\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade anterior e resultado $P\left(\bar{A}\cap\bar{D}\right)=P(\bar{A})\cdot P\left(\bar{D}/\bar{A}\right)=\frac{2}{3}\cdot 0{\acute{}}9=0{\acute{}}6$ **0´25 puntos.**

– Responder á porcentaxe pedida "*O 60% das empresas nin teñen aumento nin declaran un dividendo*" **0´25 puntos**.

Tamén podemos facer o exercicio construíndo o diagrama de árbore, nese caso, a árbore ben feito puntúase con **0´75 puntos**, sumándolle **0´50 puntos** do apartado (a) e o resto do apartado (b).



Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

En certo país, a renda anual familiar = X_P, segue unha distribución normal de media 16260 euros e desviación típica 6320 euros, é dicir $X_P \sim N\left(\mu_P = 16260\ euros, \sigma = 6320\ euros\right)$.

Un estudo realizado con 200 familias elexidas ao azar nunha comarca proporcionou unha renda media de 15308 euros. Definimos

"X = renda anual familiar, en euros, dunha familia da comarca", $X \sim N\left(\mu, \sigma = 6320\right)$.

$\bar{X}$: *estatístico media mostral* $\xrightarrow[\text{valor particular para a mostra dada}]{} \bar{x} = 15308$ (*euros*)

Estatístico de proba $\dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

(a) **0´75 puntos**. *Calcula un intervalo de confianza do 95% para a renda media anual das familias da comarca.*

– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\underbrace{\bar{X}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_1}\le\mu\le\underbrace{\bar{X}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{L_2}\right)=1-\alpha$. **0´25 puntos**.

– Calcular numericamente os extremos do intervalo, avaliando para a mostra dada os estatísticos L_1 e L_2, de forma que,

$$L_1 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 15308-1{\acute{}}96\frac{6320}{\sqrt{200}}=15308-875{\acute{}}9=14432{\acute{}}1 \quad \textbf{0´25 puntos}$$

$$L_2 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 15308+1{\acute{}}96\frac{6320}{\sqrt{200}}=15308+875{\acute{}}9=16183{\acute{}}9 \quad \textbf{0´25 puntos}$$

"Cun 95% de confianza, estímase que a renda media anual das familias da comarca, está entre 14432´1 euros e 16183´9 euros"

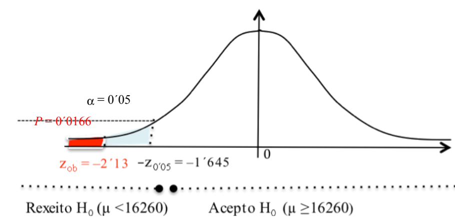
(b) **1´25 puntos**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a renda media anual das familias da comarca é a mesma, fronte a hipótese de que é menor que a global para todo o país. ¿Cal é a conclusión á que se chega, cun nivel de significación do 5%? ¿Chegaríase á mesma conclusión se o nivel é do 1%?*

– Especificar as hipótesis nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : \mu \geq 16260 \\ H_1 : \mu < 16260 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

– Establecer a rexión crítica: $(-\infty\, , -1´645)$ **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada:

$z_{ob} = \dfrac{15308 - 16260}{6320/\sqrt{200}} = -2´13$ **0´25 puntos**.



– Decisión: $z_{ob} = -2´13 \in (-\infty, -1´645) \Rightarrow$ *Rexeito H_0*.

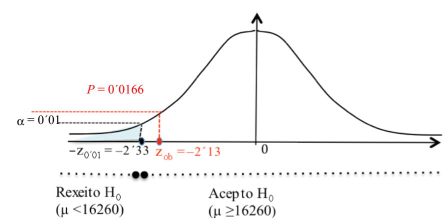
– *Conclusión: "cos datos da mostra e con risco de equivocarnos dun 5%, concluiriamos que a media da comarca é menor que a media global para todo o pais"* **0´25 puntos**.

(o último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-*P* = $P(Z < -2´13) = 0´0166$, é dicir, dun 1´6%, máis baixo que o erro do 5% de partida).

– *Conclusión para o 1% de nivel de significación*:

– Rexión crítica $(-\infty, -2´33)$; $z_{ob} = -2´13 \in (-2´33, +\infty) \Rightarrow$ *Acepto H_0*,

"*Con risco de equivocarnos dun 1%, non poderiamos asegurar que a media da comarca fose menor que a global do pais*" **0´25 puntos**.



OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

(a) **1´50 puntos**. *Calcula as matrices X e Y que verifican o sistema*

$$3X + 2Y = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}; \quad X - 5Y = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -12 & -4 \end{pmatrix}.$$

– Multiplicando a segunda matriz, $X - 5Y$, por -3 e sumando o resultado obtido coa primeira, $3X + 2Y$, resulta:

$17 \cdot Y = \begin{pmatrix} 17 & 0 \\ 34 & 17 \end{pmatrix} \Rightarrow Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**. $X = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 10 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -12 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**.

(b) **1´50 puntos**. *Calcula a matriz inversa de $X \cdot Y$*

Exemplos de resposta / Solucións

Calcular a matriz $X \cdot Y = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

– Cálculo da matriz inversa, $\left(X \cdot Y\right)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/5 & -2/5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O número de nacementos anuais (en centos) que se producen nunha cidade a partir do ano 2000 vén dado pola función

$$N(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}t^2 - 3t + 15, & 0 \le t < 8 \\ 10 - \frac{6}{t-6}, & t \ge 8 \end{cases}$$, *t* é o tempo transcorrido en anos (*t* = 0 corresponde ao ano 2000).

(a) **0´25 puntos**. *¿Cantos nacementos se produciron no ano 2000*?

– *N*(0) = 15; "*No ano 2000 producíronse 1500 nacementos*" **0´25 puntos**.

(b) **2 puntos**. *Estuda entre que anos se produciu un decrecemento da natalidade. Determina en que ano se produciu o menor número de nacementos e cal foi ese número.*

– Determinar a primeira derivada en cada un dos anacos da función:

No intervalo (0, 8), $N'(t) = \frac{1}{2}t - 3$ **0´25 puntos**. No (8, +∞), $N'(t) = \frac{6}{(t-6)^2}$ **0´50 puntos**.

– Estudo do decrecemento da función:
No intervalo (0, 8) $N'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$ punto crítico

	(0, 6)	(6, 8)
t	*t* = 1	*t* = 7
signo de N´(t)	*N*´(1) < 0	*N*´(7) > 0

No intervalo (8, +∞) $N'(t) > 0$, xa que a función $P'(t) = \frac{6}{(t-6)^2}$ é maior que 0 para todo *t.*

- No (0, 6), *N*(*t*) é decrecente **0´25 puntos**.
- *Dende o ano* 2000 *ata o* 2006 *produciuse un decrecemento da natalidade* **0´25 puntos**.
- *Non hai decrecemento dende o ano 2006* **0´25 puntos**.

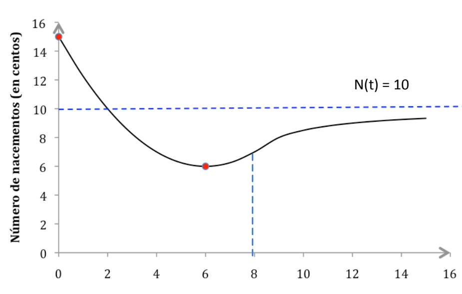
– Ano no que se produciu o menor número de nacementos, en *t* = 6 *N*(t) é mínimo **0´25 puntos**.
– Número mínimo de nacementos: "*O menor número de nacimentos produciuse no 2006 e foron 600 nacementos*" **0´25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**. *¿Cal é a tendencia do número de nacementos no futuro*? *Razoa a resposta*.

Pódese responder de distintas formas:

- Así: $\lim_{t\to+\infty} N(t) = \lim_{t\to+\infty}\left(10 - \frac{6}{t-6}\right) = 10$ **0´50 puntos**.

  Polo tanto, a tendencia é de 1000 nacementos **0´25 puntos**.
- Tamén se podería facer un esbozo da gráfica da función *N*(*t*) e chegaríase ao mesmo resultado



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Un estudo realizado por unha entidade bancaria informa que o 60% dos seus clientes ten un préstamo hipotecario, o 50% ten un préstamo persoal e o 40% dos que teñen un préstamo persoal tamén ten un préstamo hipotecario.

(a) **1 punto**: *Calcula a porcentaxe de clientes que teñen ambos os dous tipos de préstamos*.

Denominamos aos sucesos "*H*": *un cliente ten un préstamo hipotecario,* "*A*": *un cliente ten un préstamo persoal.*
Os datos que recollemos do enunciado son: $P(H)=0'6$; $P(A)=0'5$; $P(H/A)=0'4$

– Formular a probabilidade pedida $P(A\cap H)$ **0´25 puntos**.

– Expresión e cálculos na probabilidade anterior, identificando as probabilidades do enunciado $P(A\cap H)=\underbrace{P(A)\cdot P(H/A)}_{\textbf{0´25 puntos}}=\underbrace{0'5\cdot 0'4}_{\textbf{0´25 puntos}}=0'2$

– Expresión da porcentaxe pedida "*O 20% dos clientes teñen ambos os dous tipos de préstamos*" **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula a porcentaxe de clientes que non teñen ningún dos dous tipos de préstamos.*

– Formular a probabilidade pedida $P(\bar{A}\cap\bar{H})$ **0´25 puntos**.

– Expresión e cálculos na probabilidade anterior $P(\bar{A}\cap\bar{H})=\underbrace{1-P(A\cup H)}_{\textbf{0´25 puntos}}=\underbrace{1-(0'5+0'6-0'2)}_{\textbf{0´25 puntos}}=0'1$

– Resultado pedido "*O 10% dos clientes non teñen ningún dos dous tipos de préstamos*" **0´25 puntos**.

Tamén podemos facer o exercicio construíndo a táboa, pero para elo, é imprescindible ter o resultado do apartado (a). *A táboa puntúase entón para o apartado* (b) con **0´50 puntos**, formular o enunciado **0´25 puntos** e expresión da porcentaxe **0´25 puntos**.

	A	$\bar{A}$	
H	20 (a)	40	60
$\bar{H}$	30	10	40
	50	50	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Nun estudo sobre hixiene dental, a porcentaxe de nenos que presentaron indicios de carie utilizando un dentífrico tradicional foi de, polo menos, o 10%. Nun grupo de 500 nenos elexidos aleatoriamente que utilizaron un novo dentífrico, presentaron indicios de carie 35 deles.

(a) **1´25 puntos**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción de nenos con indicios de carie usando o novo dentífrico é a mesma que co tradicional fronte a hipótese de que se reduce ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?*

Sexan
"p : proporción de nenos con indicios de carie usando o novo dentífrico (parámetro poboacional)

$\hat{P}$: *proporción de nenos con indicios de carie* (*co novo dentífrico*),
en mostras de 500 *nenos* (*estimador puntual de* "*p*")
$\downarrow$ *avaliamos para a mostra dada*

$\hat{p}=\dfrac{35}{500}=0'07$ (*estimación puntual de p*)

– Especificar as hipóteses nula e alternativa: $\begin{cases} H_0: p\geq 0'10 \\ H_1: p<0'10 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

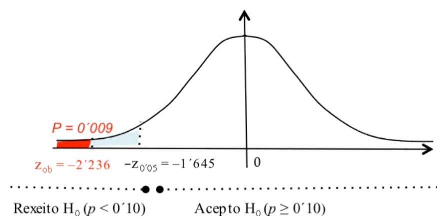
– Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P}-p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

– Establecer a rexión crítica: $(-\infty,-1'645)$ **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo H_0 certa"*, para a mostra dada:

$$z_{ob}=\frac{0'07-0'1}{\sqrt{\dfrac{0'1\cdot 0'9}{500}}}=-2'236$$ **0´25 puntos**.

– Decisión: $z_{ob}=-2'236\in(-\infty,-1'645)\Rightarrow$ *Rexeito H_0* **0´25 puntos**.



– Conclusión sobre se se reduce (ou non) a carie usando o novo dentífrico:
"Cun risco de equivocarnos dun 5%, concluiríamos que, en base á mostra dada, o novo dentífrico reduce a carie dental, con respecto ao tradicional" **0´25 puntos**. (O último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-P = $P(Z < -2'236) = 0'009$, é dicir, dun 0´9%).

(b) **0´75 puntos**. *Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de nenos con indicios de carie utilizando o novo dentífrico.*

– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\underbrace{\hat{P}-z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}_{L_1}\leq p\leq \underbrace{\hat{P}+z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}_{L_2}\right)=1-\alpha$ **0´25 puntos**.

– Calculamos numéricamente os extremos do intervalo avaliando, para a mostra dada, os estatísticos L_1 e L_2, de tal forma que o parámetro "p" decoñecido estimámolo polo seu estimador puntual coñecido $\hat{p}$, resultando:

$$L_1 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0'07-1'96\sqrt{\frac{0'07\cdot 0'93}{500}}=0'07-0'022=0'048$$ **0´25 puntos**

$$L_2 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0'07+1'96\sqrt{\frac{0'07\cdot 0'93}{500}}=0'07+0'022=0'092$$ **0´25 puntos**

– Responder á pregunta no contexto do problema, concluíndo que: *"en base a mostra dada, estímase cun 95% de confianza, que a proporción nenos con carie, usando o novo dentífrico, está entre un 4´8% e un 9´2%* (erro máximo cometido na estimación dun 2´2%)

CiUG	PAU XUÑO 2012	Código: 36

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) Decidimos investir unha cantidade de 15000 euros en bolsa, comprando accións de tres entidades *A*, *B* e *C*. Investimos en *A* o dobre que en *B* e en *C* xuntas. Transcorrido un ano, as accións da entidade *A* revalorizáronse un 3%, as de *B* un 4% e as de *C* perderon un 2% e, como consecuencia, obtivemos un beneficio de 380 euros. Determina canto investimos en cada unha das entidades.

2) A ganancia producida por unha máquina que durou 6 anos estímase pola función $f(x) = ax^3 + bx^2,\ 0 \le x \le 6$.
($f(x)$ representa a ganancia (en miles de euros) aos x anos de funcionamento, a e b son constantes)

(a) Determina o valor de a e b , se se sabe que a función $f(x)$ ten un punto de inflexión no punto (2, 32).

(b) Se $a = -2$ e $b = 12$, calcula o ano no que a máquina produciu a maior ganancia, ¿cal foi o valor da devandita ganancia? Para estes valores, representa a gráfica da función $f(x)$ en [0, 6].

3) Trátase contra unha determinada enfermidade ao 40% das árbores dunha parcela. Sábese que enferman o 5% das árbores tratadas e o 30% das non tratadas contra a enfermidade.

(a) Calcula a probabilidade de que non enferme unha árbore calquera da parcela.

(b) Supoñamos que un 80% das árbores non están enfermas e que na parcela hai 625 árbores, ¿cal é a probabilidade de que máis de 475 árbores desta parcela non estean enfermas?

4) Suponse que o número de telespectadores (en millóns) dun programa semanal de televisión, aproxímase a unha distribución normal, con desviación típica de 0´5 (millóns). A dirección do programa afirma que a media semanal de telespectadores que ven o citado programa é de, polo menos, 7 millóns. Para contrastar tal afirmación, obsérvase unha mostra de 10 semanas, obténdose unha media semanal de 6´54 millóns de telespectadores.

(a) Utilizando a mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a media semanal de telespectadores dese programa.

(b) Formula un test para contrastar que a media semanal de telespectadores que ven o programa é a que afirma a dirección, fronte á alternativa de que é menor, ¿cal é a conclusión á que se chega, cun nivel de significación do 5%?

OPCIÓN B

1) Consideremos o seguinte sistema de inecuacións $x \ge 1,\quad y \ge x,\quad x + y \le 10,\quad 3y - 2x \le 10$.

(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) ¿En que punto ou puntos desa rexión alcanza os valores máximo e mínimo a función $f(x,y) = 2x - 2y + 7$?

2) Nun ámbito controlado, o tamaño dunha poboación de aves, $P(t)$ (en centos), axústase á función

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50, & 0 \le t \le 10 \\ 95 - \dfrac{250}{t}, & t > 10 \end{cases}$$, onde t é o tempo transcorrido en anos.

(a) ¿A partir de que ano crecerá a poboación $P(t)$? ¿Nalgún ano a poboación é mínima?

(b) Determina o valor ao que tende a poboación de aves co paso do tempo.

(c) Calcula o intervalo de tempo no que a poboación se mantén entre 5000 e 7500 aves.

3) O 40% dos aspirantes a un posto de traballo superou unha determinada proba de selección. Terminan sendo contratados o 80% dos aspirantes que superan esa proba e o 5% dos que non a superan.

(a) Calcula a porcentaxe de aspirantes ao posto de traballo que terminan sendo contratados.

(b) Se un aspirante non é contratado, ¿cal é a probabilidade de que superase a proba de selección?

4) Realízase unha enquisa para determinar a intención de voto ao partido político MLM. Dos 2000 entrevistados, 600 din que votarán ao MLM.

(a) Calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de futuros votantes a favor dese partido.

(b) Unha información publicada por certa prensa afirma que "a intención de voto para ese partido é de, polo menos, o 33%". Formula un test para contrastar a devandita afirmación fronte a que a proporción de futuros votantes é inferior, tal como parece prognosticar a enquisa. ¿A que conclusión se chega, cun nivel de significación do 1%

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU**	**Código: 36**
	SETEMBRO 2012	

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) (a) Determina a matriz X sabendo que $X^{-1} \cdot B^t = A + B$, sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, B^t a matriz trasposta de B e X^{-1} a matriz inversa de X.

(b) Dada $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, calcula, se o hai, algún valor de "a" para o que se verifique que A^2 sexa a matriz identidade.

2) A cantidade de auga (en centos de litros) que chega a unha depuradora para o seu procesado ao longo de certo día, vén estimada pola función $C(t) = -2t^3 + 75t^2 - 600t + 2000,\ \ 0 \le t \le 24$, onde t é o tempo en horas transcorrido a partir das 0:00 horas.

(a) Determina en que períodos se produce un aumento e unha diminución da cantidade de auga.
(b) Calcula a cantidade máxima e mínima de auga.
(c) Calcula o punto de inflexión e representa a gráfica da función $C(t)$, $0 \le t \le 24$.

3) Sábese que en certa poboación de persoas de 18 ou máis anos, o 60% está en contra da eutanasia.

(a) Realízase unha enquisa a unha mostra aleatoria de 150 persoas desa poboación, ¿cal é a probabilidade de que máis da mitade se manifeste en contra da eutanasia?

(b) Se nesa poboación o 68% son maiores de 65 anos e o 75% deles está en contra da eutanasia, ¿que porcentaxe dos que teñen entre 18 e 65 anos está en contra da eutanasia?

4) O tempo de espera para a realización de certa proba médica nun hospital segue unha distribución normal con desviación típica de 5 días. A xerencia afirma que "o tempo medio de espera para a realización da devandita proba é como máximo de 20 días". Para contrastar esa afirmación tomouse unha mostra aleatoria de 100 pacientes que precisaban facerse a proba, resultando que o tempo medio de espera foi de 21 días.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese que afirma a xerencia fronte a que o tempo medio foi superior. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%? ¿Chegaríase á mesma conclusión cun nivel de significación do 1%?

(b) Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.

OPCIÓN B

1) Considérase a función $f(x, y) = x + 2y$ suxeita ás restricións: $x + y \le 9$; $y - x \le 5$; $2y \ge 4 - x$; $0 \le x \le 6$; $y \ge 0$

(a) Representa a rexión R do plano determinada polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.
(b) Calcula os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo. Calcula eses valores.
(c) Responde ao apartado anterior se se elimina a restrición $y \ge 0$ do anterior conxunto de restricións.

2) Nunha empresa a relación entre a produción x (expresada en miles de toneladas) e o custo medio de fabricación $C(x)$ (expresado en miles de euros) é do tipo $C(x) = 2 + x + \dfrac{9}{x},\ 1 \le x \le 10$.

(a) Calcula a cantidade de produción que minimiza o custo medio de fabricación e o custo medio mínimo.
(b) Calcula a cantidade de produción que maximiza o custo medio de fabricación e o custo medio máximo.
(c) Se non desexan superar os 12 mil euros de custo medio de fabricación ¿entre que valores deberá estar comprendida a produción?

3) A probabilidade de obter rendibilidade positiva no prazo dun ano cun fondo de investimento recentemente constituído é 0´4. Se no primeiro ano se obtivo rendibilidade positiva, a probabilidade de obtela no segundo ano é 0´6. A probabilidade de non obter rendibilidade positiva nin no primeiro nin no segundo ano é 0´48.

(a) ¿Que probabilidade hai de obter rendibilidade positiva no segundo ano?
(b) Calcula a probabilidade de obter rendibilidade positiva nalgún dos dous anos.

4) (a) Quérese estimar a porcentaxe de españois que, tendo dereito a voto, non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. ¿Cal debe ser o tamaño da mostra para garantir unha marxe de erro non superior ao 2´5% cun nivel do 95% de confianza?

(b) Selecciónase unha mostra aleatoria de 1540 españois con dereito a voto e deles 693 aseguran que non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a porcentaxe de españois con dereito a voto que non votarán nas citadas eleccións. ¿Que erro máximo se está a cometer nesta estimación?

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

- Formular o sistema: **1´50 puntos**.
- Resolución: **1´50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1´25 puntos:**
- Chegar a formular o sistema de dúas ecuacións coas dúas incógnitas “a” e “b”: **0´75 puntos**.
- Resolver o sistema, obtendo “a” e “b”: **0´50 puntos**.

(b) **1´75 puntos:**
- Por calcular os puntos críticos: **0´25 puntos**.
- Por determinar o máximo: **0´25 puntos**.
- Comprobar que é máximo absoluto: **0´25 puntos**.
- Polo valor da ganancia máxima: **0´25 puntos**.
- Por reflexar na gráfica o punto de inflexión: **0´25 puntos**.
- Representación gráfica: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **0´75 puntos:**
- Expresar o teorema das probabilidades totais e identificar cada unha das probabilidades da fórmula anterior: **0´50 puntos**.
- Resultado final: **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos:**
- Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Paso da binomial a normal: **0´50 puntos**.
- Corrección de medio punto: **0´25 puntos**.
- Tipificación e resultado: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0´25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0´50 puntos.**
- Responder á pregunta no contexto do problema: **0´25 puntos.**

(b) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0´25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0´25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0´25 puntos**.
- Conclusión: **0´25 puntos**.

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1 punto**.
- Representación gráfica da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices**)**.

(b) **1 punto:**
- Puntos da rexión nos que a función obxectivo alcanza o valor máximo: **0´75 puntos**.
- Punto da rexión no que alcanza o valor mínimo: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1´25 puntos:**
- Determinar a primeira derivada en cada un dos anacos da función: **0´75 puntos**.
- Responder á pregunta: ano a partir do que crece a poboación: **0´25 puntos**.
- Ano no que a poboación é mínima: **0´25 puntos.**

(b) **0´75 puntos:**
- Calcular o límite da función: **0´50 puntos**.
- Por determinar o valor ao que tende a poboación de aves co paso do tempo: **0´25 puntos**.

(c) **1 punto**:
- Solución no primeiro anaco: **0´50 puntos.**
- Solución no segundo anaco: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Aplicar o teorema das probabilidades totais: **0´50 puntos**.
- Cálculos e resultado final: **0´50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior: **0´25 puntos**.
- Cálculos e resultado final: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0´25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0´50 puntos.**
- Responder á pregunta no contexto do problema: **0´25 puntos.**

(b) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0´25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0´25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0´25 puntos**.
- Conclusión: **0´25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2 puntos**:
- Despexar a matriz *X*: **0´50 puntos**.
- Calcular a suma das matrices *A* e *B*: **0´25 puntos**.
- Calcular a matriz inversa de *A*+*B*: **0´75 puntos**.
- Obter a matriz *X*: **0´50 puntos**.

(b) **1 punto**:
- Calcular a matriz A^2: **0´25 puntos**.
- Formular a igualdade pedida: **0´25 puntos**.
- Resolver para calcular o valor de a: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1´75 puntos**:
- Determinar a primeira derivada: **0´25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos:**0´25 puntos**.
- Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento: **0´75 puntos**.
- Determinar os periodos de tempo pedidos: **0´50 puntos**.

(b) **0´50 puntos**:
- Cantidade máxima e mínima de auga: **0´25 puntos** por cada unha delas.

(c) **0´75 puntos**:
- Calcular o punto de inflexión: **0´25 puntos**.
- Representación gráfica da función: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1´25 puntos:**
- Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0´50 puntos**.
- Corrección de medio punto: **0´25 puntos**.
- Tipificación e resultado final: **0´25 puntos**.

(b) **0´75 puntos:**
- Resolver, ben coa definición da probabilidade condicionada ou co cadro de continxencia ou coa árbore: **0´75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1'50 puntos:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0´25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0´25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0´25 puntos**.
- Conclusión para o nivel de significación do 5%: **0´25 puntos**.
- Rexión crítica e conclusión para o nivel do 1%: **0´50 puntos**.

(b) **0´50 puntos:**
- Explicar, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II: **0´25 puntos** por cada un deles.

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **1´5 puntos:**
- Vértices da rexión factible: **1 punto** (**0´50 puntos** polos catro que intersecan aos eixes de coordenadas máis **0´50 puntos** polos outros dous).
- Representación gráfica da rexión factible: **0´50 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os correspondentes vértices).

(b) **0´75 puntos:**
- Punto da rexión no que a función obxectivo alcanza o valor máximo e valor máximo: **0´25 puntos**.
- Puntos da rexión nos que alcanza o valor mínimo e valor mínimo: **0´50 puntos**.

(c) **0´75 puntos:**
- Sinalar a nova rexión factible co novo vértice: **0´25 puntos**.
- Punto da nova rexión no que a función obxectivo alcanza o valor máximo: **0´25 puntos**.
- Puntos da nova rexión nos que alcanza o valor mínimo: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1´50 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0´25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos: **0´25 puntos**.
- Xustificar que é un punto mínimo: **0´25 puntos**.
- Cantidade de produción que minimiza o custo medio: **0´25 puntos**.
- Valor mínimo da función: **0´25 puntos**.
- Polo custo medio mínimo: **0´25 puntos**.

(b) **0´50 puntos:**
- Cantidade que maximiza o custo medio de fabricación: **0´25 puntos**.
- Custo medio máximo: **0´25 puntos**.

(c) **1 punto:**
- Resolver a inecuación: **0´75 puntos**.
- Responder entre que valores estará comprendida a produción: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1´25 puntos:**
- Calcular a probabilidade de obter rendibilidade positiva no primeiro e no segundo ano: **0´50 puntos**.
- Obter a probabilidade pedida, utilizando ou o cadro de continxecia, ou a árbore e o teorema das probabilidades totais: **0´75 puntos**.

(b) **0´75 puntos:**
- Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Expresión da probabilidade da unión anterior: **0´25 puntos**.
- Cálculos e resultado final: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Formulación: **0´25 puntos**.
- Cálculo de n: **0´50 puntos**.
- Expresión do valor (e valores) enteiro de n: **0´25 puntos**

(b) **1 punto:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0´25 puntos.**
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0´50 puntos.**
- Erro máximo que se está a cometer nesta estimación: **0´25 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

– *Formular o sistema* $\begin{cases} x+y+z=15000 \\ x=2(y+z) \\ \frac{3}{100}x+\frac{4}{100}y-\frac{2}{100}z=380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=15000 \\ x-2y-2z=0 \\ 3x+4y-2z=38000 \end{cases}$ **1´50 puntos**.

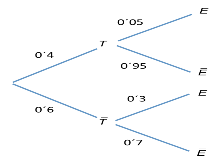
sendo x a cantidade investida na entidade A, y a cantidade investida na B e z na C (**0´50 puntos** por cada unha das tres ecuacións)
– *Resolución (por calquera método)* x = 10000, y = 3000, z = 2000.
"Investimos 10000 euros na entidade A **0´50 puntos***, 3000 na entidade B* **0´50 puntos** *e 2000 na entidade C"* **0´50 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
A ganancia producida por unha máquina estímase pola función $f(x)=ax^3+bx^2$, 0≤x≤ 6 ($f(x)$ representa a ganancia (en miles de euros) aos x anos de funcionamento, a e b son constantes)
(a) **1´25 puntos**: *Determina o valor de "a" e "b", se se sabe que a función ten un punto de inflexión no punto (2,32)*
– Determinar a primeira e segunda derivada: $f'(x)=3ax^2+2bx$; $f''(x)=6ax+2b$ **0´25 puntos**.
– Pola condición de punto de inflexión no punto x = 2: $f''(2)=0 \Leftrightarrow 12a+2b=0$ **0´25 puntos**.
– Pola condición de que $f(x)$ pasa polo punto (2, 32) $f(2)=32 \Leftrightarrow 8a+4b=32$ **0´25 puntos**.
– Resolver o sistema $\begin{cases} 6a+b=0 \\ 2a+b=8 \end{cases}$ obtendo o valor a = –2 **0´25 puntos** e b = 12 **0´25 puntos**.
(b) **1´75 puntos**: *Calcula o ano no que a máquina produciu a maior ganancia*, *¿cal foi o valor da devandita ganancia? Representa a gráfica da función f(x) en [0, 6]*
– Polos puntos críticos: $f'(x)=-6x^2+24x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(24-6x)=0 \Rightarrow x=0\ y\ x=4$ **0´25 puntos**.
– Determinar o máximo: $f''(x)=-12x+24$, $f''(0)=24>0$; $f''(4)=-24<0$ **0´25 puntos,** deducíndose que en x = 4 a función presenta un máximo e é absoluto xa que $f(0)$ =0 e $f(6)$ = 0 **0´25 puntos**, é dicir, "*no cuarto ano de funcionamento a máquina produce a ganancia máxima*".
– "*A ganancia máxima ascendeu a 64000 euros*" **0´25 puntos**.
– *Representación gráfica da función* **0´50 puntos**., *reflexando o punto de inflexión:* **0´25 puntos**.
Recuperando a información que tiñamos sobre $f(x)$, os puntos de corte co eixe x son (0, 0) e (6, 0). No punto (4, 64) hai un máximo, no punto (0, 0) un mínimo e no enunciado din que o punto (2, 32) é un punto de inflexión, o que reflexaremos na gráfica, (neste exercicio restábanse 0´25 puntos se se representaba unha parábola)

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Trátase contra unha determinada enfermidade ao 40% das árbores dunha parcela. Enferman o 5% das árbores tratadas e o 30% das non tratadas
(a) **0´75 puntos**: *Calcula a probabilidade de que non enferme unha árbora calquera da parcela*
– Definimos os sucesos, E: unha árbore enferma, T: unha árbore se trata contra a enfermidade. Os datos que nos dan son: $P(T)=0{´}40$, $P(E/T)=0{´}05$, $P(E/\overline{T})=0{´}30$

– Utilizar o teorema das probabilidades totais e sustituir os valores de cada probabilidade na fórmula anterior: $P(\bar{E}) = P(T)P(\bar{E}/T) + P(\bar{T})P(\bar{E}/\bar{T}) = 0´4 \cdot 0´95 + 0´6 \cdot 0´7 = 0´8$ (**0´50 puntos** por identificar cada unha das probabilidades na fórmula anterior+ **0´25 puntos** por chegar ao resultado final).
Se se fai o diagrama de árbore, puntúase **0´25 puntos** máis **0´50 puntos** se se aplica ben a fórmula das probabilidades totais e se chega ao resultado final. Se se fai por medio de táboas, puntúase esta con **0´50 puntos** máis **0´25 puntos** polo resultado final.

	T	$\bar{T}$	
E	2	18	20
$\bar{E}$	38	42	80
	40	60	100

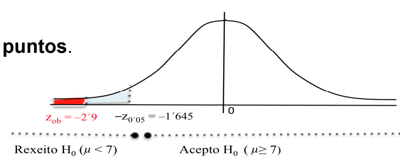


(b) **1´25 puntos**: *Supoñamos que un 80% das árbores non están enfermas e que na parcela hai 625 árbores, ¿cal é a probabilidade de que máis de 475 árbores desta parcela non estean enfermas?*
– Sexa a variable aleatoria binomial X = número de árbores enfermas, en mostras de 625 árbores. $X \sim B(n = 625, p = 0´8)$.
– Formular a probabilidade pedida: $P(X > 475)$ **0´25 puntos**.
– Paso da binomial á normal: $X \sim B(n = 625, p = 0´8) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = np = 500, \sigma = \sqrt{np(1-p)} = 10\right)$ (Pasamos da variable X discreta á variable X' continua) **0´50 puntos**.
– Corrección de medio punto: $P(X > 475) = P(X' \geq 475´5)$ **0´25 puntos**.
– Tipificación e resultado final: $P(X' \geq 475´5) = P(Z \geq -2´45) = 0´9929$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexa *"X = número de telespectadores (en millóns) dun programa semanal de televisión"* $X \sim N(\mu, \sigma = 0´5)$. A dirección do programa afirma que a media semanal de telespectadores dese programa é de polo menos 7 millóns, é dicir, $\mu \geq 7$. Para constrastar tal afirmación, obsérvase unha mostra de 10 semanas, obténdose unha media semanal de 6´54 millóns de telespectadores.
$\bar{X}$: *estatístico media mostral* $\xrightarrow[\text{evaluámolo para a mostra dada}]{}$ $\bar{x} = 6´54$ (*millóns de espectadores*)

Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

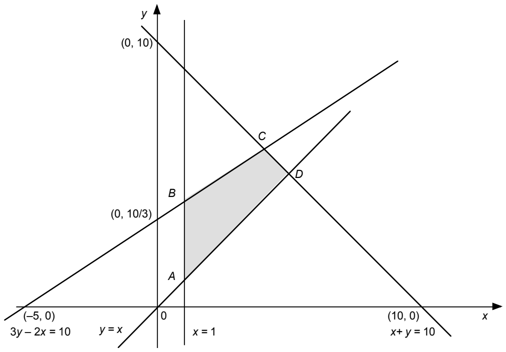
(a) **1 punto**. *Utilizando a mostra dada, calcula un intervalo do 95% de confianza para a media semanal de telespectadores dese programa.*
– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$ **0´25 puntos**.
– Calcular numéricamente os extremos do intervalo 6´23 e 6´85 **0´50 puntos**
–Responder á pregunta no contexto do problema: *"en base a mostra dada, estímase cun 95% de confianza, que a media semanal de telespectadores dese programa está entre 6.230.000 e 6.850.000 espectadores"* **0´25 puntos**.
(b) **1 punto**. *Formula un test para contrastar que a media semanal de telespectadores que ven o programa é a que afirma a dirección, fronte á alternativa de que é menor, ¿cal é a conclusión á que se chega, cun nivel de significación do 5%*
– Especificar as hipótesis nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : \mu \geq 7 \\ H_1 : \mu < 7 \end{cases}$ **0´25 puntos**.
– Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$



– Establecer a rexión crítica: (-∞,-1´645) **0´25 puntos**.
– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*, para a mostra dada: $z_{ob} = \dfrac{6´54 - 7}{0´5/\sqrt{10}} = -2´9$ **0´25 puntos**.
– Decisión: $z_{ob} = -2´9 \in (-\infty, -1´645) \Rightarrow$ *Rexeito H_0. Cos datos desta mostra e con risco de equivocarnos dun 5%, concluiríamos que a media semanal de telespectadores é menor de 7 millóns, é dicir, non é a que afirma a dirección do programa* **0´25 puntos**. (o último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-P = P(Z<-2´9) = 0´0019, é dicir, aproximadamente dun 0´19%, sendo polo tanto o test significativo, xa que o risco de equivocarnos non é do 5% de partida, senon moito máis baixo: dun 0´19%).

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
Sexa o seguinte sistema de inecuacións: $x \geq 1$, $y \geq x$, $x + y \leq 10$, $3y - 2x \leq 10$
(a) **2 puntos**: *Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.*
– *Vértices da rexión factible* **1 punto**, polos vértices: *A* (1, 1); *B* (1, 4); *C* (4, 6); *D* (5, 5) **0´25 puntos** por cada un deles.
– *Representación gráfica da rexión factible* **1 punto**:



(b) **1 punto**: *Punto ou puntos desa rexión onde alcanza os valores máximo e mínimo a función* $f(x,y)=2x-2y+7$
– A función alcanza o mínimo no punto *B* (1, 4) **0´25 puntos**.
– A función alcanza o máximo nos puntos *A* (1, 1) **0´25 puntos**, *D* (5, 5) **0´25 puntos** e nos infinitos puntos do segmento *AD* **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
Sexa *P*(*t*) o tamaño dunha poboación de aves (en centos) nun entorno controlado

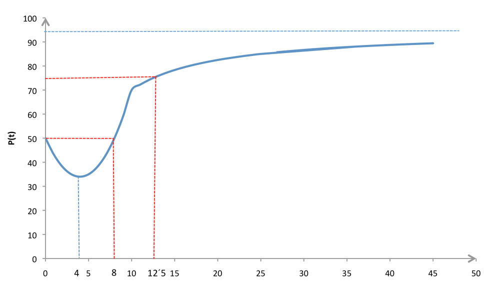
$$P(t)=\begin{cases} t^2-8t+50, & 0\le t\le 10 \\ 95-\dfrac{250}{t}, & t>10 \end{cases}$$

(a) **1´25 puntos**: *¿A partir de que ano crecerá a poboación P(t)? ¿Nalgún ano a poboación é mínima?*
– No intervalo (0, 10), $P'(t)=2t-8$ **0´25 puntos**. No (10, +∞), $P'(t)=\dfrac{250}{t^2}$ **0´50 puntos**.
– En (0, 10), $P'(t)=2t-8>0 \Leftrightarrow t>4$; en (10, +∞) $P'(t)>0$ para todo t , é dicir, a poboación P(t) crece sempre no intervalo (10, +∞) "*A partir do cuarto ano crece a poboación de aves* **0´25 puntos**.
– No (0, 10), $P''(t)=2>0$. Polo tanto, "*a poboación é mínima no cuarto ano*" (*t* = 4) **0´25 puntos**.
(b) **0´75 puntos:** *Determina o valor ao que tende a poboación de aves co paso do tempo*
– Teremos que calcular o límite da función *P*(*t*): $\lim\limits_{t\to+\infty} P(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\left(95-\dfrac{250}{t}\right)=95$ **0´50 puntos**.
– "*A poboación tende a 9500 aves co paso do tempo*" **0´25 puntos**.
(c) **1 punto**: *Calcula o intervalo de tempo no que a poboación se mantén entre 5000 e 7500 aves*
– Haberá que buscar o tempo *t* para o que se verifica 50 ≤ *P*(*t*) ≤ 75
– Primeiro buscamos o anaco que corresponde a cada desigualdade, e como para *t* = 0 *P*(0) = 50 e para *t* = 10 *P*(10) = 70, temos que no primeiro anaco:

[0, 10]: $P(t)\ge 50 \Leftrightarrow t^2-8t+50\ge 50 \Rightarrow t(t-8)\ge 0 \begin{cases}\text{como } t\ge 0 \\ t-8\ge 0 \Rightarrow \underline{t\ge 8}\end{cases}$ **0´50 puntos**

e no segundo (10, +∞): $P(t)\le 75 \Leftrightarrow 95-\dfrac{250}{t}\le 75 \Rightarrow \dfrac{250}{t}\ge 20 \Rightarrow \underline{t\le 12´5}$ **0´50 puntos**

Entón, "*dende o oitavo ano ata o doce e medio, mantense a poboación entre 5000 e 7500 aves*"



Ainda que non se pide a gráfica da función, poderíase trazar, xa que axuda a escoller as desigualdades nos anacos correspondentes da función.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
O 40% dos aspirantes a un posto de traballo superou unha determinada proba de selección. Terminan sendo contratados o 80% dos aspirantes que superan esa proba e o 5% dos que non a superan.
(a) **1 punto**: *Calcula a porcentaxe de aspirantes ao posto de traballo que terminan sendo contratados.*
Denominamos aos sucesos *C: un aspirante é contratado, S: un aspirante supera a proba de selección.* Os datos que recollemos do enunciado son: $P(S)=0´4$; $P\left(C/S\right)=0´8$; $P\left(C/\overline{S}\right)=0´05$

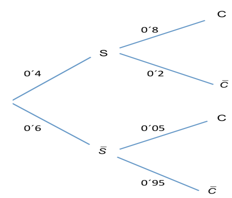
– Formular a probabilidade pedida: $P(C)$ **0´25 puntos**.
– Utilizar o teorema das probabilidades totais e sustituir os valores de cada probabilidade na fórmula anterior: $P(C) = P(S)\cdot P\left(C/S\right) + P(\bar{S})\cdot P\left(C/\bar{S}\right) = 0´4\cdot 0´8 + 0´6\cdot 0´05 = 0´35$ **0´50 puntos**.
– "*O 35% dos aspirantes terminan sendo contratados*" **0´25 puntos**.
(b) **1 punto**: *Se un aspirante non é contratado, ¿cal é a probabilidade de que superase a proba de selección?*
– Formular a probabilidade pedida $P\left(S/\bar{C}\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade condicionada anterior $P\left(S/\bar{C}\right) = \dfrac{P(S\cap\bar{C})}{P(\bar{C})} = \dfrac{P(S)\cdot P\left(\bar{C}/S\right)}{1-P(C)}$ **0´25 puntos**.

– Sustituir os valores de cada probabilidade e resultado final $P\left(S/\bar{C}\right) = \dfrac{0´4\cdot 0´2}{0´65} = 0´123$ **0´50 puntos**.

Tamén podemos facer o exercicio construíndo o diagrama de árbore, nese caso, a árbore ben feito puntúase con **0´50 puntos** e os apartados (a) e (b) con **0´75 puntos** cada un deles. No caso de facer cadro valórase con **1 punto**, e os apartados (a) e (b) con **0´50 puntos** cada un deles.

	C	$\bar{C}$	
S	32	8	40
$\bar{S}$	3	57	60
	35	65	100



Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Realízase unha enquisa para determinar a intención de voto ao partido MLM, de 2000 entrevistados, 600 din que votarán ao MLM
Sexan *"p : proporción de votantes a favor do MLM (parámetro poboacional a estimar)*
$\hat{P}$: *proporción mostral de votantes a favor do MLM, en mostras de* 2000 *entrevistados* (*estatístico mostral*)
$\downarrow \xrightarrow[\text{avaliación de } \hat{P} \text{ para a mostra dada}]{} \hat{p} = 600/2000 = 0´3$ (*estimación puntual de p*)
(a) **1 punto**. C*alcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de futuros votantes a favor dese partido.*

– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\underbrace{\hat{P} - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}_{L_1} \le p \le \underbrace{\hat{P} + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}_{L_2}\right) = 1-\alpha$ **0´25 puntos**.

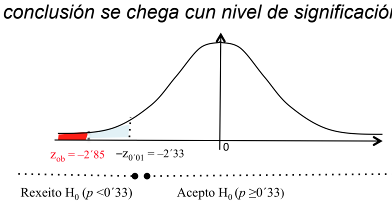
– Calcular numéricamente os extremos do intervalo, avaliando para a mostra dada os estatísticos L_1 e L_2, de forma que, o parámetro "*p*" decoñecido estimámolo polo seu estimador puntual coñecido: $\hat{p}$, resultando:

$L_1 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0´3 - 1´96\sqrt{\dfrac{0´3\cdot 0´7}{2000}} = 0´3 - 0´02 = 0´28$ **0´25 puntos**

$L_2 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0´3 + 1´96\sqrt{\dfrac{0´3\cdot 0´7}{2000}} = 0´3 + 0´02 = 0´32$ **0´25 puntos**

– Responder á pregunta no contexto do problema, concluíndo que: *"en base a mostra dada, estímase cun 95% de confianza, que a proporción de futuros votantes do partido MLM, está entre un 28% e un 32%* (erro máximo cometido na estimación dun 2%) **0´25 puntos**.
(b) **1 punto**. *Unha información publicada por certa prensa afirma que "a intención de voto para ese partido é de, polo menos, o 33%". Formula un test para contrastar a devandita información fronte a que a proporción de futuros votantes é inferior, tal como parece prognosticar a enquisa. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 1%?*
– Especificar as hipóteses nula e alternativa:
$\begin{cases} H_0 : p \ge 0´33 \\ H_1 : p < 0´33 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$



–Establecer a rexión crítica: $z_{0´01} = 2´33,\ (-\infty, -2´33)$ **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo H_0 certa"*, para a mostra dada: $z_{ob} = \dfrac{0´3 - 0´33}{\sqrt{\dfrac{0´33\cdot 0´67}{2000}}} = -2´85$ **0´25 puntos**.

– Decisión: $z_{ob} = -2´85 \in (-\infty, -2´33) \Rightarrow$ *Rexeito H_0. Cun risco de equivocarnos do 1%, concluiríamos que a proporción de futuros votantes ao MLM é menor do 33% que afirma a información publicada pola prensa* **0´25 puntos**. (o último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-*P* = *P*(*Z* < –2´85) = 0´0022, é dicir, dun 0´22%, sendo polo tanto o test significativo).

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

(a) **2 puntos**: *Determina a matriz X, sabendo que* $X^{-1}\cdot B^t = A+B$ *, sendo* $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

– Despexar a matriz *X*: $X = B^t\left(A+B\right)^{-1}$ **0´50 puntos**.

– Calcular a suma das matrices $A+B=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– Calcular a matriz inversa $\left(A+B\right)^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**.

– Determinar $B^t=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**, e $X=\begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**: *Dada* $A=\begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, *calcula se o hai, algún valor de "a" para o que se verifique que* A^2 *sexa a matriz identidade*.

– Calcular a matriz $A^2=\begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ a^2+a & 1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– Formular a igualdade pedida $\begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ a^2+a & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– Formular as ecuacións $\begin{cases} a^2=1 \\ a^2+a=0 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

– Resolver para calcular o valor de "*a*", sendo a única solución posible "*a* = –1" **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa $C(t)=-2t^3+75t^2-600t+2000,\ 0\le t\le 24$ a cantidade de auga (en centos de litros) que chega a unha depuradora para o seu procesado ao longo de certo día e *t* o tempo en horas transcurrido a partir das 0:00 horas.

(a) **1´75 puntos**: *Determina en que períodos se produce un aumento e unha diminución da cantidade de auga.*

– Determinar a primeira derivada $C'(t)=-6t^2+150t-600$ **0´25 puntos**.

– Calcular os puntos críticos $C'(t)=0 \Leftrightarrow t^2-25t+100=0 \Rightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=20 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

– Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento

	(0, 5)	(5, 20)	(20, 24)
t	*t* = 1	*t* = 10	*t* = 22
signo de C´(t)	*C´*(1)< 0	*C´*(10)> 0	*C´*(22)< 0

No intervalo (0, 5) e no (20, 24) a función *C*(t) é decrecente **0´50 puntos**. No (5, 20) a función C(t) é crecente **0´25 puntos**.

– Contestamos á pregunta do exercicio. "*Prodúcese un aumento da cantidade de auga dende as 5:00 horas ata as 20:00 horas"* **0´25 puntos**. *Prodúcese unha diminución dende as 0:00 horas ata as 5:00 e dende as 20:00 ata as 24:00 horas"* **0´25 puntos**.

(b) **0´50 puntos**: *Calcula a cantidade máxima e mínima de auga.*

– No punto *t* = 5 a función *C*(t) presenta un mínimo. $C_{mín}$ = *C*(5) = 625.

– No punto t = 20 a función *C*(t) presenta un máximo. $C_{máx}$ = *C*(20) = 4000.

"Cantidade mínima de auga 62.500 litros" **0´25 puntos**. *"Cantidade máxima de auga 400.000 litros"* **0´25 puntos**.

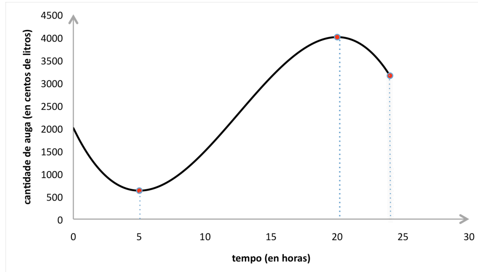
(En *t* = 0 *C*(0) = 2000 e en *t* = 24 *C*(24) = 3152. Logo os puntos 5 e 20 son mínimo e máximo absoluto, respectivamente)

(c) **0´75 puntos**: Calcula o punto de inflexión e representa a gráfica da función *C*(*t*), 0 ≤ *t* ≤ 24.

– *O punto de inflexión preséntase no (12´5, 2312´5)* **0´25 puntos**.

– *Representación gráfica da función* **0´50 puntos**.

Recuperamos toda a información que tiñamos sobre *C*(*t*) e representamos a súa gráfica



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sábese que en certa poboación de persoas de 18 ou máis anos, o 60% está en contra da eutanasia.
(a) **1´25 puntos**: *Realízase unha enquisa a unha mostra aleatoria de 150 persoas desa poboación, ¿cal é a probabilidade de que máis da metade se manifeste en contra da eutanasia?*
– Definimos a variable aleatoria *X* = número de persoas de 18 ou máis anos, que están en contra da eutanasia nunha mostra aleatoria de 150 persoas desa poboación. X segue unha distribución binomial, *B*(*n* = 150, *p* = 0,6).
– Formulamos a probabilidade pedida $P(X>75)=P(X\geq 76)$ **0´25 puntos**.

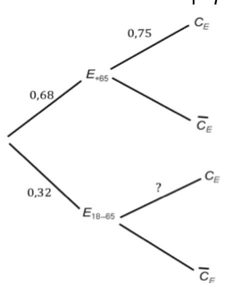
– Paso da binomial á normal $X\sim B(150,0{,}6)\Rightarrow X'\sim N\left(\mu=np=90,\sigma=\sqrt{np(1-p)}=6\right)$ **0,50 puntos** (**0,25 puntos** por determinar a media e **0,25 puntos** pola desviación típica. Cambiamos a variable X pola X´ por ter que pasar dunha variable aleatoria discreta a unha continua, e no paso seguinte facemos a corrección de medio punto pola mesma razón).
– Corrección de medio punto $P(X>75)=P(X'>75{,}5)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación e resultado final $P(X'>75{,}5)=P(Z>-2{,}42)=0{,}9922$ **0´25 puntos**.
(b) **0´75 puntos**: *Se nesa poboación o 68% son maiores de 65 anos e o 75% deles está en contra da eutanasia, ¿que porcentaxe dos que teñen entre 18 e 65 anos está en contra da eutanasia?*
– Denominamos os sucesos e formulamos as probabilidades do enunciado do exercicio:
E_{+65}: unha persoa desa poboación é maior de 65 anos,
E_{18-65}: unha persoa desa poboación tén entre 18 e 65 anos,
C_E: unha persoa desa poboación está en contra da eutanasia,
$P(E_{+65})=0{,}68,\ \ P(C_E/E_{+65})=0{,}75,\ \ P(C_E)=0{,}60$
– Calculamos o dato que nos falta e que é imprescindible para poder determinar a probabilidade pedida por calquera dos seguintes métodos:
– $P(C_E\cap E_{+65})=P(E_{+65})\cdot P(C_E/E_{+65})=0{,}68\cdot 0{,}75=0{,}51$ **0´25 puntos**,

poñemos o resultado no cadro e completámolo **0´25 puntos**, e a probabildade pedida é $P(C_E/E_{18-65})=\dfrac{9}{32}=0{,}2812$ **0´25 puntos**.
Outro método, se utilizamos a definición de probabilidade condicionada,

	C_E	$\bar{C}_E$	
E_{+65}	51	17	68
E_{18-65}	9	23	32
	60	40	100

$P(C_E/E_{18-65})=\dfrac{P(C_E)-P(C_E\cap E_{+65})}{1-P(E_{+65})}=\dfrac{0{,}6-0{,}51}{1-0{,}68}=0{,}2812$ **0´75 puntos**.



Por último, se usamos a árbore (pola árbore **0,25 puntos**):

– Facemos uso do teorema das probabilidades totais:
$0{,}6=0{,}68\cdot 0{,}75+0{,}32\cdot P(C_E/E_{18-65})$ **0,25 puntos**.

– Despexamos $P(C_E/E_{18-65})=\dfrac{0{,}09}{0{,}32}=0{,}2812$ **0,25 puntos**.

"*Podemos polo tanto concluír que o 28,12% dos que teñen entre 18 e 65 anos está en contra da eutanasia*"

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexa *"X = días de espera para a realización de certa proba médica nun hospital"*, $X\sim N(\mu,\sigma=5)$.
A xerencia afirma que "o tempo medio de espera para a realización da devandita proba é como máximo de 20 días, é dicir, $\mu\leq 20$. Para constrastar esa afirmación, tomouse unha mostra aleatoria de 100 pacientes que precisaban facer a proba, resultando que o tempo medio de espera foi de 21 días.

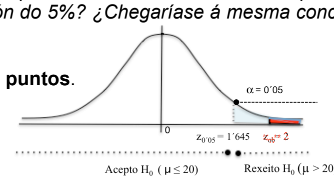
$|n = 100$ *pacientes*

$\bar{X}$: *estatístico media mostral* ≡ *tempo medio de espera en mostras de* 100 *pacientes*

$\downarrow \xrightarrow[\text{evaluación do estatístico para a mostra dada}]{} \bar{x} = 21$ *días* : *estimación puntual de* μ

(a) **1´50 puntos**: *Formula un test para contrastar a hipótese que afirma a xerencia fronte a que o tempo medio foi superior. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%? ¿Chegaríase á mesma conclusión cun nivel de significación do 1%?*

– Especificar as hipótesis nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : \mu \le 20 \\ H_1 : \mu > 20 \end{cases}$ **0´25 puntos**.



– Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

– Establecer a rexión crítica: (1´645, +∞) **0´25 puntos**.

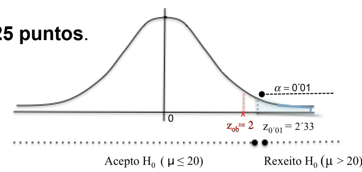
– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo a hipótese H_0 certa"*: $z_{ob} = \dfrac{21-20}{5/\sqrt{100}} = 2$ **0´25 puntos**.

– Decisión: $z_{ob} = 2 > z_{crit} = 1{\acute{}}645 \Rightarrow$ *Rexeito H_0. Cos datos desta mostra e con risco de equivocarnos dun 5%, concluiríamos que o tempo medio de espera para a realización da devandita proba foi superior a 20 días, é dicir, rexeitaríamos o que afirma a xerencia.* **0´25 puntos**. (O último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-P = P(Z > 2) = 0´0228, é dicir, aproximadamente dun 2´3%).

– Para o nivel do 1%, establecer a rexión crítica: (2´33, +∞) **0´25 puntos**.

– Decisión: $z_{ob} = 2 < z_{crit} = 2{\acute{}}33 \Rightarrow$ *Acepto H_0.*

Non se chegaría á mesma conclusión, xa que con risco de equivocarme dun 1% non podería rexeitar H_0.
Non se pode concluír que o tempo medio é superior a 20 días. Aceptaría a afirmación da xerencia **0´25 puntos**.



(b) **0´50 puntos**: *Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.*

– $\alpha = P(\text{Rechazar } H_0/H_0 \text{ certa}) \equiv P(\text{Aceptar } H_1/H_1 \text{ falsa})$. O erro de tipo I consiste en rexeitar a hipótese que afirma a xerencia, cando realmente é certa. Decidiriamos que o tempo medio de espera é superior a 20 días cando realmente non o é **0´25 puntos**.

– $\beta = P(\text{Aceptar } H_0/H_0 \text{ falsa}) \equiv P(\text{Rechazar } H_1/H_1 \text{ certa})$. O erro de tipo II consiste en aceptar a hipótese que afirma a xerencia, cando realmente é falsa. Decidiriamos que o tempo medio de espera é como máximo de 20 días, cando realmente non o é **0´25 puntos**.

OPCIÓN B

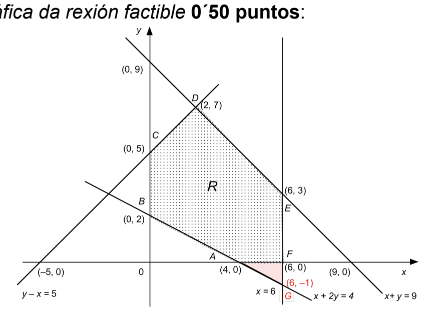
Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función $f(x, y) = x + 2y$ suxeita ás restricións: $x + y \le 9$, $y - x \le 5$, $2y \ge 4 - x$, $0 \le x \le 6$, $y \ge 0$.

(a) **1´50 puntos**: *Representa a rexión R do plano determinada polo conxunto de restricións e calcula os seus vértices.*

– *Vértices da rexión factible* **1 punto** repartido en: *A* (4, 0) e *B* (0, 2) **0´25 puntos** ;*C* (0, 5) e *F* (6, 0) **0´25 puntos**; *D* (2, 7) **0´25 puntos** e por *E* (6, 3) **0´25 puntos**.

– *Representación gráfica da rexión factible* **0´50 puntos**:



(b) **0´75 puntos**: *Calcula os puntos de R onde a función alcanza os seus valores máximo e mínimo. Calcula eses valores.*

– A función alcanza o máximo no vértice *D* (2, 7). Valor máximo = 16 **0´25 puntos**.

– A función alcanza o mínimo nos vértices *A* (4, 0), *B* (0, 2) **0´25 puntos**, e nos infinitos puntos do segmento *AB.* Valor mínimo = 4 **0´25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**: *Responde ao apartado anterior se se elimina a restrición y* ≥ 0 *do anterior conxunto de restricións.*

– Sinalar a nova rexión factible calculando o novo vértice G (6, –1) (rexión do plano limitada polos vértices *GBCDE*) **0´25 puntos**.

– A función alcanza o máximo no vértice *D* (2, 7). Valor máximo = 16 **0´25 puntos**.

– A función alcanza o mínimo nos vértices *G* (6, –1), *B* (0, 2), e nos infinitos puntos do segmento *GB.* Valor mínimo = 4 **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
Nunha empresa a relación entre a produción *x* (expresada en miles de toneladas) e o custo medio de fabricación *C*(*x*) (expresado en miles de euros) é do tipo $C(x) = 2 + x + \frac{9}{x}$, $1 \le x \le 10$

(a) **1´50 puntos**: *Calcula a cantidade de produción que minimiza o custo medio de fabricación e o custo medio mínimo.*

– Determinar a primeira derivada $C'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$ **0´25 puntos**.

– Calcular os puntos críticos $C'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ $x = -3$ *non válido*) **0´25 puntos**.

– Xustificar que en *x* = 3 hai un *mínimo*, calculando $C''(x) = \frac{18}{x^3}$; $C''(3) > 0$ **0´25 puntos**.

– Cantidade de produción que minimiza o custo medio: "*para 3000 toneladas de produción o custo medio é mínimo*" **0´25 puntos**.
– Valor mínimo da función: $C_{mín} = C(3) = 8$ **0´25 puntos**.
Polo custo medio mínimo: "*O custo mínimo é 8000 euros*" **0´25 puntos**.
(Observar que hai que responder ás preguntas do exercicio, expresándoas nas correspondentes unidades, xa que noutro caso se acabaría restando 0´50 puntos neste apartado).
(b) **0´50 puntos:** *Calcula a cantidade de produción que maximiza o custo medio de fabricación e o custo medio máximo.*
– Cantidade que maximiza o custo medio de fabricación: *C*(1)=12, *C*(10) = 12´9 e a función é continua, logo "*para 10.000 toneladas de produción o custo medio é máximo*" **0´25 puntos**.
– Custo medio máximo: "*é de 12.900 euros*" **0´25 puntos**.
(c) **1 punto**: *Se non desexan superar os 12 mil euros de custo medio de fabricación ¿entre que valores deberá estar comprendida a produción?*
– Formulamos a desigualdade, é dicir, buscamos o valor (ou valores) de *x* para o que se verifica:

$C(x) \le 12 \Leftrightarrow 2 + x + \frac{9}{x} \le 12$ **0´25 puntos**.

– Operamos na desigualdade anterior: $x^2 - 10x + 9 \le 0$ **0´25 puntos**.
– Resolvemos a inecuación: $1 \le x \le 9$ **0´25 puntos**.
– Respondemos á pregunta do exercicio: "*Para non superar os 12.000 euros de custo medio de fabricación, a produción ten que estar comprendida entre 1.000 e 9.000 toneladas*" **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
A probabilidade de obter rendibilidade positiva no prazo dun ano cun fondo de investimento recentemente constituído é 0´4. Se no primeiro ano se obtivo rendibilidade positiva, a probabilidade de obtela no segundo ano é 0´6. A probabilidade de non obter rendibilidade positiva nin no primeiro nin no segundo ano é 0´48.
(a) **1´25 puntos**: *¿Que probabilidade hai de obter rendibilidade positiva no segundo ano?*
Denominamos aos sucesos R_1^+*: obter rendibilidade positiva no primeiro ano,* R_2^+*: obter rendibilidade positiva no segundo ano.*

Os datos que recollemos do enunciado son: $P\left(R_1^+\right) = 0´4$, $P\left(R_2^+/R_1^+\right) = 0´6$, $P\left(\bar{R}_1^+ \cap \bar{R}_2^+\right) = 0´48$

– Se o facemos usando a táboa de continxencia, calculamos, en primeiro lugar, a probabilidade de obter rendibilidade positiva no primeiro e no segundo ano:

$P\left(R_1^+ \cap R_2^+\right) = P\left(R_1^+\right) \cdot P\left(R_2^+/R_1^+\right) = 0´4 \cdot 0´6 = 0´24$ **0´50 puntos**.

Completamos a táboa: **0´50 puntos**

– A probabilidade pedida é $P\left(R_2^+\right) = 0´36$ **0´25 puntos**.

	R_2^+	$\bar{R}_2^+$	
R_1^+	24	16	40
$\bar{R}_1^+$	12	48	60
	36	64	100

– Se o facemos utilizando o teorema das probabilidades totais, primeiro temos que calcular:

$P\left(\bar{R}_2^+/\bar{R}_1^+\right) = \frac{P\left(\bar{R}_1^+ \cap \bar{R}_2^+\right)}{P\left(\bar{R}_1^+\right)} = \frac{0,48}{0,6} = 0,8$ **0´50 puntos**. Logo, $P\left(R_2^+/\bar{R}_1^+\right) = 1 - 0,8 = 0,2$ **0´25 puntos**.

$P\left(R_2^+\right) = P\left(R_1^+\right) \cdot P\left(R_2^+/R_1^+\right) + P\left(\bar{R}_1^+\right) \cdot P\left(R_2^+/\bar{R}_1^+\right)$ **0´25 puntos**.

$P\left(R_2^+\right) = 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,36$ **0´25 puntos**.

– Se o facemos construíndo o diagrama de árbore: **0´75 puntos** e chegar ao resultado pedido **0´50 puntos**
(b) **0,75 puntos**: *Calcula a probabilidade de obter rendibilidade positiva nalgún dos dous anos.*

– Formular a probabilidade pedida $P\left(R_1^+ \cup R_2^+\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade da unión: $P\left(R_1^+ \cup R_2^+\right) = P\left(R_1^+\right) + P\left(R_2^+\right) - P\left(R_1^+ \cap R_2^+\right)$ **0´25 puntos**.

– Cálculos e resultado final $P\left(R_1^+ \cup R_2^+\right) = 0,4 + 0,36 - 0,24 = 0,52$ **0´25 puntos**.

Este exercicio pódese facer tamén utilizando as leis de Morgan.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
(a) **1 punto**. *Quérese estimar a porcentaxe de españois que, tendo dereito a voto, non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. ¿Cal debe ser o tamaño da mostra para garantir unha marxe de erro non superior ao 2,5% cun nivel do 95% de confianza?*
Sexan *"p : proporción de españois con dereito a voto que "non votarán" nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo (parámetro poboacional a estimar)*
$\hat{P}$: *proporción mostral de españois con dereito a voto que "non votarán" nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo, en mostras de tamaño "n" (estatístico mostral, estimador puntual de p)*

O estatístico a utilizar é $\dfrac{\hat{P}-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \sim N(0,1)$. Como non coñecemos unha estimación puntual previa de *"p"*, tomamos o caso máis desfavorable para *"p"*, $p = 1/2$, (xa que a función $f(p) = p(1-p)$ se maximiza para $p = 1/2$).

– Formulamos a marxe de erro non superior ao 2,5%: $z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}} \le 0{,}025$ **0´25 puntos**.

– Substituímos na fórmula: $1{,}96 \cdot \sqrt{\dfrac{1/4}{n}} \le 0{,}025$ **0´25 puntos**.

– Despexamos *"n"*: $n \ge 1536{,}64$ **0´25 puntos**.
– Concluímos, coa expresión do valor (e valores) enteiro de *n*: "*Para garantir ese erro, con ese nivel de confianza, necesitamos mostras de 1537 ou máis españois con dereito a voto*" **0´25 puntos**.
(b) **1 punto**. *Selecciónase unha mostra aleatoria de 1540 españois con dereito a voto e deles 693 aseguran que non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo. Calcula un intervalo do 95% de confianza para a porcentaxe de españois con dereito a voto que non votarán nas citadas eleccións. ¿Que erro máximo se está a cometer nesta estimación?*

– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\underbrace{\hat{P}-z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}_{L_1} \le p \le \underbrace{\hat{P}+z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}_{L_2}\right) = 1-\alpha$ **0´25 puntos**.– Calcular numéricamente os extremos do intervalo, avaliando para a mostra dada os estatísticos L_1 e L_2, de forma que, o parámetro "*p*" decoñecido estimámolo polo valor da súa estimación puntual $\hat{p} = 693/1540 = 0{,}45$

resultando: $L_1 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0{,}45 - 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}45\cdot 0{,}55}{1540}} = 0{,}45 - 0{,}0248 = 0{,}4252$ **0´25 puntos**.

$L_2 \xrightarrow[\text{avaliamos para a mostra dada}]{} 0{,}45 + 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}45\cdot 0{,}55}{1540}} = 0{,}45 + 0{,}0248 = 0{,}4748$ **0´25 puntos**.

"*Estímase, cun 95% de confianza, que entre un 42,52% e un 47,48%, aproximadamente, de españois con dereito a voto, non votarán nas próximas eleccións ao Parlamento Europeo*"
– O erro máximo que se está a cometer nesta estimación é dun 2,48% **0´25 puntos**.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **XUÑO 2011**	**Código: 36**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) Dada a matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcula a inversa da matriz (A^2+I), sendo I a matriz identidade de orde 3.

2) Unha empresa merca diversos artigos de adorno e empaquétaos en caixas para a súa distribución.

O custo promedio por caixa (en euros) está dado por $C(x)=3x-18\ln x+\dfrac{120}{x}+50,\ x>0$, sendo x o número de caixas que empaqueta ($\ln$: logaritmo neperiano). Determina o número de caixas que deben empaquetar para minimizar o custo promedio por caixa C(x).

3) Quérese facer un estudo sobre a situación laboral dos traballadores en tres sectores da economía que denotaremos por B_1, B_2 e B_3. A metade dos traballadores pertencen ao primeiro sector B_1, e o resto repártense en partes iguais entre os outros dous sectores B_2 e B_3. O 8% dos do sector B_1, o 4% dos do sector B_2 e o 6% dos do sector B_3 están no paro.

(a) Calcula a porcentaxe de paro entre os traballadores de dito estudo.

(b) ¿Que porcentaxe dos que teñen traballo pertencen ao terceiro sector B_3?

4) Debido á futura fusión de dúas entidades de aforro, un estudo preliminar estima que, como máximo, un 5% dos clientes causará baixa na nova entidade resultante. Un analista de mercados sospeita que a proporción de baixas será maior e, para contrastalo, realiza unha enquisa a 400 clientes, elexidos ao chou, sobre a súa intención de seguir operando coa nova entidade resultante da fusión. Deles, 370 contestan que seguirían coa nova entidade.

(a) Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción é a que se formula no estudo preliminar fronte á que sospeita o analista. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

(b) Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e de tipo II.

OPCIÓN B

1) Unha asesoría laboral ten na súa carteira de clientes tanto a empresas como a particulares. Para o próximo ano quere conseguir como clientes polo menos a 5 empresas e a un número de particulares que, como mínimo, debe de superar en 4 ao dobre do número de empresas. Ademáis, o número total de clientes anuais non debe superar os 40 clientes. Espera que cada empresa lle produza 800 euros de ingresos anuais e cada particular 600 euros anuais.

(a) Expresa as restriccións do problema. Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) ¿Que solución lle proporcionaría os maiores ingresos anuais? ¿A canto ascenderían os ditos ingresos?

2) O prezo, en euros, que a acción dunha empresa acada no transcurso dunha sesión de Bolsa, vén dado pola función $p(t)=4t^3-42t^2+120t+200$, $0\le t\le 7$, t é o tempo en horas a contar dende o inicio da sesión. Supoñamos que a sesión comeza ás 10 da mañá (t =0) e finaliza 7 horas despois (ás 5 da tarde).

(a) ¿Entre que horas o prezo da acción sobe e entre que horas baixa? ¿A que hora o prezo da acción acada un valor máximo relativo?, ¿e un valor mínimo relativo? Calcula ditos valores.

(b) ¿Acádase nalgún momento un valor máximo absoluto?, ¿e un valor mínimo absoluto? En caso afirmativo, calcula ditos valores.

(c) Utilizando os resultados anteriores e calculando o punto de inflexión, traza a gráfica da función $p(t)$.

3) A probabilidade de que se entregue un cheque sen fondos nunha entidade bancaria é 0,14. Se en dita entidade se reciben 900 cheques, calcula:

(a) O número esperado de cheques sen fondo.

(b) A probabilidade de que se entreguen máis de 110 cheques sen fondo.

4) Coñécese que a renda por persoa declarada por tódolos cidadáns dun país segue aproximadamente unha distribución normal con media 10840 euros e desviación típica 2700 euros. Co obxecto de analizar a renda dos contribuíntes domiciliados nunha certa Administración de Facenda, tomouse unha mostra aleatoria de 400 declaracións, obténdose unha renda media de 10500 euros por persoa. Se se supón que se mantén a desviación típica,

(a) formula un test para contrastar a hipótese de que a renda media das declaracións presentadas na Administración é a mesma que a global para todo o país, fronte a que é menor tal como parece indicar a mostra e explica claramente a que conclusión se chega, cun nivel de significación do 1%

(b) calcula un intervalo do 98% de confianza para a renda media dos contribuíntes da citada Administración.

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU

SETEMBRO 2011

Código: 36

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(O alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1) Despexar a matriz X na ecuación $A^{-1}XB - 2CD = B^2$ e calculala,

sendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $D = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$

2) Considérase a función $f(x) = \frac{1}{a}x^3 - ax^2 + 5x + 10,\ a \neq 0$.

(a) Obter os valores de "*a*" para os que a función $f(x)$ ten un máximo en $x = 1$.

(b) Supoñendo que a = 3, representar a gráfica da función $f(x)$ en $[0,+\infty)$, estudando intervalos de crecemento, de decrecemento, máximos, mínimos e punto de inflexión.

3) Un exame tipo test dunha oposición consta de 300 preguntas, cada unha delas con catro respostas posibles e das cales só unha é correcta. Un opositor que non preparou o exame, responde ao chou,

(a) calcula o número esperado de respostas que terá correctas

(b) ¿cal é a probabilidade de que responda correctamente 100 ou máis preguntas?

4) A información que ofrece o editor dunha escala de madurez na poboación de estudantes de ensino secundario, sinala que as puntuacións na escala seguen unha distribución normal con media 5 e desviación típica 2. A escala ten xa 10 anos, o que fai sospeitar a un educador que o promedio da escala poidera aumentar no momento actual. Para comprobalo, selecciona unha mostra aleatoria de 49 estudantes de ensino secundario e tras pasarlles a proba obtén unha media de 5,6. Supoñendo que se mantén a desviación típica,

(a) formula un test para contrastar que a puntuación media non aumentou, fronte a que si o fixo tal como sospeita o educador e explica a que conclusión se chega, cun nivel de significación do 5%

(b) utilizando a mostra dada, calcula o intervalo da puntuación media dos estudantes de secundaria no momento actual, cunha confianza do 95%.

OPCIÓN B

1) Unha tenda de informática vende, entre outros produtos, ordenadores portátiles e impresoras, podendo almacenar un máximo de 150 unidades en total. Para atender a demanda dos seus clientes debe ter en stock polo menos 20 portátiles e polo menos 50 impresoras. Ademais, para lograr un prezo competitivo, o provedor esíxelle que o número de impresoras que merque ten que ser igual ou superior en 20 unidades ao número de portátiles.

(a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Se na venda de cada portátil obtén un beneficio de 80 € e na de cada impresora de 20 €, ¿cantas unidades de cada tipo debe vender para obter o máximo beneficio? ¿A canto ascende dito beneficio máximo?

2) O dono dun centro de xardinaría cultiva un certo tipo de plantas cun custo fixo de 4,50 euros e un custo variable de 1,20 euros por planta, vendendo cada unidade a 3 euros. Decide ofertalas en lotes de "*x*" plantas de maneira que por cada planta que conteña o lote reduce o seu prezo por unidade en 0,10 euros.

(a) Expresa as funcións ingreso, custo e beneficio.

(b) ¿Cantas plantas debe conter cada lote para que o beneficio sexa positivo?

(c) ¿Cantas plantas debe conter cada lote para obter o máximo beneficio? Nese caso, ¿canto custa cada planta do lote? ¿Canto custa o lote de plantas?

3) Unha empresa somete a un control de calidade a 7 de cada 10 artigos fabricados. Dos que son sometidos ao control resultan defectuosos un 2% e dos que non se someten ao control de calidade resultan defectuosos un 12%.

(a) ¿Cal é a probabilidade de que un artigo elexido ao chou resulte defectuoso?

(b) Se un artigo elexido ao chou resulta defectuoso, ¿cal é a probabilidade de que non fose sometido ao control de calidade?

4) Unha compañía telefónica *A* afirma que a proporción de fogares que contratan o seu servizo de ADSL é, polo menos, do 26%. Sen embargo, outra compañía da competencia *B* sostén que actualmente a proporción de usuarios da compañía *A* é menor do 26%. Para comprobalo fai unha enquisa a 400 clientes que teñen nos seus fogares o servizo ADSL e deles 85 manifestan que teñen contratado dito servizo á compañía *A*.

(a) Formula un test para contrastar que a proporción é a que afirma a compañía *A* fronte á alternativa sostida pola compañía *B*. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?

(b) Utilizando a información obtida na enquisa, calcula un intervalo de confianza do 95% para a proporción de fogares que contratan actualmente o seu servizo de ADSL coa compañía telefónica *A*.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

- Calcular a matriz A^2: **1 punto**.
- Calcular $A^2 + I$: **0´25 puntos**.
- Cálculo da matriz inversa de $A^2 + I$: **1´75 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

- Calcular a derivada da función custo promedio por caixa: **1´5 puntos**.
- Chegar á ecuación de segundo grao: **0´75 puntos**.
- Resolvela, obtendo o punto crítico: **0´25 puntos**.
- Comprobar que é un mínimo: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Aplicar o teorema das probabilidades totais: **0´50 puntos**.
- Cálculos e resultado final: **0´50 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Expresión da probabilidade condicionada anterior: **0´25 puntos**.
- Cálculos e resultado final: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0´25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0´25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0´25 puntos**.
- Conclusión: **0´25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Explicar en que consiste o erro de tipo I: **0´50 puntos**.
- Explicar en que consiste o erro de tipo II: **0´50 puntos**.

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2´25 puntos:**
- Formular o sistema de inecuacións: **0´75 puntos**.
- Vértices da rexión factible: **0´75 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0´75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices**)**.

(b) **0´75 puntos:**
- Función a maximizar: **0´25 puntos**.
- Pola solución óptima: **0´25 puntos**.
- Cálculo dos ingresos anuais máximos: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1´75 puntos:**
- Determinar a primeira derivada: **0´25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos: **0´25 puntos**.
- Determinar os intervalos de tempo pedidos: **0´75 puntos**.
- Máximo relativo e hora no que se acada: **0´25 puntos**.
- Mínimo relativo e hora no que se acada: **0´25 puntos**.

(b) **0´50 puntos:**
- Por determinar o máximo absoluto e hora no que se acada: **0´25 puntos**.
- Por determinar o mínimo absoluto e hora no que se acada: **0´25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**:
- Punto de inflexión: **0´25 puntos.**
- Representación gráfica da función: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **0´50 puntos:**
- Polo cálculo do número esperado de cheques sen fondo: **0´50 puntos**.

(b) **1´5 puntos:**
- Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Paso da binomial a normal: **0´50 puntos**.
- Corrección de medio punto: **0´25 puntos**.
- Tipificación: **0´25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado final: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0´25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0´25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0´25 puntos**.
- Conclusión: **0´25 puntos**.

(b) **1 punto:**
- Expresión do intervalo de confianza: **0´25 puntos.**
- Cálculo de $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
- Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0´50 puntos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

- Despexar a matriz *X*: **0´50 puntos**.
- Calcular a matriz inversa B^{-1}: **0´75 puntos**.
- Calcular a matriz B^2: **0´50 puntos**.
- Calcular $C \cdot D$: **0´50 puntos**.
- Calcular $B^2 + 2C \cdot D$ **0´25 puntos**.
- Obter a matriz *X*: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Determinar a primeira derivada: **0´25 puntos**.
- Condicións de máximo: **0´50 puntos**.
- Obter os valores de “*a*”: **0´25 puntos**.

(b) **2 puntos:**
- Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento: **0´75 puntos**.
- Máximos e mínimos: **0´50 puntos**.
- Punto de inflexión: **0´25 puntos**
- Representación gráfica: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **0´50 puntos:**
- Polo cálculo do número esperado de respostas correctas: **0´50 puntos**.

(b) **1´50 puntos:**
- Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Paso da binomial á normal: **0´50 puntos**.
- Corrección de medio punto: **0´25 puntos**.
- Tipificación: **0´25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado final: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
- Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0´25 puntos**.
- Establecer a rexión crítica: **0´25 puntos**.
- Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0´25 puntos**.

– Conclusión: **0´25 puntos**.

(b) **1 punto:**
– Expresión do intervalo de confianza: **0´25 puntos.**
– Cálculo de $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
– Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0´50 puntos.**

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**

(a) **2´25 puntos:**
– Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.
– Vértices da rexión factible: **0´75 puntos**.
– Representación gráfica da rexión factible: **0´50 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os catro vértices**)**.

(b) **0´75 puntos:**
– Función a maximizar: **0´25 puntos**.
– Pola solución óptima: **0´25 puntos**.
– Cálculo do beneficio máximo: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**

(a) **0´75 puntos:**
– Determinar a función ingreso: **0´25 puntos**.
– Determinar a función custo: **0´25 puntos**.
– Determinar a función beneficio: **0´25 puntos**.

(b) **1 punto:**
– Formular a inecuación: **0´25 puntos**.
– Obter os valores de x: **0´50 puntos**.
– Especificar entre que valores o beneficio é positivo: **0´25 puntos**.

(c) **1´25 puntos**:
– Determinar a primeira derivada: **0´25 puntos**.
– Punto crítico: **0´25 puntos**.
– Comprobar que é máximo: **0´25 puntos**.
– Custo de cada planta do lote: **0´25 puntos**.
– Custo do lote de plantas: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
– Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
– Utilizar o teorema das probabilidades totais e sustituir os valores de cada probabilidade na fórmula anterior: **0´50 puntos**.
– Resultado final: **0´25 puntos**.

(b) **1 punto:**
– Formulación da probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
– Expresión da probabilidade condicionada e sustituir os valores de cada probabilidade na fórmula anterior: **0´50 puntos**.
– Resultado final: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**

(a) **1 punto:**
– Especificar as hipóteses nula e alternativa: **0´25 puntos**.
– Establecer a rexión crítica: **0´25 puntos**.
– Avaliar o estatístico de contraste para a mostra dada: **0´25 puntos**.
– Conclusión: **0´25 puntos**.

(b) **1 punto:**
– Expresión do intervalo de confianza: **0´25 puntos.**
– Cálculo de $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
– Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0´50 puntos.**

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

– *Calcular a matriz* A^2, $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

– *Calcular* $A^2 + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– *Calcular a matriz inversa* $\left(A^2 + I\right)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -3/2 & -3/2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **1´75 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

O custo promedio por caixa (en euros) está dado por: $C(x) = 3x - 18\ln x + \dfrac{120}{x} + 50,\ x > 0$, sendo "x" o número de caixas que empaqueta a empresa. Hai que determinar o número de caixas que deben empaquetar para minimizar o custo promedio por caixa.

– Determinar a *derivada da función custo promedio* $C'(x) = 3 - \dfrac{18}{x} - \dfrac{120}{x^2},\ x > 0$ **1´50 puntos**.

– Calcular os *puntos críticos* $C'(x) = 0 \Leftrightarrow 3 - \dfrac{18}{x} - \dfrac{120}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 40 = 0$ **0´75 puntos**.

– Obter o punto crítico válido $x = 10$ **0´25 puntos**.

– *Xustificar* que en $x = 10$ hai un *mínimo*, calculando $C''(x) = \dfrac{18}{x^2} + \dfrac{240}{x^3},\ C''(10) > 0$ **0´50 puntos**.

Logo en $x = 10$ $C(x)$ alcanza un mínimo, *polo que é preciso que empaqueten 10 caixas para minimizar o custo promedio por caixa*.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Denominamos aos sucesos B_1, B_2, B_3: *un traballador é do sector* B_1, B_2, B_3, *respectivamente e o suceso D: un traballador dun desos sectores está no paro.* Os datos que recollemos do enunciado son:

$$P(B_1) = 0'5,\ P(B_2) = 0'25,\ P(B_3) = 0'25,\ P\left(D / B_1\right) = 0'08,\ P\left(D / B_2\right) = 0'04,\ P\left(D / B_3\right) = 0'06 .$$

(a) **1 punto**: *Calcula a porcentaxe de paro entre os traballadores de dito estudo.*

– Teorema das probabilidades totais $P(D) = P(B_1)P\left(D / B_1\right) + P(B_2)P\left(D / B_2\right) + P(B_3)P\left(D / B_3\right)$ **0´50 puntos**.

– Cálculos e resultado final $0'5 \cdot 0'08 + 0'25 \cdot 0'04 + 0'25 \cdot 0'06 = 0'065$. Concluímos que o "*6´5% dos traballadores deste estudo están no paro*" **0´50 puntos**.

(b) **1 punto**: *¿Que porcentaxe dos que teñen traballo pertencen ao terceiro sector* B_3*?*

– Formular a probabilidade pedida $P\left(B_3 / \bar{D}\right)$ **0´25 puntos**.

– Expresión da probabilidade anterior $\dfrac{P(B_3 \cap \bar{D})}{P(\bar{D})}$ **0´25 puntos**.

– Cálculos e resultado final $\dfrac{0'25 \cdot 0'94}{1 - 0'065} = 0'2513$, concluíndo que *"o 25´13% dos traballadores que teñen traballo pertencen ao terceiro sector"* **0´50 puntos**.

Tamén podemos facer o exercicio construíndo o diagrama de árbore correspondente.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

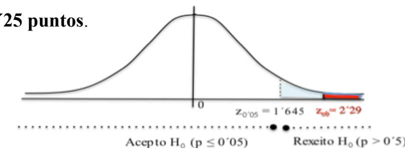
Sexa *"p = proporción (poboacional) de clientes que causará baixa na nova entidade". Un estudo preliminar estima que* $p \le 0'05$ *e un analista de mercados sospeita que* $p > 0'05$ *e para contrastalo realiza unha enquisa a 400 clientes dos que 370 contestan que seguirían coa nova entidade.*

Temos por tanto, que se $\hat{P}$ é o estatístico proporción da mostra de clientes que causarán baixa, no estudo do analista, o valor particular que toma este estatístico para a mostra dada é $\hat{p} = 30/400 = 0'075$.

Exemplos de resposta / Solucións

(a) **1 punto**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a proporción é a que se formula no estudo preliminar fronte á que sospeita o analista. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?*

– Especificar as hipóteses nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : p \le 0'05 \\ H_1 : p > 0'05 \end{cases}$ **0´25 puntos**.



– Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

– Esteblecer a rexión crítica: $(1'645, +\infty)$ **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo H0 certa"*, para a mostra dada: $z_{ob} = \dfrac{0'075 - 0'05}{\sqrt{\dfrac{0'05 \cdot 0'95}{400}}} = 2'29$ **0´25 puntos**.

– Decisión: $z_{ob} = 2'29 \in (1'645, +\infty) \Rightarrow$ *Rexeito H_0. Cos datos desta mostra e con risco de equivocarnos do 5%, concluiriamos que é certa a hipótese que formula o analista* **0´25 puntos**. (A proporción de clientes que causará baixa é maior do 5%, sendo o último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, do valor-P = P(Z >2´29) = 0´011, é dicir, dun 1´1%, sendo polo tanto o test significativo).

(b) **1 punto**. *Explica, no contexto do problema, en que consisten os erros de tipo I e tipo II.*

– *Erro tipo I* ≡ Erro que se comete ao rexeitar H_0, sendo H_0 certa ≡ *Afirmaríamos que a proporción de clientes que causará baixa será a que cre o analista, cando realmente non é certo.* **0´50 puntos**.

– *Erro tipo II* ≡ Erro que se comete ao aceptar H_0, sendo H_0 falsa ≡ *Afirmaríamos que o analista non ten razón, cando realmente si a ten.* **0´50 puntos**.

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

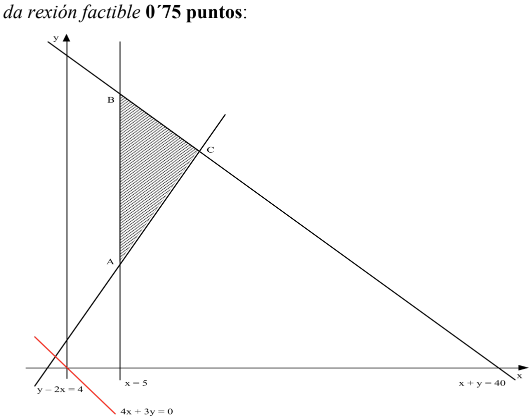
Sexan "x" o número de empresas que son clientes da asesoría e "y" o número de particulares que son clientes na asesoría.

(a) **2´25 puntos**:

– Formular o sistema *de inecuacións* **0´75 puntos** *:* $x \ge 5$; $y \ge 2x + 4$; $x + y \le 40$; (**0´25 puntos** por cada unha delas).

– *Vértices da rexión factible* **0´75 puntos**, obter os tres vértices: *A* (5, 14); *B* (5, 35); *C* (12, 28); (**0´25 puntos** por cada un deles)

– *Representación gráfica da rexión factible* **0´75 puntos**:



(b) **0´75 puntos**:

– Función obxectivo $f(x, y) = 800x + 600y$ **0´25 puntos**.

– Solución óptima: a función maximízase no punto *C* (12, 28) é dicir, *a solución que lle proporcionaría os maiores ingresos anuais sería con 12 empresas e 28 clientes particulares* **0´25 puntos**.

– Os ingresos anuais máximos son: 26400 euros **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa $P(t) = 4t^3 - 42t^2 + 120t + 200$, $0 \le t \le 7$, o prezo, en euros, que a acción dunha empresa acada no trancurso dunha sesión de Bolsa e *t* o tempo, en horas, a contar dende o inicio da sesión. A sesión comeza ás 10 da mañá (t=0) e finaliza 7 horas despois (ás 5 da tarde)

Exemplos de resposta / Solucións

(a) **1´75 puntos**:

– Determinar a primeira derivada: $P'(t) = 12t^2 - 84t + 120$ **0´25 puntos**.

– Calcular os puntos críticos: $t = 2$ e $t = 5$ **0´25 puntos**.

– Determinar entre que horas o prezo da acción sobe e entre que horas baixa: estudando o signo da derivada primeira nos intervalos (0, 2), (2, 5) e (5, 7), obtense que *o prezo da acción sobe dende as 10 da mañá ata as 12 do mediodía e dende as 3 da tarde ata o peche da sesión* **0´50 puntos**. *O prezo baixa dende as 12 do mediodía ata as 3 da tarde* **0´25 puntos**.

– Máximo relativo e hora no que se acada: En (2, 304) , é dicir, ás 12 h acádase un máximo relativo **0´25 puntos**.

– Mínimo relativo e hora no que se acada: En (5, 250), é dicir, ás 3 da tarde acádase un mínimo relativo **0´25 puntos**.

(b) **0´50 puntos**.

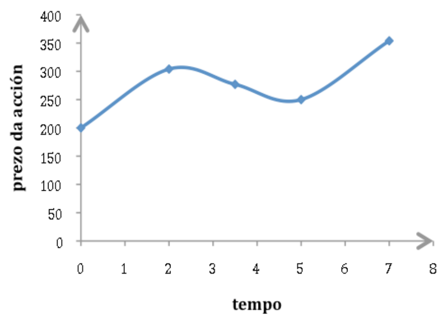
– Por determinar o máximo absoluto e hora no que se acada: En t = 7, $P(7)$ = 354, polo que ás 5 da tarde acádase un máximo absoluto **0´25 puntos**.

– Por determinar o mínimo absoluto e hora no que se acada: En t = 0, $P(0)$ = 200, polo que ás 10 da mañá acádase un mínimo absoluto **0´25 puntos**.

(c) **0´75 puntos**.

– Punto de inflexión: En (3´5, 277) a función presenta un punto de inflexión, sendo cóncava hacia arriba no intervalo (3´5, 7) e cóncava hacia abaixo no (0, 3´5) **0´25 puntos**.

– Representación gráfica da función: **0´50 puntos**.



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

A probabilidade de que se entregue un cheque sen fondos nunha entidade bancaria é p = 0´14 e se en dita entidade se reciben 900 cheques,

(a) **0´50 puntos**: *Cálculo do número esperado de cheques sen fondo*

– Definimos a variable aleatoria binomial X = número de cheques sen fondo, nunha mostra de n = 900 cheques. $X \sim B(n = 900, p = 0'14)$. Número esperado de cheques sen fondo $= E(X) = n \cdot p = 126$. Espéranse, en mostras de 900 cheques, 126 sen fondo.

(b) **1´50 puntos**: *Calcular a probabilidade de que se entreguen máis de 110 cheques sen fondo*

– Formular a probabilidade pedida: $P(X > 110)$ **0´25 puntos**.

– Paso da binomial á normal: $X \sim B(n = 900, p = 0'14) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = n \cdot p = 126, \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = 10'4\right)$ **0´50 puntos**.

– Corrección de medio punto: $P(X > 110) = P(X' \geq 110'5)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación: $P(X > 110) = P\left(Z \geq \frac{110'5 - 126}{10'4}\right) = P(Z \geq -1'49)$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas e resultado final: $P(Z \geq -1'49) = P(Z \leq 1'49) = 0'9319$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

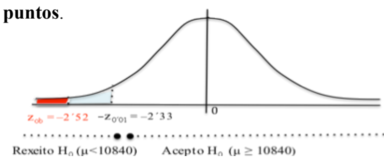
Sexa *"Y = renda, en euros, por persoa dun cidadán dun país"* $Y \sim N(\mu_Y = 10840,\ \sigma_Y = 2700)$. Quérese analizar a renda dos contribuíntes domiciliados nunha certa Administración de Facenda, logo a nova variable é *"X = renda, en euros, dun contribuínte desa Administración"* $X \sim N(\mu, \sigma = 2700)$. Para facer o estudo, tomouse unha mostra de 400 declaracións, e se $\bar{X}$ é o estatístico media da mostra, o valor particular que toma para a mostra dada é $\bar{x} = 10500$ euros por persoa.

(a) **1 punto**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a renda media das declaracións presentadas na Administración é a mesma que a global para todo o país, fronte a que é menor tal como parece indicar a mostra e explica claramente a que conclusión se chega, cun nivel de significación do 1%*

Exemplos de resposta / Solucións

– Especificar as hipóteses nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : \mu \geq 10840 \\ H_1 : \mu < 10840 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba: $\dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$



– Esteblecer a rexión crítica: $(-\infty, -2'33)$ **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo H_0 certa"*, para a mostra dada: $z_{ob} = \dfrac{10500 - 10840}{2700/\sqrt{400}} = -2'52$ **0´25 puntos**.

– Decisión: $z_{ob} = -2'52 \in (-\infty, -2'33) \Rightarrow$ *Rexeito H_0. Cos datos desta mostra e con risco de equivocarnos do 1%, concluiriamos que a renda media das declaraciónns presentadas na Administración é menor que a global para todo o país* **0´25 puntos**. (o último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-P=P(Z < –2´52)= 0´00587, é dicir, dun 0´587%, sendo polo tanto o test moi significativo).

(b) **1 punto**. *Calcula un intervalo do 98% de confianza para a renda media dos contribuíntes da citada Administración*

– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\overline{X} - z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$ **0´25 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2} = z_{0'01} = 2'33$ **0´25 puntos**.

– Calcular numéricamente os extremos do intervalo 10185´45 e 10814´55 e concluir que: *"en base a mostra dada, estímase cun 98% de confianza, que a renda media por persoa da citada Administración está entre 10185´45 euros e 10814´55 euros"* **0´50 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

– *Despexar a matriz X,* $X = A\left(B^2 + 2CD\right)B^{-1}$ **0´50 puntos**.

– *Calcular a matriz inversa,* $B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**. – *Calcular a matriz B^2,* $B^2 = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 11 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**. – *Calcular* $C \cdot D = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**. – *Calcular* $B^2 + 2C \cdot D = \begin{pmatrix} 7 & 20 \\ 6 & 17 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**. – *Obter a matriz pedida* $X = \begin{pmatrix} 4 & 22 \\ 3 & 15 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa a función $f(x) = \dfrac{1}{a}x^3 - ax^2 + 5x + 10,\ a \neq 0$

(a) **1 punto**: *Obter os valores de "a" para os que a función ten un máximo en x = 1*

– Determinar a primeira derivada: $f'(x) = \dfrac{3}{a}x^2 - 2ax + 5$ **0´25 puntos**.

– Pola condición de máximo no punto x = 1: $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - 2a^2 + 5a = 0$ **0´25 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter os dous valores $a = -1/2$ e $a = 3$ **0´25 puntos**.

– Comprobar se é máximo para os dous valores de *a*, é dicir,

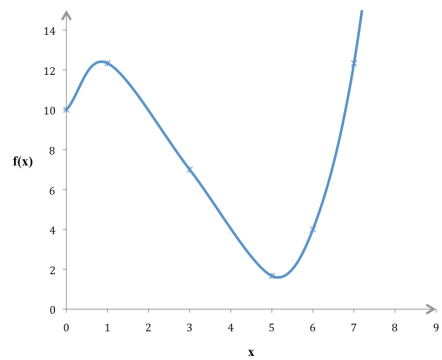
$f''(x) = \dfrac{6}{a}x - 2a$, $f''(1) = -12 + 1 < 0$ *para* $a = -1/2$; $f''(1) = 2 - 6 < 0$ *para* $a = 3$. Logo os valores válidos son os dous *a* = –1/2 e *a* = 3 **0´25 puntos**.

(b) **2 puntos**: Supoñendo que *a* = 3, representar a gráfica da función *f*(*x*) en [0, +∞), estudando

– *Intervalos de crecemento e de decrecemento*: A primeira derivada anúlase nos puntos *x* = 1 e *x* = 5. Estúdase o signo desta derivada nos intervalos (0, 1), (1, 5) e (5, +∞), obténdose que a función é *crecente* nos intervalos (0, 1) e (5, +∞) **0´50 puntos** e *decrecente* no intervalo (1, 5) **0´25 puntos**.

– *Máximos e mínimos*: No punto (1, 37/3) a función presenta un *máximo* **0´25 puntos**. No punto (5, 5/3) presenta un *mínimo* **0´25 puntos**. No (0, 10) hai tamén un mínimo relativo.

– *Punto de inflexión*: En (3, 7) a función presenta un punto de inflexión, sendo cóncava hacia arriba no intervalo (3, +∞) e cóncava hacia abaixo no (0, 3) **0´25 puntos**.
– *Representación gráfica da función*: **0´50 puntos**.



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Trátase dun exame tipo test que consta de 300 preguntas, cada unha delas con catro respostas posibles e das cales só unha é correcta. Un opositor responde ao chou,
(a) **0´50 puntos**: *calcula o número esperado de respostas que terá correctas*
– Definimos a variable aleatoria binomial X = número de respostas correctas, nunha mostra de n = 300 preguntas. $X \sim B(n = 300, p = 1/4)$. Número esperado de respostas correctas $= E(X) = n \cdot p = 75$. *Espérase que conteste correctamente 75 preguntas en mostras de 300 preguntas.*
(b) **1´50 puntos**: *Calcula a probabilidade de que responda correctamente 100 ou máis preguntas*
– Formular a probabilidade pedida: $P(X \geq 100)$ **0´25 puntos**.

– Paso da binomial á normal: $X \sim B(n = 300, p = 0'25) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = n \cdot p = 75, \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = 7'5\right)$ **0´50 puntos**.

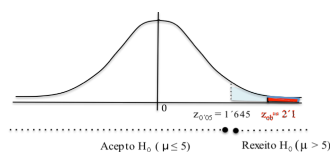
– Corrección de medio punto: $P(X \geq 100) = P(X' > 99'5)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación: $P(X' > 99'5) = P\left(Z > \dfrac{99'5 - 75}{7'5}\right) = P(Z > 3'27)$ **0´25 puntos**.

– Paso a táboas e resultado final: $P(Z > 3'27) = 1 - P(Z \leq 3'27) = 1 - 0'9995 = 0'0005$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexa *"Y = puntuación (que ofrece o editor dunha escala de madurez) dun estudante da poboación de ensino secundario"* $Y \sim N(\mu_Y = 5,\ \sigma_Y = 2)$. Un educador sospeita que a media da escala podería aumentar no momento actual. Para comprobalo, selecciona unha mostra aleatoria de 49 estudantes de secundaria e tras pasarlles a proba , obtén unha media de 5´6. Se chamamos X a nova variable, "*X = puntuación dun estudante de secundaria no momento actual*" teremos que $X \sim N(\mu, \sigma = 2)$ e se $\bar{X}$ é o estatístico media da mostra, o valor particular que toma para a mostra dada é $\bar{x} = 5'6$.
(a) **1 punto**. *Formula un test para contrastar a hipótese de que a puntuación media non aumentou, fronte a que si o fixo tal como sospeita o educador e explica a que conclusión se chega, cun nivel de significación do 5%*

– Especificar as hipótesis nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : \mu \leq 5 \\ H_1 : \mu > 5 \end{cases}$ **0´25 puntos**.



– Estatístico de proba: $\dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

– Esteblecer a rexión crítica: $(1'645, +\infty)$ **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo H_0 certa"*, para a mostra dada: $z_{ob} = \dfrac{5'6 - 5}{2/\sqrt{49}} = 2'1$ **0´25 puntos**.

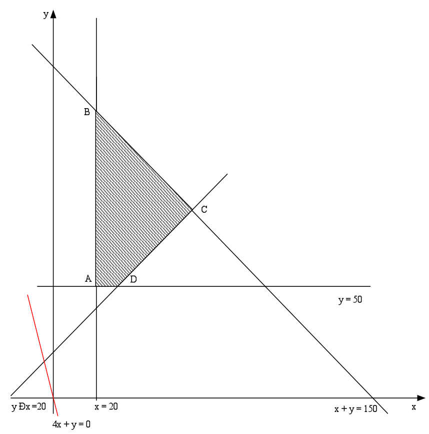
– Decisión: $z_{ob} = 2'1 \in (1'645, +\infty) \Rightarrow$ *Rexeito H_0. Cos datos desta mostra e con risco de equivocarnos do 5%, concluiríamos que a puntuación media no momento actual aumentou, como sospeitaba o educador* **0´25 puntos**. (O último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-P = P(Z >2´1) = 0´0179, é dicir, aproximadamente dun 1´8%, sendo polo tanto o test significativo).
(b) **1 punto**. *Utilizando a mostra dada, calcula o intervalo da puntuación media dos estudantes de secundaria no momento actual, cunha confianza do 95%*

– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$ **0´25 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2} = z_{0'025} = 1'96$ **0´25 puntos**.

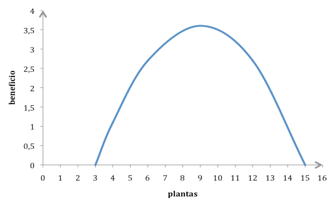
– Calcular numéricamente os extremos do intervalo 5´04 e 6´16 e concluir que: *"en base a mostra dada, estímase cun 95% de confianza, que a puntuación media no momento actual está entre 5,04 e 6´16 puntos"* **0´50 puntos**.

OPCIÓN B
Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
Sexan "x" o número de ordenadores portátiles e "y" o número de impresoras, que vende a tenda de informática.
(a) **2´25 puntos**:
– Formular o sistema *de inecuacións* **1 punto**: $x + y \leq 150$; $x \geq 20$; $y \geq 50$; $y \geq x + 20$ (**0´25 puntos** por cada unha delas).
– *Vértices da rexión factible* **0´75 puntos**, polos vértices: *A* (2, 50); *B* (20, 130); *D* (30, 50) **0´50 puntos** e polo vértice *C* (65, 85) **0´25 puntos**
– *Representación gráfica da rexión factible* **0´50 puntos**:



(b) **0´75 puntos**:
– Función obxectivo $f(x, y) = 80x + 20y$ **0´25 puntos**.– A función maximízase no punto *C* (65, 85) é dicir, *debería vender 65 portátiles e 85 impresoras para obter o máximo beneficio* **0´25 puntos**.
– O beneficio máximo sería: 6900 euros **0´25 puntos**.

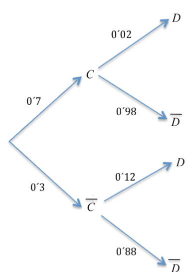
Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
Custo fixo das plantas = 4´50 euros. Custo variable = 1´20 euros por planta. Vende "cada unidade" a 3 euros. Decide ofertalas en lotes de "x" plantas de maneira que por cada planta que conteña o lote reduce o seu prezo por unidade en 0´10 euros.
(a) **0´75 puntos:**
– *Función ingreso* = $I(x) = x(3 - 0'10x)$ **0´25 puntos**.
– *Función custo* = $C(x) = 4'50 + 1'20x$ **0´25 puntos**.
– *Función beneficio* = $B(x) = I(x) - C(x) = -0'10x^2 + 1'80x - 4'50$ **0´25 puntos**.
(b) **1 punto:** *¿Cantas plantas debe conter cada lote para que o beneficio sexa positivo*?
– Formular a inecuación: $-0'1x^2 + 1'8x - 4'5 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 18x + 45 < 0$ **0´25 puntos**.
– Obter os valores de x, resolvendo a ecuación, $x = 3$ e $x = 15$ **0´50 puntos**.
– Especificar entre que valores o beneficio é positivo (ben por medio da gráfica da parábola, ou traballando coa desigualdade) "*Cada lote debe conter máis de 3 e menos de 15 plantas para que o beneficio sexa positivo*" **0´25 puntos**.



(c) **1´25 puntos:** *¿Cantas plantas debe conter cada lote para obter o máximo beneficio? Nese caso, ¿canto custa cada planta do lote? ¿Canto custa o lote de plantas?*
– Determinar a primeira derivada: $B'(x) = -0'2x + 1'80$ **0´25 puntos**.
– Calcular o punto crítico $x = 9$ **0´25 puntos**.
– Comprobar que é máximo, ou pola gráfica, ou comprobando que $B''(9) = -0'2 < 0$, polo que, "*obtén máximo beneficio con lotes de 9 plantas*" **0´25 puntos**.
– *Custo de cada planta do lote* = 3 – 0´10.9 = 2´10 euros **0´25 puntos**.
– *Custo do lote de plantas* = 9.2´10 = 18´90 euros **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Denominamos aos sucesos *C: un artigo é sometido a control de calidade, D: un artigo é defectuoso.* Os datos que recollemos do enunciado son: $P(C) = 0'7$; $P\left(D/C\right) = 0'02$; $P\left(D/\overline{C}\right) = 0'12$

(a) **1 punto**: *¿Cal é a probabilidade de que un artigo elixido ao chou resulte defectuoso?*
– Formular a probabilidade pedida: $P(D)$ **0´25 puntos**.
– Utilizar o teorema das probabilidades totais e sustituir os valores de cada probabilidade na fórmula anterior:
$P(D) = P(C)\cdot P\left(D/C\right) + P(\overline{C})\cdot P\left(D/\overline{C}\right) = 0'7\cdot 0'02 + 0'3\cdot 0'12$ **0´50 puntos**.
– Cálculos e resultado final = 0´05, **0´25 puntos**.
(b) **1 punto**: *Se un artigo elixido ao chou resula defectuoso, ¿cal é a probabilidade de que non fose sometido ao control de calidade?*
– Formular a probabilidade pedida $P\left(\overline{C}/D\right)$**0´25 puntos**.
– Expresión da probabilidade condicionada e sustituir os valores de cada probabilidade na fórmula anterior $P\left(\overline{C}/D\right) = \dfrac{P(\overline{C})\cdot P\left(D/\overline{C}\right)}{P(D)} = \dfrac{0'3\cdot 0'12}{0'05}$ **0´50 puntos**.
– Resultado final = 0´72 **0´25 puntos**.



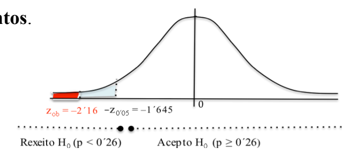
Tamén podemos facer o exercicio construíndo o diagrama de árbore, nese caso, a árbore ben feito puntúase con **1 punto** e os apartados (a) e (b) con **0´50 puntos** cada un deles.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexa *"p = proporción (poboacional) de fogares que contratan o seu servizo de ADSL coa compañía telefónica A"*. A compañía *A* afirma que $p \geq 0'26$, non obstante, outra compañía da competencia *B,* sostén que actualmente a proporción é menor, $p < 0'26$. Para comprobalo realiza unha enquisa a 400 clientes que teñen nos seus fogares o servizo *ADSL* e deles 85 manifestan que teñen contratado dito servizo á compañía *A*.

Temos por tanto, que se $\hat{P}$ é o *estatístico proporción da mostra* de clientes que teñen *ADSL* coa compañía *A*, o valor particular que toma este estatístico para a mostra dada é $\hat{p} = 85/400 = 0'2125$.

(a) **1 punto**. *Formula un test para contrastar que a proporción é a que afirma a compañía A fronte á alternativa sostida pola compañía B. ¿A que conclusión se chega cun nivel de significación do 5%?*

Exemplos de resposta / Solucións



– Especificar as hipóteses nula e alternativa: $\begin{cases} H_0 : p \geq 0'26 \\ H_1 : p < 0'26 \end{cases}$ **0´25 puntos**.

– Estatístico de proba: $\dfrac{\hat{P} - p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$

– Esteblecer a rexión crítica: $(-\infty, -1'645)$ **0´25 puntos**.

– Avaliar o estatístico de proba, *"baixo H_0 certa"*, para a mostra dada: $z_{ob} = \dfrac{0'2125 - 0'26}{\sqrt{\dfrac{0'26 \cdot 0'74}{400}}} = -2'16$ **0´25 puntos**.

– Decisión: $z_{ob} = -2'16 \in (-\infty, -1'645) \Rightarrow$ *Rexeito H_0. Cun risco de equivocarnos do 5%, concluiríamos que a proporción de usuarios que contrata ADSL coa compañía A é menor do 26%, tal como afirmaba a compañía da competencia B* **0´25 puntos**. (o último risco de equivocarnos, ante esta afirmación, é o valor-P = P(Z < –2´16) = 0´0154, é dicir, dun 1´5%, sendo polo tanto o test significativo).

(b) **1 punto**. *Utilizando a información obtida na enquisa, calcula un intervalo do 95% de confianza para a proporción de fogares que contratan actualmente o seu servizo de ADSL coa compañía telefónica A.*

– Expresión do intervalo de confianza: $P\left(\hat{P} - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{P} + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) = 1 - \alpha$ **0´25 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2} = z_{0'05} = 1'96$ **0´25 puntos**.

– Calcular numéricamente os extremos do intervalo 0´1725 e 0´2525 e concluir que: *"en base a mostra dada, estímase cun 95% de confianza, que a proporción de fogares que contrata o seu ADSL, actualmente, coa compañía A está entre un 17´25% e un 25´25%*. Erro cometido na estimación dun 4%. **0´50 puntos**.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **XUÑO 2010**	**Código: 36**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

*O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**). A puntuación máxima dos exercicios en cada opción é: 3 puntos o exercicio 1, 3 puntos o exercicio 2, 2 puntos o exercicio 3 e 2 puntos o exercicio 4.*

OPCIÓN A

1) Dadas as matrices $A=\begin{pmatrix}1&0&2x\\0&1&x\\0&0&1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1&-y&0\\0&1&y\\0&0&1\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}1&z&z\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ $D=\begin{pmatrix}1&-1&1\\0&1&-6\\0&0&1\end{pmatrix}$.

Calcula os valores de x, y, z para os que se verifica $2A-4B+3C=D^{-1}$.

2) Unha empresa fabrica bicicletas e vende *cada unidade* dun determinado modelo a un prezo P(x) (en euros) que depende do número x de bicicletas dese modelo que teña fabricado. Tal función é $P(x)=384-\frac{2x^2}{75}$, $0<x\le 60$.

Na fabricación das x bicicletas prodúcese un gasto fixo de 100 euros máis un gasto variable de 256 euros por cada bicicleta fabricada.

(a) Calcula a función que expresa o beneficio obtido pola empresa na fabricación de x bicicletas.
(b) ¿Cantas bicicletas deberá fabricar a empresa para obter o máximo beneficio?
(c) Para o número de bicicletas anterior, calcula o gasto, o ingreso e o beneficio máximo.

3) Un estudo sociolóxico afirma que 3 de cada 10 persoas dunha determinada poboación son obesas, das cales o 60% segue unha dieta. Por outra parte, o 63% da poboación non é obesa e non segue unha dieta.

(a) ¿Que porcentaxe da poboación segue unha dieta?
(b) Se unha persoa elexida ao chou segue unha dieta, ¿cal é a probabilidade de que sexa obesa?

4) O peso (en gramos) dos polos que chegan a un matadoiro segue unha distribución normal cunha desviación típica de $\sigma=320$ gramos.

(a) Se se estableceu o intervalo (2990, 3130) como intervalo de confianza para a media μ a partir dunha mostra de 64 polos, ¿cal é o valor da media mostral, $\bar{X}$?, ¿con que nivel de confianza se construíu o intervalo?
(b) ¿Cantos polos deberiamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do 97%?

OPCIÓN B

1) Unha empresa de transportes ten que trasladar bloques de granito dende unha canteira a un serradoiro de pedra. Para iso dispón dun máximo de 8 camións de tipo *A* e un máximo de 12 camións de tipo *B*. Cada camión de tipo *A* necesita un operario e pode transportar 24 toneladas de granito cun gasto de 150 euros, mentres que cada camión de tipo *B* necesita dous operarios e pode transportar 12 toneladas de granito cun gasto de 300 euros. Sábese que se necesitarán un mínimo de 15 operarios, que se transportarán un mínimo de 108 toneladas de granito e que o número de camións de tipo *A* utilizados non será superior ao número de camións de tipo *B*.

(a) Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.
(b) Calcula tódalas posibilidades que ten a empresa de distribuir os camións para minimizar o gasto

2) O número N de exemplares vendidos (en miles) dunha revista destinada ao público adolescente é estimado pola función $N(t)=\begin{cases}3\,t(10-t), & 0\le t\le 8\\ \dfrac{624\,t}{t^2+144}+24, & t>8\end{cases}$, onde t é o tempo transcorrido en semanas.

Determina: os períodos nos que aumentan e nos que diminúen as vendas da revista, cando se acada o maior número de vendas e a canto ascenden. ¿A que valor tende o número de vendas co paso do tempo?

3) Sexan A e B sucesos tales que $P(A\cap B)=0{,}1$; $P(\bar{A}\cap\bar{B})=0{,}6$; $P(A/B)=0{,}5$, onde $\bar{A}$ e $\bar{B}$ denotan os sucesos contrarios de A e B respectivamente.

(a) Calcula as probabilidades seguintes: $P(B)$ e $P(A\cup B)$.
(b) ¿Son os sucesos A e B independentes? Xustifica a resposta.

4) (a) As puntuacións dun test de aptitude feito aos alumnos dun centro de ensino seguen unha distribución normal $N(\mu=1000, \sigma=600)$. Calcula a probabilidade de que a puntuación media, para unha mostra de 64 alumnos, estea comprendida entre 964 e 1036 puntos.

(b) ¿Cantos alumnos deberiamos seleccionar, como mínimo, para garantir cun 99,5% de confianza unha estimación da puntuación media de tódolos alumnos do centro, cun erro non superior a 150 puntos?

	PAU	Código: 36
CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	SETEMBRO 2010	

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

*O/A alumno/a debe responder só os exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**). A puntuación máxima dos exercicios en cada opción é: 3 puntos o exercicio 1, 3 puntos o exercicio 2, 2 puntos o exercicio 3 e 2 puntos o exercicio 4.*

OPCIÓN A

1) Dada a ecuación matricial $A \cdot X + A^t = X + B$, sendo A^t a matriz trasposta de *A*, $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

(a) Despexar a matriz *X*. Calcular a matriz inversa de $(A - I_2)$, sendo I_2 a matriz identidade de orde 2.

(b) Resolver a ecuación matricial.

2) A función $C(t) = -t^3 + 9t^2 - 15t + 50,\ \ 0 \le t \le 6$, axústase á cotización en euros de certa moeda nos últimos seis anos ($C(t)$ indica a cotización no tempo *t* medido en anos).

(a) Encontra os intervalos de tempo nos que a cotización creceu e nos que decreceu.

(b) ¿En que momentos houbo unha cotización máis baixa e máis alta? ¿cales foron esas cotizacións?

(c) ¿Ten $C(t)$ algún punto de inflexión? En caso afirmativo, calcúlao e traza a gráfica da función no intervalo dado de tempo.

3) Realízase un estudo para determinar se os fogares dunha pequena cidade se subscribirían a un servizo de televisión por cable. Os fogares clasifícanse de acordo ao seu nivel de renda: alta, media ou baixa. A seguinte táboa móstranos as probabilidades das distintas interseccións:

	Renda baixa	*Renda media*	*Renda alta*
Subscribiríanse	0,05	0,15	0,10
Non se subscribirían	0,15	0,47	0,08

(a) Se o fogar subscribe o servizo, ¿cal é a probabilidade de que sexa de renda alta?

(b) ¿Son renda e posible subscrición á televisión por cable independentes? Xustificar a resposta.

(c) Calcula a probabilidade de que un fogar seleccionado ao chou pertenza polo menos a unha destas categorías: "renda media" ou "desexan subscribirse".

4) Un equipo da garda civil de tráfico fai controis de velocidade nunha travesía dunha determinada poboación. Sábese que a variable velocidade en travesía (en km/h) segue unha distribución normal con media μ e desviación típica σ.

(a) Tras controlar o paso pola travesía de 100 vehículos, dinnos que: "a velocidade media en travesía, μ, toma valores entre 56,08 km/h e 63,92 km/h, co 95% de confianza". Con esta información calcula σ e o valor da media da mostra $\bar{X}$.

(b) Se tomamos como $\mu = 60$ km/h e co valor de $\sigma = 20$ km/h, calcula a porcentaxe de mostras de 64 vehículos cuxa velocidade media supere os 65 km/h.

OPCIÓN B

1) Unha pequena empresa desexa contratar traballadores de dúas categorías laborais: *I* e *II*. Pretende que o número total de traballadores contratados non sexa inferior a 9 nin superior a 12 e, ademais, o número de traballadores da categoría *I* non poderá ser inferior ao dobre de traballadores da categoría *II*. O custo laboral dun traballador da categoría *I* está estimado en 1400 euros ao mes e o dun da categoría *II* en 1100 euros ao mes.

(*a*) Formula o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.

(b) Calcula o número de traballadores de cada categoría laboral que a empresa debe contratar para minimizar os custos laborais mensuais.

2) Unha fábrica produce diariamente un total de 20 artigos de dous modelos diferentes *A* e *B*.

O custo de produción diario (en euros) vén dado por $C = 6x^3 + 450y - 2500$, sendo *x* o número de modelos do tipo *A* e *y* o número de modelos do tipo *B*. ¿Cantos modelos de cada tipo debe producir diariamente para minimizar o custo de produción diario? Calcula ese custo de produción mínimo.

3) Un estudo estima que, en xeral, a probabilidade de que unha empresa tecnolóxica non obteña os beneficios anuais esperados é 0,5; a probabilidade de que unha entidade bancaria non alcance ao final do ano os beneficios esperados é 0,2 e a probabilidade de que ámbalas dúas empresas non obteñan os beneficios anuais esperados é 0,1.

(a) ¿Cal é a probabilidade de que polo menos unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?

(b) ¿Cal é a probabilidade de que soamente unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?

4) (a) Se os salarios anuais dos traballadores de certa empresa se distribúen segundo unha $N(\mu, \sigma = 1200)$, calcula un intervalo do 95% de confianza para o salario medio anual dos traballadores da empresa, se para iso se seleccionan ao chou 64 traballadores e se obtén que o seu salario medio anual é 26000 euros.

(b) ¿Que tamaño de mostra se necesita para garantir, cun 97% de confianza, unha estimación do salario medio anual dos traballadores da empresa, cun erro non superior a 200 euros?

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**
- Calcular a inversa da matriz D: **1´5 puntos**.– Calcular $2A - 4B + 3C$: **0´5 puntos**.
- Formulación do sistema de ecuacións: **0´25 puntos**.
- Resolución do sistema: **0´75 puntos** (**0´25 puntos** por cada unha das tres incógnitas).

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**
(a)**1 punto:**
- Determinar a función ingresos: **0´25 puntos**.
- Determinar a función gastos: **0´25 puntos**.
- Determinar a función beneficio: **0´5 puntos**.

(b)**1´25 puntos:**
- Derivada da función beneficio: **0´75 puntos**.
- Punto crítico: **0´25 puntos**.
- Xustificación do máximo absoluto: **0´25 puntos**.

(c)**0´75 puntos:**
- Cálculo do ingreso, gasto e beneficio máximo: **0´75 puntos** (**0´25 puntos** por cada un deles).

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**
(a)**1 punto:**
- Formulación do enunciado: **0´25 puntos**.
- Expresar o teorema das probabilidades totais e identificar cada unha das probabilidades da fórmula anterior: **0´50 puntos**.
- Resultado final: **0´25 puntos**.

(b)**1 punto:**
- Formulación da probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Expresión e cálculos na probabilidade anterior: **0´75 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**
(a)**1 punto:**
- Cálculo de $\overline{X}$: **0´5 puntos**.
- Cálculo de $1-\alpha$: **0´5 puntos**.

(b)**1 punto:**
- Formulación: **0´25 puntos**.
- Obter $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
- Cálculo de n: **0´25 puntos**.
- Expresión do valor (e valores) enteiro de n: **0´25 puntos**

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**
(a)**2´25 puntos:**
- Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.
- Vértices da rexión factible: **0´75 puntos**.
- Representación gráfica da rexión factible: **0´5 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os seis vértices).

(b)**0´75 puntos:**
- Por cada unha das tres solucións factibles: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**
1´75 puntos:
- Derivada da función no primeiro anaco: **0´25 puntos**.
- Derivada no segundo anaco: **0´5 puntos**.
- Intervalos de crecemento e resposta aos períodos nos que aumentan as vendas: **0´5 puntos**.
- Intervalos de decrecemento e resposta aos períodos nos que diminúen as vendas: **0´5 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

0´5 puntos:

- Por determinar o máximo: **0´25 puntos**.
- Comprobar se é absoluto: **0´25 puntos**.

0´25 puntos: calcular as vendas máximas.
0´5 puntos: pola asíntota horizontal: valor ao que tenden as vendas co paso do tempo.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**
(a)**1 punto:**

- Polo cálculo de $P(B)$: **0´5 puntos**.
- Polo cálculo de $P(A \cup B)$: **0´5 puntos**.

(b)**1 punto:**

- Determinar a probabilidade ou probabilidades precisas para probar a dependencia ou independencia dos sucesos: **0´5 puntos**.
- Xustificar coa definición apropiada se son ou non independentes: **0´5 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**
(a)**1 punto:**

- Determinar a distribución de $\overline{X}$: **0´25 puntos**.
- Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
- Tipificación: **0´25 puntos**.
- Uso das táboas e resultado final: **0´25 puntos**.

(b)**1 punto:**

- Formulación: **0´25 puntos**.
- Calcular $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
- Cálculo de n: **0´25 puntos**.
- Expresión do valor (e valores) enteiro de n: **0´25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**
(a) **2 puntos:**

- Despexar a matriz X: **0´75 puntos**.
- Calcular $A-I$: **0´25 puntos**.
- Calcular a matriz inversa de $A-I$: **1 punto**.

(b) **1 punto:**

- Calcular $B=A^2$: **0´50 puntos**.
- Calcular X : **0´50 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**
(a) **1´25 puntos:**

- Determinar a primeira derivada: **0´25 puntos**.
- Calcular os puntos críticos: **0´25 puntos**.
- Determinar os intervalos de tempo pedidos: **0´75 puntos**.

(b) **0´75 puntos:**

- Máximo absoluto: **0´25 puntos**.
- Mínimo absoluto: **0´25 puntos**.
- Cotizacións máxima e mínima: **0´25 puntos**.

(c) **1 punto:**

- Determinar a segunda derivada: **0´25 puntos**.
- Calcular o punto de inflexión: **0´25 puntos**.
- Representación gráfica: **0´50 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**
(a) **0´75 puntos:**

- Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

– Calcular a probabilidade condicionada anterior: **0´25 puntos**.
– Resultado final: **0´25 puntos**.
(b) **0´75 puntos:**
– Definición de sucesos independentes (ou dependentes): **0´25 puntos**.
– Cálculo das probabilidades que interveñan na definición anterior: **0´25 puntos**.
– Dedución final: **0´25 puntos**.
(c) **0´50 puntos:**
– Formular a probabilidade da unión: **0´25 puntos.**
– Resultado final: **0´25 puntos.**

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**
(a) **1 punto:**
– Cálculo da media da mostra: **0´50 puntos**.
– Formular a ecuación que corresponde ao raio do intervalo: **0´25 puntos**.
– Resultado para a desviación típica: **0´25 puntos**.
(b) **1 punto:**
– Determinar a distribución de $\bar{x}$: **0´25 puntos**.
– Formular a probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
– Tipificación e paso a táboas: **0´25 puntos**.
– Resultado final: **0´25 puntos**.

OPCIÓN B

EXERCICIO 1 **(3 puntos)**
(a) **2´50 puntos:**
– Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**(**0´25 puntos** por cada unha das catro inecuacións).
– Vértices da rexión factible: **0´75 puntos** (**0´25 puntos** polos dous puntos de corte co eixe x + **0´50 puntos** polos dous que resultan da intersección das rectas correspondentes).
– Representación gráfica da rexión factible: **0´75 puntos** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por estas e os catro vértices).
(b) **0´50 puntos:**
– Pola función obxectivo: **0´25 puntos**.
– Pola solución óptima: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 2 **(3 puntos)**
– Expresar unha das variables en función da outra: **0´25 puntos**.
– Determinar a función custo para minimizar: **0´75 puntos**.
– Cálculo da súa derivada primeira: **0´75 puntos**.
– Obter o punto crítico válido: **0´25 puntos**.
– Comprobar que é mínimo: **0´25 puntos**.
– Especificar o número de modelos de cada tipo que minimizan o custo: **0´50 puntos** (**0´25 puntos** por cada un deles)
– Calcular o custo de produción mínimo: **0´25 puntos**.

EXERCICIO 3 **(2 puntos)**
(a) **1 punto:**
– Formulación da probabilidade pedida: **0´25 puntos**.
– Expresión e cálculos na probabilidade anterior:**0´75 puntos**.
(b) **1 punto:**
– Formulación da probabilidade pedida: **0´50 puntos**.
– Expresión e cálculos na probabilidade anterior:**0´50 puntos**.

EXERCICIO 4 **(2 puntos)**
(a) **1 punto:**
– Expresión do intervalo de confianza: **0´50 puntos**.
– Calcular numericamente os extremos do intervalo: **0´50 puntos**.
(b) **1 punto:**
– Formulación: **0´25 puntos**.
– Calcular $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.
– Cálculo de n: **0´25 puntos**.
– Expresión do valor (e valores) enteiro de n: **0´25 puntos**.

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

– *Calcular a inversa da matriz D,* $D^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&5\\0&1&6\\0&0&1\end{pmatrix}$ **1´50 puntos**.

– *Calcular* $2A-4B+3C=\begin{pmatrix}1&4y+3z&4x+3z\\0&1&2x-4y\\0&0&1\end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

– *Formulación do sistema de ecuacións* $\begin{cases}4y+3z=1\\4x+3z=5\\2x-4y=6\end{cases}$ **0´25 puntos**.– *Resolución do sistema*, por calquera método, obtendo a solución $x=-1$, $y=-2$, $z=3$ **0´75 puntos** (**0´25 puntos** por cada incógnita).

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

A empresa vende "cada bicicleta" a un prezo (en euros) $P(x)=384-\dfrac{2x^2}{75}$, sendo $0<x\le 60$ e "x" o número de bicicletas que teña fabricado. Na fabricación das "x" bicicletas prodúcese un: gasto fixo + gasto variable.
(a) **1 punto**: A función a determinar é a función beneficio obtido pola empresa na fabricación de "x" bicicletas = $B(x)$ = Función ingreso nas "x" bicicletas – Función gasto nas "x" bicicletas, sendo

– Función ingreso nas "x" bicicletas = $I(x)=x\cdot P(x)=384x-\dfrac{2}{75}x^3$ **0´25 puntos**.

– Función gasto nas "x" bicicletas = $G(x)=100+256x$ **0´25 puntos**. Restando ámbalas funcións resulta que a función que nos piden é $B(x)=-\dfrac{2}{75}x^3+128x-100$ **0´50 puntos**.

(b) **1´25 puntos**: Determinar a *derivada da función beneficio* $B'(x)=-\dfrac{2}{25}x^2+128$ **0´75 puntos**.

– Calcular os *puntos críticos* $B'(x)=0 \Leftrightarrow x^2=1600 \Rightarrow x=40$ (solución válida) **0´25 puntos**.

– *Xustificar* que en x = 40 hai un *máximo absoluto*, calculando $B''(x)=-\dfrac{4}{25}x,\ B''(40)<0$ (Comprobar o valor de B nos extremos da función ou ben observar que entre 40 e 60 non hai un mínimo) **0´25 puntos**.
(c) **0´75 puntos**: Para x = 40, calcula o gasto, o ingreso e o beneficio máximo:
$G(40)$ = 10.340 euros **0´25 puntos**.– $I(40)$ = 13.653´33 euros **0´25 puntos**.– $B(40)$ = 3.313´33 euros **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Denominamos aos sucesos *O: unha persoa desa poboación é obesa, D: unha persoa desa poboación segue unha dieta*. Os datos que recollemos do enunciado son: $P(O)=0'3,\ P\left(D/O\right)=0'6,\ P\left(\bar{O}\cap\bar{D}\right)=0'63$.

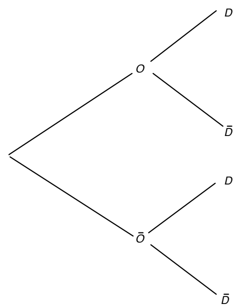
(a) **1 punto**: *¿Que porcentaxe da poboación segue unha dieta?*
– Formular o enunciado $P(D)$ **0´25 puntos**.– Expresión de $P(D)=P(O)P\left(D/O\right)+P(\bar{O})P\left(D/\bar{O}\right)$ **0´25 puntos**.

– Calcular $P\left(D/\bar{O}\right)=1-P\left(\bar{D}/\bar{O}\right)=1-\dfrac{P(\bar{D}\cap\bar{O})}{P(\bar{O})}=1-\dfrac{0'63}{0'7}=0'1$ **0´25 puntos**.

– Resultado final $P(D)$ = 0´25, é dicir, *o 25% desa poboación segue unha dieta* **0´25 puntos**.
(b) **1 punto**: *Se unha persoa elexida ao chou segue unha dieta, ¿cal é a probabilidade de que sexa obesa?*
– Formulación da probabilidade pedida $P\left(O/D\right)$ **0´25 puntos**.– Expresión da probabilidade condicionada anterior $\dfrac{P(O\cap D)}{P(D)}$ **0´25 puntos**.– Cálculo de $P(O\cap D)=P(O)\cdot P\left(D/O\right)=0'18$ **0´25 puntos**.

– Resultado final $P\left(O/D\right)=0'72$ **0´25 puntos**.

Tamén podemos facer o exercicio construíndo unha táboa de continxencia ou ben un diagrama de árbore, avaliándose con **1 punto** (ou a táboa ou o diagrama). Os apartados (a) e (b) puntúanse agora con **0´50 puntos** cada un deles, repartindo **0´25 puntos** pola formulación do enunciado máis **0´25 puntos** polo resultado final.



	O	$\bar{O}$	
D	18	7	25
$\bar{D}$	12	63	75
	30	70	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexa *"X = peso, en gramos, dun polo que chega a un matadoiro"* $X: N(\mu,\ \sigma = 320)$.

(a) **1 punto**. *A partir dunha mostra de n = 64 polos estableceuse o intervalo* (2990, 3130) *como intervalo de confianza para a media* μ, *¿cal é o valor de* $\bar{X}$ *?, ¿con que nivel de confianza se construíu o intervalo?*

– Igualando os extremos do intervalo de confianza para a media cos do enunciado: $\begin{cases} \bar{x} - z_{\alpha/2}\dfrac{320}{\sqrt{64}} = 2990 \\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\dfrac{320}{\sqrt{64}} = 3130 \end{cases}$

e resolvendo, obtense que a media mostral toma o valor particular, para a mostra dada, $\bar{x} = 3060$ gramos **0´50 puntos**. Deducimos tamén que $z_{\alpha/2} = 1´75$ **0´25 puntos**, usando as táboas resulta $1 - \alpha/2 = 0´9599$ e operando obtemos que o *nivel de confianza* é $1 - \alpha = 0´9198$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *¿Cantos polos deberiamos pesar para que o nivel de confianza do intervalo anterior sexa do* 97%?

– Formulación: $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 70$ **0´25 puntos**.– Obter $z_{\alpha/2} = 2´17$ a partir de que $1 - \alpha = 0´97$ **0´25 puntos**.

– Cálculo de "*n*" despexando na ecuación anterior $2´17 \cdot \dfrac{320}{\sqrt{n}} = 70 \Rightarrow n = 98´4064$ **0´25 puntos**.– Expresión do valor enteiro de *n*, *"deberiamos pesar, a lo menos, 99 polos"* **0´25 puntos**.

OPCIÓN B

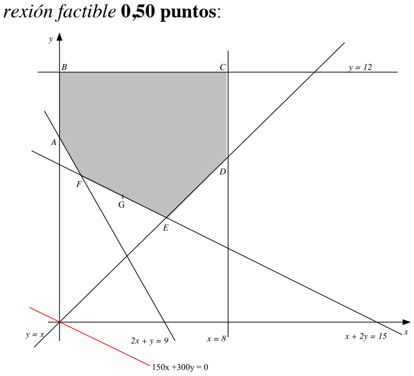
Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
Sexan "*x*" o número de camións de tipo *A* e "*y*" o número camións de tipo *B*, que a empresa utilizará no transporte.

(a) **2´25 puntos**:

– Formular o sistema *de inecuacións:* $0 \le x \le 8$; $0 \le y \le 12$; **0,25 puntos**. $x + 2y \ge 15$; $24x + 12y \ge 108$; $x \le y$; **0,75** puntos (**0,25 puntos** por cada unha delas).

– *Vértices da rexión factible* **0´75 puntos**, obter os catro vértices: *A* (0, 9); *B* (0, 12); *C* (8, 12); *D* (8, 8) **0´25 puntos**, polo punto *E* (5, 5) **0´25 puntos** e polo *F* (1, 7) **0´25 puntos**.

– *Representación gráfica da rexión factible* **0,50 puntos**:



(b) **0´75 puntos**.– *Optimización*: A función obxectivo $f(x, y) = 150x + 300y$ minimízase nos vértices E (5, 5), tamén no F (1, 7) e no punto G (3, 6), xa que os vértices E e F están sobre a recta $x + 2y = 15$ que é paralela á función obxectivo, entón calquera punto do segmento EF é unha solución válida sempre que as súas coordenadas sexan enteiras e o dito punto G satisface esta condición. As tres posibilidades que ten a empresa de distribuír os camións para minimizar o gasto son: "con 5 camións de tipo A e 5 camións de tipo B" **0´25 puntos**, "con 1 camión de tipo A e 7 camións de tipo B" **0´25 puntos**, e "con 3 camións de tipo A e 6 camións de tipo B" **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
1´75 puntos: *Determinar os períodos nos que aumentan e nos que diminúen as vendas da revista.*
– Derivada da función no primeiro trozo: No intervalo (0, 8) $N'(t) = 30 - 6t$ **0´25 puntos**.

– Derivada da función no segundo trozo: No intervalo $(8, +\infty)$ $N'(t) = \dfrac{624\left(144 - t^2\right)}{\left(t^2 + 144\right)^2}$ **0´50 puntos**.

– Intervalos de crecemento: os puntos críticos válidos son $t = 5$ e $t = 12$. Estudando o signo da derivada primeira obtense que nos intervalos (0, 5) e (8, 12) a función $N(t)$ é crecente **0´25 puntos**.
– Resposta aos períodos nos que aumentan as vendas, "*As vendas aumentan dende o inicio á 5ª semana e dende a 8ª á 12ª semana*" **0´25 puntos**.
– Intervalos de decrecemento: a función $N(t)$ é decrecente nos intervalos (5, 8) e (12, +∞) **0´25 puntos**.
– Resposta aos períodos nos que diminúen as vendas, "*As vendas diminúen dende a 5ª semana á 8ª semana e a partir da 12ª semana*" **0´25 puntos**.
0´75 puntos: *¿Cando se acada o maior número de vendas e a canto ascenden?*
– Por determinar que o máximo se presenta no punto (5, 75) **0´25 puntos**.
– Comprobar que é un máximo absoluto, esbozando a gráfica da función ou ben estudando o comportamento da función no punto $t = 12$ $N(12) = 50$ **0´25 puntos**.
– Especificar que *as vendas máximas ascenden a 75.000 exemplares* **0´25 puntos**.
0´50 puntos: *¿A que valor tende o número de vendas co paso do tempo?*

– Calcular $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\dfrac{624t}{t^2 + 144} + 24\right) = 24$ **0´25 puntos**.

– "*As vendas no futuro aproxímanse a 24.000 exemplares*" **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexan A e B sucesos que verifican $P(A \cap B) = 0'1;\ P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0'6;\ P(A/B) = 0'5$
(a) **1 punto**:

– Para calcular $P(B)$ utilizamos a definición de probabilidade condicionada $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ **0´25 puntos**.

– Utilizando os datos dos que dispoñemos $0'5 = \dfrac{0'1}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 0'2$ **0´25 puntos**.

– Para calcular $P(A \cup B)$ utilizamos as leis de Morgan e a definición de probabilidade do suceso contrario $P\left(\bar{A} \cap \bar{B}\right) = P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P\left(A \cup B\right) \Rightarrow P\left(A \cup B\right) = 1 - 0'6 = 0'4$ **0´50 puntos**.

(b) **1 punto**:
– Para probar a dependencia ou independencia dos sucesos A e B, calculamos $P(A)$ utilizando a probabilidade da unión coñecida no apartado anterior $P\left(A \cup B\right) = 0'4 = P(A) + 0'2 - 0'1 \Rightarrow P(A) = 0'3$ **0´50 puntos**.

– Xustificar coa definición apropiada se son ou non independentes: $P\left(A/B\right) = 0'5 \neq P(A)$ polo tanto A e B son dependentes **0´50 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexa *"X = puntuación dun test de aptitude feito por un alumno dun centro de ensino"*
$X:\ N(\mu = 1000,\ \sigma = 600)$
(a) **1 punto**. *Calcula a probabilidade de que a puntuación media, para unha mostra de 64 alumnos, estea comprendida entre 964 e 1036 puntos*.

– Determinar a distribución de $\bar{X}$, $\bar{X}:\ N\left(\mu = 1000, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{600}{8} = 75\right)$ **0´25 puntos**.

– Formular a probabilidade pedida: $P(964 < \bar{X} < 1036)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación: $P(964 < \bar{X} < 1036) = P\left(\dfrac{964-1000}{75} < Z < \dfrac{1036-1000}{75}\right) = P(-0´48 < Z < 0´48)$ **0´25 puntos**.

– Uso das táboas e resultado final: $2P(Z < 0´48) - 1 = 0´3688$ **0´25 puntos**.

(b) **1 punto**. *Calcula cantos alumnos deberiamos seleccionar, como mínimo, para garantir cun 99´5% de confianza, unha estimación da puntuación media de todos os alumnos do centro, cun erro non superior a 150 puntos*.

– Formular a inecuación correspondente ao erro pedido: $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 150$ **0´25 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2} = 2´81$ **0´25 puntos**.

– Cálculo de "*n*" na desigualdade: $2´81 \cdot \dfrac{600}{\sqrt{n}} \leq 150$, obtendo $n \geq 126´337$ **0´25 puntos**.

– Expresión do valor (e valores) enteiro de *n*, "*deberiamos seleccionar mostras de 127 alumnos ou máis, para garantir a dita estimación* " **0´25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
(a) **2 puntos**.

– Despexar a matriz *X*, $X = \left(A - I_2\right)^{-1}\left(B - A^t\right)$ **0´75 puntos**.

– Calcular $A - I_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– Calcular a matriz inversa de $A - I_2$, $\left(A - I_2\right)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

(b) **1 punto**: Resolver a ecuación matricial.

– Calcular $B - A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

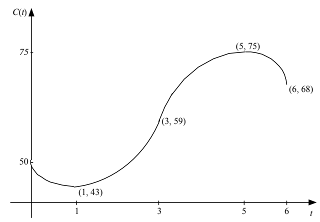
– Calcular $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ **0´50 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)
A función $C(t) = -t^3 + 9t^2 - 15t + 50,\ 0 \leq t \leq 6$ axústase á cotización en euros de certa moeda nos últimos seis anos.
(a) **1´25 puntos**: *Encontra os intervalos de tempo nos que a cotización creceu e nos que decreceu.*
– Determinar a primeira derivada: $C'(t) = -3t^2 + 18t - 15$ **0´25 puntos**.
– Calcular os puntos críticos: $C'(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow t = 1$ e $t = 5$ **0´25 puntos**.
– Determinar os intervalos de tempo pedidos:

	(0, 1)	(1, 5)	(5, 6)
Valor t	$t = 1/2$	$t = 2$	$t = 11/2$
Signo $C'(t)$	$C'(1/2) < 0$	$C'(2) > 0$	$C'(11/2) < 0$

Deducimos que no (0, 1) a función *C*(*t*) é decrecente **0´25 puntos**, no (1, 5) é crecente **0´25 puntos** e no (5, 6) é decrecente **0´25 puntos**, logo "*a cotización desa moeda aumentou do primeiro ao quinto ano e diminuíu no primeiro ano e do quinto ao sexto ano*".
(b) **0´75 puntos**: *¿En que momentos houbo unha cotización máis baixa e máis alta*? *¿cales foron esas cotizacións*?
– No punto (5, 75) hai un máximo absoluto **0´25 puntos**.
– No punto (1, 43) hai un mínimo absoluto **0´25 puntos**.
– *A cotización mínima foi de 43 euros e a máxima de 75 euros* **0´25 puntos**.
(c) *Calcula o punto de inflexión e debuxa a gráfica no intervalo dado de tempo.*

– Determinar a segunda derivada: $C''(t) = -6t + 18$ **0´25 puntos**.
– Calcular o punto de inflexión (3, 59) **0´25 puntos**.
– Representación gráfica: **0´50 puntos**.



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Denominamos aos sucesos *"R_B: un fogar é de renda baixa, R_M é de renda media e R_A é de renda alta"*. *"S: un fogar se subscribe a un servizo de televisión por cable"*. Facendo uso da táboa enunciada no exercicio, teremos:
(a) **0´75 puntos**: *Se o fogar subscribe o servizo, ¿cal é a probabilidade de que sexa de renda alta?*
– Formular a probabilidade pedida **0´25 puntos**.
– Calcular a probabilidade condicionada anterior e resultado final $P\left(R_A/S\right) = \dfrac{P(R_A \cap S)}{P(S)} = \dfrac{0'10}{0'05 + 0'15 + 0'10} = \dfrac{1}{3}$ **0´50 puntos**.
(b) **0´75 puntos**: *¿Son renda e posible subscrición á televisión por cable independentes? Xustificar a resposta*.
– Definición de sucesos independentes (ou dependentes), por exemplo: $P\left(R_A/S\right) = P(R_A) \Rightarrow R_A$ e S son sucesos independentes **0´25 puntos**.
– Calculo das probabilidades que interveñen na definición anterior, neste caso, só é preciso calcular $P(R_A) = 0'18$ **0´25 puntos**.
– Dedución final $P\left(R_A/S\right) = \dfrac{1}{3} \neq P(R_A)$ logo os sucesos son dependentes, é dicir *"a posible subscrición á televisión por cable depende da renda"* **0´25 puntos**.
(c) **0´50 puntos**: *Calcula a probabilidade de que un fogar seleccionado ao chou pertenza polo menos a unha destas categorías: "renda media" ou "desexan subscribirse"*
– Formular a probabilidade da unión $P(R_M \cup S)$ **0´25 puntos**.
– Resultado final $P(R_M) + P(S) - P(R_M \cap S) = 0'77$ **0´25 puntos**.

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)
Sexa *"X = velocidade en travesía (en km/h)"* $X : N(\mu, \sigma)$.
(a) **1 punto**. *Tras controlar o paso pola travesía de 100 vehículos, dinnos que "a velocidade media en travesía μ toma valores entre 56´08 km/h e 63´92 km/h, co 95% de confianza". Con esta información calcula σ e o valor da media da mostra*.

– Igualando os extremos do intervalo de confianza para a media cos do enunciado: $\begin{cases} \bar{X} - 1'96\dfrac{\sigma}{\sqrt{100}} = 56'08 \\ \bar{X} + 1'96\dfrac{\sigma}{\sqrt{100}} = 63'92 \end{cases}$ **0´50 puntos**, e resolvendo, obtense que a media mostral toma o valor particular, para a mostra dada, $\bar{x} = \dfrac{56'08 + 63'92}{2} = 60$ km/h **0´25 puntos**, e $1'96\dfrac{\sigma}{10} = 3'92 \Rightarrow \sigma = 20$ **0´25 puntos**.
(b) **1 punto**. *Se tomamos como μ =60 km/h e co valor de σ =20 km/h, calcula a porcentaxe de mostras de 64 vehículos cuxa velocidade media supere os 65 km/h*.
– Determinar a distribución de $\bar{X}$, $\bar{X} : N\left(\mu = 60, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{20}{\sqrt{64}} = 2'5\right)$ **0´25 puntos**.
– Formular a probabilidade pedida: $P\left(\bar{X} > 65\right)$ **0´25 puntos**.

– Tipificación e paso a táboas: $P\left(\overline{X} > 65\right) = P\left(Z > \frac{65-60}{2'5}\right) = P\left(Z > 2\right) = 1 - P\left(Z \le 2\right) = 1 - 0'9772 = 0'0228$ **0´25 puntos**.

– Resposta á pregunta do exercicio: *"aproximadamente, no 2´28% das mostras de 64 vehículos, supéranse os 65 km/h de media"* **0´25 puntos**.

OPCIÓN B

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

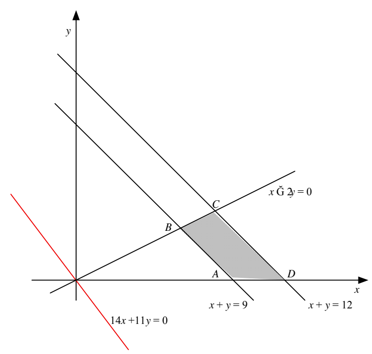
Sexan "x" o número de traballadores da categoría laboral *I* e "y" o número de traballadores da categoría laboral *II*.

(a) **2´50 puntos**:

– Formular o sistema *de inecuacións* **1 punto**: $9 \le x + y \le 12$; $x \ge 2y$; $y \ge 0$ (**0,25 puntos** por cada unha das catro inecuacións).

– *Vértices da rexión factible* **0´75 puntos** repartidos en, vértices A (9, 0) e D (12, 0) **0´25 puntos**, vértice B (6, 3) **0´25 puntos** e C (8, 4) **0´25 puntos**.

– *Representación gráfica da rexión factible* **0,75 puntos**:



(b) **0´50 puntos**.– A función obxectivo $f(x, y) = 1400x + 1100y$ **0´25 puntos**, minimízase no vértice B (6, 3) polo que *"a empresa deberá contratar a 6 traballadores da categoría laboral I e a 3 traballadores da categoría laboral II para minimizar os custos laborais mensuais"* **0´25 puntos**.

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Unha fábrica produce diariamente un total de 20 artigos de dous modelos diferentes A e B. Sexan "x = número de modelos do tipo A" e "y = número de modelos do tipo B".

– Expresar unha das variables en función da outra: $y = 20 - x$ **0´25 puntos**.

– Determinar a función custo a minimizar: $C(x) = 6x^3 + 450(20 - x) - 2500 = 6x^3 - 450x + 6500$ **0´75 puntos**.

– Cálculo da súa derivada primeira: $C'(x) = 18x^2 - 450$ **0´75 puntos**.

– Obter o punto crítico válido: $C'(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 25$, sendo o punto crítico válido $x = 5$ **0´25 puntos**.

– Comprobar que é mínimo: $C''(x) = 36x$ e $C''(5) > 0$ **0´25 puntos**.

– Especificar o número de modelos de cada tipo que minimizan o custo: "*A fábrica debe producir diariamente 5 modelos do tipo A* (**0´25 puntos**) *e 15 modelos do tipo B* (**0´25 puntos**) *para minimizar o custo de produción diario*".

– Calcular o custo de produción mínimo: $C_{mín}$ = 5000 euros **0´25 puntos**.

Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Denominamos aos sucesos "T: unha empresa tecnolóxica non obtén os beneficios anuais esperados" e "B: unha entidade bancaria non obtén os beneficios anuais esperados".

Os datos que nos proporcionan no exercicio son $P(T) = 0'5$, $P(B) = 0'2$, $P(T \cap B) = 0'1$

(a) **1 punto**: *¿Cal é a probabilidade de que polo menos unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?*

– Formulación da probabilidade pedida: $P(T \cup B)$ **0´25 puntos**.

– Expresión e cálculos na probabilidade anterior: $P(T \cup B) = P(T) + P(B) - P(T \cap B) = 0'5 + 0'2 - 0'1 = 0'6$ **0´75 puntos**.

(b) **1 punto**: *¿Cal é a probabilidade de que soamente unha das dúas non obteña os beneficios anuais esperados?*

– Formulación da probabilidade pedida: $P\left((T \cap \overline{B}) \cup (\overline{T} \cap B)\right)$ **0´50 puntos**.

– Expresión e cálculos na probabilidade anterior, tendo en conta que $T \cap \overline{B}$ e $\overline{T} \cap B$ son sucesos incompatibles e que T e B son sucesos independentes, polo tanto tamén son independentes os contrarios T e $\overline{B}$, $\overline{T}$ e B

$P\left((T \cap \overline{B}) \cup (\overline{T} \cap B)\right) = P(T \cap \overline{B}) + P(\overline{T} \cap B) = P(T)P(\overline{B}) + P(\overline{T})P(B) = 0´5 \cdot 0´8 + 0´5 \cdot 0´2 = 0´5$ **0´50 puntos**.

Tamén podemos facer o exercicio construíndo unha táboa de continxencia, avaliándose con 1 punto. Os apartados (a) e (b) puntúanse agora con **0´50 puntos** cada un deles, repartindo **0´25 puntos** pola formulación do enunciado máis **0´25 puntos** polo resultado final.

	B	$\overline{B}$	
T	10	40	50
$\overline{T}$	10	40	50
	20	80	100

Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

(a) **1 punto**. Sexa *"X = salario anual dun traballador de certa empresa"* $X : N(\mu, \sigma = 1200)$. *Calcula un intervalo do 95% de confianza para o salario medio anual dos traballadores da empresa, se para iso se seleccionan ao chou 64 traballadores e se obtén que o seu salario medio anual é 26000 euros.*

– Expresión do intervalo de confianza $P\left(\overline{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$ **0,50 puntos**.

– Calcular numericamente os extremos do intervalo $\begin{cases} 26000 - 1,96\dfrac{1200}{\sqrt{64}} = 26000 - 294 = 25706 \\ 26000 + 1,96\dfrac{1200}{\sqrt{64}} = 26000 + 294 = 26294 \end{cases}$ **0,50 puntos**.

– "Estímase que o salario medio anual dos traballadores desa empresa está entre 25706 euros e 26294 euros, cun 95% de confianza".

(b) **1 punto**. *¿Qué tamaño de mostra se necesita para garantir, cun 97% de confianza, unha estimación de salario medio anual dos traballadores da empresa, cun erro non superior a 200 euros?*

– Formular a inecuación correspondente ao erro pedido: $z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \le 200$ **0´25 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2} = z_{0´015} = 2´17$ **0´25 puntos**.

– Cálculo de "n" na desigualdade: $2´17 \cdot \dfrac{1200}{\sqrt{n}} \le 200 \Rightarrow n \ge 169´52$ **0´25 puntos**.

– Expresión do valor (e valores) enteiro de n, "*deberiamos seleccionar mostras de 170 traballadores ou máis, para garantir a dita estimación*" **0´25 puntos**.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAAU (LOXSE) XUÑO 2009	Código: 61

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

***O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos*.**

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$

Calcula os valores dos números reais x, y, z, para que se verifique a seguinte igualdade entre matrices

$$x \cdot A^{-1} \cdot B = E + y \cdot C + z \cdot D$$

Exercicio 2. Unha compañía química deseña dous posibles tipos de cámaras de reacción que incluirán nunha planta para producir dous tipos de polímeros P_1 e P_2. A planta debe ter unha capacidade de produción de, polo menos 100 unidades de P_1 e polo menos 420 unidades de P_2 cada día. Cada cámara de tipo *A* custa 600.000 euros e é capaz de producir 10 unidades de P_1 e 20 unidades de P_2 por día; a cámara de tipo *B* é un deseño máis económico, custa 300.000 euros e é capaz de producir 4 unidades de P_1 e 30 unidades de P_2 por día. Debido ao proceso de deseño, é necesario ter polo menos 4 cámaras de cada tipo na planta. ¿Cantas cámaras de cada tipo deben incluírse para minimizar o custo e aínda así satisfacer o programa de produción requerido? Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Para un programa de axuda estímase que o número de beneficiarios *n* (en miles) durante os próximos *t* anos, axustarase á función $n(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 18t, \quad 0 \le t \le 9$.

(*a*) Representa a gráfica da función, estudando intervalos de crecemento e de decrecemento, máximos e mínimos (absolutos e relativos) e punto de inflexión. ¿En que ano será máximo o número de beneficiarios?, ¿cal é dito número?
(*b*) Un segundo programa para o mesmo tipo de axuda, estima que para os próximos *t* anos, o número de beneficiarios (en miles) será $m(t) = \frac{9}{2}t, \quad 0 \le t \le 9$. ¿Nalgún ano o número de beneficiarios será o mesmo con ámbolos programas? ¿En que intervalo de tempo o primeiro programa beneficiará a máis persoas que o segundo?

Exercicio 2. Un modelo para os custos de almacenamento e envío de materiais para un proceso de manufactura, ven dado pola función $C(x) = 100\left(100 + 9x + \frac{144}{x}\right)$, $1 \le x \le 100$, sendo $C(x)$ o custo total (en euros) de almacenamento e transporte e *x* a carga (en toneladas) de material.

(*a*) Calcula o custo total para unha carga dunha tonelada e para unha carga de 100 toneladas de material. (*b*) ¿Qué cantidade *x* de toneladas de material producen un custo total mínimo? Xustifica a resposta e calcula dito custo mínimo. (*c*) Se deciden non admitir custos de almacenamento e envío superiores ou iguales a 75000 euros, ¿ata que carga de material poderían mover?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A táboa seguinte mostra o número de defuncións por grupo de idade e sexo nunha mostra de 500 falecementos de certa rexión

	GRUPO DE IDADE (anos)			
	0 – 10 (*D*)	11 – 30 (*T*)	30 – 50 (*C*)	*Maior de* 50 (*V*)
Homes (*H*)	200	20	25	60
Mulleres (*M*)	120	15	20	40

(*a*) Describe cada un dos seguintes sucesos e calcula as súas probabilidades: *i*) $H \cup T$, *ii*) $M \cap (T \cup V)$, *iii*) $\overline{T} \cap \overline{H}$

(*b*) Calcula a porcentaxe de falecementos con respecto ao sexo. (*c*) No rango de idade de máis de 50 anos, ¿cal é a porcentaxe de homes falecidos?, ¿é maior ou menor que a de mulleres nese mesmo rango de idade?

Exercicio 2. (*a*) A renda anual por familia para os residentes dun gran barrio, segue unha distribución $N(\mu, \sigma)$, sendo a renda media anual por familia, μ, 20000 euros. Coñecemos que, de 100 familias seleccionadas ao chou dese barrio, 67 teñen renda anual inferior a 20660 euros. ¿Cal é entón o valor da desviación típica σ?

(*b*) Se a renda anual por familia segue unha distribución $N(20000, 1500)$, calcula a porcentaxe de mostras de 36 familias cuxa renda media anual supere os 19500 euros.

(*c*) ¿Que número de familias teríamos que seleccionar, como mínimo, para garantir, có 99% de confianza, unha estimación da renda media anual por familia para todo o barrio, cun erro non superior a 300 euros?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Considera as matrices A, B, C e D seguintes:

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} -2x \\ 4 \\ y \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$$

(a) Calcula a inversa da matriz A. (b) Calcula a matriz $C \cdot D - B$. ¿Cal é a súa orde?

(c) Determina os valores de x, y, z que satisfan a identidade $A^{-1} \cdot B = C \cdot D - B$

Exercicio 2. Un oleiro elabora dous tipos de pezas: porróns e olas, en cantidades reducidas. Sabe que non pode producir máis de 8 pezas diarias nin tampouco máis de 4 olas diarias. Tamén, por motivos de produción, desexa que o número de porróns non supere ao número de olas en máis de dúas pezas. Se obtén un beneficio de 6 euros por cada porrón e de 4 euros por cada ola, ¿cantas pezas de cada tipo deberá elaborar cada día para obter un beneficio máximo?, ¿cal será este beneficio? Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Un individuo investiu en accións de certa compañía durante os últimos 12 meses. O valor V do seu investimento, en euros, no transcurso de t meses estímase pola función $V(t) = -2t^3 + 9t^2 + 240t + 1200$, sendo $0 \leq t \leq 12$.

(a) ¿Canto investiu inicialmente? (b) ¿Entre que meses o valor do seu investimento creceu? ¿e entre cales decreceu?

(c) O individuo vende as súas accións transcorridos os 12 meses, ¿cal tería sido realmente o mellor momento para facelo? ¿Canto perde por non telas vendido no momento óptimo? (d) Utilizando os resultados dos apartados anteriores representa graficamente a función, calculando ademais o punto de inflexión.

Exercicio 2. Unha organización humanitaria planea unha campaña para recadar fondos nunha cidade. Sábese, por experiencias anteriores, que a porcentaxe P de habitantes da cidade que fará un donativo é unha función do número de días t que dure a campaña, estimada por $P(t) = 40\left(1 - e^{-0{,}05t}\right)$, $t \geq 0$.

(a) ¿Que porcentaxe de habitantes da cidade fará un donativo despois de 10 días de iniciada a campaña? ¿E despois de 20 días? (b) Calcula o ritmo de cambio, $P'(t)$, da porcentaxe de doantes con respecto aos días de campaña transcorridos. ¿É a función $P(t)$ crecente ou decrecente? (c) Calcula o $\lim_{t\to+\infty} P(t)$. ¿Supérase nalgún día o 40% de doantes?

(d) Se a cidade ten 100000 habitantes e se cada doante contribúe con 2 euros, calcula o total que se terá recadado ao cabo de 20 días.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Unha empresa quere comercializar unha ferramenta eléctrica para a construción e polo tanto é probada por 3 de cada 5 traballadores do sector. Dos que a probaron, o 70% dá unha opinión favorable, o 5% dá unha opinión desfavorable e o resto opina que lle é indiferente. Dos que non probaron a ferramenta, o 60% dá unha opinión favorable, o 30% opina que lle é indiferente e o resto dá unha opinión desfavorable.
Sábese que a empresa comercializará a ferramenta se ao menos o 65% dos traballadores do sector dá unha opinión favorable.
(a) Se un traballador elexido ao chou dá unha opinión desfavorable, ¿cal é a probabilidade de que probara a ferramenta? (b) ¿Que porcentaxe de traballadores dá unha opinión favorable? ¿Comercializará a empresa a ferramenta? Razoa a resposta. (c) Calcula a porcentaxe de traballadores que proba a ferramenta e opina que lle é indiferente.

Exercicio 2. Un deseñador industrial desexa estimar o tempo medio que tarda un adulto en ensamblar un certo tipo de xoguete. Por experiencias previas coñece que a variable tempo de ensamblaxe segue unha distribución normal, con media μ e desviación típica $\sigma = 5$ minutos.

(a) Seleccionada ao chou unha mostra de 64 adultos a súa media resultou ser de 20 minutos. ¿Entre que valores se atopa o tempo medio real de ensamblaxe, cunha confianza do 95%? (b) Supoñamos que $\mu = 20$ minutos. Por razóns comerciais decide que cambiará o modelo de xoguete se o tempo medio de ensamblaxe, en mostras de 64 adultos, é superior a 21 minutos, ¿con que probabilidade tomará esa decisión? (c) Calcula cantos adultos deberá seleccionar, como mínimo, para garantir, cun 95% de confianza, unha estimación de dito tempo medio cun error máximo non superior a un minuto.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumnado debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

– *Calcular a inversa da matriz A*, $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **1,25 puntos**. – *Calcular* $A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ **0,25 puntos**.

– *Formulación do sistema de ecuacións* $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2x-y-z=7 \\ x+2y+5z=4 \end{cases}$ **0,75 puntos** (**0,25 puntos** por cada unha das ecuacións ben formulada).– *Resolución do sistema,* obtendo a solución $x = 3$, $y = -2$, $z = 1$ **0,75 puntos** (**0,25 puntos** por cada incógnita).

Exercicio 2.

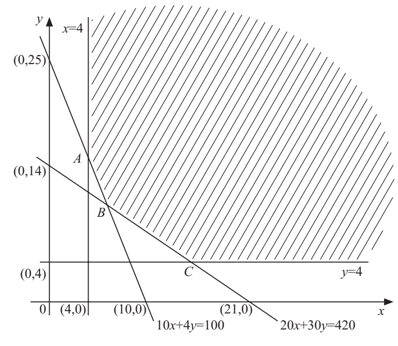
Sexan "x" e "y" o número de cámaras de tipo A e de tipo B, respectivamente.

– *Formular o sistema de inecuacións:* $10x + 4y \geq 100$; $20x + 30y \geq 420$; $x \geq 4$; $y \geq 4$ **1 punto** (**0,25 puntos** por cada unha delas).

– *Función obxectivo* $f(x, y) = 600000x + 300000y$ **0,25 puntos**

– *Vértices da rexión factible* **0,75 puntos**, obter os tres vértices: A (4, 15); B (6, 10); C (15, 4) (**0,25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible* **0,75 puntos**:



– *Optimización*: a función obxectivo minimízase no vértice B (6, 10), entón deberían incluírse seis cámaras do tipo A e dez cámaras do tipo B para minimizar o custo **0,25 puntos**

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos).

Exercicio 1.

Sexa $n(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 18t, \quad 0 \leq t \leq 9$, o número de beneficiarios (en miles) durante os próximos t anos.

(a) **2,50 puntos:** *Intervalos de crecemento e de decrecemento*: **0,75 puntos**, detallados en:

– Calcular a derivada primeira da función $n'(t) = t^2 - 9t + 18$ **0,25 puntos**.

– Calculamos os puntos críticos $t^2 - 9t + 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 6 \end{cases}$, e determinamos o signo da derivada primeira en cada un dos tres intervalos de proba

	(0, 3)	(3, 6)	(6, 9)
valor t	$t = 1$	$t = 4$	$t = 8$
signo $n'(t)$	$n'(1) > 0$	$n'(4) < 0$	$n'(8) > 0$

deducindo que nos intervalos (0, 3) e (6, 9) $n(t)$ é crecente **0,25 puntos**, e no intervalo (3, 6) $n(t)$ é decrecente **0,25 puntos**.

– *Máximos e mínimos* (absolutos e relativos): máximo relativo (3, 22,5) e máximo absoluto (9, 40,5) **0,25 puntos**. Mínimo relativo (6, 18) e mínimo absoluto (0, 0) **0,25 puntos**.

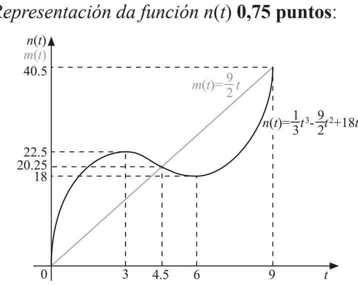
– *Punto de inflexión*: $n''(t) = 2t - 9$; $n''(t) = 0 \Rightarrow t = 9/2$

	(0, 9/2)	(9/2, 9)
valor t	$t = 1$	$t = 4$
signo $n''(t)$	$n''(1) < 0$	$n''(5) > 0$

No intervalo (0, 9/2) é cóncava para abaixo e no (9/2, 9) cóncava para arriba. Punto de inflexión (4,5, 20,25) **0,25 puntos**.

– *Número de beneficiarios máximo* = 40500 **0,25 puntos**.

– *Representación da función* $n(t)$ **0,75 puntos**:



(b) **1 punto**: Un segundo programa para o mesmo tipo de axuda vén dado por $m(t) = \frac{9}{2}t$, $0 \leq t \leq 9$, para saber se *nalgún ano o número de beneficiarios será o mesmo con ambos os programas* buscamos os valores de t para os que $n(t) = m(t)$, é dicir,

$$\frac{1}{3}t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 18t = \frac{9}{2}t \Rightarrow t(2t^2 - 27t + 81) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4{,}5 \\ t = 9 \end{cases}.$$

Polo tanto, o número de beneficiarios coincide con ambos os programas, no instante inicial $t = 0$ **0,25**

puntos, no punto de inflexión $t = 4{,}5$ **0,25 puntos** e ao finalizar os programas $t = 9$ **0,25 puntos**.

– *O intervalo de tempo no que o primeiro programa beneficiará a máis persoas que o segundo*, é dicir $n(t) > m(t)$, será segundo a representación gráfica das dúas funcións o intervalo (0, 4.5), ou sexa, dende o instante inicial ata os catro anos e medio **0,25 puntos**.

Exercicio 2.

A función $C(x) = 100\left(100 + 9x + \frac{144}{x}\right)$, $1 \leq x \leq 100$, expresa o custo total (en euros) de almacenamento e transporte e x a carga (en toneladas) de material.

(a) **0,50 puntos**: – Polo *custo total para unha carga dunha tonelada* $C(1) = 25300$ euros **0,25 puntos**. – Polo *custo total para unha carga de 100 toneladas* $C(100) = 100144$ euros **0,25 puntos**.

(b) **1,75 puntos**: Determinar a *derivada da función custo total* $C'(x) = 100\left(9 - \frac{144}{x^2}\right)$ **0,75 puntos**.

– Calcular os puntos críticos $C'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{144}{x^2} = 9 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ (solución válida) **0,25 puntos**.

– *Xustificar* que en $t = 4$ hai un mínimo absoluto, calculando $C''(x) = \frac{28800}{x^3}$, $C''(4) > 0$ e tendo en conta os resultados de $C(1)$ e $C(100)$ obtidos no apartado primeiro, resultando que *para 4 toneladas de material o custo total é mínimo* **0,50 puntos**.

– *Calcular o custo mínimo* $C_{min} = C(4) = 17200$ euros **0,25 puntos**.

(c) **1,25 puntos**: Se deciden non admitir custos de almacenamento e envío superiores ou iguais a 75000 euros, ¿ata que carga de material poderían mover?, é dicir, para que valores de x é $C(x) < 75000$

– *Formular a inecuación* $100\left(100 + 9x + \frac{144}{x}\right) < 75000$ **0,25 puntos**. *Resolvemos* a correspondente ecuación de maneira que operando e simplificando resulta $9x^2 - 650x + 144 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2/9 \\ x = 72 \end{cases}$.

A solución $x = 2/9$ non é válida porque $x \geq 1$. Logo a solución é $x = 72$ **0,75 puntos**. "Poderían mover menos de 72 toneladas de material para que o custo non supere os 75000 euros". Solución: $1 \leq x < 72$ **0,25 puntos**.

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos).

Exercicio 1. Completamos os totais por filas e columnas na táboa dada para unha mostra de 500 falecementos, por grupo de idade e sexo

	GRUPO DE IDADE (anos)				
	0 – 10 (D)	11 – 30 (T)	31 – 50 (C)	*Maior de* 50 (V)	
Homes (H)	200	20	25	60	305
Mulleres (M)	120	15	20	40	195
	320	35	45	100	500

(a) **1,50 puntos**: Describimos os sucesos pedidos e calculamos as súas probabilidades,

i) $H \cup T$: son *os homes falecidos ou ben os falecementos no grupo de idade de 11 a 30 anos.* **0,25 puntos**.

$-P(H \cup T) = P(H) + P(T) - P(H \cap T) = \frac{305}{500} + \frac{35}{500} - \frac{20}{500} = 0{,}64$

0,25 puntos.

ii) $M \cap (T \cup V)$: *mulleres falecidas e ou ben son do grupo de idade de 11-30 anos ou ben son maiores de 50 anos*. **0,25 puntos**.

$- P(M \cap (T \cup V)) = \frac{15+40}{500} = 0{,}11$ **0,25 puntos**.

iii) $\overline{T} \cap \overline{H}$: *mulleres falecidas e que non están no grupo de idade de 11 a 30 anos.* **0,25 puntos**.

$- P(\overline{T} \cap \overline{H}) = \frac{120+20+40}{500} = 0{,}36$ **0,25 puntos**.

(b) **1 punto**: Pide a *porcentaxe de falecementos con respecto ao sexo*, calculamos ou ben $P(H) = \frac{305}{500} = 0{,}61$ ou ben $P(M) = \frac{195}{500} = 0{,}39$ **0,75 puntos**.

O 61% dos falecidos (nesa mostra) son homes e o 39% son mulleres **0,25 puntos**.

(c) **1 punto**: No rango de idade de máis de 50 anos, ¿cal é a porcentaxe de homes falecidos?

Formulación $P(H/V)$ **0,25 puntos**. *Calculamos cos valores da táboa* $P(H/V) = \frac{60}{100} = 0{,}60$ **0,25 puntos**.

"No rango de idade de máis de 50 anos falece o 60% de homes" (polo tanto o 40% de mulleres) **0,25 puntos**.

¿É maior ou menor que a de mulleres nese mesmo rango de idade? De acordo cos resultados anteriores, concluímos que "no rango de maiores de 50 anos é maior a porcentaxe de homes falecidos" **0,25 puntos**.

Exercicio 2.

(a) **1 punto**: Sexa *"X* = renda anual (en euros) para unha familia do barrio ". $X : N(\mu = 20000, \sigma)$

Coñecemos que, de 100 familias seleccionadas ao chou dese barrio, 67 teñen renda anual inferior a 20660 euros e pregunta cal é o valor da desviación típica σ. Para iso *formulamos a condición dada no enunciado* mediante a correspondente probabilidade:

$- P(X < 20660) = 0{,}67$ **0,25 puntos**. – *Tipificación* $P\left(Z < \frac{20660-20000}{\sigma}\right) = 0{,}67$ **0,25 puntos**.

– *Uso das táboas* $\frac{660}{\sigma} = 0{,}44$ **0,25 puntos**.– *Cálculo de* $\sigma = 1500$ euros **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos**: Se $X : N(20000,1500)$ pregunta a porcentaxe de mostras de 36 familias cuxa renda media anual supere os 19500 euros. Entón faremos o seguinte:

–*Determinar a distribución* de $\overline{X}$, $\overline{X}: N\left(\mu = 20000, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 250\right)$ **0,25 puntos**.– *Formular a probabilidade* pedida:

$P(\bar{X} > 19500)$ **0,25 puntos**. – *Tipificación*: $P(\bar{X} > 19500) = P\left(Z > \frac{19500-20000}{250}\right) = P(Z > -2)$ **0,25 puntos**.
– *Cálculo da probabilidade*: $P(Z > -2) = P(Z < 2) = 0{,}9772$ **0,25 puntos**.

– *Porcentaxe pedida*: "O 97,72% das mostras de 36 familias teñen renda media anual superior aos 19500 euros" **0,25 puntos**.

(*c*) **1,25 puntos**: Pregunta o número de familias que teriamos que seleccionar, como mínimo, para garantir, co 99% de confianza, unha estimación da renda media anual por familia cun erro non superior a 300 euros, entón

– *Obter* $z_{\alpha/2} = z_{0{,}005} = 2{,}575$ **0,25 puntos**.– *Formulación:* $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq E \Rightarrow 2{,}575 \cdot \frac{1500}{\sqrt{n}} \leq 300$ **0,50 puntos**.

– *Cálculo de n*, $n \geq 165{,}76$ **0,25 puntos**.– *Expresión do valor (e valores) enteiro de n*: "Teriamos que seleccionar mostras de 166 familias ou máis" **0,25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumnado debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

(*a*) *Calcular a inversa da matriz A*, $A^{-1} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

(*b*) **0,75 puntos**: Calculamos $C \cdot D = \begin{pmatrix} y+z \\ 3y \\ y+2z \end{pmatrix}$ **0,25 puntos**.

– *Obtemos* $C \cdot D - B = \begin{pmatrix} y+z+2x \\ 3y-4 \\ 2z \end{pmatrix}$ **0,25 puntos**. – Por último, a *orde da matriz* $C \cdot D - B$ é 3×1 **0,25 puntos**.

(*c*) **1,25 puntos**: Determinamos os valores de x, y, z que satisfán a identidade $A^{-1} \cdot B = C \cdot D - B$, primeiro calculamos $A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 4 \\ -y \\ -2x+2y \end{pmatrix}$ **0,25 puntos**.

– Igualdade de matrices $\begin{pmatrix} 4 \\ -y \\ -2x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y+z+2x \\ 3y-4 \\ 2z \end{pmatrix} \Leftrightarrow$

$y + z + 2x = 4$
$3y - 4 = -y$ **0,25 puntos**.– *Resolución do sistema*,
$2z = -2x + 2y$
obtendo a solución $x = 2$, $y = 1$, $z = -1$ **0,75 puntos** (**0,25 puntos** por cada incógnita).

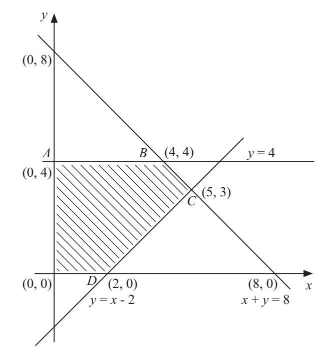
Exercicio 2.

Sexan "x" o número de porróns e "y" o número de olas que un oleiro elabora diariamente.

– *Formular o sistema de inecuacións:* $x + y \leq 8$; $y \leq 4$; $x \leq y + 2$; $x \geq 0$ *e* $y \geq 0$ **1 punto** (**0,25 puntos** por cada unha das tres primeiras desigualdades + **0,25 puntos** polas dúas últimas).

– *Vértices da rexión factible* **1 punto**, obter os cinco vértices: *O* (0, 0); *A* (0, 4); *B* (4, 4); *C* (5, 3); *D* (2, 0) (**0,50 puntos** polos tres puntos de corte cos eixes *O*, *A* e *D* + **0,25 puntos** polo vértice *B* + **0,25 puntos** polo *C*).

– *Representación gráfica da rexión factible* **0,50 puntos**:



– *Optimización*: A función obxectivo $f(x,y) = 6x + 4y$ maximízase no vértice *C* (5, 3), entón "*deberá elaborar cada día 5 porróns e 3 olas para obter un beneficio máximo*" **0,25 puntos**, *sendo este beneficio de 42 euros* **0,25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos).

Exercicio 1.

Estímase que a función $V(t) = -2t^3 + 9t^2 + 240t + 1200$, $0 \leq t \leq 12$, representa o valor (en euros) do investimento que fai un individuo, en accións de certa compañía, no transcurso de *t* meses.

(*a*) *Investimento inicial*: $V(0) = 1200$ euros **0,25 puntos**.

(*b*) **1,50 puntos**. *¿Entre que meses o valor do seu investimento creceu? ¿e entre cales decreceu?*

– Calcular a derivada primeira da función $V'(t) = -6t^2 + 18t + 240$ **0,25 puntos**.– Calculamos os

puntos críticos $V'(t) = 0 \Rightarrow t^2 - 3t - 40 = 0 \Rightarrow$
$\begin{cases} t = -5 \text{ (}\textit{solución non válida}\text{)} \\ t = 8 \text{ (}\textit{punto crítico}\text{)} \end{cases}$

0,25 puntos, e determinamos os intervalos de crecemento e de decrecemento por medio do signo da derivada primeira en cada un dos intervalos de proba

	(0, 8)	(8, 12)
valor t	$t = 1$	$t = 10$
signo $V'(t)$	$V'(1) > 0$	$V'(10) < 0$

deducindo que no intervalo (0, 8) $V(t)$ é crecente **0,25 puntos**, e no (8, 12) $V(t)$ é decrecente **0,25 puntos**.

Concluímos respondendo á pregunta do exercicio: "*Dende o momento inicial ao oitavo mes o valor do seu investimento creceu*" **0,25 puntos**. "*Dende o oitavo ao duodécimo mes decreceu o seu investimento*" **0,25 puntos**.

(c) **0,75 puntos**.

– Vende as súas accións transcorridos os 12 meses, logo o valor do seu investimento aos doce meses é: $V(12) = 1920$ euros **0,25 puntos**.

– O momento óptimo para vender, xa que en $t = 8$ hai un máximo absoluto, é o valor máximo da función, valor do seu investimento no 8º mes : $V(8) = 2672$ euros **0,25 puntos**.– Perde por non telas vendido no momento óptimo 2672 – 1920 = 752 euros **0,25 puntos**.

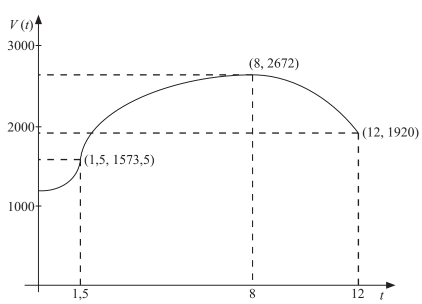
(d) **1 punto** – *Punto de inflexión e representación gráfica*

– Calcular a derivada segunda $V''(t) = -12t + 18$; $V''(t) = 0 \Rightarrow t = 3/2$ **0,25 puntos**.

	(0, 3/2)	(3/2, 12)
valor t	$t = 1$	$t = 2$
signo $V''(t)$	$V''(1) > 0$	$V''(2) < 0$

No intervalo (0, 3/2) é cóncava para arriba e no (3/2, 12) cóncava para abaixo. Punto de inflexión (1,5, 1573,5) **0,25 puntos**.

– *Representación da función* $V(t)$ **0,50 puntos**:



Exercicio 2.

A función $P(t) = 40\left(1 - e^{-0,05t}\right)$, $t \geq 0$, expresa a porcentaxe de habitantes da cidade que fará un donativo en función do tempo t que é o número de días que dura a campaña para recadar fondos.

(a) **0,50 puntos**: – Porcentaxe de habitantes da cidade que fará un donativo despois de 10 días de iniciada a campaña: $P(10) = 40\left(1 - e^{-0,05\cdot 10}\right) \cong 15,74$ "*Despois de 10 días de iniciada a campaña, estímase que fará un donativo aproximadamente o 15,74% dos habitantes desa cidade*" **0,25 puntos**.

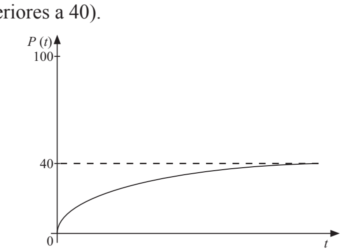
– Despois de 20 días: $P(20) = 40\left(1 - e^{-0,05\cdot 20}\right) \cong 25,28$ "*Despois de 20 días estímase que fará un donativo aproximadamente o 25,28% dos habitantes desa cidade*" **0,25 puntos**.

(b) **1,25 puntos**: Determinar a *derivada da función* $P(t)$: $P'(t) = 2e^{-0,05t}$(%/día) é a razón de cambio da porcentaxe de doadores con respecto aos días de campaña transcorridos **0,75 puntos**.

– A función $P(t)$ é unha función crecente no $(0, +\infty)$, xa que por ser a función exponencial sempre positiva temos que $P'(t) > 0$, para todo $t \in (0, +\infty)$ **0,50 puntos**.

(c) **1,25 puntos**: Calcular: $\lim_{t\to+\infty} P(t) = \lim_{t\to+\infty} 40\left(1 - e^{-0,05t}\right) = 40$ **1 punto**.

– Xustificar se se supera nalgún día o 40% de doadores: "*Non se supera o 40% de doadores*", e podemos xustificalo de diversas formas: co esbozo da gráfica da función, ou ben dicindo que $P(t) = 40$ é unha asíntota horizontal e $P(t)$ é crecente no $(0, +\infty)$, ou tamén que para $t \to +\infty$, $P(t) \to 40^-$ (con valores inferiores a 40).



(d) **0,50 puntos**: Se a cidade ten 100000 habitantes e se cada doador contribúe con 2 euros, calcula o total que se terá recadado ao cabo de 20 días.– Determinar o número de doadores aos 20 días: 25,28% (100000) = 25280 doadores **0,25 puntos**.– Cálculo do total recadado: $25280 \times 2 = 50560$ euros **0,25 puntos**.

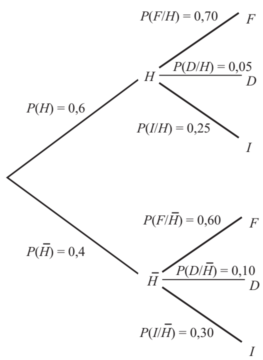
ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos).

Exercicio 1.

(a) **1.50 puntos**: Denominamos os sucesos:

H: *un traballador proba a ferramenta*, $\overline{H}$: *un traballador non proba a ferramenta*, *F*: *un traballador dá unha opinión favorable*, *D*: *dá unha opinión desfavorable*, *I*: *opina que lle é indiferente*.

Os datos que recollemos do enunciado son:



$$\left\{\begin{array}{ll} P(H)=0,60 & P(\bar{H})=0,40 \\ P(F/H)=0,70 & P(F/\bar{H})=0,60 \\ P(D/H)=0,05 & P(D/\bar{H})=0,10 \\ P(I/H)=0,25 & P(I/\bar{H})=0,30 \end{array}\right. \quad (*)$$

– *Se un traballador dá unha opinión desfavorable, ¿cal é a probabilidade de que probara a ferramenta?*

– Formulación do enunciado $P(H/D)$ **0,25 puntos**.– Expresión da probabilidade condicionada $\dfrac{P(H \cap D)}{P(D)}$ **0,25 puntos**.– Formulación do cociente anterior $\dfrac{P(H \cap D)}{P(D)} = \dfrac{P(H) \cdot P(D/H)}{P(H) \cdot P(D/H) + P(\bar{H}) \cdot P(D/\bar{H})}$ **0,50 puntos**.

– Identificar cada unha das probabilidades da fórmula anterior e chegar ao resultado final: $P(H/D) = \dfrac{0,6 \cdot 0,05}{0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,10} = \dfrac{3}{7}$ **0,50 puntos**.

(*b*) **1,25 puntos**: *¿Que porcentaxe de traballadores dá unha opinión favorable? ¿Comercializará a empresa a ferramenta? Razoa a resposta.*

– Formular a probabilidade $P(F)$ **0,25 puntos**.– Expresión de $P(F) = P(H) \cdot P(F/H) + P(\bar{H}) \cdot P(F/\bar{H})$ **0,25 puntos**.– Identificar as probabilidades anteriores e operar $P(F) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,66$ **0,25 puntos**.– Responder á pregunta: "*O 66% dos traballadores dá unha opinión favorable*" **0,25 puntos**.

O exercicio dinos que a empresa comercializará a ferramenta se polo menos o 65% dos traballadores do sector dá unha opinión favorable, polo tanto "*a empresa comercializará a ferramenta*" xa que $P(F) = 0,66 > 0,65$ **0,25 puntos**.

(*c*) **0,75 puntos**: *Calcula a porcentaxe de traballadores que proba a ferramenta e opina que lle é indiferente.*

– Formulación da probabilidade $P(H \cap I)$ **0,25 puntos**.– Expresión e cálculos na probabilidade anterior $P(H \cap I) = P(H) \cdot P(I/H) = 0,6 \cdot 0,25 = 0,15$ **0,25 puntos**.– O 15% dos traballadores proba a ferramenta e opina que lle é indiferente **0,25 puntos**.

Podemos facer unha táboa de continxencia,

	F	D	I	
H	42	3	15	60
$\bar{H}$	24	4	12	40
	66	7	27	100

pola táboa ben feita serían **2 puntos**, ou un diagrama de árbore, ou especificar as probabilidades do enunciado do exercicio (*) (**0,75 puntos** por calquera das dúas opcións). Os puntos que restan ata chegar aos 3,5 totais repártense en cada apartado entre formulación da pregunta, cálculos necesarios para chegar ao resultado e contestar á pregunta específica do apartado.

Exercicio 2.

Sexa *"X = tempo, en minutos, que tarda un adulto en ensamblar un xoguete"* $X : N(\mu, \sigma = 5)$.

(*a*) **1,25 puntos**. *Seleccionada ao chou unha mostra de n = 64 adultos a súa media resultou ser de 20 minutos. ¿Entre que valores se atopa o tempo medio real de ensamblaxe, cunha confianza do 95%?*

– Expresión do intervalo de confianza, $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$ **0,50 puntos**.

– Calcular numericamente os extremos do intervalo

$$\left\{\begin{array}{l} 20 - 1,96\dfrac{5}{\sqrt{64}} = 20 - 1,225 = 18,775 \\ 20 + 1,96\dfrac{5}{\sqrt{64}} = 20 + 1,225 = 21,225 \end{array}\right.$$ **0,50 puntos**.

– Especificar entre que valores se atopa o tempo medio real de ensamblaxe: "*Estímase que o tempo medio real de ensamblaxe estará entre 18,775 e 21,225 minutos, cun 95% de confianza*". **0,25 puntos**.

(*b*) **1,50 puntos**. *Supoñamos que* $\mu = 20$ *minutos. Por razóns comerciais decide cambiar o modelo si o tempo medio de ensamblaxe, en mostras de 64 adultos, é superior a 21 minutos, ¿con que probabilidade tomará esa decisión?*

– Determinar a distribución de $\bar{X}$, $\bar{X} : N\left(\mu = 20, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{5}{8} = 0,625\right)$ **0,50 puntos**.– Formular a probabilidade pedida: $P(\bar{X} > 21)$ **0.25 puntos**.– Tipificación: $P(\bar{X} > 21) = P\left(Z > \dfrac{21-20}{0,625}\right) = P(Z > 1,6)$ **0.25 puntos**.

– Paso a táboas $P(Z > 1,6) = 1 - P(Z \leq 1,6)$ **0.25 puntos**.– Resultado $P(\bar{X} > 21) = 1 - 0,9452 = 0,0548$ **0.25 puntos**.

(*c*) **0,75 puntos**. *Calcula cantos adultos deberá seleccionar, como mínimo, para garantir cun 95% de confianza unha estimación do devandito tempo medio cun erro máximo non superior a un minuto.*

– Formular a inecuación correspondente ao error pedido: $z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 1$ **0.25 puntos**.

– Cálculo de "n" na desigualdade: $1{,}96 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \leq 1$, obtendo $n \geq 96{,}04$ **0.25 puntos**.

– Expresión do valor (e valores) enteiros de n, "*deberá seleccionar mostras de 97 adultos ou máis, para garantir unha estimación do tempo medio de ensamblaxe cun erro máximo non superior a un minuto*" **0.25 puntos**.

CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAAU (LOXSE)	Código: 61
	XUÑO 2008	

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Un autobús transporta en certa viaxe 60 viaxeiros de tres tipos: viaxeiros que pagan o billete enteiro que custa 1 €; estudantes que teñen un 25% de desconto e xubilados cun desconto do 50% do prezo do billete. A recadación do autobús nesta viaxe foi de 48 euros. Calcular o número de viaxeiros de cada clase sabendo que o número de estudantes era o dobre que o número do resto de viaxeiros.

Exercicio 2. Un proxecto de xardinaría pode levarse a cabo por dous grupos diferentes dunha mesma empresa: G_1 e G_2. Trátase de axardinar tres zonas: A, B e C. Na seguinte táboa recóllese o número de unidades que pode axardinar cada grupo en cada zona durante unha semana:

	Zona A	*Zona B*	*Zona C*
Grupo G_1	4	10	7
Grupo G_2	10	5	7

Necesítase axardinar un mínimo de 40 unidades na zona A, 50 unidades na zona B e 49 unidades na zona C, estimándose o custo semanal en 3300 euros para o grupo G_1 e en 4000 euros para o grupo G_2.
¿Cantas semanas deberá traballar cada grupo para finalizar o proxecto co mínimo custo? Expresar a función obxectivo e as restricións do problema. Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Supoñamos que o valor V, en euros, dun produto diminúe ou se deprecia co tempo t, en meses, onde

$$V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2}, \quad t \geq 0$$

(*a*) Calcular o valor inicial do produto, $V(0)$. ¿A partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros?

(*b*) Determinar a velocidade de depreciación do produto, é dicir, $V'(t)$.

(*c*) Achar o $\lim_{t\to+\infty} V(t)$. ¿Hai algún valor por debaixo do cal nunca caerá V? Xustificar a resposta.

Exercicio 2. O número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día, vén expresado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 1680 + 20t & \text{se } 0 \leq t < 8 \\ -10t^2 + 260t + 400 & \text{se } 8 \leq t < 16 \\ -10t^2 + 360t - 1200 & \text{se } 16 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

(*a*) ¿A que hora do día presenta o aparcamento unha ocupación máxima?, ¿cantos coches hai a esa hora?

(*b*) ¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nun mercado de valores cotizan un total de 60 empresas, das que 15 son do sector bancario, 35 son industriais e 10 son do sector tecnolóxico. A probabilidade de que un banco dos que cotizan no mercado se declare en creba é 0,01, a probabilidade de que se declare en creba unha empresa industrial é 0,02 e de que o faga unha empresa tecnolóxica é 0,1.

(*a*) ¿Cal é a probabilidade de que se produza unha creba nunha empresa do citado mercado de valores?

(*b*) Téndose producido unha creba, ¿cal é a probabilidade de que se trate dunha empresa tecnolóxica?

Exercicio 2. Nunha determinada poboación sábese que o valor da taxa diaria de consumo de calorías segue unha distribución normal con desviación típica σ =400 calorías.

(*a*) Se a media poboacional é μ =1600 calorías e se elixe ao chou unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, determinar a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías.

(*b*) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que "o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías", ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAAU (LOXSE) SETEMBRO 2008	Código: 61

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Considerar a ecuación matricial $X + X \cdot A + B^t = 2C$, onde as matrices A, B e C veñen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

e onde B^t denota a matriz trasposta de B.

(*a*) Despexar a matriz X na ecuación matricial, ¿que orde ten?

(*b*) Calcular a matriz $2C - B^t$ e a inversa da matriz $I + A$, sendo I a matriz identidade de orde 3.

(*c*) Resolver a ecuación matricial obtendo o valor da matriz X.

Exercicio 2. Un fabricante produce dous modelos diferentes M_1 e M_2 dun mesmo artigo e sabe que pode vender tantos como produza. O modelo M_1 require diariamente 25 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 68 minutos de rematado, xerando un beneficio de 30 euros por modelo. O modelo M_2 precisa diariamente 75 minutos de corte, 60 minutos de ensamblaxe e 34 minutos de rematado, xerando un beneficio de 40 euros por modelo. Cada día disponse dun máximo de 450 minutos de corte, 480 minutos de ensamblaxe e 476 minutos de rematado.

(*a*) Formular o sistema de inecuacións asociado ao enunciado. (b) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices. (c) ¿Cantos artigos de cada modelo debe fabricar diariamente para maximizar o beneficio? ¿a canto ascende o devandito beneficio?

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a faenar durante un período de 10 días e o seu porto base vén dada pola función:

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \le t \le 5 \\ 4\,(10 - t), & 5 < t \le 10 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

(a) ¿Despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto base?, ¿a cantas millas se atopaba?

(*b*) ¿Durante que períodos aumentaba a distancia ao seu porto base? ¿en que períodos diminuía?

(*c*) ¿A partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base?

Exercicio 2. Unha institución de beneficencia estatal quere determinar cantos analistas debe contratar para o procesamento de solicitudes da seguridade social. Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por: $C(x) = 0,003x^2 - 0,216 \ln x + 5,$ sendo $x > 0$ (ln = logaritmo neperiano).

(*a*) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude $C(x)$, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

(*b*) ¿Cal é o custo mínimo que se espera para procesar unha solicitude?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha determinada poboación, o 40% dos seus habitantes son inmigrantes dos que o 65% traballa no campo, mentres que só o 20% da poboación non inmigrante traballa no campo.

(*a*) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo?

(*b*) ¿Que porcentaxe dos que non traballan no campo son inmigrantes?

(*c*) ¿Que porcentaxe da poboación traballa no campo ou non é inmigrante?

Exercicio 2. Sábese que o tempo de reacción fronte a certo estímulo dos individuos dun grupo a estudo segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 0'1$ segundos.

(*a*) Para unha mostra de 36 individuos dese grupo obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo.

(*b*) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0´02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos**).**

Exercicio 1.

Sexan x = número de viaxeiros que pagan o billete enteiro, y = número de viaxeiros que son estudantes e z = número de viaxeiros que son xubilados.

– *Formular o sistema pedido* $\begin{cases} x + y + z = 60 \\ x + 0.75y + 0.5z = 48 \\ y = 2(x + z) \end{cases}$

1.5 puntos (**0.5 puntos** por cada unha das ecuacións ben formulada).

– *Resolver o sistema,* por calquera método, obtendo a solución $x = 16$, $y = 40$, $z = 4$, **1.5 puntos** (**0.5 puntos** por cada incógnita). Se algún dos resultados das incógnitas non é coherente (números negativos ou non enteiros) puntúase con **0 puntos** a resolución.

Exercicio 2.

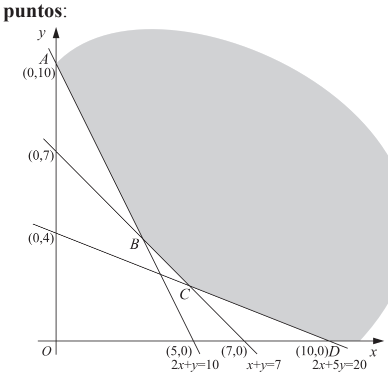
Sexan "x" e "y" o número de semanas que traballan os grupos G_1 e G_2, respectivamente.

– *Formular o sistema de inecuacións:* $4x + 10y \geq 40$; $10x + 5y \geq 50$; $7x + 7y \geq 49$; $x \geq 0$, $y \geq 0$; **0.75 puntos**

– *Función obxectivo* $f(x,y) = 3300x + 4000y$ **0.25 puntos**

– *Vértices da rexión factible* **1 punto**, obter os catro vértices: A (0, 10); B (3, 4); C (5, 2); D (10, 0) (**0.25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible* **0.5 puntos**:



– *Optimización*: a función obxectivo minimízase no vértice C (5, 2) **0.25 puntos**, entón deberían traballar cinco semanas o grupo G_1 e dúas semanas o grupo G_2 para finalizar o proxecto co mínimo custo **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Supoñamos que o valor V dun produto (en euros) depréciase co paso do tempo t (en meses) segundo a función

$$V(t) = 50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2}\,,\ t \geq 0$$

(a) **1 punto**: – Para calcular o valor inicial do produto, substituíndo $t = 0$ na función resulta $V(0) = 50$ euros **0.25 puntos**. – Para sabermos a partir de que mes o valor do produto é inferior a 34 euros formulamos a inecuación:

$$50 - \frac{25\,t^2}{(t+2)^2} < 34 \Rightarrow 9t^2 - 64t - 64 > 0$$

Resolvendo resulta $t > -8/9$ (solución non válida) e $t > 8$ **0.5 puntos**. Responder á pregunta pedida: *"A partir do oitavo mes o valor do produto é inferior a 34 euros"* **0.25 puntos**.

(b) **1.25 puntos**: A velocidade de depreciación do produto é $V'(t) = -\dfrac{50t(t+2)^2 - 25t^2 \cdot 2(t+2)}{(t+2)^4}$ **1 punto**.

Operando e simplificando resulta $V'(t) = -\dfrac{100t}{(t+2)^3}$ €/mes **0.25 puntos**.

(c) **1.25 puntos**: $\lim\limits_{t\to+\infty} V(t) = \lim\limits_{t\to+\infty}\left(50 - \dfrac{25\,t^2}{(t+2)^2}\right) =$

$$\lim_{t\to+\infty} 50 - \lim_{t\to+\infty}\frac{25\,t^2}{(t+2)^2} = 50 - 25 = 25$$ **0.75 puntos**

(**0.25 puntos** por resolver o primeiro límite e **0.5 puntos** polo segundo).

– O produto nunca valerá menos de 25 euros **0.25 puntos**. Xustificación: a función *V(t)* é decrecente para $t \geq 0$ e *V(t)* =25 é unha asíntota horizontal. (Tamén se pode xustificar co esbozo da gráfica da función) **0.25 puntos**

Exercicio 2.

A función *N(t)* expresa o número de prazas ocupadas dun aparcamento ao longo das 24 horas dun día

(a) **2 puntos**: – Determinar a derivada da función:

$$N'(t) = \begin{cases} 20 & se\ \ 0 < t < 8 \\ -20t + 260 & se\ \ 8 < t < 16 \\ -20t + 360 & se\ 16 < t < 24 \end{cases}$$

0.75 puntos (**0.25 puntos** por cada unha das tres derivadas).

– Calcular os puntos críticos, $t=13$ e $t=18$ **0.5 puntos** (**0.25 puntos** por cada un deles)

– Xustificar que en $t=13$ hai un máximo absoluto **0.25 puntos** e que en $t=18$ hai un máximo relativo **0.25 puntos** (esta xustificación pódese facer co estudo do signo da derivada segunda e calculando o valor da función nos puntos extremos dos intervalos e nos puntos 13 e 18, ou ben representando a gráfica da función *"tendo en conta que os dous anacos definidos mediante parábolas non poden ser representadas utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha táboa"*

– O número máximo de coches ás 13 horas é 2090 coches **0.25 puntos**

(*b*) **1.5 puntos**.*¿Entre que horas a ocupación do aparcamento é igual ou superior a 2000 prazas?,* teremos que

– Formular a inecuación $-10t^2+260t+400 \geq 2000 \Rightarrow t^2-26t+160 \leq 0$. Obter $10 \leq t \leq 16$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

– Formular a inecuación $-10t^2+360t-1200 \geq 2000 \Rightarrow t^2-36t+320 \leq 0$. Obter $16 \leq t \leq 20$ **0.75 puntos**.

(**0.5 puntos** no caso de que resolvan ben a ecuación + **0.25 puntos** por especificar o intervalo solución).

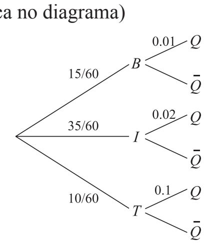
Por tanto, *entre as 10 horas e as 20 horas a ocupación foi igual ou superior a 2000 prazas.*

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"B: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector bancario", "I: unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector industrial ", "T : unha empresa que cotiza nese mercado de valores é do sector tecnolóxico" e "Q: unha empresa que cotiza nese mercado de valores creba"*

(*a*) – Especificar e interpretar as seis probabilidades do enunciado: **1.5 puntos** (**0.25 puntos** por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)



$$\begin{cases} P(B)=15/60 & P(Q/B)=0.01 \\ P(I)=35/60 & P(Q/I)=0.02 \\ P(T)=10/60 & P(Q/T)=0.1 \end{cases}$$

– Por teorema das probabilidades totais: $P(Q) = P(B)P(Q/B) + P(I)P(Q/I) + P(T)P(Q/T)$ **0.5 puntos**.

– Substituíndo $P(Q)=\frac{15}{60}0.01+\frac{35}{60}0.02+\frac{10}{60}0.1$ **0.25 puntos**. – Chegar ao resultado final $P(Q) = 0.0308$ **0.25 puntos**.

(*b*) – Formulación do enunciado: $P(T/Q)$ **0.25 puntos**.

– Definición da probabilidade condicionada $P(T/Q)=\frac{P(T\cap Q)}{P(Q)}$ **0.25 puntos**.– Substituír os valores das probabilidades $\frac{(10/60)\,0.1}{0.0308}$ **0.25 puntos**.

– Obter o resultado pedido: 0.5411 **0.25 puntos**.

Exercicio 2.

Sexa *"X* = valor da taxa diaria de calorías que consome un individuo desa poboación". $X : N(\mu, \sigma=400)$

(*a*) Se nos dan a media de poboación $\mu=1600$ calorías e para unha mostra aleatoria de 100 persoas desa poboación, pregunta a probabilidade de que o consumo medio diario de calorías nesa mostra, $\bar{X}$, estea comprendido entre 1550 e 1660 calorías. Entón faremos o seguinte:

– Determinar a distribución de $\bar{X}$,

$\bar{X} : N\left(\mu=1600, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}=40\right)$ **0.5 puntos**. – Formular a probabilidade pedida: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660)$ **0.25 puntos**.

– Tipificación: $P\left(1550 \leq \bar{X} \leq 1660\right)=$

$$P\left(\frac{1550-1600}{40} \leq Z \leq \frac{1660-1600}{40}\right)=P\left(-1.25 \leq Z \leq 1.5\right)$$

0.5 puntos.

– Paso a táboas: $P(-1.25 \leq Z \leq 1.5) = P(Z \leq 1.5) + P(Z \leq 1.25) - 1$ **0.25 puntos**.– Uso das táboas e resultado final: $P(1550 \leq \bar{X} \leq 1660) = 0.9332 + 0.8944 - 1 = 0.8276$ **0.25 puntos**.

(*b*) Se descoñecemos a media μ e co mesmo tamaño de mostra se afirma que: *"o consumo medio diario nesa poboación toma valores entre 1530 e 1670 calorías"*, ¿con que nivel de confianza se fai esa afirmación?

– Formular $P\left(\bar{X}-z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}+z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=1-\alpha$

e obter a ecuación $z_{\alpha/2}\frac{400}{\sqrt{100}}=70$ **0.75 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 1.75$ **0.25 puntos**. – Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9599$ **0.25 puntos**.

– Calcular o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9198 \cong 0.92$ e concluír que: *"a afirmación dada sobre o consumo medio diario de calorías se fai cun, aproximadamente, 92% de confianza"* **0.5 puntos**.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responder os dous, será cualificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

– Despexar a matriz X e obter: $X = (2C - B^t)(I + A)^{-1}$ **0´5 puntos**.– Orde da matriz X : 2×3 **0´25 puntos**.

– Cálculo da matriz $2C - B^t = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ **0´5 puntos**. – Cálculo da matriz $I + A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

0.25 puntos.

– Cálculo da matriz inversa de $I + A$ por calquera método: $(I + A)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

– Resolver a ecuación matricial, obtendo: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

0´5 puntos.

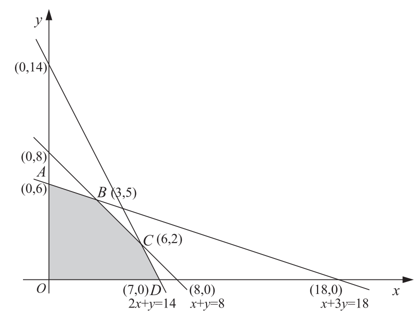
Exercicio 2.

Sexan "x" e "y" o número de artigos que produce a diario un fabricante dos modelos M_1 e M_2, respectivamente.

(*a*) Restricións: $25x + 75y \leq 450$; $60x + 60y \leq 480$; $68x + 34y \leq 476$; $x \geq 0$, $y \geq 0$. **1 punto** (**0.75 puntos** polas tres primeiras + **0.25 puntos** polas dúas últimas).

(*b*) Vértices da rexión factible **1 punto**, (**0.5 puntos** polos tres puntos de corte cos eixes: *0* (0, 0), *A* (0, 6) e *D* (7,0) + **0.5 puntos** polos dous que resultan das interseccións das rectas correspondentes: *B* (3, 5) e *C* (6, 2)).

– Representación gráfica da rexión factible **0.5 puntos**:



– Optimización: A función obxectivo $f(x,y) = 30x + 40y$ maximízase no vértice *B* (3, 5) **0.25 puntos**, entón *"se fabrica diariamente 3 artigos do modelo M_1 e 5 artigos do modelo M_2 acada un beneficio máximo de 290 euros diarios"* **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

A función $M(t)$ expresa a distancia (en millas) entre un barco pesqueiro que saíu a pescar durante un período de 10 días e o seu porto base,

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t - 6)^2, & 0 \leq t \leq 5 \\ 4(10 - t), & 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido (en días) dende a súa saída do porto base.

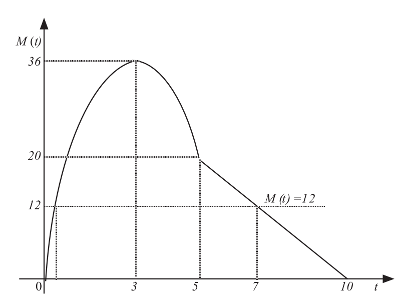
(*a*) Para sabermos despois de cantos días é máxima a distancia do pesqueiro ao seu porto, estudamos a derivada da función: • no intervalo (0,5) $M'(t) = -4(2t - 6)$ **0.25 puntos**, buscamos o punto crítico $M'(t) = 0 \Rightarrow t = 3$ **0.25 puntos**, xustificamos se é un posible máximo co signo da derivada segunda $M''(t) = -8 < 0$ para todo t e en particular para $t = 3$, logo no punto $t = 3$ a función ten un máximo **0.5 puntos** (podemos facer a xustificación debuxando a gráfica da función $M(t)$ *"tendo en conta que o anaco definido mediante a parábola non pode ser representado utilizando un conxunto finito de valores obtidos a partir dunha táboa"*)

• no intervalo (5, 10) $M'(t) = -4$ logo $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.

– Calculamos a distancia máxima $M(3) = 36$. Polo tanto concluímos que: *"Ao terceiro día a distancia do pesqueiro ao seu porto é máxima, e esta distancia é de 36 millas"* **0.25 puntos**.

(*b*) ¿En que períodos aumentaba a distancia? e ¿en que períodos diminuía?

Pódese responder co estudo do signo da derivada primeira, ou ben coa gráfica da función:



– No intervalo (0, 3) $M(t)$ é crecente **0.25 puntos**.– No intervalo (3, 5) $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.– Por último no (5, 10) $M(t)$ é decrecente **0.25 puntos**.

Respondemos agora a pregunta: *"A distancia entre o pesqueiro e o porto base aumentou dende o momento da súa saída do porto ata o terceiro día. A partir do terceiro día ata que chega ao porto o décimo día, diminuíu"* **0.25 puntos**.

(c) Pregúntannos a partir de que día, despois de alcanzar a distancia máxima, se atopaba a menos de 12 millas do porto base, é dicir: para que valor de t, $t > 3$, se verifica que $M(t) < 12$. O feito de ter representada a gráfica da función xa nos permite determinar o anaco da función que corresponde, que será $M(t) = 4(10 - t)$ **0.5 puntos**.

Resolvemos agora a inecuación $4(10 - t) < 12 \Rightarrow 10 - t < 3 \Rightarrow t > 7$ **0.25 puntos**. Concluímos respondendo a pregunta: *"A partir do sétimo día a distancia é inferior a 12 millas"*

Exercicio 2.

Estímase que o custo (en euros) $C(x)$ de procesar unha solicitude é unha función do número de analistas x dada por $C(x) = 0.003x^2 - 0{,}216 \ln x + 5$, sendo $x > 0$.

(a) Se o obxectivo é minimizar o custo por solicitude, determinar o número de analistas que deberían contratarse.

– Calculamos a derivada $C'(x) = 0.006x - \dfrac{0.216}{x}$, $x > 0$ **1 punto**.

– Obtemos os puntos críticos $C'(x) = 0 \Rightarrow 0.006x^2 - 0.216 = 0 \Rightarrow x = 6$ *e* $x = -6$ (solución non válida) **1 punto**.

– Comprobar se é mínimo, $C''(x) = 0.006 + \dfrac{0.216}{x^2}$, e $C''(6) > 0$ polo tanto en $x = 6$ a función $C(x)$ presenta un mínimo, entón deberíanse contratar 6 analistas para minimizar o custo **0.5 puntos**.

(b) Calcular o custo mínimo: $C_{min} = C(6) \cong 4.72$. Polo tanto, se se contratan 6 analistas minimízase o custo por solicitude, sendo este de 4.72 euros **1 punto**.

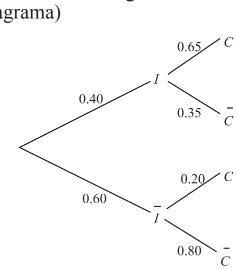
ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"I: un habitante desa poboación é inmigrante", "C: un habitante da poboación traballa no campo"*

(a) – Especificar e interpretar as probabilidades do enunciado: **0.75 puntos** (**0.25 puntos** por cada unha delas, sendo válido tamén se fai o diagrama en árbore e as especifica no diagrama)

$$\begin{cases} P(I) = 0.40 \\ P(C/I) = 0.65 \\ P(C/\bar{I}) = 0.20 \end{cases}$$



– Preguntan a porcentaxe da poboación que traballa no campo, formulamos a pregunta: $P(C)$ **0.25 puntos**.

– Por teorema das probabilidades totais: $P(C) = P(I)P(C/I) + P(\bar{I})P(C/\bar{I})$ **0.25 puntos**.

– Substituíndo as probabilidades xa formuladas e puntuadas na primeira parte, resulta: $P(C) = 0.40 \cdot 0.65 + 0.60 \cdot 0.20 = 0.38$, e concluír que *"o 38% da poboación traballa no campo"* **0.25 puntos**.

(b) – Formulación do enunciado: $P(I/\bar{C})$ **0.25 puntos**.

– Definición da probabilidade condicionada $P(I/\bar{C}) = \dfrac{P(I \cap \bar{C})}{P(\bar{C})}$ **0.25 puntos**. – Substituír os valores das probabilidades $\dfrac{0.40 \cdot 0.35}{1 - 0.38}$ **0.25 puntos**. – Obter o resultado 0.2258 e responder ao que nos piden: *"aproximadamente, o 22.6% dos que traballan no campo son inmigrantes"* **0.25 puntos**.

(c) – Formular a probabilidade pedida: $P(C \cup \bar{I})$ **0.25 puntos**.

–Expresión da probabilidade da unión: $P(C \cup \bar{I}) = P(C) + P(\bar{I}) - P(C \cap \bar{I})$ **0.25 puntos**.– Cálculos nesa expresión: $P(C \cup \bar{I}) = 0.38 + 0.60 - 0{,}60 \cdot 0{,}20 = 0.86$ **0.25 puntos**.– Conclusión: *"O 86% da poboación traballa no campo ou non é inmigrante"* **0.25 puntos**.

"Este exercicio penalízase cun total de 0.5 puntos se se dan resultados de probabilidades negativas ou maiores que 1"

Exercicio 2.

Sexa "X = tempo de reacción, en segundos, fronte a certo estímulo, dun individuo dun grupo a estudo". $X : N(\mu, \sigma = 0.1)$

(a) Para unha mostra de $n = 36$ individuos dese grupo, obtense un tempo medio de reacción de 2 segundos, logo se $\bar{X}$ é o tempo medio de reacción mostral, $\bar{X}$ toma o valor de $\bar{x} = 2$. Determinar, cun nivel de confianza do 99%, o intervalo para o tempo medio de reacción fronte ao estímulo dos individuos do grupo:

– Formulación do intervalo:

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$$

1 punto.– Calcular $z_{\alpha/2} = 2{'}575$ **0´25 puntos**. – Calcular numericamente os extremos do intervalo: (1.957, 2.043) e concluír: *"Espérase, cunha confianza do 99% , que o tempo medio de reacción ao estímulo para o grupo a estudo, estea comprendido entre 1.957 segundos e 2.043 segundos."* **0.5 puntos**.

(b) Quérese estimar o tempo medio de reacción cun erro máximo de 0.02 segundos e tomando unha mostra de 100 individuos, ¿cal será entón o nivel de confianza co que se fai a estimación?

– Formular a ecuación que corresponde ao raio do intervalo: $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.02$ **0.5 puntos**.

– Resolver a ecuación anterior e obter $z_{\alpha/2} = 2$ **0.25 puntos**.

– Usar as táboas, $1 - \alpha/2 = 0.9772$ **0.25 puntos**.

– Calcular $\alpha = 0.0456$ **0.25 puntos** e o nivel de confianza $1 - \alpha = 0.9544$ concluíndo que: *"a estimación do tempo medio de reacción se fai cun, aproximadamente, 95.4% de confianza"* **0.5 puntos**.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAAU (LOXSE) XUÑO 2007	Código: 61

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Exercicio 1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a & b & c \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ -2 & -5 & -3 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

Calcular os valores de a, b e c para que se verifique a ecuación matricial $A \cdot B^t = C$, onde B^t denota a matriz trasposta da matriz B.

Exercicio 2. Mario´s Pizza é un produtor de pizzas conxeladas de dous tipos A e B. Obtén un beneficio de 1 euro por cada pizza A que produza e de 1´50 euros por cada pizza de tipo B. Cada pizza inclúe unha combinación de pasta de fariña e de mestura de recheo, segundo se indica no seguinte cadro:

	PASTA DE FARIÑA	*MESTURA DE RECHEO*	*BENEFICIO*
PIZZA A	1/2 kg.	1/8 kg.	1 €
PIZZA B	1/2 kg.	1/4 kg.	1´5 €

Nun día calquera, disponse dun máximo de 75 kg. de pasta de fariña e de 25 kg. de mestura de recheo e con base á demanda no pasado, Mario´s debe vender diariamente polo menos 50 pizzas tipo A e polo menos 25 pizzas tipo B.

(a) Formular o sistema de inecuacións, representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.

(b) ¿Cantas pizzas A e B deberá fabricar diariamente para maximizar os beneficios? Calcular os devanditos beneficios.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Estúdase a evolución mensual do número de socios dunha entidade durante o ano 2005 e obsérvase que está modelada pola seguinte función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x + a & se\ 0 \le x \le 6 \\ 50 & se\ 6 < x \le 8 \\ 50 + (x-8)(x-12) & se\ 8 < x \le 12 \end{cases}$$

onde x é o tempo en meses.

(a) Se inicialmente a entidade se fundou con 50 socios, determinar o valor de a.

(b) Determinar en que mes o número de socios foi máximo e en que mes o número de socios foi mínimo.

(c) Se para cubrir gastos a entidade necesitaba máis de 47 socios, ¿en que meses tivo perdas?

Exercicio 2. Un estudo indica que, entre as 12:00 horas e as 19:00 horas dun día laborable típico, a velocidade (en Km/h) do tráfico en certa saída de autoestrada vén dada pola seguinte función

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 20, \quad 0 \le x \le 7$$

onde x é o número de horas despois do mediodía ($x = 0$ corresponde ás 12:00 horas)

Representar graficamente $f(x)$, para $0 \le x \le 7$, estudando: o punto de corte co eixe y, intervalos de crecemento e decrecemento, intervalos de concavidade e convexidade. Calcular as horas nas que se presentan máximos, mínimos e punto de inflexión para a velocidade do tráfico.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha cidade na que hai dobre número de homes que de mulleres declárase unha epidemia. Un 4% dos habitantes son homes e están enfermos, mentres que un 3% son mulleres e están enfermas.

Elíxese ao chou un habitante da cidade, calcular: (a) probabilidade de que sexa home, (b) se é home, a probabilidade de que estea enfermo, (c) a probabilidade de que sexa muller ou estea sa.

Exercicio 2. O gasto mensual (en euros) en electricidade por familia, para as familias de certa cidade, segue unha distribución normal de media μ descoñecida e desviación típica $\sigma = 25$ euros.

(a) A partir dunha mostra de 100 familias desa cidade, obtívose o intervalo de confianza (45, 55) para o gasto medio mensual por familia en electricidade. Determinar o nivel de confianza co que se construíu o devandito intervalo.

(b) ¿Que número de familias teriamos que seleccionar ao chou, como mínimo, para garantir, cun nivel de confianza do 99%, unha estimación do devandito gasto medio cun erro máximo non superior a 3 euros?

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Unha empresa de produtos informáticos ten tres tendas (T_1, T_2 e T_3) nas que vende un modelo de ordenador (O), un de impresora (I) e outro de cámara dixital (C), a un prezo de venda por unidade de 1200 €, 300 € e 650 €, respectivamente. En certo mes, o número de artigos vendidos (en cada tenda) é o indicado na táboa seguinte:

	O	I	C
T_1	x	y	4
T_2	25	x	z
T_3	20	y	z

Determinar o número de artigos vendidos en cada unha das tres tendas, sabendo que os ingresos obtidos no devandito mes foron 23600 € na T_1, 39700 € na T_2 e 32200 € na T_3.

Exercicio 2. Sexa o sistema de inecuacións seguinte:

$$-x + 6y \geq 12; \quad x + 2y \leq 20; \quad 3x + 2y \geq 24$$

(a) Representar graficamente a rexión factible e calcular os seus vértices.
(b) ¿En que punto desa rexión alcanza o valor máximo a función $f(x, y) = 4x + y$?

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. O rendemento dos traballadores dunha factoría (valorado nunha escala de 0 a 100) durante unha xornada de 8 horas, vén dado pola función:

$$r(t) = \begin{cases} -10t^2 + 60t & se\ 0 \leq t < 4 \\ 80 & se\ 4 \leq t < 6 \\ 170 - 15t & se\ 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

sendo t o tempo en horas.
(a) Determinar os intervalos de crecemento e decrecemento. ¿Cal é o rendemento máximo?
(b) ¿En que instantes da súa xornada laboral o rendemento se sitúa na metade da escala?

Exercicio 2. Unha empresa estimou que o custo (en euros) de producir diariamente x unidades dun determinado produto vén dado pola función $C(x) = 2400 + 26x$, e que o ingreso diario (en euros) que obtén vendendo estas x unidades vén dado pola función $I(x) = 150x - x^2$.

(a) Calcular a función $B(x)$ que expresa os beneficios (ingresos menos custos) diarios obtidos. ¿Entre que valores deberá estar comprendido o número de unidades producidas diariamente para que a empresa non teña perdas?

(b) Achar o número de unidades que ten que producir diariamente para que o beneficio sexa máximo. ¿A canto ascende o devandito beneficio?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nunha cidade, o 55% da poboación en idade laboral son homes; deles, un 12% está no paro. Entre as mulleres a porcentaxe de paro é do 23%. Se nesta cidade se elixe ao chou unha persoa en idade laboral,
(a) ¿cal é a probabilidade de que sexa home e non estea no paro?
(b) ¿cal é a probabilidade de que sexa muller e estea no paro?
(c) Calcular a porcentaxe de paro nesa cidade.

Exercicio 2. Nun determinado país sábese que a altura da poboación segue unha distribución normal con desviación típica de 10 cm.
(a) Se a media poboacional fose de 172 cm., calcular a probabilidade de que a media dunha mostra de 64 personas estea comprendida entre 171 e 173 cm.
(b) Se a media dunha mostra de 64 persoas é de 173,5 cm., achar un intervalo de confianza para a media poboacional cun nivel de confianza do 99%.
(c) ¿Que tamaño de mostra se debe tomar para estimar a media da altura da poboación cun erro menor de 2 cm. e cun nivel de confianza do 95%?

CONVOCATORIA DE XUÑO

BLOQUE DE ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.

– Formular o sistema: **2´25 puntos**.

– Resolvelo: **0´75 puntos.**

EXERCICIO 2.

(a) Formular o sistema de inecuacións: **1 punto**.

– Vértices da rexión factible: **1 punto**.

– Representación gráfica da rexión factible: **0´5 puntos**.

(b) Obter a solución óptima: **0´25 puntos**.– Calcular o beneficio máximo: **0´25 puntos**.

BLOQUE DE ANÁLISE (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **0´5 puntos**.
(b) **1´5 puntos**.
(c) **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

– Punto de corte: **0´25 puntos**.

– Intervalos de crecemento e decrecemento: **0´75 puntos**.

– Intervalos de concavidade e convexidade: **0´5 puntos**.

– Máximos na velocidade do tráfico: **0´5 puntos**.

– Mínimos na velocidade do tráfico: **0´5 puntos.**

– Punto de inflexión: **0´25 puntos**.

– Representación gráfica: **0´75 puntos**.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **0´5 puntos**.
(b) **1´5 puntos.**
(c) **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **2 puntos**.
(b) **1´5 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

BLOQUE DE ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.

– Formular o sistema: **1´5 puntos**.

– Resolución do sistema: **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **2´5 puntos:**

– Pola representación das rectas: **0´75 puntos**.

– Vértices da rexión factible: **0´75 puntos**.

– Identificación da rexión factible: **1 punto** (por debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os tres vértices).

(b) Optimización: **0´5 puntos**.

BLOQUE DE ANÁLISE (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **2 puntos:**

– Intervalos de crecemento e decrecemento: **1´5 puntos**.

– Rendemento máximo: **0´5 puntos**.

(b) **1´5 puntos:**

– Determinar a solución no primeiro intervalo de tempo: **0´75 puntos**.

– Determinar a solución no último intervalo de tempo: **0´75 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **2 puntos:**

– Obter a función beneficio: **1 punto**.

– Intervalo de unidades producidas para que a empresa non teña perdas: **1 punto**.

(b) **1´5 puntos:**

– Cálculo da primeira derivada: **0´5 puntos**. – Obter o punto crítico: **0´25 puntos**.

– Comprobar que é un máximo: **0´25 puntos**.

– Calcular o beneficio máximo: **0´5 puntos**.

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.

(a) **1 punto**.
(b) **1 punto**.
(c) **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.

(a) **1´25 puntos:**

– Determinar a distribución de $\overline{X}$: **0´5 puntos**.

– Tipificación e paso a táboas: **0´5 puntos**.

– Uso das táboas e resultado: **0´25 puntos**.

(b) **1´25 puntos:**

– Pola expresión do intervalo: **0´5 puntos**.

– Calcular $z_{\alpha/2}$: **0´25 puntos**.

– Calcular numericamente os extremos do intervalo: **0´5 puntos**.

(c) **1 punto:**

– Formulación: **0´5 puntos**. – Cálculo de *n*: **0´5 puntos**.

CONVOCATORIA DE XUÑO

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos)

Exercicio 1.

– *Calcular a matriz trasposta* $B^t = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & b & 1 \\ 0 & c & -1 \end{pmatrix}$ **0.5 puntos**.

– *Calcular* $A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 0 & a-b+2c & -3 \\ -2 & -a-b+2c & -3 \\ 3 & 2a+b-c & 2 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

(Réstanse 0.25 puntos por cada erro cometido, sendo dous o máximo de erros que se permiten).

– *Formular o sistema:* $\begin{cases} a-b+2c=-1 \\ -a-b+2c=-5 \\ 2a+b-c=6 \end{cases}$ **0.75 puntos**

(**0.25 puntos** por cada ecuación ben formulada)

– *Resolver o sistema,* por calquera método, obtendo a solución $a = 2$, $b = 1$, $c = -1$ **0.75 puntos**

(**0.25 puntos** por cada incógnita)

Exercicio 2.

Sexan "x" e "y" o número de pizzas tipo A e tipo B, respectivamente, que produce por día.

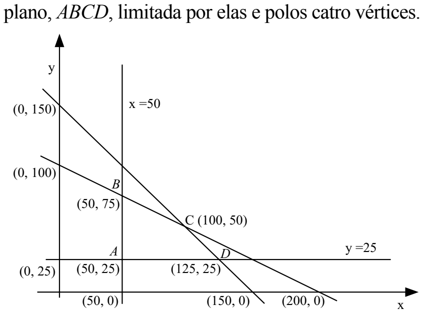
(a) **–** *Formular o sistema de inecuacións* **1 punto**

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y \leq 75; \quad \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}y \leq 25; \quad x \geq 50; \quad y \geq 25$

(**0.25 puntos** por cada unha das catro inecuacións).

– *Vértices da rexión factible* **1 punto**, obter os catro vértices: $A(50, 25)$; $B(50, 75)$; $C(100, 50)$; $D(125, 25)$ (**0.25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible* **0.5 puntos**: debuxar as catro rectas e identificar a rexión do plano, $ABCD$, limitada por elas e polos catro vértices.



(c) **–** *Optimización*: a función obxectivo $f(x, y) = x + 1'5y$ maximízase no vértice $C(100, 50)$ **0.25 puntos**, entón debería fabricar diariamente 100 pizzas do tipo A e 50 pizzas do tipo B para obter un beneficio máximo diario de 175 euros **0.25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos)

Exercicio 1.

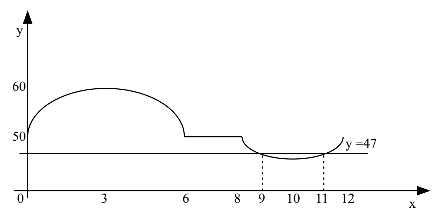
(a) Se inicialmente a entidade se fundou con 50 socios, entón para $x = 0$, $f(0) = 50 \Rightarrow a = 50$ **0.5 puntos**.

(b) *Determinar en qué mes o número de socios foi máximo e en qué mes foi mínimo*

– No punto $x = 3$ a función presenta un máximo **0.5 puntos**. Xustificación do máximo **0.25 puntos**.

– No punto $x = 10$ a función presenta un mínimo **0.5 puntos**. Xustificación do mínimo **0.25 puntos**.

(A xustificación do máximo e do mínimo pode facerse representando a gráfica da función, ou ben co estudo do crecemento e decrecemento ou co estudo do signo da derivada segunda da función).



É importante subliñarmos que este apartado non se puntúa no caso de que só traballen as gráficas dos dous anacos definidos mediante parábolas con puntos obtidos a partir dunha táboa de valores.

"O número de socios foi máximo no terceiro mes e foi mínimo no décimo mes".

(c) *A entidade necesitaba máis de 47 socios para cubrir gastos, ¿en que meses tivo perdas?*

– Determinar o anaco da función que corresponde á desigualdade pedida **0.75 puntos**.

(Pódese facer representando a gráfica da función ou estudando o comportamento da función calculando os seus extremos e especificando que dous anacos van por riba de $y = 47$).

– *Resolver* $50 + (x - 8)(x - 12) \leq 47 \Rightarrow 9 \leq x \leq 11$, *indicando que entre o 9º e o 11º mes a entidade tivo perdas* **0.75 puntos**.

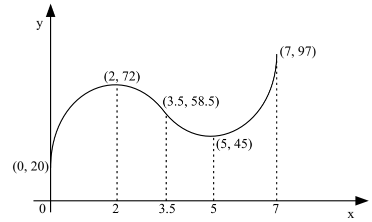
Exercicio 2.

Representar graficamente $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 20$, $0 \leq x \leq 7$, estudando:

– *Punto de corte co eixe y*: $(0, 20)$ **0.25 puntos**.

– *Intervalos de crecemento*: $(0, 2)$ **0.25 puntos** e $(5,7)$ **0.25 puntos**, de *decrecemento* $(2,5)$ **0.25 puntos**.

– *Intervalos de concavidade e convexidade*, no (0,3.5) é *cóncava para abaixo* (cóncava) **0.25 puntos**, e no (3.5,7) é *cóncava para arriba* (convexa) **0.25 puntos**.



– *Representación gráfica*: **0.75 puntos**.

– *Ás 14 horas e ás 19 horas preséntanse os máximos (relativo e absoluto, respectivamente) na velocidade do tráfico* **0.5 puntos** (**0.25 puntos** cada resultado).

– *Ás 12 horas e ás 17 horas preséntanse os mínimos (absoluto e relativo, respectivamente) na velocidade do tráfico* **0.5 puntos** (**0.25 puntos** cada resultado).

– *Ás 15 h:30 min hai un punto de inflexión para a velocidade do tráfico* **0.25 puntos**.

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3,5 puntos)

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"H: un habitante desa cidade é home", "M: un habitante desa cidade é muller", "E : un habitante desa cidade está enfermo".*

Segundo o enunciado, se un 4% dos habitantes son homes e están enfermos, entón $P(H \cap E) = 0.04$; e se un 3% son mulleres e están enfermas, $P(M \cap E) = 0.03$

(a) Se nos din que nesa cidade hai dobre número de homes que de mulleres, a *probabilidade pedida* é $P(H) = 2/3$ $(P(M) = 1/3)$ **0.5 puntos**.

(b) *Formulación do enunciado:* $P(E / H)$: **0.5 puntos**.

– *Pola fórmula da probabilidade condicionada*

$P(E / H) = \dfrac{P(E \cap H)}{P(H)}$ **0.5 puntos**.

– Identificar as probabilidades do enunciado do exercicio na fórmula anterior e chegar ó resultado $P(E / H) = 0.06$ **0.5 puntos**.

(c) *Formulación do enunciado:* $P(M \cup \bar{E})$ **0.25 puntos**.

– *Pola fórmula da probabilidade da unión:* $P(M \cup \bar{E}) = P(M) + P(\bar{E}) - P(M \cap \bar{E})$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo de* $P(\bar{E})$, $P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - (P(M \cap E) + P(H \cap E)) = 1 - (0.04 + 0.03) = 0.93$ **0.5 puntos**.

– *Cálculo de* $P(M \cap \bar{E}) = P(M) - P(E \cap M) = \dfrac{1}{3} - 0.03 = \dfrac{0{,}91}{3}$ **0.5 puntos**.

– Substituíndo estes resultados, resulta $P(M \cup \bar{E}) = 0.96$

(Este exercicio poden resolvelo mediante táboas, diagrama de árbore,…).

Exercicio 2.

Sexa *"X* = gasto mensual (en euros) en electricidade dunha familia*"* X: $N(\mu, \sigma = 25)$.

(a) A partir dunha mostra de $n = 100$ familias obtívose o intervalo de confianza (45, 55) para μ. Determinar 1–α

– *Formular* $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$

e chegar a obter a ecuación $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5$ **1 punto**, repartido en **0.5 puntos** pola expresión da fórmula + **0.5 puntos** por calcular o raio do intervalo: ben facendo $\bar{X} - z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 45$; $\bar{X} + z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 55$, e resolvendo o sistema obteríase que o valor particular da media para esa mostra é $\bar{x} = 50$ (gasto medio en electricidade de 50 euros por mes) e que o raio do intervalo é $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 5$; ou ben, calculando o raio como a metade da amplitude do intervalo de confianza dado $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{10}{2} = 5$.

–*Resolver a ecuación* $z_{a/2}\dfrac{25}{\sqrt{100}} = 5$ para obter que $z_{a/2} = 2$ **0.5 puntos**.

– *Calcular o valor de* 1-α/2 nas táboas, 1-α/2 = 0.9772 **0.25 puntos**.

– *Determinar o nivel de confianza* pedido 1-α = 0.9544 **0.25 puntos**.

(b) *Formular a inecuación correspondente ao error pedido:* $z_{a/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 3$ **0.5 puntos**.

– *Calcular* $z_{a/2} = z_{0.005} = 2.575$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo de "n" na desigualdade*: $2.575 \cdot \dfrac{25}{\sqrt{n}} \leq 3$, obtendo $n \geq 460.46$ **0.75 puntos**.

– *Conclusión: Deberíamos tomar mostras de polo menos 461 familias, para garantir, cun nivel do 99% de confianza, unha estimación do gasto medio en electricidade por familia cun erro máximo non superior a 3 euros.* (Convén observar que se restan 0.25 puntos se non escriben o número de familias como un número enteiro)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos)

Exercicio 1.

– *Formulando matricialmente* o enunciado do exercicio,

$$\begin{pmatrix} x & y & 4 \\ 25 & x & z \\ 20 & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1200 \\ 300 \\ 650 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 23600 \\ 39700 \\ 32200 \end{pmatrix}$$

e polas propiedades de multiplicación e igualdade de matrices chégase ao sistema:

$$\begin{cases} 1200x + 300y + 650\cdot 4 = 23600 \\ 1200\cdot 25 + 300x + 650z = 39700 \\ 1200\cdot 20 + 300y + 650z = 32200 \end{cases}$$

operando e simplificando: $\begin{cases} 4x + y = 70 \\ 6x + 13z = 194 \\ 6y + 13z = 164 \end{cases}$ **1.5 puntos**

(**0.5 puntos** por cada ecuación ben formulada)

– *Resolver o sistema,* por calquera método, obtendo a solución $x = 15$, $y = 10$, $z = 8$ **1.5 puntos** (**0.5 puntos** por cada incógnita).

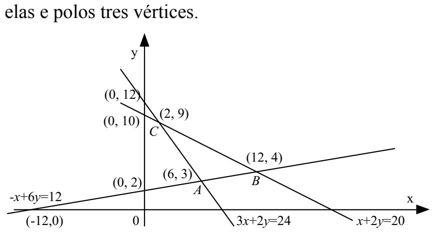
Conclúese que: na tenda T_1 vendéronse nese mes 15 ordenadores, 10 impresoras e 4 cámaras dixitais; na tenda T_2 25 ordenadores, 15 impresoras e 8 cámaras dixitais; e na tenda T_3 20 ordenadores, 10 impresoras e 8 cámaras dixitais.

Exercicio 2.

(a) **–** *Representación das rectas* **0.75 puntos** (**0.25 puntos** por cada unha delas)

– *Vértices da rexión factible* **0.75 puntos**, obter os tres vértices: *A* (6, 3); *B* (12, 4); *C* (2, 9) (**0.25 puntos** por cada un deles).

– *Identificación da rexión factible* **1 punto**: debuxar as rectas e identificar a rexión do plano *ABC* limitada por elas e polos tres vértices.



(c)– *Optimización*: a función obxectivo $f(x, y) = 4x + y$ maximízase no vértice *B* (12, 4) **0.5 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos).

Exercicio 1.

(a) *Intervalos de crecemento e decrecemento. Rendemento máximo.* **2 puntos**, repartidos en

– *Intervalo de crecemento* (0,3) **0.5 puntos**.
Intervalos de decrecemento (3,4) **0.5 puntos** e (6,8) **0.5 puntos**.

– *O rendemento máximo acadouse ás t = 3 horas de iniciada a xornada e foi* $r_{máx} = r(3) = 90$, é dicir do 90% **0.5 puntos**.

(b) Para calcular os instantes da súa xornada laboral nos que o rendemento se sitúa na metade da escala, traballaremos cos dous anacos da gráfica da función que teñen intersección coa recta $r(t) = 50$:

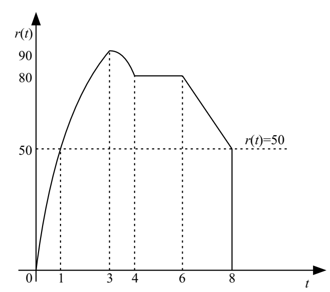
– No intervalo (0,4):

$-10t^2 + 60t = 50 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow t = 1$

(a solución *t =5* non é válida) **0.75 puntos**.

– No intervalo (6,8): $170 - 15t = 50 \Rightarrow t = 8$ **0.75 puntos**.

Concluímos logo que na primeira e na última hora o rendemento dos traballadores sitúase na metade da escala.



Exercicio 2.

(a) *Obter a función beneficio* $B(x) = I(x) - C(x) = -x^2 + 124x - 2400$ **1 punto**.

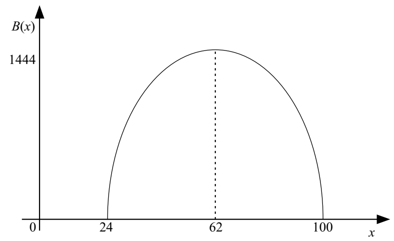
– Para calcular entre qué valores deberá estar comprendido o número de unidades producidas diariamente para que a empresa non teña perdas, buscaremos os valores *x* que verifiquen $B(x) \geq 0$, así: $B(x) \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 124x - 2400 \geq 0$, e resolvendo resulta $24 \leq x \leq 100$ **1 punto** (**0.5 puntos** pola resolución da ecuación e **0.5 puntos** pola expresión do intervalo).

(b) *Derivada da función*: $B'(x) = -2x + 124$ **0.5 puntos**.

– *Calcular o punto crítico*: $x = 62$ **0.25 puntos**.

– *Xustificar que é un máximo*: $B''(62) = -2 < 0$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo do beneficio máximo*: $B_{máx} = B(62) = 1444$, de maneira, *que producindo diariamente 62 unidades do produto terá un beneficio máximo de 1444 euros diarios* **0.5 puntos**.



ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3.5 puntos)

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"H: unha persoa en idade laboral é home", "M: unha persoa en idade laboral é muller", "A : unha persoa en idade laboral está no paro".*

Segundo o enunciado $P(H) = 0.55$; $P(A/H) = 0.12$; $P(A/M) = 0.23$

(a) *Formulación do enunciado:* $P(H \cap \bar{A})$ **0.25 puntos**.

– *Cálculo da probabilidade anterior:* $P(H \cap \bar{A}) = P(H) - P(H \cap A) = P(H) - P(H) \cdot P(A/H)$ **0.5 puntos**.

– *Resultado final*: $P(H \cap \bar{A}) = 0.55 - 0.55 \cdot 0.12 = 0.484$ **0.25 puntos**.

(b) *Formulación do enunciado:* $P(M \cap A)$: **0.25 puntos**.

–*Pola fórmula da probabilidade anterior:* $P(M \cap A) = P(M) \cdot P(A/M)$ **0.5 puntos**.

– *Resultado final:* $P(M \cap A) = 0.1035$ **0.25 puntos**.

(c) *Formular o enunciado e o teorema das probabilidades totais:* $P(A) = P(H \cap A) + P(M \cap A)$ **0.75 puntos**.

– *Cálculos precisos para chegar ao resultado:* $P(A) = 0.066 + 0.1035 = 0.1695$ **0.5 puntos**.

– *Porcentaxe pedida: "O 16´95% dos habitantes desa cidade en idade laboral está no paro"* **0.25 puntos**.

(Este exercicio poden resolvelo mediante táboas, diagrama de árbore,…).

Exercicio 2.

Sexa *"X* = cm de altura dun individuo da poboación*"* $X : N(\mu, \sigma = 10)$.

(a) Se nos dan o dato de que a media de poboación $\mu = 172$ cm e se $\bar{X}$ é a media dunha mostra de 64 persoas,

– *Determinar a distribución de* $\bar{X}$ e chegar a que: $\bar{X} : N\left(\mu = 172, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.25\right)$ **0.5 puntos**.

– *Formular a probabilidade pedida:* $P(171 \leq \bar{X} \leq 173)$ **0.25 puntos**.

– *Tipificación:* $P(-0.8 \leq Z \leq 0.8)$ **0.25 puntos**.

– *Transformar para poder facer uso da táboa e resultado final*: $2P(Z \leq 0.8) - 1 = 0.5762$ **0.25 puntos**.

(b) Se a media dunha mostra de 64 persoas é de 173.5 cm,

– *Calcular* $z_{a/2} = 2.575$ **0.25 puntos**.

– *Formular o intervalo*:

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha,$$

e calcular o erro máximo cometido na estimación: $z_{a/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.575\frac{10}{\sqrt{64}} = 3.218$ **0.5 puntos**.

– *Calcular numericamente os extremos do intervalo:* (170.28, 176.71) e concluír que: *"Espérase, cunha confianza do 99% , que a altura media dos individuos desa poboación estea comprendida entre 170.28 cm e 176.71 cm, cun erro máximo na estimación de 3.218 cm."* **0.5 puntos**.

(c) *Formular a inecuación correspondente ao error pedido:* $z_{a/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2$ **0.5 puntos**.

– *Cálculo de "n" na desigualdade*: $1.96 \cdot \frac{10}{\sqrt{n}} < 2$, obtendo $n > 96.04$ **0.25 puntos**.

– *Conclusión: "Deberíamos tomar mostras de polo menos 97 persoas, para garantir, cun nivel do 95% de confianza, unha estimación da altura media da poboación cun erro máximo menor de 2 cm."* **0.25 puntos**.

CiUG — COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU (LOXSE)** **XUÑO 2006**	**Código: 61**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Determinar a matriz X na seguinte ecuación matricial $A^2X = \frac{1}{2}(A + B \cdot C)$, sendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercicio 2. Un granxeiro dispón dun máximo de 45 hectáreas nas que quere sementar dous tipos de cultivo A e B, esperando obter un beneficio de 120 € por hectárea de A e 180 € por hectárea de B. Calcula que vai ter como máximo 600 horas de traballo dispoñibles durante a estación de sementeira e que vai precisar de 10 horas por hectárea de A e 40 horas por hectárea de B. Ademais, o tipo de cultivo esixe que as hectáreas dedicadas ó cultivo tipo B non superen ás do tipo A.

(a) Formular o sistema de inecuacións asociado ó enunciado. (b) Debuxar a rexión factible e calcular os seus vértices. (c) ¿Cantas hectáreas debe sementar de cada tipo de cultivo para maximizar o beneficio? Calcular dito beneficio máximo.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A función f definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ verifica que a súa gráfica pasa polo punto (–1, 0) e ten un máximo relativo no punto (0, 4).

(a) Determinar a función f (calculando a, b e c).

(b) Representar graficamente a función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ estudando: intervalos de crecemento e decrecemento, mínimo relativo, intervalos de concavidade e convexidade e punto de inflexión.

Exercicio 2. Nun hospital o número N de persoas afectadas por unha certa infección vírica, despois de t semanas, vén dado pola función

$$N(t) = \frac{350\,t}{2\,t^2 + kt + 8} \quad \text{sendo } t \geq 0.$$

(a) Sábese que o número de persoas afectadas ó cabo de 1 semana foi 50, calcúlese o valor de k.

(b) Para o valor de $k = -3$, calcular o máximo de persoas afectadas e a semana en que ocorre, ¿a partir de que momento, despois de acadar o valor máximo, o número de persoas afectadas é menor que 25?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Unha investigación de mercado de 800 persoas revelou os seguintes feitos sobre a capacidade de lembrar un anuncio televisivo dun produto en particular e a adquisición de dito produto:

	Lembran o anuncio	*Non lembran o anuncio*
Mercan o produto	160	80
Non mercan o produto	240	320

(a) Calcular a probabilidade de que unha persoa lembre o anuncio ou merque o produto.
(b) Se unha persoa lembra o anuncio do produto, ¿que probabilidade hai de que o merque?
(c) ¿O feito de mercar o produto depende ou non de lembrar o anuncio? Xustifíquese a resposta.

Exercicio 2. (a) O soldo, en euros, dos empregados dunha fábrica segue unha distribución normal de media μ=1500 euros e desviación típica σ= 400 euros. Elíxese ó chou unha mostra de 25 empregados desa fábrica, ¿cal é a probabilidade de que a media dos seus soldos estea comprendida entre 1420 e 1600 euros?

(b) Se só coñecemos a desviación típica σ=400 euros e descoñecemos a media μ dos soldos dos empregados desa fábrica, ¿que tamaño de mostra deberiamos tomar para estimar μ cun nivel de confianza do 95% se se admite un erro máximo de 100 euros?

CiUG	PAAU (LOXSE)	Código: 61
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	SETEMBRO 2006	

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.

BLOQUE DE ÁLXEBRA (*Puntuación máxima 3 puntos*)

Exercicio 1. Dada a ecuación matricial $X \cdot A + B^t = 2X$, sendo B^t a matriz trasposta de B e

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Despexar a matriz X (b) Acha-la matriz inversa de A -2I, sendo I a matriz identidade de orde 3.
(c) Resolver a ecuación matricial.

Exercicio 2. Unha explotación madeireira dedicada á plantación e recolección de piñeiros e eucaliptos decide repoboar un dos seus montes. Segundo un estudo dos técnicos, para que sexa rendible a explotación hanse de plantar entre 2 e 15 hectáreas de piñeiros e entre 6 e 25 hectáreas de eucaliptos. Ademais, o custo por hectárea de piñeiros é de 500 euros e o custo por hectárea de eucaliptos é de 300 euros, contando cun presuposto máximo de 12000 euros para a explotación en proxecto. Trala colleita da madeira os ingresos obtidos son de 2200 euros por cada hectárea de piñeiros e de 1500 euros por cada hectárea de eucaliptos.
¿Cantas hectáreas de piñeiros e de eucaliptos se deberían repoboar para obte-lo máximo beneficio? ¿a canto ascende dito beneficio? (a) Exprésense a función obxectivo e as restricións do problema. (b) Represéntese graficamente a rexión factible e calcúlense os vértices da mesma. (c) Resólvase o problema.

BLOQUE DE ANÁLISE (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. A cantidade de auga (en hm^3) dun encoro durante o último ano vén dada pola función

$$C(t) = \frac{210000}{(2t - k)^2 + 6}, \quad 0 \le t \le 12$$

onde t é o tempo transcorrido en meses.

(a) Determinar o valor do parámetro k tendo en conta que a cantidade máxima de auga acadouna ó cuarto mes.

(b) Para o valor de k = 8, determina-los períodos nos que a cantidade de auga aumentou e nos que diminuíu. ¿A partir de que mes a cantidade de auga foi inferior a 1400 hm^3?

Exercicio 2. Un vendedor de pólizas de seguros ten un soldo fixo mensual de 1000 euros, máis unha comisión que ven dada pola función $17x - 0{,}0025x^3$, onde x representa o número de pólizas vendidas.

Se o vendedor ten mensualmente un gasto xeral de 200 euros, máis outro de 5 euros por póliza contratada, calcular o número de pólizas que debe contratar mensualmente para que a súa ganancia sexa máxima, ¿a canto ascende dita ganancia?

BLOQUE DE ESTATÍSTICA (*Puntuación máxima 3,5 puntos*)

Exercicio 1. Nun estudo feito en certo IES, no que se imparte a ESO e o Bacharelato, recolléronse os seguintes datos:

– O 60% dos alumnos son mulleres.
– O 15% dos homes estudan Bacharelato.
– O 20% das mulleres estudan Bacharelato.
– O 30% das mulleres que estudan Bacharelato elixen a opción de letras.

(a) Calcula-la probabilidade de que un alumno dese IES, elixido ó chou, sexa muller, estude Bacharelato e curse a opción de letras. (b) ¿Que porcentaxe do alumnado estuda Bacharelato? (c) ¿Que porcentaxe dos estudantes de Bacharelato son homes?

Exercicio 2. Un fabricante de lámpadas de baixo consumo sabe que o tempo de duración, en horas, das lámpadas que fabrica segue unha distribución normal de media descoñecida e desviación típica 180 horas. Cunha mostra de ditas lámpadas, elixida ó chou, e un nivel de confianza do 97%, obtivo para a media o intervalo de confianza (10072´1, 10127´9).
(a) Calcular o valor que obtivo para a media da mostra e o tamaño de mostra utilizado.
(b) Se se quere que o erro da súa estimación sexa como máximo de 24 horas e se utiliza unha mostra de tamaño 225, ¿cal será entón o nivel de confianza?

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

– *Despexa-la X* e obter: $X = \frac{1}{2}\ (A^2)^{-1}\ (A + B \cdot C)$

0´5 puntos.

– *Calcular* $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– *Calcula-la inversa de* A^2, $(A^2)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & -3/4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1 punto.

– *Calcular* $B \cdot C = \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$ **0´5 puntos**.

– *Cálculo de* $A + B \cdot C = \begin{pmatrix} 14 & 9 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}$ **0´25 puntos**.

– *Obter a X pedida* $X = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 5 & 3/2 \end{pmatrix}$ **0´5 puntos**.

Exercicio 2.

Sexan "*x*" e "*y*" as hectáreas sembradas con cultivo tipo *A* e tipo *B*, respectivamente.

(a) *Formular o sistema de inecuacións*:

$10x + 40y \leq 600;\ x + y \leq 45;\ y \leq x;\ y \geq 0$

0´25 puntos por cada unha delas.

(b) *Vértices da rexión factible*:

Polos vértices (0, 0) e (45, 0) **0´25 puntos.**

Polos (40, 5) e (12, 12) **0´5 puntos**.

- *Representación gráfica da rexión factible:* **0´75 puntos:** debuxar as catro rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos catro vértices.

(c) *Optimización*: A función obxectivo $f(x, y) = 120x + 180y$ maximízase no vértice (40, 5) **0´25 puntos**, logo debería sembrar 40 hectáreas con cultivo tipo *A* e 5 hectáreas con cultivo tipo *B* para obter un beneficio máximo de 5700 euros **0´25 puntos**.

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

(a) *Calcular* "*a*", "*b*" e "*c*" *na función*

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

– Por ter un máximo no punto "0":

$f'(0) = 0 \Leftrightarrow b = 0$ **0´5 puntos**.

– Por pasar a función polo punto (0, 4):

$f(0) = 4 \Leftrightarrow c = 4$ **0´25 puntos**.

– Por pasa-la función polo punto (–1, 0):

$f(-1) = 0 \Leftrightarrow a = -3$ **0´25 puntos**.

(b) *Representar a función* $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$:

– Intervalos: de *crecemento* $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ **0´5 puntos**, de *decrecemento* (0, 2) **0´25 puntos**.

– *Mínimo* relativo no punto (2, 0) **0´25 puntos**.

– No intervalo $(-\infty, 1)$ é *cóncava hacia abaixo* (cóncava) **0´25 puntos**, e no $(1, +\infty)$ é *cóncava hacia arriba* (convexa) **0´25 puntos**. *Punto de inflexión* no (1, 2) **0´25 puntos**.

– *Representación gráfica*: **0´75 puntos**.

Exercicio 2.

(a) *Expresar* $N(1) = 50$ e obter $50 = \dfrac{350}{2 + k + 8}$ **0´5 puntos**. *Calcular* $k = -3$ **0´25 puntos**.

(b) *Calcular a derivada*: $N'(t) = \dfrac{700(4-t^2)}{(2t^2 - 3t + 8)^2}$

1 punto.

– *Chegar a obter que na segunda semana se presenta o máximo* **0´5 puntos**.

– *Comprobar que é máximo* **0´25 puntos**.

– *Obter* que *o máximo de persoas afectadas* é 70

0´25 puntos.

– *Formular a inecuación* $\dfrac{350t}{2t^2 - 3t + 8} < 25$

0´25 puntos.

– *Resolver* $2t^2 - 17t + 8 > 0$ obtendo $t > 8$ **0´25 puntos** e concluir que a partir da oitava semana o número de persoas afectadas foi menor que 25 (a solución $0 < t < 1/2$ non serve xa que pide despois de acadar o valor máximo): **0´25 puntos**.

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"R: unha persoa lembra o anuncio", "C: unha persoa merca o produto"*.

(a) *Formulación do enunciado:* $P(R \cup C)$ **0´25 puntos**.

– *Pola fórmula da probabilidade anterior:*

$P(R \cup C) = P(R) + P(C) – P(R \cap C)$: **0´25 puntos**.

– *Calcular as probabilidades descoñecidas* na fórmula anterior e chegar ó resultado final $P(R \cup C) =$

400/800 + 240/800 – 160/800 = 3/5: **0´75 puntos**.

(b) *Formulación do enunciado:* $P(C/R)$: **0´25 puntos**.

– *Pola fórmula da probabilidade condicionada:*

$P(C/R) = \dfrac{P(R \cap C)}{P(R)}$ **0´25 puntos**.

– *Calcular a probabilidade anterior*:

$P(C/R) = 160/400 = 0´4$ **0´75 puntos**.

(c) *Definición de sucesos independentes*: **0´5 puntos**.

– *Polo cálculo das probabilidades descoñecidas na fórmula anterior:* $P(C/R) = 0'4$, $P(C) = 0'3$ (ou ben $P(C \cap R) = 0'2$, $P(C) = 0'3$ e $P(R) = 0'5$) e concluir que "*o feito de mercar o produto depende de lembrar o anuncio*" **0´5 puntos**.

Exercicio 2.

Sexa *"X = soldo, en euros, dun empregado dunha fábrica"* $X \sim N(\mu = 1500, \sigma = 400)$. Elíxese unha mostra de $n = 25$ empregados desa fábrica,

(a) *Determinar a distribución de* $\overline{X}$ e chegar a que:

$\overline{X} \sim N\left(\mu = 1500, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 80\right)$ **0´75 puntos**.

– *Formular a probabilidade pedida:*

$P(1420 \leq \overline{X} \leq 1600)$ **0´25 puntos**.

– *Tipificación:* $P(-1 \leq Z \leq 1'25)$ **0´25 puntos**.

– *Transformar para poder facer uso da táboa:*

$P(Z \leq 1'25) - 1 + P(Z \leq 1)$ **0´5 puntos**.

– *Chegar ó resultado final: 0´7357* **0´25 puntos**.

(b) *Formulación:* $z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq e$ **0´5 puntos**.

Calcular $z_{\alpha/2} = z_{0'025} = 1'96$ **0´25 puntos**.

– *Cálculo de "n" na desigualdade:* $1'96 \cdot \dfrac{400}{\sqrt{n}} \leq 100$, obtendo $n \geq 61'46$ **0´5 puntos**.

– *Conclusión: Deberíamos tomar mostras de polo menos 62 empregados* **0´25 puntos**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

– *Despexar a matriz X* e obter: $X = -B^t (A - 2I)^{-1}$

0´75 puntos.

– *Cálculo da matriz* $A - 2I = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

0´5 puntos.

– *Cálculo da matriz inversa de* $(A - 2I)$ por calquera método: $(A - 2I)^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ **1 punto**.

– *Resolve-la ecuación matricial, obtendo:*

$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ **0´75 puntos**.

Exercicio 2.

Sexan "*x*" e "*y*" as hectáreas de piñeiros e de eucaliptos, respectivamente.

(a) *Formular as restricións*: $2 \leq x \leq 15$, $6 \leq y \leq 25$, $500x + 300y \leq 12000$, **0´25 puntos** por cada unha delas.

– *Función obxectivo:* $z = (2200 - 500)x + (1500 - 300)y = 1700x + 1200y$ **0´25 puntos**.

(b) *Vértices da rexión factible:* Polos vértices (2, 6), (2, 25) e (15,6) **0´25 puntos**, polos (9, 25) e (15, 15), **0´5 puntos**.

– *Representación gráfica da rexión factible* **0´75 puntos**: debuxar as cinco rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos cinco vértices.

(c) *Obter a solución óptima:* No vértice (9, 25)

0´25 puntos.

– *Beneficio máximo:* 45300 euros **0´25 puntos**. *Deberían repoboar 9 ha. de piñeiros e 25 ha. de eucaliptos para obter un beneficio máximo de 45300 euros.*

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

(a) *Calcular a derivada* $C'(t) = \dfrac{-840.000(2t - k)}{\left[(2t - k)^2 + 6\right]^2}$

1 punto.

– *Pola condición de máximo no cuarto mes* $C'(4) = 0$

0´5 puntos.

– *Obter o valor de k = 8* **0´5 puntos**.

(b) *Intervalo de crecemento* (0, 4) **0´25 puntos**, de *decrecemento* (4, 12) **0´25 puntos**. Logo, *a auga aumentou ata o cuarto mes, e diminuíu do cuarto mes ó final de ano.*

– *Formular a inecuación* $\frac{210.000}{(2t - 8)^2 + 6} < 1400$ **0´5 puntos**.

– *Resolvela obtendo o intervalo de tempo pedido* ($t > 10$), é dicir, *que a partir do 10º mes* a cantidade de auga é inferior a 1400 hm^3. **0´5 puntos**.

Exercicio 2.

– *Obter a función ingreso mensual*:

$1000 + 17x - 0'0025x^3$, sendo x o número de pólizas vendidas **0´5 puntos**.

– *Obter a función gasto mensual:* $200 + 5x$ **0´5 puntos**.

– *Obter a función ganancia mensual*:

$G(x) = 800 + 12x - 0'0025x^3, \; x > 0$ **0´5 puntos**.

– *Derivada da función:* $G'(x) = 12 - 0'0075x^2$ **0´5 puntos**.

– *Calcular o punto crítico:* $x = 40$ **0´5 puntos**.

– *Xustificar que é un máximo:* $G''(40) < 0$ **0´5 puntos**.

– *Vendendo ó mes 40 pólizas a súa ganancia máxima* é 1120€ **0´5 puntos**.

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"M: un alumno é muller", "H: un alumno é home", "B: un alumno estuda Bacharelato" e "L: un alumno cursa a opción de Letras"*

(a) *Formulación do enunciado:* $P(M \cap B \cap L)$ **0´25 puntos.**

– *Pola fórmula da probabilidade* $P(M \cap B \cap L) = P(M) \cdot P(B/M) \cdot P(L/M \cap B)$ **0´5 puntos**.

– *Resultado final* 0´036 **0´25 puntos**.

(b) *Expresión do teorema das probabilidades totais* $P(B) = P(M) \cdot P(B/M) + P(H) \cdot P(B/H)$ *e cálculos correspondentes* $0'60 \cdot 0'20 + 0'40 \cdot 0'15$ **1´25 puntos**.

– *Resultado pedido: "O 18% do alumnado estuda Bacharelato"* **0´25 puntos**.

(c) *Formulación* $P(H/B)$ **0´25 puntos**.

– *Pola fórmula da probabilidade condicionada* $\frac{P(H \cap B)}{P(B)} = \frac{0'40 \cdot 0'15}{0'18}$ **0´5 puntos**.

– *Resultado final "O 33´3% dos estudantes de Bacharelato son homes"* **0´25 puntos**.

Puntúase con **0´5 puntos** *no caso de que só formulen ben as probabilidades asociadas ó enunciado do problema:* $P(M) = 0'60$, $P(B/H) = 0'15$, $P(B/M) = 0'20$ e $P(L/M \cap B) = 0'30$

Exercicio 2.

(a) *"X* = tempo, en horas, de duración dunha lámpada de baixo consumo*"* $X \sim N(\mu, \sigma = 180)$

– *Cálculo de* $z_{\alpha/2} = z_{0'015} = 2'17$ **0´5 puntos**.

– *Formular a ecuación do radio do intervalo:*

$z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2'17 \cdot \frac{180}{\sqrt{n}} = \frac{390'6}{\sqrt{n}}$ **0´5 puntos**.

– *Igualando os extremos do intervalo de confianza para a media cos do enunciado do problema*:

$\bar{X} - \frac{390'6}{\sqrt{n}} = 10072'1$ e $\bar{X} + \frac{390'6}{\sqrt{n}} = 10127'9$ e

resolvendo, obtense que a media mostral $\bar{X} = 10100$ horas **0´5 puntos**, e o tamaño da mostra $n = 196$ lámpadas **0´5 puntos**.

(b) *Formulación da ecuación:* $z_{\alpha/2}\frac{180}{\sqrt{225}} = 24$ **0´5 puntos**.

– *Calcular o valor da área na táboa:* $1 - \alpha/2 = 0'9772$ **0´5 puntos**.

– *Calcular o nivel de confianza pedido:* $1 - \alpha = 0'9544$ (un 95´4% de confianza) **0´5 puntos**.

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) Código: 61

XUÑO 2005

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 puntos; Análise 3,5 puntos; Estatística 3,5 puntos.

ÁLXEBRA

1. Un fabricante produce tres artigos diferentes (A, B e C), cada un dos cales precisa para a súa elaboración de tres materias primas (M_1, M_2 e M_3). Na seguinte táboa represéntase o número de unidades de cada materia prima que se require para elaborar unha unidade de cada produto:

		Produtos		
		A	B	C
Materias primas	M_1	2	1	3
	M_2	3	2	2
	M_3	1	2	4

Dispón de 50 unidades de M_1, 70 unidades de M_2 e 40 unidades de M_3.
a) Determina-las cantidades de artigos A, B e C que produce dito fabricante.
b) Se os prezos de venda de cada artigo son, respectivamente, 500, 600 e 1000 euros e gasta en cada unidade de materia prima 50, 70 e 60 euros, respectivamente, determina-lo beneficio total que consegue coa venda de toda a producción obtida (utilizando tódolos recursos dispoñibles).

2. Unha empresa fabrica dous tipos de televisores (T_{21} e T_{14}) de 21 e 14 pulgadas, a un custo por televisor de 100 e 50 euros, respectivamente. Sábese que o número de televisores T_{21} fabricados diariamente non supera en 4 unidades ós T_{14}, e que entrambos non se superan diariamente os 30 televisores. Tamén se sabe que o proceso produtivo non permite fabricar diariamente menos de 2 televisores T_{21} nin menos de 5 televisores T_{14}.
a) Formula-lo sistema de inecuacións asociado ó enunciado. **b)** Debuxa-la rexión factible e calcula-los seus vértices.
c) Calcular cantos televisores T_{21} e T_{14} maximizan e cantos minimizan o custo de produción diaria.

ANÁLISE

1. O número de vehículos que pasaron certo día polo peaxe dunha autoestrada ven representado pola función

$$N(t)=\begin{cases}\left(\dfrac{t-3}{3}\right)^2+2\,, & 0\le t\le 9\\[2ex] 10-\left(\dfrac{t-15}{3}\right)^2, & 9<t\le 24\end{cases}$$

onde N indica o número de vehículos e t representa o tempo transcorrido (en horas) dende as 0:00 horas.
a) ¿Entre que horas aumentou o número de vehículos que pasaban polo peaxe? ¿Entre que horas diminuiu?
b) ¿A que hora pasou o maior número de vehículos? ¿Cantos foron?

2. Quérese fabricar unha caixa de madeira sen tapa cunha capacidade de 2 m^3. Por razóns de porte no transporte da mesma, a lonxitude da caixa ten que ser o dobre cá anchura. Ademais, a madeira para construí-la base da caixa custa 12 euros por metro cadrado, mentres que a madeira para construí-las caras laterais custa 8 euros por metro cadrado. Acha-las dimensións da caixa para que o custo sexa mínimo. Calcular dito custo mínimo.

ESTATÍSTICA

1. O cadro de persoal duns grandes almacéns está formado por 200 homes e 300 mulleres. A cuarta parte dos homes e a terceira parte das mulleres só traballan no turno da mañá. Elexido un dos empregados ó chou:
a) ¿cal é a probabilidade de que sexa home ou só traballe no turno da mañá? **b)** sabendo que non só traballa no turno da mañá ¿cal é a probabilidade de que sexa muller?

2. O peso dos alumnos de bacharelato dunha certa cidade ten unha media μ descoñecida e unha desviación típica σ=5,4 kg. Tomamos unha mostra aleatoria de 100 alumnos de bacharelato desa cidade,
a) se a media da mostra é de 60 kg, calcular cun nivel de confianza do 99%, o intervalo de confianza para o peso medio μ de tódolos alumnos de bacharelato da cidade, **b)** faise a seguinte afirmación: "o peso medio dos alumnos de bacharelato desa cidade está comprendido entre 59 e 61 kg", ¿con que nivel de confianza se fai esta afirmación?

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) **Código: 61**

SETEMBRO 2005

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 puntos; Análise 3,5 puntos; Estatística 3,5 puntos.

ÁLXEBRA

1. Unha empresa fabrica xoguetes de tres tipos diferentes T_1, T_2 e T_3. Os prezos de *custo* de cada xoguete e os *ingresos* que obtén a empresa por cada xoguete vendido veñen dados na seguinte táboa:

	T_1	T_2	T_3
Prezo de custo	4 €	6 €	9 €
Ingreso	10 €	16 €	24 €

O número de *vendas anuais* é de 4500 xoguetes T_1, 3500 xoguetes T_2 e 1500 xoguetes T_3. Sabendo que a *matriz de custos (C)* e a *matriz de ingresos (I)* son matrices diagonais e que a *matriz de vendas anuais (V)* é unha matriz fila,

a) determina-las matrices C, I e V.

b) obter, utilizando as matrices anteriores, a matriz de custos anuais, a matriz de ingresos anuais, e a matriz de beneficios anuais, correspondentes ós tres tipos de xoguetes.

2. Un centro comercial vende dous modelos de teléfono móbil, o X e o Y. Os seus empregados utilizan 3 horas de tempo de vendas por cada teléfono do modelo X vendido e 5 horas de tempo de vendas por cada teléfono Y vendido, dispoñendo dun máximo de 600 horas de venda para o seguinte período dun mes. Ademais, nese mes, deben vender como mínimo 25 teléfonos do modelo X, e o número de teléfonos que vendan do modelo Y terá que ser maior ou igual que o de teléfonos X.

A empresa obtén un beneficio de 40 € por cada modelo X vendido e de 50 € por cada modelo Y vendido,

a) Formula-lo sistema de inecuacións asociado ó enunciado. **b)** Representar graficamente a rexión factible e calcula-los seus vértices. **b)** ¿Cantos teléfonos de cada modelo se deberían vender durante o seguinte período dun mes para maximiza-los beneficios? ¿A canto ascenderían ditos beneficios?

ANÁLISE

1. Quérese cercar un campo rectangular que linda cun camiño por un dos seus lados. Se a cerca do lado do camiño custa 6 €/m e a dos outros lados 2 €/m, acha-las dimensións do campo de área máxima que pode cercarse con 2560 €.

2. A función *f(t)*, $0 \le t \le 10$, na que o tempo t está expresado en anos, representa os beneficios dunha empresa (en centos de miles de euros) entre os años 1990 ($t=0$) e 2000 ($t=10$)

$$f(t) = \begin{cases} t+1 & \text{se} \quad 0 \le t < 2 \\ t^2 - 8t + 15 & \text{se} \quad 2 \le t < 6 \\ \dfrac{3}{4}(-t+10) & \text{se} \quad 6 \le t \le 10 \end{cases}$$

a) Representar graficamente *f(t)*, estudando: puntos de corte, intervalos de crecemento e decrecemento.

b) ¿En que anos acadou a empresa o máximo beneficio? ¿Cal foi dito beneficio? ¿Durante canto tempo houbo perdas?

ESTATÍSTICA

1. Unha enquisa revela que o 40% dos xóvenes de certa cidade ten estudos, dos cales o 15% non ten traballo. Do 60% que non ten estudos, un 25% non ten traballo.

a) Determina-la porcentaxe de xóvenes desa cidade que non ten traballo. **b)** Entre os que non teñen traballo, ¿que porcentaxe ten estudos? **c)** Calcula-la probabilidade de que, elexido ó chou un xoven desa cidade, teña estudos ou traballe.

2. Unha fábrica desexa coñece-lo tempo que tarda en estragarse un produto que ten almacenado. Para isto, elixe unha mostra de 100 unidades, resultando un tempo medio de descomposición de 120 horas. Por experiencias anteriores coñécese que a desviación típica da variable normal tempo de descomposición é de 5 horas.

a) ¿Como se distribúe a variable tempo medio de descomposición para mostras de 100 produtos?

b) Cun nivel de confianza do 95%, ¿entre que valores se atopa o tempo medio de descomposición para a totalidade do produto almacenado?

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

	A	*B*	*C*	*Dispoñibilidade*	*Gasto/unidade de materia prima*
M_1	2	1	3	50 *unidades*	50 € / *unidade de* M_1
M_2	3	2	2	70 *unidades*	70 € / *unidade de* M_2
M_3	1	2	4	40 *unidades*	60 € / *unidade de* M_3
Prezo venda de cada artigo	500 €	600 €	1000 €		

a) – *Formulación do sistema* (**0´75 puntos:** 0´25 puntos por cada unha das tres ecuacións)

Chamamos: *"x = unidades do artigo A", "y = unidades do artigo B", "z = unidades do artigo C"*

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y + 3z = 50 \\ 3x + 2y + 2z = 70 \\ x + 2y + 4z = 40 \end{array}\right\} \text{ ou as': } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 40 \end{pmatrix}$$

– *Resolución (por calquera método)* (**1´5 puntos:** 0´5 puntos por cada unha das solucións)

$x = 18$ artigos A, $y = 5$ artigos B, $z = 3$ artigos C.

b) – *Obte-los ingresos:*

$$I = (500 \;\; 600 \;\; 1000) \begin{pmatrix} 18 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = 15000 \text{ euros}$$

(**0´25 puntos**)

– *Obte-los gastos:*

$$G = (50 \;\; 70 \;\; 60) \begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 40 \end{pmatrix} = 9800 \text{ euros}$$ (**0´25 puntos**)

– *Calcula-lo beneficio total:* $B_{TOTAL} = I - G = 5200$ *euros* (**0´25 puntos**)

Exercicio 2.

Sexan "x" e "y" o número de televisores T_{21} e T_{14} que fabrica a empresa / día, respectivamente.

a) – *Formulación do sistema de inecuacións*: $x \le y + 4$; $x + y \le 30$; $x \ge 2$; $y \ge 5$ (**0´25 puntos** por cada unha delas).

b) – *Vértices da rexión factible*: (2, 5), (9, 5), (17, 13), (2, 28), (**0´25 puntos** por cada un deles).

– *Representación gráfica da rexión factible*: debuxa-las catro rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos catro vértices: (**0´5 puntos**).

c) – *Optimización*: A función obxectivo z = $100x + 50y$ maximízase no vértice (17, 13), e minimízase no vértice (2, 5), logo fabricando 17 televisores T_{21} /día e 13 televisores T_{14} /día maximízase o custo de produción diaria (**0´25 puntos**), e se fabrican 2 T_{21} /día e 5 T_{14} /día minimizan o custo de produción diaria (**0´25 puntos**).

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

a) – *Determina-las derivadas:* $N'(t) = 2/9(t - 3)$ para $0 < t < 9$ e $N'(t) = -2/9(t - 15)$ para $9 < t < 24$ (**1 punto:** 0´5 puntos por cada unha delas).

– *Estudia-lo crecemento e decrecemento*, e deducir que, "entre as 3:00 e as 15:00 horas aumentou o número de vehículos que pasaban polo peaxe" (**0´5 puntos**); e que "entre as 0:00 e as 3:00 horas, e tamén entre as 15:00 e as 24:00 horas diminuiu o número de vehículos" (**0´5 puntos**)

b) – *A hora na que se acadou o máximo: 15:00 horas* (**0´5 puntos**)

– *O número máximo de vehículos: 10 vehículos* (**0´5 puntos**)

– *Xustificación do máximo absoluto* (ben coa gráfica ou có valor da función na orixe) (**0´5**

puntos)

– *Convén subliñar que este exercicio puntúase cos 3´5 puntos se debuxan correctamente a gráfica da función (representación de dúas parábolas nos trozos nas que están definidas), e resolven ben o estudo de cada un dos apartados sobre a gráfica.*

Exercicio 2.

– *Obte-la expresión da relación entre as dimensións da caixa:* $y = 1/x^2$, *sendo "x = anchura da caixa", "y = altura da caixa" e "2x = lonxitude da caixa", e utilizando o dato de que o volume é 2 m³.* (**0´5** puntos)

– *Determina-la función custo a minimizar:* $C(x) = 24x^2 + 48/x$ *para* $x > 0$ (**1 punto**)

– *Cálculo da primeira derivada:*

$C'(x) = 48x - 48/x^2$ (**0´75 puntos**).

– *Obte-lo punto crítico: "x =1"* (**0´25 puntos**). *Xustifica-lo mínimo* (**0´25 puntos**)

– *Obte-las dimensións da caixa: anchura = 1 m., altura = 1 m., lonxitude = 2 m.* (**0´25 puntos**). *Calcula-lo custo mínimo: 72 €* (**0´5 puntos**)

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos *"H: un empleado é home", "M: un empleado é muller"* e *"T_M: un empleado só traballa no turno da mañá"*. Datos: $P(H) = 2/5$, $P(M) = 3/5$, $P(T_M | H) = 1/4$ e $P(T_M | M) = 1/3$.

a) – *Formulación do enunciado:* $P(H \cup T_M)$ (**0´25 puntos**)

– *Calcula-las probabilidades decoñecidas* na fórmula da probabilidade da unión, podendo calcular $P(T_M)$ ben polo teorema das probabilidades totais, ben co diagrama de árbore ou ben co cadro de valores de forma que $P(T_M) = 3/10$, e calculando a $P(H \cap T_M) = 1/10$ (**1´5 puntos**). Chegar ó resultado final $P(H \cup T_M) = 3/5$ (**0´25 puntos**)

b) – *Formulación do enunciado:* $P(M / \overline{T}_M)$ (**0´25 puntos**). *Calcula-la probabilidade condicionada* enunciada anteriormente e chegar ó resultado: 4/7 (**1´25 puntos**).

Exercicio 2.

a) – *Pola formulación do intervalo:*

$$P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha$$

(**1 punto**)

– *Calcular* $Z_{\alpha/2} = 2´575$ (**0´25 puntos**)

– *Calcular numéricamente os extremos do intervalo:* (58´61, 61´39)

"Espérase, cunha confianza do 99% , que o peso medio dos alumnos de bacharelato desa cidade estea comprendido entre 58´61 Kg. e 61´39 Kg." (**0´5 puntos**)

b) – *Formula-la ecuación que corresponde ó radio do intervalo dado:* $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1$, deducíndose que $Z_{\alpha/2} = 10/5´4 = 1´8518$ (**0´75 puntos**)

Pola obtención do nivel de confianza $1 - \alpha = 0´9356$ (**1 punto**)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).

Exercicio 1.

	T_1	T_2	T_3
Prezo de custo de cada xoguete	4 €	6 €	9 €
Ingresos por cada hoguete vendido	10 €	16 €	24 €
Número de vendas anuais	4500	3500	1500

a) – *Obte-la matriz de custos* $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ (**0´5 puntos**)

– *Obte-la matriz de ingresos* $I = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$ (**0´5 puntos**)

– *Obte-la matriz de vendas anuais V = (4500 3500 1500)* (**0´5 puntos**)

b) – *Matriz de custos anuais* $V \cdot C = (4500 \;\; 3500 \;\; 1500) \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} = (18000 \;\; 21000 \;\; 13500)$ (**0´5 puntos**)

– *Matriz de ingresos anuais* $V \cdot C = (4500 \;\; 3500 \;\; 1500) \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix} (45000 \;\; 56000 \;\; 36000)$ (**0´5 puntos**)

– *Matriz de beneficios anuais* = $V \cdot I - V \cdot C$ = (27000 35000 22500) (**0´5 puntos**)

Terá logo 27000 euros de beneficios anuais cos xoguetes tipo T_1 ; 35000 euros cos do tipo T_2 e 22500 euros cos do tipo T_3.

Exercicio 2.

Sexan "*x*" e "*y*" o número de teléfonos móviles dos modelos X e Y, respectivamente, vendidos nun periodo dun mes.

a) – *Formulación do sistema de inecuacións*: $3x + 5y \leq 600$; $x \geq 25$; $y \geq x$ (**0´25 puntos** por cada unha delas).

b) – *Vértices da rexión factible*: (25, 25), (75, 75), (25, 105) (**0´25 puntos** por cada un deles).

– Representación gráfica da rexión factible: debuxa-las tres rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos vértices: (**0´75 puntos**).

c) – *Optimización*: *función obxectivo* $z = 40x + 50y$ (**0´25 puntos**)

– *maximízase* no vértice (75, 75) (**0´25 puntos**), deben vender, durante o seguinte período dun mes, 75 teléfonos do modelo X e 75 do modelo Y para maximiza-los beneficios, ascendendo ditos beneficios a 6750 euros (**0´25 puntos**).

ANÁLISE (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

– Obte-la expresión do custo da cerca en función das dimensións do campo a cercar:

$640 = 2x + y$, sendo *"x = dimensión do lado do campo que linda cun camiño", "y = dimensión do outro lado do campo"* (**1 punto**)

– Determina-la función área a maximizar: $A(x) = 640x - 2x^2$ *para* $x > 0$ (**1 punto**)

– Cálculo da primeira derivada: $A'(x) = 640 - 4x$

(**0´5 puntos**). *Obte-lo punto crítico: "x =160"* (**0´25 puntos**). *Comprobar que é un máximo* (**0´25 puntos**)

– Obte-las dimensións pedidas: *"x* = 160m*"* e *"y* = 320m*"* (**0´5 puntos**)

Exercicio 2.

a) – *Puntos de corte:* (0, 1); (3, 0); (5, 0); (10, 0) (**0´5 puntos**)

– Intervalos de crecemento e decrecemento: a función é *crecente* en $(0, 2) \cup (4, 6)$ (**0´5 puntos**); e *decrecente* en $(2, 4) \cup (6, 10)$ (**0´5 puntos**)

– Representación gráfica: pola gráfica da parábola (**0´5 puntos**) (*non se puntúa se para face-la gráfica baséanse só nunha táboa de valores*); por cada unha das dúas rectas (**0´25 puntos**)

b) – *Anos nos que a empresa acadou o máximo beneficio:"no ano* 1992*"* ($t = 2$) (**0´25 puntos**) e *"no ano* 1996 *"* ($t = 6$) (**0´25 puntos**)

– Beneficio máximo: "300.000 euros" (**0´25 puntos**)

– Tempo no que houbo perdas: "do ano 1993 *ó* 1995*"* (de $t = 3$ a $t = 5$) houbo perdas (**0´25 puntos**)

ESTATÍSTICA (A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).

Exercicio 1.

Sexan os sucesos:*"E: un xoven ten estudos", "$\overline{E}$: un xoven non ten estudos", "T: un xoven ten traballo,", $\overline{T}$: un xoven non ten traballo".* Datos: $P(E) = 0´40$, $P(\overline{E}) = 0´60$, $P(\overline{T}|E) = 0´15$ e $P(\overline{T}|\overline{E}) = 0´25$.

a) *– Formulación do enunciado e do teorema das probabilidades totais:* $P(\overline{T}) = P(E)P(\overline{T}|E) + P(\overline{E})P(\overline{T}|\overline{E})$ (**1 punto**); *Polos cálculos precisos para chegar ó resultado* $P(\overline{T}) = 0´21$ (**0´25 puntos**); *Pola expresión da porcentaxe*: *"*O 21% *dos xóvenes desa cidade non ten traballo"* (**0´25 puntos**)

b) *– Formulación do enunciado e definición da probabilidade condicionada:* $P(E/\overline{T}) = \dfrac{P(E \cap \overline{T})}{P(\overline{T})}$

(**0´5 puntos**); Polos cálculos e a porcentaxe: *"O* 28´57% *dos que non teñen traballo, ten estudos"* (**0´5 puntos**)

c) – *Formula-lo enunciado:* $P(E \cup T) = P(E) + P(T) - P(E \cap T)$ (**0´25 puntos**); *calcular* $P(T) = 0´79$ (**0´25 puntos**); *calcular* $P(E \cap T) = 0´34$ (**0´25 puntos**); *resultado final*: *"A probabilidade de que un xove desa cidade teña estudos ou traballe é 0´85"* (**0´25 puntos**)

Exercicio 2.

a) Sexa *"X* = tempo, en horas, de descomposición dun produto almacenado pola fábrica*"*

$X : N(\mu, \sigma = 5)$. Para unha mostra de n = 100 unidades do produto, a variable *media da mostra* $\overline{X}$ toma o valor $\overline{x} = 120$ horas: tempo medio de descomposición das 100 unidades.

– Determina-la distribución de $\overline{X}$: $\overline{X} : N(\mu, \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}})$

(**0´5 puntos**)

– Cálculo da desviación típica de $\overline{X}$: $\sigma/\sqrt{n} = 0´5$ e concluír $\overline{X} : N(\mu, \sigma = 5)$ (**0´5 puntos**)

b) *– Pola formulación do intervalo* $P(\overline{X} - Z_{\alpha/2} \cdot 0«5 \leq \mu \leq \overline{X} + z_{\alpha/2} \cdot 0«5) = 0«95$ (**1 punto**)

– Calcular $z_{\alpha/2} = 1´96$ (**0´5 puntos**)

– Calcular numéricamente os extremos do intervalo: (119´02, 120´98) *"Ó 95% de confianza, o tempo medio de descomposición para a totalidade do produto almacenado está, aproximadamente, entre 119h e 121h "* (**1 punto**)

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) — XUÑO 2004 — Código: 61

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos; Análise 3,5 ptos; Estatística 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Tres traballadores *A*, *B* e *C*, ó rematar un determinado mes, presentan á súa empresa a seguinte plantilla de producción, correspondente ás horas de traballo, dietas de mantemento e Km. de desprazamento que fixeron cada un deles

	HORAS DE TRABALLO	*DIETAS*	*QUILÓMETROS*
A	40	10	150
B	60	15	250
C	30	6	100

Sabendo que a empresa paga ós tres traballadores a mesma retribución: x euros por hora traballada, y euros por cada dieta e z euros por Km. de desprazamento e que paga ese mes un total de 924 euros ó traballador A, 1390 euros ó B e 646 euros ó C, calcular x, y, z.

2. Un concesionario de coches comercializa dous modelos de automóbiles: un de gama alta, có que gaña 1000 euros por unidade vendida e o outro de gama baixa cuns beneficios por unidade vendida de 600 euros. Por razóns de mercado, a venda anual destes modelos está suxeita ás seguintes restriccións:

- O número de modelos de gama alta vendidos non será menor de 50 nin maior de 150 coches.
- O número de modelos de gama baixa vendidos terá que ser maior ou igual ó de modelos de gama alta vendidos.
- O concesionario pode vender ata un máximo de 500 automóbiles dos dous modelos ó ano.

a) Formula-las restriccións e representar graficamente a rexión factible. **b)** ¿Cantos automóbiles de cada modelo debe vender anualmente co fin de maximiza-los beneficios?

ANÁLISE

1. A función de custo total de producción de x unidades dun determinado produto é $C(x)=\dfrac{x^3}{100}+8x+20$.

a) Defínese a función de custo medio por unidade como $Q(x)=\dfrac{C(x)}{x}$, ¿cantas unidades *"x_0"* é necesario producir para que sexa mínimo o custo medio por unidade? **b)** ¿Que relación existe entre $Q(x_0)$ e $C'(x_0)$?

2. Unha enfermidade propágase de tal xeito que, despois de t semanas afectou a $N(t)$ centos de persoas, onde

$$N(t)=\begin{cases} 5-t^2(t-6) & para\ \ 0\le t\le 6 \\ -\dfrac{5}{4}(t-10) & para\ \ 6<t\le 10 \end{cases}$$

a) Estudia-lo crecemento e decrecemento de $N(t)$. Calcula-lo máximo de persoas afectadas e a semana na que se presenta ese máximo. Calcular tamén a semana na que se presenta o punto de inflexión no número de persoas afectadas. **b)** ¿A partir de que semana a enfermidade afecta a 250 persoas como máximo?

ESTATÍSTICA

1. Nunha empresa, o 20% dos traballadores son maiores de 45 anos, o 8% desempeña algún posto directivo e o 6% é maior de 45 anos e desempeña algún posto directivo.

a) ¿Que porcentaxe dos traballadores ten máis de 45 anos e non desempeña ningún cargo directivo?
b) ¿Que porcentaxe dos traballadores non é directivo nin maior de 45 anos?
c) Se a empresa ten 150 traballadores, ¿cantos son directivos e non teñen máis de 45 anos?

2. Sábese que o gasto semanal (en euros) en ocio para os xóvenes dunha certa cidade segue unha distribución normal con desviación típica σ coñecida.

a) Para unha mostra aleatoria de 100 xóvenes desa cidade, o intervalo de confianza ó 95% para o gasto medio semanal μ é (27, 33). Calcula-la correspondente media mostral $\bar{x}$ e o valor de σ.
b) ¿Que número de xóvenes teríamos que seleccionar ó chou, como mínimo, para garantir, cunha confianza do 95%, unha estimación de dito gasto medio cun erro máximo non superior a 2 euros semanais?

CiUG

COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) **Código: 61**

SETEMBRO 2004

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos; Análise 3,5 ptos; Estatística 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Sexan as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5x & 2 \\ 2x & 2 \\ x & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 3z \\ z \\ 2z \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3/2 \\ -3/2 \end{pmatrix}$$

a) Calcula-la matriz $(A \cdot B) + C$. **b)** Sabendo que $(A \cdot B) + C = 2D$, formular un sistema de ecuacións e encontra-los valores de x, y, z.

2. Nunha emisora de radio detectouse que un programa *A* que adica 20 minutos a información xeral e 20 minutos a música, capta un total de 30.000 oíntes, mentras que un programa *B* que adica 30 minutos a información xeral e 10 minutos a música capta 20.000 oíntes.

Nun determinado período, decídese adicar un máximo de 300 minutos a información xeral e 140 minutos a música. Se se desexa que o número de oíntes sexa máximo, ¿cantas veces deberá emitirse cada un dos programas *A* e *B* nese período? Representar graficamente a rexión factible.

ANÁLISE

1. Os beneficios (en millóns de euros por ano) estimados para unha empresa axústanse á seguinte función:

$$B(x) = \frac{5x}{x^2 + 4}, \qquad x \geq 0$$

onde *B* representa os beneficios da empresa e *x* os anos transcorridos dende o momento da súa constitución ($x = 0$).

a) Determina-los intervalos de crecemento e decrecemento de $B(x)$. ¿Que información nos dan sobre a evolución dos beneficios ó longo do tempo? **b)** ¿Ó cabo de canto tempo obtén a empresa o máximo beneficio? ¿Cal é este beneficio máximo?

2. Mércase un equipo industrial en 1990 ($x = 0$) e sábese que xenera uns ingresos de $R(x) = 6125 - \frac{125}{4}x^2$ (miles de euros anuais) *x* anos despois de mercalo.

Ó mesmo tempo, os custos de funcionamento e mantemento son $C(x) = 2000 + 10x^2$ miles de euros anuais.

a) Representa-las gráficas das funcións $R(x)$ e $C(x)$. **b)** ¿Durante cantos anos foi rendible o equipo? **c)** ¿En que ano o beneficio foi máximo e a canto ascendeu o mesmo?

ESTATÍSTICA

1. Unha comisaría de policía metropolitana está formada por 1200 axentes: 960 homes e 240 mulleres. Ó longo dos dous últimos anos foron ascendidos 324 axentes. Na seguinte táboa amósase o reparto específico dos ascensos para axentes masculinos e femininos:

	ASCENDIDOS	*NON ASCENDIDOS*	**TOTAL**
HOMES	288	672	960
MULLERES	36	204	240
TOTAL	324	876	1200

a) Calcula-la probabilidade de ascenso para un axente do sexo masculino. **b)** Calcula-la probabilidade de ascenso para unha axente do sexo feminino. **c)** Nesta comisaría, ¿o ascenso é dependente ou independente do feito de ser o policía home ou muller? Xustifíquese a resposta.

2. Para determina-la idade promedio dos seus clientes, un fabricante de roupa para cabaleiro colle unha mostra aleatoria de 50 clientes e calcula a súa idade media $\bar{x} = 36$ anos.

Se se sabe que a variable idade segue unha distribución normal con desviación típica $\sigma = 12$ anos, determinar,

a) cun 95% de confianza o intervalo da media de idade de tódolos clientes. **b)** se se desexa que a media da mostra non difira en máis de 2 anos da media da poboación, con probabilidade 0,95, ¿cantos clientes se deberían tomar como mínimo na mostra?

CONVOCATORIA DE XUÑO

ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.
– Plantexa-lo sistema: **1´5 puntos.**
– Resolución do sistema: **1´5 puntos.**

EXERCICIO 2.
– Restriccións: **0´75 puntos.**
– Vértices da rexión factible: **1 punto.**
– Representación gráfica da rexión factible: **0´75 puntos.**
– Optimización **0´5 puntos**.

ANÁLISE (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.
a) 2 puntos:
– Cálculo da primeira derivada: **1 punto.**
– Obte-lo punto crítico e comprobar que é un mínimo: **1 punto**.
b) 1´5 puntos:
– Obter $C'(x_0)$: **0´75 puntos**.
– Deduci-la igualdade: **0´75 puntos**.

EXERCICIO 2.
a) 2´5 puntos:
– Calcular $N'(t)$ e puntos críticos: **0´5 puntos**.
– Crecemento e decrecemento de $N(t)$: **0´75 puntos.**
– Máximo de persoas afectadas: **0´25 puntos**.
– Semana na que se presenta ese máximo: **0´25 puntos**.
– Calcular e comprobar o punto de inflexión: **0´75 puntos.**
b) 1 punto: Pola formulación da inecuación: **0´5 puntos**.
– Por despexar e obte-lo resultado: **0´5 puntos**.

ESTATÍSTICA (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.
a) 1 punto.
b) 1 punto.
c) 1,5 puntos.

EXERCICIO 2.
a) 2 puntos:
– Obte-la media muestral $\bar{x}$: **0´5 puntos**.
– Por calcular σ: **1´5 puntos**.
b) 1´5 puntos: Plantexamento: **0´5 puntos**.
– Cálculo de n: **1 punto**.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

ÁLXEBRA (3 puntos)

EXERCICIO 1.
a) 1 punto:
– Calcular $A{\cdot}B$: **0´75 puntos**.
– Calcular $A{\cdot}B + C$: **0´25 puntos**.
b) 2 puntos:
– Plantexa-lo sistema: **0´5 puntos**.
– Resolución do sistema: **1´5 puntos**.

EXERCICIO 2.
– Restriccións: **0´75 puntos**.
– Vértices da rexión factible: **1 punto**.
– Representación gráfica da rexión factible: **0´75 puntos.**
– Optimización **0´5 puntos**.

ANÁLISE (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.
a) 2´5 puntos:
– Cálculo da primeira derivada: **1 punto**.
– Intervalos de crecemento e decrecemento: **1 punto**.
– Información sobre a evolución dos beneficios ó longo do tempo: **0´5 puntos**.
b) 1 punto:
– Ano no que o beneficio foi máximo: **0´5 puntos**.
– Beneficio máximo: **0´5 puntos**.

EXERCICIO 2.
a) 1 punto:
– Pola gráfica de $R(x)$: **0´5 puntos**.
– Pola gráfica de $C(x)$: **0´5 puntos**.
b) 1´25 puntos:
– Pola formulación da desigualdade: **0´25 puntos**.
– Polos extremos do intervalo: **0´5 puntos**.
– Por completa-lo intervalo: **0´5 puntos**.
c) 1´25 puntos:
– Ano no que o beneficio foi máximo: **0´75 puntos**.
– Beneficio máximo: **0´5 puntos**.

ESTATÍSTICA (3´5 puntos)

EXERCICIO 1.
a) 1 punto.
b) 1 punto.

c) 1´5 puntos:
– Pola definición de sucesos independentes: **0´5 puntos**.
– Polo cálculo das probabilidades descoñecidas na formulación anterior: **0´5 puntos**.
– Pola deducción final: **0´5 puntos**.

EXERCICIO 2.
a) 2 puntos:
– Pola expresión do intervalo: **1 punto**.
– Calcular $z_{\alpha/2}$: **0´5 puntos**.
– Calcular numéricamente os extremos do intervalo: **0´5 puntos**.
b) 1´5 puntos:
– Formulación: **0´5 puntos**.
– Operar na desigualdade: **0´5 puntos**.
– Cálculo de *n*: **0´5 puntos**.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAAU (LOXSE) XUÑO 2003	Código: 61

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.
Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos; Análise 3,5 ptos; Estatística 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Un empresario fabrica dous productos *A* e *B*. A fabricación dun kilogramo de *A* necesita 4 horas de traballo e un gasto de 60 euros en material, obténdose un beneficio de 45 euros. A fabricación dun kilogramo de *B* necesita 8 horas de traballo e un gasto de 48 euros en material, obténdose un beneficio de 33 euros.

Cada semana o empresario dispón de 200 horas de traballo. Ademais, asinou un contrato que o obriga a fabricar un mínimo de 15 kg. de *A* e 10 kg. de *B*. Se non pode gastar máis de 1920 euros en material, ¿cantos kilogramos por semana debe fabricar de cada producto para obte-lo máximo beneficio posible?

2. Resolver matricialmente a ecuación $A^t X - B = 0$ sendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

e onde A^t denota a matriz trasposta de A.

ANÁLISE

l. Dada a función

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si} \quad x \le 1 \\ -x^2+4x-3 & \text{si} \quad 1 < x \le 3 \\ \dfrac{x-3}{x} & \text{si} \quad x > 3 \end{cases}$$

PRepresentala graficamente estudiando: puntos de corte, crecemento e decrecemento, concavidade e asíntotas.

2. a) Determina-la función *f(x)* se se sabe que pasa polo punto (0, 1) e que a súa derivada é $f'(x) = x^3 + 2x$.

b) Determina-lo punto da gráfica no que a recta tanxente ten pendente 0. ¿Que máis se pode afirmar dese punto? Xustifíquese a resposta.

ESTATÍSTICA

1. Considérese unha poboación na que se estudia unha característica X que segue unha distribución normal de media $\mu=12$ e varianza $\sigma^2=16$. Pídese: a) Probabilidade de que un elemento da poboación, elexido ó chou, teña a característica superior a 14. b) Considérase unha mostra aleatoria de tamaño n=9. ¿Cal é a probabilidade de que a media mostral $\overline{X}$ teña un valor superior a 14?

$$\overline{X} \in N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

2. a) A probabilidade de que deixe de fumar un paciente, que se someteu a un réxime médico rigoroso, é de 0´8. Se se elixen 100 pacientes, que se someteron a dito réxime, ¿cal é a probabilidade de que deixaran de fumar entre 74 e 85 pacientes, ámbolos dous incluidos?

b) Sexan A e B dous sucesos tales que P(A) = 0´6 e P(B) = 0´3. Se P(A/B) = 0´1 calcúlese $P(A \cup B)$ e $P(\overline{B}/A)$ sendo $\overline{B}$ o complementario do suceso B.

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAAU (LOXSE) Código: 61

SETEMBRO 2003

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.
Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos; Análise 3,5 ptos; Estatística 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Na seguinte táboa indícase a audiencia prevista (en miles de espectadores) por tres cadeas de TV (A, B, C) nunha determinada semana e en cada un dos tres segmentos horarios (Mañá: M, Tarde: T e Noite: N)

	A	B	C
M	40	60	20
T	60	40	30
N	100	80	90

Sen embargo, como consecuencia da calidade dos programas emitidos, produciuse na audiencia prevista (e en tódolos segmentos horarios) unha reducción do 10% para a cadea A, unha reducción do 5% para a B e un aumento do 20% para a C.
a) Obte-la matriz que representa a nova audiencia das tres cadeas A, B e C, nos tres segmentos horarios M, N e T.
b) Sabendo que o beneficio que obtén cada cadea por espectador é de 3 euros pola mañá, 4 euros pola tarde e 6 euros pola noite, obter mediante cálculo matricial os beneficios para cada unha das tres cadeas.

2. Deséxase investir 3000 euros en dous tipos de accións A e B. O tipo A ten bastante risco, cun interés anual do 10% e o tipo B é bastante segura, cun interés anual do 7%. Decídese investir como máximo 1800 euros en A e como mínimo 600 euros en B e ademais, investir en A tanto ou máis que en B. ¿Cal debe se-la distribución do investimento para obte-lo máximo interés anual?

ANÁLISE

1. A producción y, en kg., dunha certa colleita agrícola, depende da cantidade de nitróxeno x, con que abonemos a terra (nas unidades apropiadas), segundo a función $y = \dfrac{1000\,x}{1+x^2}$, sendo $x \geq 0$

a) Estudia-lo crecemento e decrecemento da función. Calcula-la producción máxima.

b) Se é rendible que a producción estea entre 400Kg. e 500Kg. (ámbolos dous incluídos), ¿que cantidades de nitróxeno necesitaríamos?

2. Determina-los parámetros a, b e c na función polinómica $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, sabendo que ten un mínimo relativo no punto (3, 0) e que a área, $\int_0^3 f(x)dx$, limitada pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe x é $\dfrac{27}{4}$

ESTATÍSTICA

1. Nunha cidade, o 80% da poboación adulta mira a televisión, o 30% le algún libro e o 25% mira a televisión e le algún libro. Pídese:
a) De entre os que len libros, ¿que porcentaxe mira a televisión?
b) Porcentaxe dos que non miran a televisión e sí len algún libro.
c) Porcentaxe dos que non fan ningunha das dúas cousas.

2. A) A cantidade de mineral, en toneladas, que produce semanalmente unha mina, é unha variable aleatoria que segue unha distribución normal de media 10 Tm. e desviación típica 4 Tm.
a) Calcula-la probabilidade de que a producción semanal fora superior a 12 Tm.
b) Elíxense 10 semanas ó chou ¿cal é a probabilidade de que en 3 ou máis semanas a producción de dito mineral fora superior a 12 Tm.?

CONVOCATORIA DE XUÑO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA *(A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).*

Exercicio 1.

Chamémoslle "x" ós Kg. de *A* e "y" ós Kg. de *B* que fabrica o empresario por semana.

Inecuacións: $x \geq 15$; $y \geq 10$; $4x + 8y \leq 200$; $60x + 48y \leq 1920$. (**0´25 puntos** por cada unha delas). *Vértices da rexión factible*: (15, 10), (24, 10), (20, 15), (15, 35/2).(**0´25 puntos** por cada un deles). *Identificación da rexión factible*: debuxa-las catro rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos catro vértices: (**0´5 puntos**). *Solución óptima*: A función beneficio $z = 45x + 33y$ maximízase no vértice (24, 10). Polo tanto o empresario debe fabricar por semana 24 Kg. do producto *A* e 10 Kg. do producto *B*. Beneficio máximo: 1410 euros. (**0´5 puntos**).

Exercicio 2.

Despexa-la X: $X = (A^t)^{-1}.B$. (**0´5 puntos**). *Cálculo da inversa de* A^t:

$$(A^t)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ (**1´5 puntos**).

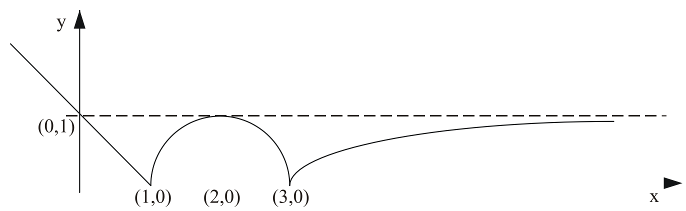
Obter:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$ (**1 punto**).

ANÁLISE *(A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).*

Exercicio 1.

Puntos de corte: Co eixo *y* (0, 1). Co eixo *x* (1, 0) e (3, 0). (**0´25 puntos** por cada eixo). *Crecemento e decrecemento*: Nos intervalos $(-\infty, 1)$ e (2, 3) a función é decrecente e nos intervalos (1, 2) e $(3, +\infty)$ é crecente. (**0´25 puntos** polo estudio de cada un dos intervalos). *Concavidade*: É cóncava hacia abaixo nos intervalos (1, 3) e $(3, +\infty)$. (**0´25 puntos** polo estudio da concavidade en cada intervalo). *Asíntotas*: Verticais: non ten. Horizontais: A recta "y = 1" é asíntota horizontal pola dereita (**0´5 puntos**). *Representación gráfica*: (**1 punto**)



Exercicio 2.

a) *Determinar f(x)* = $a x^4 + b x^2 + c$. Por pasar polo punto (0,1) dedúcese que c = 1. Facendo a primeira derivada e igualando a $x^3 + 2x$ obtense. a = 1/4 e b = 1. (**0´75 puntos** pola obtención de a, **0´75** por b e **0´5** por c).

b) Igualando a primeira derivada a 0 obtense o punto da gráfica (0,1). (**1 punto**). *Xustificar* que se trata dun mínimo porque a segunda derivada é positiva nese punto (**0´5 puntos**).

ESTATÍSTICA *(A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).*

Exercicio 1.

a) *Plantexamento*: P(X >14). (**0´25 puntos**). *Tipifica-la* variable $\overline{X} \in N(\mu = 12, \sigma = 4)$ e chegar a P(X >14) = P(Z >0´5) (**0´75 puntos**). *Transformar* P(Z >0´5) = 1- P(Z ≤0´5) (**0´25 puntos**) e busca-lo valor na táboa, obtendo ó final a solución 0´3085, (**0´25 puntos**).

b) *Plantexamento*: P(>14). (**0´5 puntos**). Tipifica-la variable $\overline{X} \in N\left(\mu = 12, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4}{3}\right)$, e chegar a $P(\overline{X} > 14) = P(Z > 1´5)$ (**1 punto**). *Transformar* P(Z >1´5) =1- P(Z ≤1´5) (**0´25 puntos**) e busca-lo valor na táboa, obtendo ó final o resultado 0´0668, (**0´25 puntos**).

Exercicio 2.

a) ***Recoñece-la binomial***: "X = número de pacientes que deixan de fumar, nunha mostra de n = 100 pacientes", $X \in B(n = 100, p = 0´8)$, (0´5 puntos). *Utiliza-lo teorema de Moivre-Laplace* e pasar a $X \in N(\mu = np = 80, \sigma = \sqrt{np(1-p)} = 4)$, (**0´5 puntos**). *Tipificación* da variable e corrección de medio punto:

$P(74 \leq X \leq 85) = P(73'5 < X < 85'5) = P(-1'625 < Z < 1'375)$, (**0´5 puntos**). *Transforma-la probabilidade* para poder usa-las táboas e chegar a solución, 0´8621, (**0´5 puntos**).

b) Por calcular $P(A \cap B) = 0'03$, (**0´25 puntos**), e por $P(A \cup B) = 0'87$, (**0´5 puntos**). Pola expresión de $P(\overline{B} / A)$ (**0´25 puntos**), e por calcula-la probabilidade pedida, obtendo a solución, 0´95, (**0´5 puntos**).

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

O alumno debe resolver só un exercicio de cada bloque temático. No caso de responde-los dous, será calificado coa nota do exercicio que figura co número 1 do bloque.

ÁLXEBRA *(A puntuación máxima de cada exercicio é 3 puntos).*

Exercicio 1.

a) *Obtención da matriz da nova audiencia*: (**0´5 puntos** pola matriz de redución e aumento das audiencias das cadeas A, B e C e **1 punto** polo resto)

$$\begin{array}{c} \\ M \\ T \\ N \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 40 & 60 & 20 \\ 60 & 40 & 30 \\ 100 & 80 & 90 \end{pmatrix} \end{array} + \begin{pmatrix} -4 & -3 & 4 \\ -6 & -2 & 6 \\ -10 & -4 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 57 & 24 \\ 54 & 38 & 36 \\ 90 & 76 & 108 \end{pmatrix}$$

b) *Obtención da matriz dos beneficios*: (**1´5 puntos**. Sen cálculo matricial só **0´5 puntos**)

$$(3\ \ 4\ \ 6) \begin{pmatrix} 36 & 57 & 24 \\ 54 & 38 & 36 \\ 90 & 76 & 108 \end{pmatrix} = (864\ \ 779\ \ 864).$$

Resultado: Beneficio das cadeas A e C: 864.000 euros, beneficio da cadea B: 779.000 euros.

Exercicio 2.

Sexan "x" e "y" os euros investidos nas accións dos tipos *A* e *B*, respectivamente. *Inecuacións*: $x + y \leq 3000$; $x \leq 1800$; $y \geq 600$; $x \geq y$. (**0´25 puntos** por cada unha delas). *Vértices da rexión factible*: (600, 600), (1800, 600), (1800, 1200), (1500, 1500). (**0´25 puntos** por cada un deles). *Identificación da rexión factible*: debuxa-las catro rectas e a rexión do plano limitada por elas e polos catro vértices: (**0´5 puntos**). *Solución óptima*: A función obxectivo $z = 0'1x + 0'07y$ maximízase no vértice (1800, 1200), polo tanto hai que investir 1800 euros en accións do tipo A e 1200 euros en accións do tipo B, (**0´5 puntos**).

ANÁLISE *(A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).*

Exercicio 1.

a) Cálculo da derivada: $f'(x) = \dfrac{1000 - 1000\,x^2}{(1 + x^2)^2}$ (**1 punto**).

Crecemento e decrecemento: No intervalo (0, 1) a función é crecente. No $(1,+\infty)$ é decrecente. (**0´25 puntos** polo estudio de cada un dos intervalos). *Producción máxima*: Para x =1, a producción y = 500 Kg. é máxima. (**0´5 puntos**).

b) *Plantexa-las desigualdades*: $400 \leq \dfrac{1000x}{1 + x^2} \leq 500$, (**0´5 puntos**). *Cálculo dos valores de x*: $1/2 \leq x \leq 2$, (**1 punto**).

Exercicio 2.

Plantexa-lo sistema de tres ecuacións:

- Por pasa-la función $f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x$ polo punto (3, 0): $27a + 9b + 3c = 0$, (**0´5 puntos**).
- Por ter un mínimo relativo no punto (3, 0): $27a + 6b + c = 0$, (**1 punto**).
- Por verificarse que: $\int_0^3 (a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x)\,dx = 27/4$: $\dfrac{81}{4}a + 9b + \dfrac{9}{2}c + \dfrac{27}{4}$, (1 punto).

Resolución do sistema: Obter: a=1, b=-6, c=9, (**1 punto**).

ESTATÍSTICA *(A puntuación máxima de cada exercicio é 3´5 puntos).*

Exercicio 1.

Sexan os sucesos "T: un adulto mira a televisión" e "L: un adulto le algún libro",

a) $P(T/L) = 0'833$. Un 83´3% dos que len libros, mira a televisión, (**1 punto**).

b) $P(\overline{T} \cap L) = 0'05$. O 5% non miran a televisión e si len algún libro, (**1 punto**).

c) $P(\overline{T} \cap \overline{L}) = 0'15$. O 15% non fan ningunha das dúas cousas, (**1´5 puntos**).

Exercicio 2.

a) *Plantexamento*: "X =Tm. de mineral producido semanalmente por unha mina", $X \in N(\mu=10, \sigma=4)$ e plantexa-la probabilidade pedida $P(X>12)$, (**0´5 puntos**). *Tipificar*: $P(X>12) = P(Z>0'5)$, (**0´5 puntos**). *Transformar* $P(Z>0'5) = 1- P(Z\leq 0'5)$ e busca-lo valor na táboa, obtendo ó final a solución 0´3085, (**0´5 puntos**).

b) *Recoñece-la binomial*: "Y = número de semanas nas que a producción de dito mineral é superior a 12 Tm., nunha mostra de n = 10 semanas", $X \in B(n=10, p = P(X>12) = 0'3)$, cos parámetros correspondentes, (**1 punto**). *Plantexa-la* probabilidade pedida $P(Y\geq 3)$, (**0´5 puntos**). *Transformar* $P(Y\geq 3) = 1- P(Y\leq 2)$ e busca-los valores na táboa, obtendo ó final a solución 0´6172, (**0´5 puntos**).

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

0 alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos, Análise 3,5 ptos; Estatística 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Representa-lo recinto que cumpre as seguintes restriccións:

$$0 < y, \quad 0 < x < 10, \quad x < y, \quad y - 2x < 6, \quad 3x + 4y > 24.$$

Maximiza-la función $F(x, y) = x + y + 1$ coas restriccións anteriores.

2. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

pídese: a) calcular A^2. b) Resolve-la ecuación matricial $A^2 X + AB = B$.

ANÁLISE

1. Dada a parábola $f(x) = x^2 + bx + c$, calcular b e e se pasa polo punto (0, 2) e ten un mínimo en $x = 1$. Calcula-la área Iimitada por $f(x)$, o eixo x e as rectas $x = 1$ e $y = -x + 4$.

2. Unha empresa fabrica diariamente x toneladas do producto químico A ($0 < x < 4$) e y toneladas do producto químico B: a relación entre x e y ven dada por

$$y = \frac{24 - 6x}{5 - x}$$

Os beneficios obtidos con A son de 2000 euros por tonelada e con B son de 3000 por tonelada. ¿Cantas toneladas de A deben producirse diariamente para maximiza-los beneficios?

ESTATÍSTICA

1. Nunha certa proba, o 35 por cento da poboación examinada obtivo unha nota superior a 6, o 25 por cento, entre 4 e 6, e o 40 por cento inferior a 4. Supoñendo que as notas seguen unha distribución normal, calcula-la nota media e a desviación típica. ¿Que porcentaxe da poboación ten unha nota que se diferencia da media en menos de 2 unidades?

2. Nunha cidade o 20 por cento das casas están aseguradas contra os incendios. Coa fin de establecer unha enquisa na área, unha compañia de seguros selecciona 5 casas ó chou. Pídese:

a) Número de casas que se espera que estean aseguradas.

b) Probabilidade de que dúas casas estean aseguradas.

c) Probabilidade de que ningunha estea asegurada.

d) Probabilidade de que algunha estea asegurada.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU (LOXSE)** **SETEMBRO 2002**	**Código: 61**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

0 alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos. Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos; Análise 3,5 ptos; Estatistica 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Dado o sistema

$$2x - y = 2,\ \ x - y + z = 2,\ \ y - z = -1\ ,$$

expresalo matricialmente $AX = B$, calcula-la matriz inversa de A e resolvelo.

2. Resolve-la ecuación matricial $AX + X = B$, sendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ANÁLISE

1. Dada a función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & se \quad x \le 1 \\ x & se \quad 1 < x < 2 \\ \dfrac{1}{2}x^2 - 4x + 8 & se \quad x > 2 \end{cases}$$

Calcula-la area limitada pola función e o eixo x.

2. Representa-la función $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$

estudiando: puntos de corte cos eixos, crecemento e decrecemento, concavidade e convexidade, asíntotas.

ESTATíSTICA

1. Durante un ano as persoas dunha cidade utilizan tres tipos de transportes, metro (M), autobús (A) e coche particular (C). As probabilidades de que durante un ano teñan usado uns ou outros transportes son as seguintes:

$P(M) = 0{,}3$, $P(A) = 0{,}2$, $P(C) = 0{,}15$, $P(M\mathrm{n}A) = 0{,}1$, $P(M\mathrm{n}C) = 0{,}05$

$P(A\mathrm{n}C) = 0{,}06$, $P(M\mathrm{n}A\mathrm{n}C) = 0{,}01$

Calcula-las seguientes probabilidades: a) Que unha persoa utilice algún medio de transporte. b) Que unha persoa viaxe en metro e non en autobús. c) Que unha persoa viaxe en metro ou en coche e non en autobús. d) Que una persona vaia a *pé.*

2. A altura dos estudiantes dun instituto distribúese normalmente cunha media de 170 cm e unha desviación típica de 5 cm. Pídese: a) Calcula-lo primeiro cuartil Ql. Por definición de cuartil, Q, é o valor da variable que deixa á súa esquerda o 25% da poboación. b) Selecciónanse 5 individuos ó chou. Calcula-la probabilidade de que polo menos un mida máis de 170 cm. c) Acha-la probabilidade de que de 1000 estudiantes máis de 520 midan máis de 170 cm.

CONVOCATORIA DE XUÑO

ÁLXEBRA

Exercicio 1.

Representación da rexión factible: **2,5 ptos**.

Solución óptima: **0,5 ptos**.

Exercicio 2.

Cálculo de A^2: **1 pto**.

Cálculo de X: **2 ptos.**

ANÁLISE

Exercicio 1.

Cálculo de B e C: **1 pto.**

Cálculo de Área: **2,5 ptos.**

Exercicio 2.

Plantexamento de B (x): **1 pto.**

Cálculo da derivada: **1 pto.**

Obtención de x = 2: **1 pto.**

Comprobación da 2ª derivada: **0,5 ptos.**

ESTATÍSTICA

Exercicio 1.

Plantexamento do Sistema: **1,5 ptos.**

Resolución: **0,5 ptos.**

Cálculo da procentaxe ou probabilidade: **1,5 ptos.**

Exercicio 2.

a) **1 pto.**

b) **0,5 ptos.**

c) **0,5 ptos.**

d) **1,5 ptos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

ÁLXEBRA: 3 puntos

Exercicio 1.

Expresión matricial: **1 pto.**

Matriz inversa: **1,5 ptos.**

Resolución: **0,5 ptos.**

Exercicio 2.

Obtención de $X = (A + I)^{-1} B$: **1 pto**.

Inversa de (A + I): **1,5 ptos.**

Cálculo de X: **0,5 ptos**.

ANÁLISE: 3,5 puntos

Exercicio 1.

Plantexamento da integral que da a área: **2 ptos.**

Resolución da integral: **1,5 ptos.**

Exercicio 2.

Puntos de corte: **0,5 ptos.**

Crecemento e decrecemento: **0,5 ptos.**

Concavidade: **0,5 ptos.**

Asíntotas: **1 pto.**

Gráfica: **1 pto.**

ESTATÍSTICA: 3,5 puntos

Exercicio 1.

a) **1 pto.**

b) **1 pto.**

c) **1 pto.**

d) **0,5 ptos.**

Exercicio 2.

a) **0,5 ptos.**

b) 1,5 ptos.

c) **1,5 ptos.**

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU (LOXSE)** **XUÑO 2001**	**Código: 61**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.
Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos; Análise 3,5 ptos; Estatística 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Calcula-la matriz X tal que AX = A + B sendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Os alumnos dun colexio, teñen 120 camisetas, ll0 pañuelos e 70 gorros. Co fin de obter diñeiro para a viaxe de fin de curso, vanos poñer á venda en dous paquetes distintos; polo primeiro (dúas camisetas, un pañuelo e un gorro) cobrarán 600 pesetas; e polo segundo (unha camiseta, dous pañuelos e un gorro) 700 pesetas. ¿Cantos paquetes de cada tipo deberán vender para obte-lo máximo beneficio?

ANÁLISE

l. A temperatura (en grados centígrados) dun trozo de metal sumerxido nunha solución durante 9 horas ven dada por

$$T(t) = 10 + \frac{20}{1+t} - 5t \qquad 0 \leq t \leq 9$$

Pídese: a) Temperatura inicial do metal. b) A temperatura, ¿aumenta ou disminúe co paso do tempo? Xustifíquese a resposta. c) ¿Durante canto tempo a temperatura do metal supera os cero grados?

2. a) Dada a función $f(x) = -x^2 + bx + c$, calcúlense os valores b e c se esta función pasa polo punto (1,4) e neste punto a ecuación da recta tanxente é y = 4.

b) Calcúlese a área comprendida entre a función $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ e a recta y = x + l.

ESTATÍSTICA

1. Cando os motores chegan ó final dunha cadena de producción, un inspector escolle os que deben pasar unha inspección completa. Supóñase que se producen un10% de motores defectuosos, e que o 60% de tódolos motores defectuosos e o 20% dos bós pasan unha inspección completa. Calcúlese:

a) Probabilidade de que un motor elexido ó chou sexa defectuoso e pase a inspección. b) Probabilidade de que un motor elexido ó chou sexa bón e pase a inspección. c) Se coñecemos que o 24% dos motores pasan a inspección, ¿qué porcentaxe dos mesmos son defectuosos?

2. a) A duración de certo tipo de motor é unha variable normal cunha media de 10 anos e desviación típica de 2 anos. O fabricante garantiza o bon funcionamento dos motores por un período de 13 anos. ¿Qué porcentaxe de motores se espera que non cumplan a garantía?

b) Unha fábrica de conservas desexa coñece-lo tempo que tarda en estropearse un producto que ten almacenado. Elixe unha mostra de 400 unidades, resultando que o tempo medio de descomposición destes productos é de 172 horas. Por experiencias anteriores coñécese que a desviación típica da variable normal tempo de descomposición é de 5 horas.

Cun nivel de confianza do 95%, ¿entre qué valores se atopa o tempo medio de descomposición para a totalidade do producto almacenado?

$$\bar{X} \in N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAAU (LOXSE)** **SETEMBRO 2001**	**Código: 61**

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS

O alumno debe resolver só un exercicio de cada un dos tres bloques temáticos.
Puntuación máxima de cada un dos exercicios: Álxebra 3 ptos; Análise 3,5 ptos; Estatística 3,5 ptos.

ÁLXEBRA

1. Resolve-la ecuación matricial AX = BX + C sendo:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. Debuxa a rexión determinada polas inecuacións

$$x > 0,\ y > 0,\ x+ y < 6,\ 2x+ y <10,\ x+ y > 3$$

e maximiza a función $z = 4x + 3y$ sometida ás restriccións dadas por estas inecuacións.

ANÁLISE

1. Dada a función

$$f(x) = \frac{x}{x-2}$$

A) Determinar: cortes cos eixes, intervalos de crecemento e decrecemento, asíntotas.

B) Representa-la súa gráfica basándose nos datos do apartado A).

C) ¿Existe algún punto da gráfica na que a recta tanxente teña pendente positiva? Xustifíquese a resposta.

2. Un rectángulo, de perímetro 60, xira entorno a un dos seus lados. Calcular qué dimensións do rectángulo fan que o cilindro xerado teña o máximo volumen posible.

ESTATÍSTICA

1. Unha máquina A produce cada día o duplo de pezas que unha máquina B. O 6% das pezas fabricadas pola máquina A son defectuosas, mentres que das fabricadas pola máquina B só son defectuosas o 3%. Calcúlese a probabilidade de que dun lote de 10 pezas extraidas aleatoriamente da producción total:

i) Exactamente dúas sexan defectuosas.

ii) Polo menos 3 sexan defectuosas.

iii) ¿Cal é o número esperado de defectuosas nun lote de 100?

2. A) Un supervisor someteu unha mostra de 16 fusibles a unha certa sobrecarga. Os tempos que tardaron en fundirse deron unha media de 10,63 minutos. Considerando que a variable "tempo que tarda en fundirse un fusible sometido a esa sobrecarga" é normal cunha desviación típica de 2,48 minutos, construir un intervalo de confianza para a media poblacional cun nivel de confianza do 95%. ¿Cal debe ser o tamaño da mostra para que o erro na estimación da media sexa inferior a 1 minuto cun nivel de confianza do 95%?

$$\bar{X} \in N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

2. B) Sexan A e B sucesos independentes con P(A) = 0,6 e P(B) = 0,2. Calcúlese P(A   B), $P(A \cup B)$ e P(A/B) .

CONVOCATORIA DE XUÑO

ÁLXEBRA

Exercicio 1.

Obtención de $X=I+A^{-1}B$: **0,5 ptos.**

Cálculo de A^{-1}: **1,5 ptos.**

Cálculo de X: **1 pto.**

Exercicio 2.

Plantexamento: **1 pto.**

Representación da rexión factible: **1,5 ptos.**

Solución óptima: **0,5 ptos.**

ANÁLISE

Exercicio 1.

a) **0,50 ptos.** b) **1,50 ptos.** c) **1,50 ptos.**

Exercicio 2.

a) **1,50 ptos.** b) **2 ptos.**

ESTATÍSTICA

Exercicio 1.

a) **1 pto.** b) **1 pto.** c) **1,5 ptos.**

Exercicio 2.

a) **1,5 ptos.** b) **2 ptos.**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

ÁLXEBRA

Exercicio 1.

Despexar X: **0,5 ptos.**

Cálculo da Inversa: **1,5 ptos.**

Cálculo de X: **1 pto.**

Se o resolve facendo un sistema: **2 ptos** polo sistema e **1 pto** pola resolución.

Exercicio 2.

Debuxar a rexión: **2 ptos.**

Maximizar a función: **1 pto.**

ANÁLISE

Exercicio 1.

a) Corte cos eixes: **0,25 ptos.**

Intervalos de crecemento: **1 pto.**

Asíntotas: **0,75 ptos.**

b) **1 pto.**

c) **0,50 ptos.**

Exercicio 2.

Plantexamento: **2 ptos.**

Resolución: **1,5 ptos.**

ESTATÍSTICA

Exercicio 1.

P(defectuosa): **1 pto.**

i) **1 pto.**

ii) **1 pto.**

iii) **0,50 ptos.**

Exercicio 2.

a) Intervalo: **1 pto,** Tamaño: **1 pto.**

0,5 ptos. por cada probablidade calculada