

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Se está construyendo una autopista y hay que realizar un túnel en la montaña. Está planificado que dos máquinas realicen la obra en 90 días. Para reducir ese tiempo a la tercera parte, ¿cuántas máquinas harían falta?

Sol: 6 máquinas

2.- En una Olimpiada Europea de Matemáticas se conceden tres premios inversamente proporcionales a los tiempos empleados en la resolución de los ejercicios. Los tiempos de los tres primeros concursantes han sido 3, 5 y 6 horas. Calcula cuánto dinero recibe cada uno si hay 42.000 euros para repartir.

Sol: 20.000, 12.000 y 10.000 €.

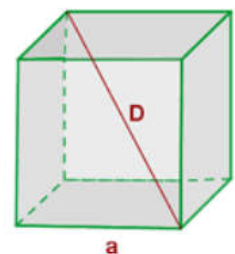
3.- El valor de una acción es de 19 €. El lunes sube su precio un 1 %, el martes baja un 4 % y el miércoles sube un 14 %.

a) ¿Cuál es el valor inicial del jueves?

b) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su valor respecto al lunes?

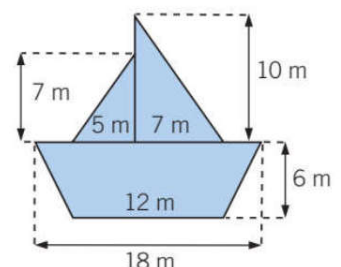
Sol: 21,01 €; 10,58 %

4.- Calcula la diagonal D de un cubo de arista $a=3$ cm



Sol: 5,2 cm.

5.- Calcula el área y el perímetro del barquito.



Sol: Perímetro = 55,22 m, Área=142,5 m²

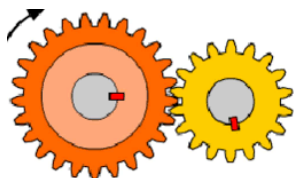
Bonus.- Nueve ordenadores encendidos durante 10 horas al día consumen 2.340 € de electricidad al año. ¿Cuál sería el consumo si se encendieran 6 ordenadores más durante una hora menos al día?

Consumirían 3510 €

SoLuCiOnEs

1.- Dos ruedas dentadas engranan mutuamente. La primera tiene 20 dientes, y la segunda, 50. Si la primera ha dado 5000 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Si nos acordamos del funcionamiento de una bicicleta en el que con el plato grande y el piñón pequeño es como más se corre, veremos que cuanto más grande sea uno más rápido irá el otro.

Por lo tanto se trata de un problema de proporcionalidad, así que representaremos los datos en una tabla:

Si el piñón de 20 dientes (pequeño) da 5.000 vueltas, entonces el grande dará menos vueltas. **“A más dientes, menos vueltas”**, por tanto se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

Dientes	Vueltas
20	5000
50	x

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$20 \cdot 5.000 = 50 \cdot x$$

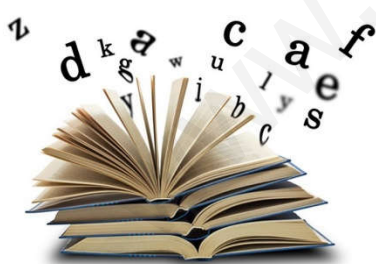
Operando y despejando la x llegamos a:

$$100.000 = 50x \rightarrow x = \frac{100.000}{50} = 2.000$$

Por lo que, la rueda grande dará 2.000 vueltas.

2.- En el ABYLA se convoca un concurso de ortografía en el que se dan varios premios. El total que se reparte entre los premiados es 500 €. Los alumnos que no han cometido ninguna falta reciben 150 €, y el resto se distribuye de manera inversamente proporcional al número de faltas. Hay dos alumnos que no han tenido ninguna falta, uno ha tenido una falta, otro dos faltas y el último ha tenido cuatro faltas, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

Como hay dos participantes que no han tenido ningún fallo y cada uno se lleva 150€, quiero esto decir que entre los que sí han cometido errores se repartirá el resto del dinero:

$$N = 500 - 2 \cdot 150 = 500 - 300 = 200 \text{ €}$$

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las faltas

cometidas por cada participante:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{200}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{200}{\frac{7}{4}} = 114,29$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre las faltas cometidas:

🍏 1 Falta: le corresponden: $\frac{114,29}{1} = 114,29 \text{ €}$

🍏 2 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{2} = 57,14 \text{ €}$

🍏 4 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{4} = 28,57 \text{ €}$

Por tanto al de 1 falta 114,39€, al de 2 57,14 € y al de 4 28,57€.

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar 200: $114,39 + 57,14 + 28,57 = 200 \text{ €}$)

3.- Un empresario de la alimentación ha subido el sueldo a sus obreros tres veces el último año gracias al buen comportamiento del mercado durante la pandemia. La primera subida fue del 5%, la segunda del 3% y última del 7%. Si el sueldo actual de sus empleados es de 1.359,72 €. ¿Cuánto cobraban a principios de año los empleados del supermercado?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



El salario de los empleados ha sufrido 3 aumentos el último año, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos:

🍏 Sube un 5% $\rightarrow Iv_1 = 1 + \frac{5\%}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$

🍏 Sube un 3% $\rightarrow Iv_2 = 1 + \frac{3\%}{100} = 1 + \frac{3}{100} = 1 + 0,03 = 1,03$

🍏 Sube un 7% $\rightarrow Iv_3 = 1 + \frac{7\%}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0,07 = 1,07$

El índice de variación total de todos estos aumentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,07 \cdot 1,05 \cdot 1,03 = 1,1572$$

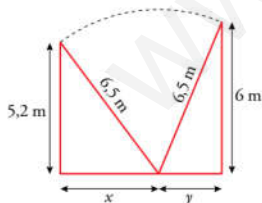
Para calcular la cantidad final, multiplicábamos la cantidad inicial por el índice de variación, pero como aquí queremos calcular la cantidad inicial, deberemos dividir:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \rightarrow Cantidad_{inicial} = \frac{Cantidad_{final}}{Iv_{Total}} = \frac{1.359,72}{1,1572} = 1.175 \text{ €}$$

Por tanto el salario de los empleados antes de las 3 subidas era de 1.175 €.

4.- Un operario de la compañía eléctrica apoya su escalera de 6,5 m de largo en una pared a una altura de 6 m. Después de arreglar la avería, sin mover la base de la escalera, apoya esta en la pared de enfrente a una altura de 5,2 m. ¿A qué distancia se encuentran las paredes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.3.1) (B.3.3.2)



Si representamos los datos del problema en un dibujo, observamos que se forman dos triángulos rectángulos en los que las dos hipotenusas son las escaleras que miden 6,5 m, y que primero apoyamos en el edificio de la izquierda y luego en el de la derecha. Por tanto si calculamos los catetos x e y , y después los sumamos, tendremos la distancia entre los dos edificios:

Si aplicamos Pitágoras en el triángulo de la izquierda:

$$a^2 = x^2 + c^2 \rightarrow x^2 = a^2 - c^2 \rightarrow x = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6,5^2 - 5,2^2} = 3,9 \text{ m}$$

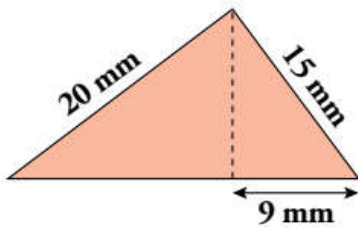
Y si hacemos lo mismo en el de la derecha:

$$a^2 = b^2 + y^2 \rightarrow y^2 = a^2 - b^2 \rightarrow y = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{6,5^2 - 6^2} = 2,5 \text{ m}$$

Por lo que la distancia entre los dos edificios es de $3,9 + 2,5 = 6,4$ metros.

5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:

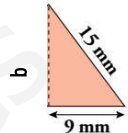
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)



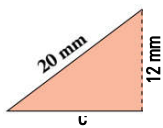
Para poder clasificar el triángulo es imprescindible conocer todos sus lados. Para conocer la base vamos a necesitar aplicar el *Teorema de Pitágoras*, pero para ellos es necesario conocer la altura, que divide nuestro triángulo en otros dos que sí son rectángulos.

Si nos fijamos en el triángulo de la derecha:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$$



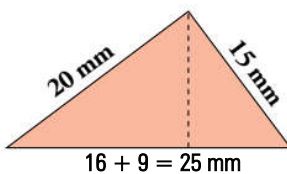
Conocida la altura puedo calcular (otra vez con Pitágoras) la base del triángulo de la izquierda:



$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16 \text{ m}$$

Una vez hecho esto, ya tenemos todas las medidas del triángulo, así que ahora vamos a ver de qué tipo es.

Primero calculamos: a^2 , b^2 y c^2



$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 25^2 = 625 \\ b^2 = 20^2 = 400 \\ c^2 = 15^2 = 225 \end{array} \right\} \rightarrow b^2 + c^2 = 400 + 225 = 625 \rightarrow 625 = 625 \leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

Vemos que $a^2 = b^2 + c^2$, por tanto el triángulo es rectángulo.

Bonus.- Una fuente que vierte 15 L por hora llena un depósito en 7 horas. Calcula el tiempo que tardaría otra fuente, que vierte 17,5 L por hora, en llenar un depósito el doble de grande.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Si representamos los datos del problema en una tabla y considerando que llenar un depósito es lo mismo que llenar dos depósitos, se trataría de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:

litros	tiempo	depósitos
15	7 h	1
17,5	X	2



Litros y tiempo: Si con 15 litros por hora se tardan 7 horas, con más litros por hora (17,5) se tardarían menos horas, por tanto **a más, menos**, se trata de una **proporcionalidad inversa**.

Depósitos y tiempo: Si en 7 horas se llena un depósito, para llenar más depósitos (2) Tardarían más tiempo, por tanto **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

$$\frac{7}{x} = \frac{17,5}{15} \cdot \frac{1}{2} \rightarrow \frac{7}{x} = \frac{17,5}{30} \rightarrow 17,5x = 210 \rightarrow x = \frac{210}{17,5} = 12$$

Por tanto tardaría 12 horas en llenar un depósito el doble de grande.