Halla el valor de cada expresión:

1. $V_{6,2}$

Solución:

Hay que recordar que:

$$V_{m,n} = \underbrace{m(m-1)(m-2)\cdots}_{\text{n elementos}} = m(m-1)(m-2)\cdots(m-n+1) = \frac{m!}{(m-n)!}.$$

Entonces:

$$V_{6,2} = 6\cdot(6-1) = 30 \text{, o también así: } V_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6\cdot 5\cdot \cancel{4\cdot 3\cdot 2}}{\cancel{4\cdot 3\cdot 2}} = 30$$

2. $VR_{6,2}$

Solución:

Hay que recordar que $VR_{m,n} = m^n$

Entonces:

$$VR_{6,2} = 6^2 = 36$$

3. P_4

Solución:

Hay que recordar que $P_n = n!$. Entonces: $P_4 = 4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$

4. $C_{6,2}$

Solución:

Hay que recordar que $C_{m,n} = \binom{m}{n} = \dfrac{m!}{n!(m-n)!} = \dfrac{V_{m,n}}{P_n}$.

Entonces:

$$C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6\cdot 5\cdot\cancel{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 1\cdot\cancel{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}} = 15 \text{ o también } C_{6,2} = \frac{V_{6,2}}{P_2} = \frac{6\cdot 5}{2!} = 15$$

5. $V_{5,2} - C_{5,3}$

Solución:

$$V_{5,2} - C_{5,3} = 5\cdot(5-1) - \frac{5!}{3!(5-3)!} = 5\cdot 4 - \frac{5\cdot 2\cdot\cancel{3\cdot 2\cdot 1}}{\cancel{3\cdot 2\cdot 1}} = 10$$

6. $\dfrac{C_{4,2}}{VR_{6,2}}$ Solución: $\dfrac{C_{4,2}}{VR_{6,2}} = \dfrac{\dfrac{4!}{2!(4-2)!}}{6^2} = \dfrac{\dfrac{\cancel{4}\cdot\cancel{3\cdot 2}}{\cancel{4}}}{6\cdot\cancel{6}} = \dfrac{1}{6}$

7. $\dfrac{V_{4,2}}{P_4}$ Solución: $\dfrac{V_{4,2}}{P_4}=\dfrac{\cancel{4\cdot 3}}{\cancel{4\cdot 3}\cdot 2}=\dfrac{1}{2}$

Halla el valor de x:

8. $VR_{x,2}-V_{x,2}=8$

Solución:

$$x^2-x(x-1)=8\Rightarrow x^2-x^2+x=8\Rightarrow \boxed{x=8}$$

9. $\dbinom{11}{3}+\dbinom{11}{x}=\dbinom{12}{3}$

Solución:

Hay que recordar la propiedad $\dbinom{m-1}{n}+\dbinom{m-1}{n-1}=\dbinom{m}{n}$.

Entonces, directamente:

$$\binom{11}{3}+\binom{11}{x}=\binom{12}{3}\Rightarrow x=3-1\Rightarrow \boxed{x=2}$$

10. $\dbinom{39}{5+2x}=\dbinom{39}{2x-2}$

Solución:

Hay que recordar la propiedad $\dbinom{m}{n}=\dbinom{m}{m-n}$.

Entonces, el siguiente sistema nos da la solución:

$$\left.\begin{array}{l} m=39\\ 5+2x=n\\ 2x-2=m-n \end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{x=9}$$

11. $\dfrac{12(x-2)!}{x!}=1$

Solución:

$$\frac{12\,\cancel{(x-2)!}}{x(x-1)\,\cancel{(x-2)!}}=1\Rightarrow x^2-x-12=0\Rightarrow \begin{cases} x_1=4\\ x_2=-3 \end{cases}$$

12. ¿Cuántos son los resultados posibles de dos equipos que se enfrentan en 5 partidos?

Solución:

- Los resultados posibles son 1, x, 2. Es decir, tenemos 3 elementos con los que hay que hacer las diferentes agrupaciones. El orden importa, ya que, por ejemplo, el resultado 1,1,1,x,1 es diferente que 1,1,x,1,1. Eso quiere decir que no son combinaciones. Por otro lado, no intervienen todos los elementos del conjunto. Entonces tenemos variaciones. Como se pueden repetir los elementos, tenemos variaciones con repetición.

- Conclusión:

$$VR_{3,5} = 3^5 = 243$$

13. ¿De cuántas formas distintas se puede formar el pódium de la final de los 100 m lisos en la que corren 8 atletas?

Solución:

- El orden importa. Luego no son combinaciones. Por otro lado, del conjunto inicial no se toman todos los elementos. Así que hablamos de variaciones. Tenemos 8 elementos (que son los atletas) tomados de tres en tres (los cajones del pódium). No son posibles las repeticiones. Luego se trata de variaciones sin repetición.

- Entonces:

$$V_{8,3} = 8(8-1)(8-2) = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$$

14. ¿De cuántas formas distintas se pueden ordenar las letras de la palabra JUAN?

Solución:

Tenemos 4 elementos y nos piden de cuántas formas podemos ordenarlos. Se trata de permutaciones de 4 elementos (o dicho de otro modo: variaciones sin repetición de 4 elementos tomados de 4 en 4:

$$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

15. ¿Cuántos números distintos se pueden formar con los dígitos 3224531?

Solución:

- El orden influye, luego no son combinaciones. En los grupos que se forman están todos los elementos. Así que tenemos permutaciones. Y como hay dígitos repetidos, las permutaciones son con repetición.

- Entonces:

$$P_7^{2,2,1,1,1} = \frac{7!}{2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 1260$$

16. Calcula el número de boletos de Lotería Primitiva que es necesario rellenar para que te toque el primer premio con toda probabilidad (Hay que acertar 6 números de un total de 49).

<u>Solución:</u>

Hay que calcular el número de grupos diferentes de 6 números de entre 49 diferentes. En otras palabras, tenemos que calcular las combinaciones de 49 elementos tomados de 6 en

$$C_{49,6}=\binom{49}{6}=\frac{49!}{6!(49-6)!}=13983816$$

17. Calcula la probabilidad de que al lanzar un dado: a) Obtengas un 5. b) Obtengas un número par. c) Obtengas un número primo.

<u>Solución:</u>

$$\text{a)}\ \left.\begin{array}{l}\text{Casos posibles: E=}\{1,2,3,4,5,6\}\\ \text{Casos favorables: S=}\{5\}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{Pr obabilidad}:\ P(S)=\frac{\text{casos posibles}}{\text{casos favorables}}=\frac{1}{6}$$

$$\text{b)}\ \left.\begin{array}{l}\text{Casos posibles: E=}\{1,2,3,4,5,6\}\\ \text{Casos favorables: S=}\{2,4,6\}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{Pr obabilidad}:\ P(S)=\frac{\text{casos posibles}}{\text{casos favorables}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\text{c)}\ \left.\begin{array}{l}\text{Casos posibles: E=}\{1,2,3,4,5,6\}\\ \text{Casos favorables: S=}\{1,3,5\}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{Pr obabilidad}:\ P(S)=\frac{\text{casos posibles}}{\text{casos favorables}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

18. Lanzamos dos dados al aire. a) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea 8? b) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea una cantidad par? c) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea mayor o igual que 8? d) Cuál es la probabilidad de que la suma obtenida no sea 8?

<u>Solución:</u>

+	1	2	3	4	5	8
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

El espacio muestral está dado por las 36 casillas del cuadro.

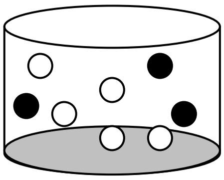
a) $P(\text{suma } 8)=\frac{5}{36}$

b) $P(\text{suma par})=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

c) $P(\text{suma}\geq 8)=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

d) $P(\text{suma}\neq 8)=\frac{31}{36}$

19. En una urna hay 5 bolas blancas y 3 negras. Sacamos una bola y luego la devolvemos. Luego sacamos otra. a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean negras? b) Supón que no devolvemos la primera bola que sacamos. ¿cuál será la probabilidad de que las dos bolas sean negras?



Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} P_1(B)=\dfrac{3}{8} \\ P_2(B)=\dfrac{3}{8} \end{array}\right\} \Rightarrow P(BB)=\dfrac{3}{8}\cdot\dfrac{3}{8}=\dfrac{9}{64}$

b) $\left.\begin{array}{l} P_1(B)=\dfrac{3}{8} \\ P_2(B)=\dfrac{2}{7} \end{array}\right\} \Rightarrow P(BB)=\dfrac{3}{8}\cdot\dfrac{2}{7}=\dfrac{6}{56}=\dfrac{3}{28}$

20. Lanzamos tres monedas al aire. a) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres monedas sean cara? b) ¿Y de que dos sean cara y una cruz? c) ¿Y de que no salga ninguna cara?

Solución:

El espacio muestral, es decir, los casos posibles son:

E={ccc,ccx,cxc,xcc,cxx,xcx,xxc,xxx}

a) $P(ccc)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$

b) $P(ccx)+P(cxc)+P(xcc)=\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{3}{8}$

c) $P(\text{no caras})=1-P(ccc)=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{9}$

21. De una baraja española se extrae una carta. Esa carta se vuelve a meter en la baraja y se hace otra extracción. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta sea del palo de oros y la segunda sea del palo de copas? ¿Cuál es la probabilidad de que las dos cartas sean figura? ¿Y de que no sean figura?

Nota:
En la baraja española hay cuatro palos: oros, copas, bastos y espadas. Cada palo tiene 10 cartas: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, sota, caballo y rey. Se llama figura a las cartas que son: sota, caballo y rey

Solución:

La extracción es con reemplazamiento. Ello quiere decir que en los dos casos extraemos una carta de entre 40.

- Probabilidad de que la primera extracción sea del palo de oros:

  Los casos posibles son 40 y los favorables son 10, es decir, $P(\text{Oro})=\frac{1}{4}$. La probabilidad e hacer extraído un palo de copas sería la misma.

- Probabilidad de que la segunda extracción sea del palo de copas:

  $P(\text{Oro},\text{Copas})=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

22. De una baraja española se extrae una carta, se coloca sobre la mesa y luego se extrae otra. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera carta sea del palo de oros y la segunda sea del palo de copas? ¿Cuál es la probabilidad de que las dos cartas sean figura? ¿Y de que no sean figura?

Solución:

La extracción es sin reemplazamiento. Ello quiere decir que la primera extracción se hace con 40 cartas y la segunda con 39 cartas.

- Probabilidad de que la primera extracción sea del palo de oros:

  Los casos posibles son 40 y los favorables son 10, es decir, $P(\text{Oro})=\frac{1}{4}$. La probabilidad de haber extraído un palo de copas sería la misma.

- Probabilidad de que la segunda extracción sea del palo de copas:

  $P(\text{Oro},\text{Copas})=\frac{10}{40}\cdot\frac{10}{39}=\frac{5}{78}$

- Probabilidad de que las dos cartas sean figura:
  - En una baraja española de 40 cartas hay 12 figuras. La probabilidad de extraer una figura es $P(\text{figura})=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}$
  - Y la probabilidad de extraer otra figura más, sin reemplazar la anterior es $P(\text{figura},\text{figura})=\frac{12}{40}\cdot\frac{11}{39}=\frac{11}{130}$

- Probabilidad de que las dos cartas no sean figura:

  - En una baraja española de 40 cartas hay 28 cartas que no son figuras. La probabilidad de extraer una de éstas es $P(\text{no figura})=\frac{28}{40}=\frac{7}{10}$, o del mismo modo:

    $P(\text{no figura})=1-P(\text{figura})=1-\frac{12}{40}=\frac{7}{10}$