Opción A

A.1- Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependientes del parámetro real **a** y resuélvelo en los casos que es compatible $\begin{cases} (a+1)\,x+ay=3 \\ (a+1)\,x+(a+1)y+(a+2)\,z=1 \\ (a^2+a)x+(a^2-1)y+(a^2-2a-8)z=2a+5 \end{cases}$

(3 puntos)

$$a^2-2a-8=0 \Rightarrow \Delta=(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-8)=4+32=36\geq 0 \Rightarrow a=\frac{2\pm\sqrt{36}}{2\cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{2+6}{2}=4 \\ a=\frac{2-6}{2}=-2 \end{cases}$$

$$|A|=\begin{vmatrix} a+1 & a & 0 \\ a+1 & a+1 & a+2 \\ a(a+1) & a^2-1 & a^2-2a-8 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a+1 & a & 0 \\ 0 & a+1-a & a+2 \\ 0 & a^2-1-a^2 & a^2-2a-8 \end{vmatrix}=(a+1)\cdot\begin{vmatrix} 1 & a+2 \\ -1 & a^2-2a-8 \end{vmatrix}$$

$$|A|=(a+1)\cdot\left[(a^2-2a-8)+(a+2)\right]=(a+1)\cdot\left[(a+2)\cdot(a-4)+(a+2)\right]=(a+1)\cdot(a+2)(a-4+1)$$

$$\Rightarrow Si\ |A|=0 \Rightarrow=(a+1)\cdot(a+2)(a-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=-2 \\ a=3 \end{cases}$$

$$\forall a\in\Re-\{-2\,,-1\,,3\}\Rightarrow |A|\neq 0 \Rightarrow rang\ (A)=3=Número\ de\ incógnitas \Rightarrow Compatible\ Deter\min ado$$

$Si\ a=-2$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & -2 & 0 & 3 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A/B)=3\neq rang\ (A)=2 \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$Si\ a=-1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -5 & 3 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A/B)=3\neq rang\ (A)=2 \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$Si\ a=3$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 4 & 5 & 1 \\ 12 & 8 & -5 & 11 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 & -2 \\ 0 & -1 & -5 & 2 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A)=rang\ (A/B)=2<Núm.\ de\ incógnitas$$

$$\Rightarrow Sistema\ Compatible\ In\det er\min ado$$

Continuación del Problema A.1 de la opción A

Cuando es Compatible Determinado

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a+1 & a & 0 & 3 \\ a+1 & a+1 & a+2 & 1 \\ a(a+1) & a^2-1 & a^2-2a-8 & 2a+5 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} a+1 & a & 0 & 3 \\ 0 & a+1-a & a+2 & -2 \\ 0 & a^2-1-a^2 & a^2-2a-8 & 2a+5-3a \end{array}\right) \equiv$$

$$\equiv \left(\begin{array}{ccc|c} a+1 & a & 0 & 3 \\ 0 & 1 & a+2 & -2 \\ 0 & -1 & a^2-2a-8 & 5-a \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} a+1 & a & 0 & 3 \\ 0 & 1 & a+2 & -2 \\ 0 & 0 & a^2-a-6 & 3-a \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} a+1 & a & 0 & 3 \\ 0 & 1 & a+2 & -2 \\ 0 & 0 & (a-3)\cdot(a+2) & 3-a \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$(a-3)\cdot(a+2)z = -(a-3) \Rightarrow z = \frac{-(a-3)}{(a-3)\cdot(a+2)} = -\frac{1}{a+2}$$

$$y + (a+2)\cdot\left(-\frac{1}{a+2}\right) = -2 \Rightarrow y-1 = -2 \Rightarrow y = -1$$

$$(a+1)x + a\cdot(-1) = 3 \Rightarrow (a+1)x = 3+a \Rightarrow x = \frac{a+3}{a+1}$$

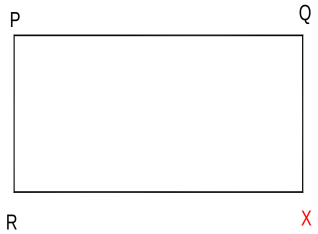
$$Solución \Rightarrow (x\,,\,y\,,\,z) = \left(\frac{a+3}{a+1}\,,\,-1\,,\,-\frac{1}{a+2}\right)$$

A.2.- Los puntos $P \equiv (-2\,,3\,,2)$, $Q \equiv (-1\,,2\,,4)\; y\; R \equiv (2\,,5\,,1)$ son vértices de un rectángulo. Encuentra el cuarto vértice **(2 puntos)**

Estudiemos cual es el punto del que arranca el rectángulo a tres puntos, para ello veremos que par de vectores PQ, PR o QR son perpendiculares calculando sus productos escalares que tiene que ser nulo

$$\begin{cases} \overrightarrow{PQ} = (-1\,,2\,,4) - (-2\,,3\,,2) = (1\,,-1\,,2) \\ \overrightarrow{PR} = (2\,,5\,,1) - (-2\,,3\,,2) = (4\,,2\,,-1) \\ \overrightarrow{QR} = (2\,,5\,,1) - (-1\,,2\,,4) = (3\,,3\,,-3) \equiv (1\,,1\,,-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = (1\,,-1\,,2)\cdot(4\,,2\,,-1) = 4-2-2=0 \\ \overrightarrow{QR} \cdot \overrightarrow{PR} = (1\,,1\,,-1)\cdot(4\,,2\,,-1) = 4+2+1=7 \neq 0 \end{cases}$$

Los vectores son **PQ** y **PR**, con el vértice de confluencia en **P**



La recta determinada por **QX** es paralela a **PR** y pasa por el punto **Q**, la recta **RX** es paralela a **PQ** y contiene el punto **R**, la intersección de estas rectas es el punto **X** buscado

$$\begin{cases} \overrightarrow{PQ} = (1\,,-1\,,2) \Rightarrow RX \equiv \begin{cases} x = 2+\lambda \\ y = 5-\lambda \\ z = 1+2\lambda \end{cases} \\ \overrightarrow{PR} = (4\,,2\,,-1) \Rightarrow QX \equiv \begin{cases} x = -1+4\alpha \\ y = 2+2\alpha \\ z = 4-\alpha \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2+\lambda = -1+4\alpha \\ 5-\lambda = 2+2\alpha \\ 1+2\lambda = 4-\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda - 4\alpha = -3 \\ \lambda + 2\alpha = 3 \\ 2\lambda + \alpha = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$|A/B| = \begin{vmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 6 \\ 0 & 9 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 9 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow rang\,|A/B| = rang(A) = 2 = Numero\ incognitas$$

$$Sistema\ Compatible\ Deter\min ado \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 6 \\ 0 & 9 & 9 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\alpha = 1 \Rightarrow \lambda - 4\cdot 1 = -3 \Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow \begin{cases} X \equiv \begin{cases} x = 2+1 \\ y = 5-1 \\ z = 1+2\cdot 1 \end{cases} \\ X \equiv \begin{cases} x = -1+4\cdot 1 \\ y = 2+2\cdot 1 \\ z = 4-1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow X(3\,,4\,,3)$$

A.3.- Calcula la derivada de cada una de las siguientes funciones y simplifica la expresión resultante:

$f(x)=\ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ y $g(x)=\left(\frac{\cos x}{x}\right)^{2x}$ (1 punto cada derivada)

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}\cdot\frac{-(1+x)-(1-x)}{(1+x)^2}=\frac{1}{2\cdot\frac{1-x}{1+x}}\cdot\frac{-1-x-1+x}{(1+x)^2}=\frac{1+x}{2\cdot(1-x)}\cdot\frac{(-2)}{(1+x)^2}=-\frac{1}{(1-x)(1-x)}$$

$$f'(x)=-\frac{1}{1-x^2}=\frac{1}{x^2-1}$$

$$\ln g(x)=\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)^{2x}\Rightarrow\ln g(x)=2x\cdot\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)\Rightarrow\frac{g'(x)}{g(x)}=2\cdot\left[\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)+\frac{1}{\frac{\cos x}{x}}\cdot\frac{-x\ sen\ x-\cos x}{x^2}\cdot x\right]$$

$$\frac{g'(x)}{g(x)}=2\cdot\left[\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)-\frac{x^2}{\cos x}\cdot\frac{x\ sen\ x+\cos x}{x^2}\right]=2\cdot\left[\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)-\frac{x\ sen\ x+\cos x}{\cos x}\right]\Rightarrow$$

$$g'(x)=2\cdot g(x)\cdot\left[\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)-\frac{x\ sen\ x+\cos x}{\cos x}\right]=2\cdot\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)^{2x}\cdot\left[\ln\left(\frac{\cos x}{x}\right)-\frac{x\ sen\ x+\cos x}{\cos x}\right]$$

A.4.- Dada la función $f(x)=(x-2)e^{\sqrt{x^2-4x+5}}\cos\left(\frac{\pi}{5}+\frac{\pi}{2}x\right)$ demuestra que existe un valor $\alpha\in(1\,,3)$ tal que $f'(\alpha)=0$. Menciona el resultado teórico y justifica su uso

Teorema del valor medio o de Lagrange

Si **f(x)** es continua en **[a , b]** y derivable en **(a , b)**, entonces existe, al menos, un punto $c\in(a\ ,b)$ tal que: $f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)\Rightarrow f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$$x^2-4x+5=0\Rightarrow\Delta=(-4)^2-4\cdot1\cdot5=16-20=-4<0\Rightarrow Sin\ soluci\acute{o}n\Rightarrow Dom(f)=\forall x\in\Re$$

La función es continua en $[1\,,3]$y derivable en $(1\,,3)$, entonces al menos un punto $\alpha\in(1\,,3)$ tal que: $f(3)-f(1)=f'(\alpha)(3-1)\Rightarrow f'(\alpha)=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}$

$$\left\{\begin{array}{l}f(3)=(3-2)\,e^{\sqrt{3^2-4\cdot3+5}}\cos\left(\frac{\pi}{5}+\frac{3\pi}{2}\right)=1\cdot e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{17\pi}{10}\right)=e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{17\pi}{10}\right)=e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{7\pi}{10}+\pi\right)\\ f(1)=(1-2)\,e^{\sqrt{1^2-4\cdot1+5}}\cos\left(\frac{\pi}{5}+\frac{\pi}{2}\cdot1\right)=(-1)e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right)\end{array}\right.\Rightarrow$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{10}+\pi\right)=-\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right)\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}f(3)=e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{7\pi}{10}+\pi\right)=-e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right)\\ f(1)=-e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right)\end{array}\right.\Rightarrow$$

$$f'(\alpha)=\frac{-e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right)-\left[-e^{\sqrt{2}}\cos\left(\frac{7\pi}{10}\right)\right]}{3-1}=\frac{0}{2}=0$$

Opción B

B.1- Sabiendo que el determinante de la matriz **A** vale **1**, halla el valor del determinante de la matriz **B**

$$A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 2g & a & a-d \\ 2h & b & b-e \\ 2k & c & c-f \end{pmatrix}$$ **(2 puntos)**

$$|B|=\begin{vmatrix} 2g & a & a-d \\ 2h & b & b-e \\ 2k & c & c-f \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2g & a & a \\ 2h & b & b \\ 2k & c & c \end{vmatrix}-\begin{vmatrix} 2g & a & d \\ 2h & b & e \\ 2k & c & f \end{vmatrix}=0-2\cdot\begin{vmatrix} g & a & d \\ h & b & e \\ k & c & f \end{vmatrix}=(-2)\cdot\begin{vmatrix} g & h & k \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}=$$

$$|B|=(-2)\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix} a & b & c \\ g & h & k \\ d & e & f \end{vmatrix}=2\cdot(-1)\cdot\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & g \end{vmatrix}=(-2)\cdot 1=-2$$

B.2.- Encuentra la ecuación continua de la recta que corta perpendicularmente a las rectas

$$s\equiv\begin{cases} 2x-y+z-3=0 \\ x+2y-z+1=0 \end{cases} \quad y \quad t\equiv\frac{x}{3}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{1}$$ **(3 puntos)**

Lo primero es conocer la posición relativa de las rectas ya que de ella dependerá la solución

Para ello analizaremos si las rectas tienen un punto común, si el sistema que resulta de igual sus coordenadas expresadas como ecuaciones paramétricas es compatible determinado son secantes y se cortan en un punto, si es compatible indeterminado las rectas coinciden
Si el sistema es incompatible y hay igualdad o proporcionalidad entre los vectores directores las rectas son paralelas, de no serlo las rectas se cruzan en el espacio.

$$\begin{cases} 3x+y-2=0\Rightarrow y=2-3x\Rightarrow 2x-2+3x+z-3=0\Rightarrow z=5-5x\Rightarrow s\equiv\begin{cases} x=\lambda \\ y=2-3\lambda \\ z=5-5\lambda \end{cases} \\ t\equiv\begin{cases} x=3\alpha \\ y=-3-\alpha \\ z=1+\alpha \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda=3\alpha \\ 2-3\lambda=-3-\alpha \\ 5-5\lambda=1+\alpha \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \lambda-3\alpha=0 \\ 3\lambda-\alpha=5 \\ 5\lambda+\alpha=4 \end{cases}\Rightarrow\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix}=-4-75-5+36=-48\neq 0\Rightarrow Incompatible$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_s}=(1,-3,-5) \\ \overrightarrow{v_t}=(3,-1,1) \end{cases}\Rightarrow\frac{1}{3}\neq\frac{-3}{-1}\Rightarrow No\ son\ proporcionales$$

Las rectas se cruzan en el espacio

Continuación del Problema B.2 de la Opción B

Determinada la posición relativa de las rectas tenemos que el vector general en que se apoya y las une es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas y por lo tanto sus productos escalares nulos, con estos datos calcularemos el vector director v_{st} y el punto **U** y la recta **u**

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_{st}} = (\lambda\,,\,2-3\lambda\,,\,5-5\lambda)-(3\alpha\,,\,-3-\alpha\,,\,1+\alpha) = (\lambda-3\alpha\,,\,2-3\lambda+3+\alpha\,,\,5-5\lambda-1-\alpha) \\ \overrightarrow{v_s} = (1\,,\,-3\,,\,-5) \\ \overrightarrow{v_t} = (3\,,\,-1\,,\,1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_s} \perp \overrightarrow{v_{st}} \Rightarrow \overrightarrow{v_s}\cdot\overrightarrow{v_{st}} = 0 \Rightarrow (\lambda-3\alpha\,,\,5-3\lambda+\alpha\,,\,4-5\lambda-\alpha)\cdot(1\,,\,-3\,,\,-5) = 0 \\ \overrightarrow{v_t} \perp \overrightarrow{v_{st}} \Rightarrow \overrightarrow{v_t}\cdot\overrightarrow{v_{st}} = 0 \Rightarrow (\lambda-3\alpha\,,\,5-3\lambda+\alpha\,,\,4-5\lambda-\alpha)\cdot(3\,,\,-1\,,\,1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda-3\alpha-15+9\lambda-3\alpha-20+25\lambda+5\alpha = 0 \\ 3\lambda-9\alpha-5+3\lambda-\alpha+4-5\lambda-\alpha = 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -35+35\lambda-\alpha = 0 \\ -1+\lambda-11\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 35\lambda-\alpha = 35 \\ \lambda-11\alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 35 & -1 & 35 \\ 1 & -11 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 385 & 0 \\ 1 & -11 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -11 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \lambda-11\cdot 0 = 1 \Rightarrow \lambda = 1 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{v_u} = \overrightarrow{v_{st}} = (1-3\cdot 0\,,\,5-3\cdot 1+0\,,\,4-5\cdot 1-0) = (1\,,\,2\,,\,-1) \Rightarrow U \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 2-3\cdot 1 \Rightarrow U(1\,,\,-1\,,\,0) \Rightarrow \\ z = 5-5\cdot 1 \end{cases}$$

$$t \equiv x-1 = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$$

B.3.- Dada la función $f(x) = e^{1+2x-x^2}$ demuestra que existe un valor $\alpha \in (1, 2)$ tal que $f'(\alpha) = -e$. Menciona el resultado teórico y justifica su uso **(2 puntos)**

Solución

Consideremos la función g(x) = f(x) + ex = e^{1+2x-x^2} + ex; su derivada es

g'(x) = (2 – 2x)· e^{1+2x-x^2} + e.

Intentamos aplicarle a *g' = f' + 1* el **Teorema de Bolzano** que dice:

Si **g'(x)** es continua en [a , b] y signo g'(a)·g'(b) < 0, entonces existe, al menos, un punto c $\in$ (0, π/2) tal que g'(c) = 0

g'(x) = (2 – 2x)· e^{1+2x-x^2} + e es continua en todo R, en particular en [1,2]

g'(1) = (2 – 2)· e^{1+2-1} + e = 0 + e = e > 0

g'(2) = (2 – 4)· e^{1+4-4} + e = -2·e + e = - e < 0. Aplicándole el Teorema de Bolzano existe $\alpha \in$ (1, 2) tal que g'(α) = 0 $\rightarrow$ f'(α) + e = 0 $\rightarrow$ f'(α) = -e

B.4.- Dada la función $f(x) = 3 + 2x^2 - x^4$, halla los puntos de corte con el eje de abcisas y calcula el área de la región del plano encerrada entre esta curva y el eje de abcisas **(3 puntos)**

$$\text{Corte con } OX \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow 3 + 2x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = t \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 \Rightarrow t = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{2+4}{2} = 3 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \\ t = \dfrac{2-4}{2} = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \Rightarrow \text{Sin solución} \end{cases}$$

$$0 \in \left[-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right] \Rightarrow f(0) = 3 + 2 \cdot 0^2 - 0^4 = 3 > 0$$

$$f(-x) = 3 + 2(-x)^2 - (-x)^4 = 3 + 2x^2 - x^4 = f(x)$$

$$A = 2\int_0^{\sqrt{3}} \left(3 + 2x^2 - x^4\right) dx = 6\,[x]_0^{\sqrt{3}} + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left[x^3\right]_0^{\sqrt{3}} - 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left[x^5\right]_0^{\sqrt{3}}$$

$$2\int_0^{\sqrt{3}} \left(3 + 2x^2 - x^4\right) dx = 6 \cdot \left[\sqrt{3} - 0\right] + \frac{4}{3} \cdot \left[\left(\sqrt{3}\right)^3 - 0^3\right] - \frac{2}{5} \cdot \left[\left(\sqrt{3}\right)^5 - 0^5\right] = 6 \cdot \sqrt{3} + \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{3} - \frac{2}{5} \cdot 9\sqrt{3}$$

$$2\int_0^{\sqrt{3}} \left(3 + 2x^2 - x^4\right) dx = 6 \cdot \sqrt{3} + \frac{12}{3} \cdot \sqrt{3} - \frac{18}{5} \cdot \sqrt{3} = \left(6 + 4 - \frac{18}{5}\right)\sqrt{3} = \frac{50-18}{5}\sqrt{3} = \frac{32}{5}\sqrt{3}\, u^2$$