Opción A

A.1- Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependientes del parámetro real **a** y resuélvelo en los casos que es compatible $\begin{cases} 2x+y-2z=0 \\ 2x+(a+1)\,y=2 \\ 2x+(a+1)\,y+(a^2-1)\,z=a+3 \end{cases}$ **(3 puntos)**

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & a+1 & 0 \\ 2 & a+1 & a^2-1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & a & a^2+1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 0 & a^2-1 \end{vmatrix}=2a\left(a^2-1\right)=2a\,(a-1)(a+1)\Rightarrow Si\ |A|=0\Rightarrow$$

$$2a\,(a-1)(a+1)=0\Rightarrow\begin{cases} a-1=0\Rightarrow a=1 \\ a+1=0\Rightarrow a=-1\Rightarrow \\ a=0 \end{cases}$$

$$\forall a\in\Re-\{-1\,,0\,,1\}\Rightarrow|A|\neq 0\Rightarrow rang\ (A)=3=Número\ de\ ingcógnitas\Rightarrow Sist.CompatibleDeter\min ado$$

$Si\ a=-1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \end{array}\right)\Rightarrow\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A)=rang\ (A/B)=2<Número\ de\ incógnitas$$

$$Sistema\ Compatible\ In\det er\min ado\Rightarrow -y+2z=2\Rightarrow y=-2+2z\Rightarrow 2x-2+2z-2z=0\Rightarrow 2x=-4\Rightarrow$$

$$Solución\Rightarrow(x\,,y\,,z)=(-2\,,-2+2\lambda\,,\lambda)$$

$Si\ a=0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)\Rightarrow 0z=2\Rightarrow z=\frac{2}{0}\Rightarrow Sin\ solución$$

$Sistema\ Incompatible$

$Si\ a=1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)\Rightarrow 0z=2\Rightarrow z=\frac{2}{0}\Rightarrow Sin\ solución\Rightarrow$$

$Sistema\ Incompatible$

$Soluciones\ cuando\ es\ Compatible\ Deter\min ado$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & a+1 & 0 \\ a+3 & a+1 & a^2-1 \end{vmatrix}}{2a\,(a-1)(a+1)}=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & a+1 & 2\,(a+1) \\ a+3 & a+1 & a^2-1+2a+2 \end{vmatrix}}{2a\,(a-1)(a+1)}=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & a+1 & 2\,(a+1) \\ a+3 & a+1 & a^2+2a+1 \end{vmatrix}}{2a\,(a-1)(a+1)}=\frac{(-1)\cdot\begin{vmatrix} 2 & 2\,(a+1) \\ a+3 & (a+1)^2 \end{vmatrix}}{2a\,(a-1)(a+1)}$$

$$==-\frac{2\cdot(a+1)^2-2\,(a+1)(a+3)}{2a\,(a-1)(a+1)}=-\frac{2\,(a+1)(a+1-2a-6)}{2a\,(a-1)(a+1)}=-\frac{(-a-5)}{a\,(a-1)}=\frac{a+5}{a\,(a-1)}$$

Continuación del Problema A.1

Continuación Soluciones cuando es Compatible Determinado

$$y=\frac{\begin{vmatrix}2&0&-2\\2&2&0\\2&a+3&a^2-1\end{vmatrix}}{2a(a-1)(a+1)}=\frac{\begin{vmatrix}2&0&-2\\0&2&2\\0&a+3&a^2+1\end{vmatrix}}{2a(a-1)(a+1)}=\frac{2\cdot\begin{vmatrix}2&2\\a+3&a^2+1\end{vmatrix}}{2a(a-1)(a+1)}=\frac{2\cdot(a^2+1)-2(a+3)}{a(a-1)(a+1)}=\frac{2\cdot(a^2+1-a-3)}{a(a-1)(a+1)}$$

$$y=\frac{2\cdot(a^2-a-2)}{a(a-1)(a+1)}=\frac{2\cdot(a-2)(a+1)}{a(a-1)(a+1)}=\frac{2\cdot(a-2)}{a(a-1)}$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}2&1&0\\2&a+1&2\\2&a+1&a+3\end{vmatrix}}{2a(a-1)(a+1)}=\frac{\begin{vmatrix}2&1&0\\0&a&2\\0&a&a+3\end{vmatrix}}{2a(a-1)(a+1)}=\frac{\begin{vmatrix}2&1&0\\0&a&2\\0&0&a+1\end{vmatrix}}{2a(a-1)(a+1)}=\frac{2a\ (a+1)}{2a(a-1)(a+1)}=\frac{1}{a+1}$$

$$Solución\Rightarrow(x,y,z)=\left(\frac{a+5}{a(a-1)},\frac{2\cdot(a-2)}{a(a-1)},\frac{1}{a+1}\right)$$

A.2 Halla la ecuación continua de la recta que pasa por el punto $P\equiv(1,0,1)$ y no corta al plano $\pi_1\equiv 3x-y-z+1=0$ ni al plano que pasa por los puntos $Q_1\equiv(1,-1,1)$, $Q_2\equiv(0,1,-2)$ y $Q_3\equiv(-1,0,1)$ **(2 puntos)**

Si no corta a los planos es que es, la recta **r**, paralela a ambos y por lo tanto su vector director es el de la recta que determinan los dos planos, que se hallará como el producto vectorial de los vectores directores de estos

Para hallar π_2 contamos con los vectores **Q₁ Q₂**, **Q₁ Q₃** y **Q₁ G**, siendo G el punto generador del plano. Estos tres vectores son coplanarios (pertenecen al mismo plano) y el vector **Q₁ G** es combinación lineal de los otros dos, por eso el determinante de la matriz formada por ellos es nulo y la ecuación pedida del plano

$$\begin{cases}\overrightarrow{Q_1Q_2}\equiv(0,1,-2)-(1,-1,1)=(-1,2,-3)\\\overrightarrow{Q_1Q_3}\equiv(-1,0,1)-(1,-1,1)=(-2,1,0)\\\overrightarrow{Q_1G}\equiv(x,y,z)-(1,-1,1)=(x-1,y+1,z-1)\end{cases}\Rightarrow\pi_2\equiv\begin{vmatrix}x-1&y+1&z-1\\-1&2&-3\\-2&1&0\end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$6(y+1)-(z-1)+4(z-1)+3(x-1)=0\Rightarrow 3(x-1)+6(y+1)+3(z-1)=0\Rightarrow$$

$$(x-1)+2(y+1)+(z-1)=0\Rightarrow\pi_2\equiv x+2y+z=0$$

$$\begin{cases}\overrightarrow{v_{\pi_1}}=(3,-1,-1)\\\overrightarrow{v_{\pi_2}}=(1,2,1)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{v_r}=\overrightarrow{v_{\pi_1}}\times\overrightarrow{v_{\pi_2}}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\3&-1&-1\\1&2&1\end{vmatrix}=-\vec{i}-\vec{j}+6\vec{k}+\vec{k}+2\vec{i}-3\vec{j}=\vec{i}-4\vec{j}+7\vec{k}\Rightarrow$$

$$\overrightarrow{v_r}=(1,-4,7)\Rightarrow r\equiv x-1=\frac{y}{-4}=\frac{z-1}{7}$$

Opción B

B.1- Dadas la matrices $A=\begin{pmatrix}1 & t\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & t\end{pmatrix}$, calcula el valor de t para que se cumpla que **AB = BA (2 puntos)**

$$\begin{cases} AB=\begin{pmatrix}1 & t\\ 0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & t^2-1\\ 0 & 2t\end{pmatrix}\\ BA=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & t\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & t\\ 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 2t-2\\ 0 & 2t\end{pmatrix}\end{cases}\Rightarrow AB=BA\Rightarrow t^2-1=2t-2\Rightarrow t^2-2t+1=0\Rightarrow$$

$$\Delta=(-2)^2-4\cdot1\cdot1=4-4=0\Rightarrow t=\frac{2}{2}=1$$

B.2.- Se sabe que los puntos $P_1\equiv(2\,,-3\,,3)$ y $P_3\equiv(0\,,1\,,-1)$ son vértices de un cuadrado C. Halla los otros dos vértices de C, sabiendo que están en la recta $r\equiv\frac{x-3}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{2}$

(3 puntos)

Veamos, primeramente si las rectas **r** y la formada con los puntos **P_1 y P_3** son paralelas o perpendiculares, en el primer caso los vértices serian contiguos; de ser perpendiculares son los vértices de la diagonal

Si son paralelas sus vectores directores son iguales o proporcionales; si son perpendiculares su producto escalar es nulo

$$\begin{cases}\overrightarrow{P_1P_3}=(0\,,1\,,-1)-(2\,,-3\,,3)=(-2\,,4\,,-4)\equiv(1\,,-2\,,2)\\ \overrightarrow{v_r}=(-2\,,1\,,2)\end{cases}\Rightarrow$$

$$\begin{cases}\frac{1}{-2}\neq\frac{-2}{1}\\ \overrightarrow{P_1P_3}\cdot\overrightarrow{v_r}=(1\,,-2\,,2)\cdot(-2\,,1\,,2)=-2-2+4=0\end{cases}\Rightarrow Son\ perpendiculares\Rightarrow\overrightarrow{P_1P_3}\perp\overrightarrow{v_r}\Rightarrow$$

Determinada la diagonal, **P_1 P_3**, hallaremos su punto medio **M** que será el punto medio de la otra diagonal que es la recta dada siendo la distancia de **M** a **P_2** o **P_4** la misma que a **P_1** o **P_3**

$$M\equiv\left(\frac{0+2}{2}\,,\frac{1+(-3)}{2}\,,\frac{-1+3}{2}\right)=(1\,,-1\,,1)\Rightarrow$$

$$\overrightarrow{P_1M}=(1\,,-1\,,1)-(2\,,-3\,,3)=(-1\,,2\,,-2)\Rightarrow\left|\overrightarrow{P_1M}\right|=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-2)^2}=\sqrt{9}=3\,u$$

$$r\equiv\begin{cases}x=3-2\lambda\\ y=-2+\lambda\\ z=-1+2\lambda\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{P_2M}=\overrightarrow{P_4M}=(3-2\lambda\,,-2+\lambda\,,-1+2\lambda)-(1\,,-1\,,1)=(2-2\lambda\,,-1+\lambda\,,-2+2\lambda)\Rightarrow$$

$$\left|\overrightarrow{P_2M}\right|=\left|P_4M\right|=\pm3\Rightarrow\sqrt{(2-2\lambda)^2+(-1+\lambda)^2+(-2+2\lambda)^2}=\pm3\Rightarrow$$

$$(2-2\lambda)^2+(-1+\lambda)^2+(-2+2\lambda)^2=9\Rightarrow4-8\lambda+4\lambda^2+1-2\lambda+\lambda^2+4-8\lambda+4\lambda^2=9\Rightarrow$$

$$9-18\lambda+9\lambda^2=9\Rightarrow-18\lambda+9\lambda^2=0\Rightarrow9\lambda(\lambda-2)=0\Rightarrow\begin{cases}\lambda=0\\ \lambda-2=0\Rightarrow\lambda=2\end{cases}$$

$$Con\ \lambda=0\Rightarrow P_2\equiv(3-2\cdot0\,,-2+0\,,-1+2\cdot0)=(3\,,-2\,,-1)$$

$$Con\ \lambda=2\Rightarrow P_4\equiv(3-2\cdot2\,,-2+2\,,-1+2\cdot2)=(-1\,,0\,,3)$$

Opción C

C.1.- Halla la integral indefinida $\int x^2 \; sen\,(2x)\,dx$ **(2 puntos)**

$$I=\int x^2\; sen\,(2x)\,dx=-\frac{x^2\cos(2x)}{2}-\frac{2}{2}\int x\cdot[-\cos(2x)]dx=-\frac{x^2\cos(2x)}{2}+\int x\cos(2x)\,dx$$

$$Por\;\; partes \Rightarrow \begin{cases} x^2=u\Rightarrow 2x\,dx=du \\ sen\,(2x)\,dx=dv\Rightarrow v=\int sen\,(2x)\,dx=\int sen\,t\,\frac{dt}{2}=-\frac{\cos t}{2}=-\frac{\cos(2x)}{2} \end{cases}$$

$$2x=t\Rightarrow 2\,dx=dt\Rightarrow dx=\frac{dt}{2}$$

$$I=-\frac{x^2\cos(2x)}{2}+\int x\cos(2x)\,dx=-\frac{x^2\cos(2x)}{2}+\frac{x\cdot sen\,(2x)}{2}-\frac{1}{2}\int sen\,(2x)\,dx$$

$$\begin{cases} x=u\Rightarrow dx=du \\ \cos(2x)\,dx=dv\Rightarrow v=\int\cos(2x)\,dx=\int\cos t\,\frac{dt}{2}=\frac{sen\,t}{2}=\frac{sen\,(2x)}{2} \end{cases}$$

$$I=-\frac{x^2\cos(2x)}{2}+\frac{x\cdot sen\,(2x)}{2}-\frac{1}{2}\int sen\,t\,\frac{dt}{2}=-\frac{x^2\cos(2x)}{2}+\frac{x\cdot sen\,(2x)}{2}-\frac{1}{4}\cdot(-\cos t)$$

$$I=-\frac{x^2\cos(2x)}{2}+\frac{x\cdot sen\,(2x)}{2}+\frac{\cos(2x)}{4}+K$$

C.2.- Dada la función $f(x)=(1-x^2)\cos(\pi x)$, demuestra que existe $\alpha\in(1\,,2)$ tal que $f'(\alpha)=-2$. Menciona los resultados teóricos que utilices **(2 puntos)**

Teorema del valor medio o de Lagrange

Si **f(x)** es continua en **[a , b]** y derivable en **(a , b)**, entonces existe, al menos, un punto $c\in(a\;,b)$ tal que: $f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$

Geometricamente, como **f'(c)** la pendiente de la recta tangente en el punto **c** y $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ es la pendiente de la cuerda que une los puntos **[a , f(a)]** y **[b , f(b)]**, el teorema dice que dichas rectas tienen la misma pendiente; luego si una función es continua en **[a , b]** y tiene tangente en todos los puntos de **(a , b)**, es decir, es derivable en **(a , b)**, entonces existe, al menos, un punto de **(a , b)** en el cual la recta tangente es paralela a la cuerda limitada por los puntos **[a , f(a)]** y **[b , f(b)]**

$$\begin{cases} f(1)=(1-1^2)\cos(\pi\cdot 1)=0\cdot\cos(\pi)=0\cdot(-1)=0 \\ f(2)=(1-2^2)\cos(\pi\cdot 2)=(-3)\cdot 1=-3 \end{cases}\Rightarrow f'(\alpha)=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{-3-0}{1}=-3$$

Creo que el enunciado es incorrecto debía de ser $f'(\alpha)=-3$

Opción D

D.1.- Halla los siguientes límites:

$a)\quad \lim_{x\to 0}\left[\cos(2x)\right]^{\frac{1}{sen\left(x^2\right)}}$ **(1 punto)**

$b)\quad \lim_{x\to \frac{1}{2}} \dfrac{1-tg\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)}{\ln\left(4x^2\right)}$ **(1 punto)**

$a)$

$$\lim_{x\to 0}\left[\cos(2x)\right]^{\frac{1}{sen\left(x^2\right)}} = \left[\cos(2\cdot 0)\right]^{\frac{1}{sen\left(0^2\right)}} = \left(\cos 0\right)^{\frac{1}{sen\,0}} = 1^{\frac{1}{0}} = 1^{\infty} \Rightarrow Siendo\ L = \lim_{x\to 0}\left[\cos(2x)\right]^{\frac{1}{sen\left(x^2\right)}} \Rightarrow$$

$$\ln L = \ln\left\{\lim_{x\to 0}\left[\cos(2x)\right]^{\frac{1}{sen\left(x^2\right)}}\right\} = \lim_{x\to 0}\ln\left[\cos(2x)\right]^{\frac{1}{sen\left(x^2\right)}} = \lim_{x\to 0}\frac{1}{sen\left(x^2\right)}\cdot\ln\left[\cos(2x)\right] = \lim_{x\to 0}\frac{\ln\left[\cos(2x)\right]}{sen\left(x^2\right)} =$$

$$= \frac{\ln\left[\cos(2\cdot 0)\right]}{sen\left(0^2\right)} = \frac{\ln\left[\cos(0)\right]}{sen(0)} = \frac{\ln 1}{0} = \frac{0}{0} = \xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital} = \lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{-2\,sen(2x)}{\cos(2x)}}{2x\cos\left(x^2\right)} = \lim_{x\to 0}\frac{-2\,sen(2x)}{2x\cos\left(x^2\right)\cos(2x)} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-\,sen(2x)}{x\cos\left(x^2\right)\cos(2x)} = \frac{-\,sen(2\cdot 0)}{0\cos\left(0^2\right)\cos(2\cdot 0)} == \frac{0}{0} = \xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-2\cos(2x)}{\cos\left(x^2\right)\cos(2x) - 2x^2 sen\left(x^2\right)\cos(2x) - 2x\cos\left(x^2\right)sen(2x)} =$$

$$= \frac{-2\cos(2\cdot 0)}{\cos\left(0^2\right)\cos(2\cdot 0) - 2\cdot 0^2 sen\left(0^2\right)\cos(2\cdot 0) - 2\cdot 0\cos\left(0^2\right)sen(2\cdot 0)} =$$

$$= \frac{-2\cos(0)}{\cos(0)\cos(0) - 0\cdot sen(0)\cos(0) - 0\cos(0)\,sen(0)} = \frac{-2\cdot 1}{1\cdot 1 - 0\cdot 0\cdot 1 - 0\cdot 1\cdot 0} = \frac{-2}{1} = -2 \Rightarrow$$

$$\ln L = -2 \Rightarrow L = \lim_{x\to 0}\left[\cos(2x)\right]^{\frac{1}{sen\left(x^2\right)}} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

$b)$

$$\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{1-tg\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)}{\ln\left(4x^2\right)} = \frac{1-tg\left(\dfrac{\pi}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\right)}{\ln\left[4\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right]} = \frac{1-tg\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}{\ln\left(4\cdot\dfrac{1}{4}\right)} = \frac{1-1}{\ln(1)} = \frac{0}{0} = \xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital} = \lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{-\dfrac{1}{\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)}\cdot\dfrac{\pi}{2}}{\dfrac{8x}{4x^2}} =$$

$$= \lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{-\dfrac{\pi}{2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)}}{\dfrac{2}{x}} = \lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{-\pi\cdot x}{4\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)} = -\frac{\pi\cdot\dfrac{1}{2}}{4\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\right)} = -\frac{\pi}{8\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)} = -\frac{\pi}{8\cdot\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} =$$

$$= -\frac{\pi}{8\cdot\dfrac{2}{4}} = -\frac{\pi}{4}$$

D.2.- Halla los puntos en que se cortan las funciones $f(x) = x\,(x+2)$ y $g(x) = x^3$ y calcula el área de la región del plano encerrada entre sus gráficas **(3 puntos)**

$$\textit{Puntos de corte entre funciones} \Rightarrow x^2 + 2x = x^3 \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x\left(x^2 - x - 2\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 \geq 0 \Rightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1+3}{2} = 2 \\ x = \dfrac{1-3}{2} = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\textit{Puntos de corte con OX} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x\,(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \\ x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$\textit{Simetrías} \Rightarrow \begin{cases} f(-x) = (-x)^2 + 2\,(-x) = x^2 - 2x \neq f(x) \Rightarrow \textit{No hay simetria} \\ g(-x) = (-x)^3 = -\left(x^3\right) = -\,g(x) \Rightarrow \textit{Simétrica respecto a O} \end{cases}$$

$$-\frac{1}{2} \in (-1\,,0) \Rightarrow \begin{cases} f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 + 2\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{4} - 1 = -\dfrac{3}{4} < 0 \\ g\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^3 = -\dfrac{1}{8} < 0 \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{4} < -\frac{1}{8} \Rightarrow f(x) > g(x)$$

$$1 \in (0\,,2) \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 1^2 + 2 \cdot 1 = 1 + 2 = 3 > 0 \\ g(2) = 2^3 = 8 > 0 \end{cases} \Rightarrow 3 < 8 \Rightarrow f(x) > g(x)$$

$$A = \int_{-1}^{0} x^3\,dx - \int_{-1}^{0} \left(x^2 + 2x\right)dx + \int_{0}^{2} \left(x^2 + 2x\right)dx - \int_{0}^{2} x^3\,dx = \int_{-1}^{0} \left(x^3 - x^2 - 2x\right)dx + \int_{0}^{2} \left(-x^3 + x^2 + 2x\right)dx =$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \left[x^4\right]_{-1}^{0} - \frac{1}{3} \cdot \left[x^3\right]_{-1}^{0} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[x^2\right]_{-1}^{0} - \frac{1}{4} \cdot \left[x^4\right]_{0}^{2} + \frac{1}{3} \cdot \left[x^3\right]_{0}^{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[x^2\right]_{0}^{2}$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot \left[0^4 - (-1)^4\right] - \frac{1}{3} \cdot \left[0^3 - (-1)^3\right] - \left[0^2 - (-1)^2\right] - \frac{1}{4} \cdot \left(2^4 - 0^4\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(2^3 - 0^3\right) + \left(2^2 - 0^2\right)$$

$$A = \frac{1}{4} \cdot (0-1) - \frac{1}{3} \cdot (0+1) - (0-1) - \frac{1}{4} \cdot (16-0) + \frac{1}{3} \cdot (8-0) + (4-0) = -\frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 1 - 4 + \frac{8}{3} + 4 = \frac{10}{3} - \frac{1}{4} = \frac{40-3}{12}$$

$$A = \frac{37}{12}\,u^2$$