

Representación de funciones

Primer ejemplo:

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

1º) **Dominio.** $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$

2º) **Simetrías.** $f(-x) = \frac{1}{-x-1} \begin{cases} \neq f(x) \\ \neq -f(x) \end{cases} \Rightarrow$ No tiene simetría par ni impar.

3º) **Puntos de corte.**

Eje x : $f(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x-1} \neq 0 \Rightarrow$ No corta el eje x .

Eje y : $f(0) = \frac{1}{0-1} = -1 \Rightarrow (0, -1)$

4º) **Asíntotas.**

Asíntota vertical: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \pm\infty \Rightarrow x = 1$

Asíntota horizontal: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0 \Rightarrow y = 0$

Asíntota oblicua: no tiene por tener asíntota horizontal.

5º) **Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-1}{(x-1)^2} \neq 0$$

No tiene puntos candidatos a máximos y mínimos, ahora hacemos un estudio de los signos de la derivada primera para determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento:

	$x = 1$	
-1	-	-
$(x-1)^2$	+	+
$f'(x)$	-	-
	↘	↘

Siempre es decreciente excepto en $x = 1$.

6º) **Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

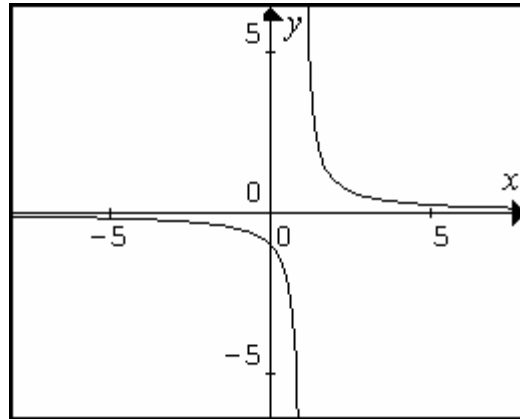
$$f''(x) = \frac{2}{(x-1)^3} \rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{2}{(x-1)^3} \neq 0$$

No tiene puntos candidatos a puntos inflexión, estudiamos ahora los signos de la segunda derivada para determinar los intervalos de concavidad y convexidad.

	$x = 1$	
2	+	+
$(x-1)^3$	-	+
$f''(x)$	-	+
	∩	∪

Convexa en $(1, \infty)$ y cóncava en $(-\infty, 1)$

7º) **Representación gráfica:**



Segundo ejemplo:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

1º) **Dominio.** Dom $f(x) = \mathbb{R}$

2º) **Simetrías.** $f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 + 1} = -\frac{x}{x^2 + 1} = -f(x)$ Simetría impar.

3º) **Puntos de corte.**

Eje x: $f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x}{x^2 + 1} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow (0,0)$

Eje y: $f(0) = \frac{0}{0+1} = 0 \Rightarrow (0,0)$

4º) **Asíntotas.**

Asíntota vertical: Al ser siempre continua, carece de asintotas verticales.

Asíntota horizontal: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = 0 \Rightarrow y = 0$

Asíntota oblicua: no tiene por tener asintota horizontal.

5º) **Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 1) - 2x \cdot x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$x = \pm 1$ Son puntos candidatos a máximos y a mínimos. Estudiamos ahora los signos de la primera derivada:

	$x = -1$	$x = 1$	
$1 - x^2$	-	+	-
$(x^2 + 1)^2$	+	+	+
$f'(x)$	-	+	-
	↘	↗	↘

Decreciente en $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$. Creciente en $(-1, 1)$.

Máximo por tanto en $x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{1^2 + 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(1, \frac{1}{2}\right)$

Mínimo en $x = -1 \Rightarrow f(-1) = \frac{-1}{1^2 + 1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(1, -\frac{1}{2}\right)$

6º) **Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f''(x) = \frac{-2x(x^2+1)^2 - 2 \cdot 2x(x^2+1)(1-x^2)}{(x^2+1)^4} = \frac{2x^3 - 6x}{(x^2+1)^3}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x^3 - 6x}{(x^2+1)^3} = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Tres puntos candidatos a puntos inflexión. Hacemos un estudio de los signos de la derivada segunda:

	$x = -\sqrt{3}$	$x = 0$	$x = \sqrt{3}$
$2x^3 - 6x$	-	+	-
$(x^2 + 1)^3$	+	+	+
$f''(x)$	-	+	-
	∩	∪	∩

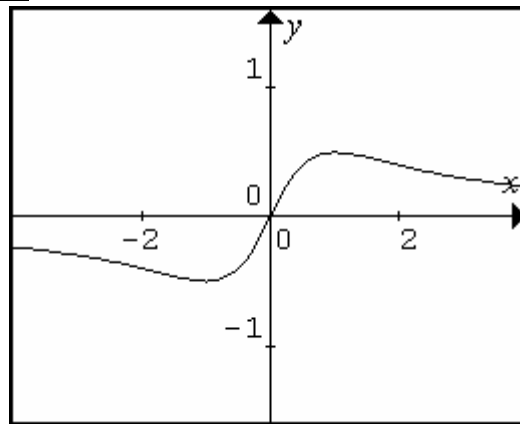
Cóncava en $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$ y convexa en $(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, \infty)$

Los puntos candidatos, son por tanto puntos de inflexión con coordenadas:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{0}{0^2 + 1} = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow f(\pm\sqrt{3}) = \frac{\pm\sqrt{3}}{3+1} = \pm\frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \left(\pm\sqrt{3}, \pm\frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

7º) **Representación gráfica:**



Tercer ejemplo:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

1º) **Dominio.** $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

2º) **Simetrías.** $f(-x) = \frac{1}{(-x)^2 - 1} = \frac{1}{x^2 - 1} = f(x)$ Simetría par

3º) **Puntos de corte.**

Eje x: $f(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{x^2 - 1} \neq 0$ No tiene.

Eje y: $f(0) = \frac{1}{0-1} = -1 \Rightarrow (0, -1)$

4º) **Asíntotas.**

Asíntotas verticales: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} = \pm\infty \Rightarrow x = 1$

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^2 - 1} = \pm\infty \Rightarrow x = -1$

Asíntota horizontal: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow y = 0$

Asíntota oblicua: no tiene por tener asíntota horizontal.

5º) **Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2} \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2} = 0 \rightarrow x = 0$$

$x = 0$ Punto candidato a máximo o a mínimo. Estudiamos los signos de la derivada:

	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$
$-2x$	+	+	-
$(x^2 - 1)^2$	+	+	+
$f'(x)$	+	+	-
	↗	↗	↘

Decreciente en $(0, \infty) - \{1\}$. Creciente en $(-\infty, 0) - \{-1\}$. Y como se puede ver, hay un máximo en $x = 0$, cuyas coordenadas son:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{0^2 - 1} = -1 \Rightarrow (0, -1)$$

6º) **Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

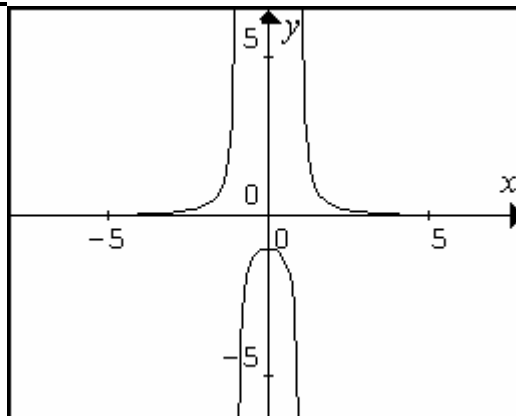
$$f''(x) = \frac{-2(x^2 - 1)^2 + 2x \cdot 2x \cdot 2(x^2 - 1)}{(x^2 - 1)^4} = \frac{6x^2 + 2}{(x^2 - 1)^3} \rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{6x^2 + 2}{(x^2 - 1)^3} \neq 0$$

No hay puntos candidatos a puntos inflexión. Estudiamos los signos ahora:

	$x = -1$	$x = 1$
$6x^2 + 2$	+	+
$(x^2 - 1)^3$	+	-
$f''(x)$	+	-
	∪	∩

Cóncava en $(-1, 1)$ y convexa en $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

7º) **Representación gráfica:**



Cuarto ejemplo:

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

1º) **Dominio.** Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{-1\}$

2º) **Simetrías.** $f(-x) = \frac{(-x)^2}{-x+1} = \frac{x^2}{1-x} \begin{cases} \neq f(x) \\ \neq -f(x) \end{cases} \Rightarrow$ No tiene simetría par ni impar.

3º) **Puntos de corte.**

$$\text{Eje } x: f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{x+1} = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$\text{Eje } y: f(0) = \frac{0}{0+1} = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

4º) **Asíntotas.**

$$\text{Asíntotas verticales: } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2}{x+1} = \pm\infty \Rightarrow x = -1$$

$$\text{Asíntota horizontal: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x+1} = \pm\infty \Rightarrow \text{No tiene asíntota horizontal.}$$

Asíntota oblicua: $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2+1} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x+1} - x = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x}{x+1} = -1$$

La asíntota oblicua es $y = x - 1$.

5º) **Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f'(x) = \frac{2x(x+1) - x^2}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Dos puntos candidatos a máximo o a mínimo. Estudiamos los signos de la derivada:

	$X = -2$	$x = -1$	$x = 0$	
$x^2 + 2x$	+	-	-	+
$(x+1)^2$	+	+	+	+
$f'(x)$	+	-	-	+
	↗	↘	↘	↗

Creciente en $(-\infty, -2) \cup (0, \infty)$ y decreciente en $(-2, 0) - \{-1\}$. Por tanto:

$$\text{Máximo en: } x = -2 \Rightarrow f(-2) = \frac{(-2)^2}{-2+1} = -4 \Rightarrow (-2, -4)$$

$$\text{Mínimo en: } x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{0^2}{0+1} = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

6º) **Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

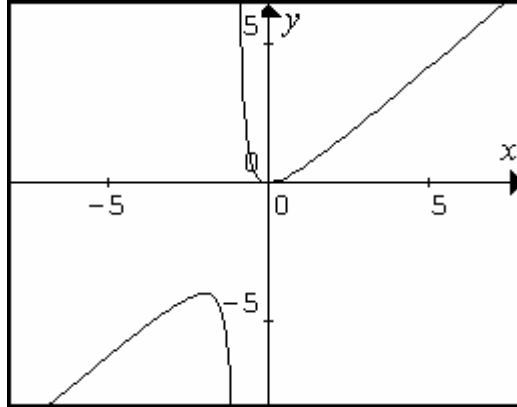
$$f''(x) = \frac{(2x+2)(x+1)^2 - (x^2+2x) \cdot 2(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{2}{(x+1)^3} \rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{2}{(x+1)^3} \neq 0$$

Hacemos un estudio de los signos:

	$x = -1$	
2	+	+
$(x+1)^3$	-	+
$f''(x)$	-	+

No tiene puntos de inflexión. Cóncava en $(-\infty, -1)$ y convexa en $(-1, \infty)$.

7º) **Representación gráfica:**



Quinto ejemplo:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

1º) **Dominio.** $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

2º) **Simetrías.** $f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x)$ Simetría impar.

3º) **Puntos de corte.**

Eje x: $f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^3}{x^2 - 1} = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0, 0)$

Eje y: $f(0) = \frac{0^3}{0^2 - 1} = \frac{0}{-1} = 0 \rightarrow (0, 0)$

4º) **Asíntotas.**

Asíntotas verticales:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{x^2 - 1} = \frac{1}{1 - 1} = \frac{1}{0} = \pm\infty \Rightarrow x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3}{x^2 - 1} = \frac{-1}{1 - 1} = \frac{-1}{0} = \pm\infty \Rightarrow x = -1$$

Asíntota horizontal: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^2 - 1} = \pm\infty \Rightarrow$ No tiene.

Asíntota oblicua: $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{x^3}{x^2 - 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{x^3 - x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2 - 1} = 0$$

La asíntota oblicua es: $y = x$.

5º) Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f'(x) = \frac{3x^2(x^2-1) - 2x \cdot x^3}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} \rightarrow f'(x) = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Tres puntos candidatos a máximo o a mínimo.

Hacemos un estudio de los signos de la derivada primera:

	$x = -\sqrt{3}$	$x = -1$	$x = 1$	$x = \sqrt{3}$	
$x^2(x^2-3)$	+	-	-	-	+
$(x^2-1)^2$	+	+	+	+	+
$f'(x)$	+	-	-	-	+
	↗	↘	↘	↘	↗

Creciente en $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \infty)$ y decreciente en $(-\sqrt{3}, \sqrt{3}) - \{\pm 1\}$.

Máximo en: $x = -\sqrt{3} \Rightarrow f(-\sqrt{3}) = \frac{(-\sqrt{3})^3}{(-\sqrt{3})^2 - 1} = -2.6 \Rightarrow (-\sqrt{3}, -2.6)$

Mínimo en: $x = \sqrt{3} \Rightarrow f(\sqrt{3}) = \frac{(\sqrt{3})^3}{(\sqrt{3})^2 - 1} = -2.6 \Rightarrow (\sqrt{3}, -2.6)$

6º) Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f''(x) = \frac{2x(x^2-3)(x^2-1)^2 + x^2 \cdot 2x(x^2-1)^2 - 2 \cdot 2x(x^2-1)x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^4} = \frac{2x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$$

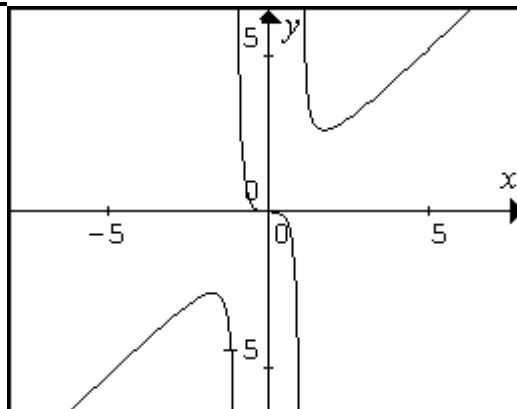
$$f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x(x^2+3)}{(x^2-1)^3} = 0 \rightarrow x = 0$$

Hay un punto candidato a punto de inflexión. Hacemos un estudio de los signos de la derivada segunda:

	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	
$2x(x^2+3)$	-	-	+	+
$(x^2-1)^3$	+	-	-	+
$f''(x)$	-	+	-	+
	∩	∪	∩	∪

Cóncava en $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ y convexa en $(-1, 0) \cup (1, \infty)$.

7º) Representación gráfica:



Sexto ejemplo:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$$

1º) **Dominio.** Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{2\}$

2º) **Simetrías.** $f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{(-x) - 2} = \frac{x^2 - 1}{-x - 2} \left\{ \begin{array}{l} \neq f(x) \\ \neq -f(x) \end{array} \right. \Rightarrow$ No tiene simetría par ni impar.

3º) **Puntos de corte.**

$$\text{Eje } x: f(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x - 2} = 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} (1, 0) \\ (-1, 0) \end{cases}$$

$$\text{Eje } y: f(0) = \frac{0^2 - 1}{0 - 2} = \frac{1}{2} \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right)$$

4º) **Asíntotas.**

$$\text{Asíntotas verticales: } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x - 2} = \pm \infty \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Asíntota horizontal: } \lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 - 1}{x - 2} = \pm \infty \Rightarrow \text{No tiene.}$$

$$\text{Asíntota oblicua: } y = mx + n$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{\frac{x^2 - 1}{x - 2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x - 1}{x - 2} = 2$$

La asíntota oblicua es: $y = x + 2$.

5º) **Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f'(x) = \frac{2x(x - 2) - (x^2 - 1)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 1}{(x - 2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 1}{(x - 2)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3.732 \\ x = 0.268 \end{cases}$$

Tres puntos candidatos a máximo o a mínimo. Y ahora estudiamos los signos de la derivada primera:

	$x = 0.268$	$x = 2$	$x = 3.732$	
$x^2 - 4x + 1$	+	-	-	+
$(x - 2)^2$	+	+	+	+
$f'(x)$	+	-	-	+
	↗	↘	↘	↗

Creciente en $(-\infty, 0.268) \cup (3.732, \infty)$ y decreciente en $(0.268, 3.732) - \{2\}$.

$$\text{Máximo en: } x = 0.268 \Rightarrow f(0.268) = \frac{0.268^2 - 1}{0.268 - 2} = 0.536 \Rightarrow (0.268, 0.536)$$

$$\text{Mínimo en: } x = 3.732 \Rightarrow f(3.732) = \frac{3.732^2 - 1}{3.732 - 2} = 7.464 \Rightarrow (3.732, 7.464)$$

6º) **Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.**

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f''(x) = \frac{(2x-4) \cdot (x-2)^2 - 2(x-2) \cdot (x^2 - 4x + 1)}{(x-2)^4} = \frac{6}{(x-2)^3}$$

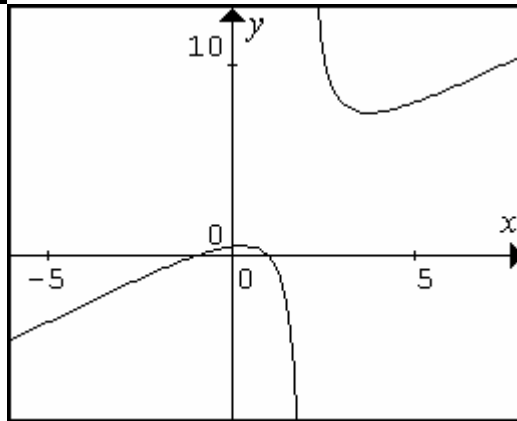
$$f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{6}{(x-2)^3} \neq 0$$

No tiene puntos candidatos a puntos de inflexión. Hacemos un estudio de los signos de la derivada segunda:

	$x = 2$		
6	+	+	
$(x^2 - 1)^3$	-	+	
$f''(x)$	-	+	
	∩	∪	

Cóncava en $(-\infty, 2)$ y convexa en $(2, \infty)$.

7º) **Representación gráfica:**



Séptimo ejemplo:

$$f(x) = \frac{2x-1}{(x+2)^2}$$

1º) **Dominio.** $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-2\}$

2º) **Simetrías.** $f(-x) = \frac{2(-x)-1}{((-x)+2)^2} = \frac{-2x-1}{(2-x)^2} \begin{cases} \neq f(x) \\ \neq -f(x) \end{cases} \Rightarrow$ No hay simetría par ni impar.

3º) **Puntos de corte.**

Eje x: $f(x) = 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{(x+2)^2} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, 0\right)$

Eje y: $f(0) = \frac{2 \cdot 0 - 1}{(0+2)^2} = -\frac{1}{4} \rightarrow \left(0, -\frac{1}{4}\right)$

4º) **Asíntotas.**

Asíntotas verticales: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x-1}{(x+2)^2} = -\infty \Rightarrow x = -2$

Asíntota horizontal: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{(x+2)^2} = 0 \Rightarrow y = 0.$

Asíntota oblicua: Tiene asintota horizontal, por ello no tiene oblicua.

5º) Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f'(x) = \frac{2(x+2)^2 - 2(x+2)(2x-1)}{(x+2)^4} = \frac{6-2x}{(x+2)^3} \rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow \frac{6-2x}{(x+2)^3} = 0 \rightarrow x = 3$$

Un punto candidato a extremo. Ahora estudiamos los signos de la derivada primera:

	$x = -2$	$x = 3$	
$6-2x$	+	+	-
$(x+2)^3$	-	+	+
$f'(x)$	-	+	-
	↘	↗	↘

Decreciente en $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$ y decreciente en $(-2, 3)$.

$$\text{Máximo en: } x = 3 \Rightarrow f(3) = \frac{2 \cdot 3 - 1}{(3+2)^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \left(3, \frac{1}{5}\right)$$

6º) Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.

Calculamos e igualamos a cero su primera derivada.

$$f''(x) = \frac{-2(x+2)^3 - 3(x+2)^2(6-2x)}{(x+2)^6} = \frac{-22+4x}{(x+2)^4}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{-22+4x}{(x+2)^4} = 0 \rightarrow x = \frac{11}{2}$$

Un punto candidato a punto de inflexión. Hacemos ahora un estudio de los signos:

	$x = -2$	$x = 11/2$	
$-22+4x$	-	-	+
$(x+2)^4$	+	+	+
$f''(x)$	-	-	+
	∩	∩	∪

Cóncava en $(-\infty, 11/2) - \{-2\}$ y convexa en $(11/2, \infty)$.

7º) Representación gráfica:

