

Bloque 1 (Álgebra Lineal) (Puntuación máxima 3 puntos)

Opción 1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcular los valores del parámetro m para los que A tenga inversa.
 b) Para $m = 0$, calcula A^3 y A^{25} .
 c) Para $m = 0$, hallar la matriz X que verifica $X \cdot A = B$, siendo $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Una matriz tiene inversa siempre que su determinante no sea nulo.

$$|A| = \begin{vmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -(-1) \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1 \Rightarrow \text{Si } |A| = 0 \Rightarrow m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm\sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$\forall m \in \mathbb{R} - \{-1, 1\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{Existe } A^{-1}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$A^3 = A \cdot A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = (-1)I_3 \Rightarrow A^4 = A \cdot A^3 = A \cdot (-I_3) = -A$$

$$A^5 = A \cdot A^4 = A \cdot (-A) = -A^2 \Rightarrow A^6 = A \cdot A^5 = -A \cdot A^2 = -A^3 = -(-I_3) = I_3 \Rightarrow A^7 = A \cdot A^6 = A \cdot I_3 = A$$

$$25 \quad \begin{array}{|c} 6 \\ \hline 1 \end{array} \quad 4$$

$$A^{25} = A^1 = A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$XAA^{-1} = BA^{-1} \Rightarrow XI = BA^{-1} \Rightarrow X = BA^{-1}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot (\text{adj } A^t) \Rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{adj } A^t = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$A^{-1} = \frac{1}{(-1)} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Opción 2.- a) Discute e interpreta geoméricamente de acuerdo con los valores del parámetro m , el sistema

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x - 2y + z = m \\ mx - y + z = 0 \end{cases}$$

b) Resuelve, si es posible, para los casos $m = 0$ y $m = 2$.

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ m & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ m-2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ m-2 & 0 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (m-2) \Rightarrow \text{Si } |A| = 0 \Rightarrow (-1) \cdot (m-2) = 0 \Rightarrow$$

$$m-2=0 \Rightarrow m=2$$

$\forall m \in \mathbb{R} - \{2\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(A) = 3 = \text{Número de incógnitas} \Rightarrow \text{Sistema Compatible Determinado}$

Los tres planos determinan un punto de corte común

Si $m = 2 \Rightarrow$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & -1 & -4 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -4 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -4 \end{array} \right) \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(A/B) = 2 \Rightarrow$$

Sistema Compatible Indeterminado \Rightarrow Los tres planos determinan una recta intersección de todos

b)

Si $m = 0 \Rightarrow$ Ecuación homogénea

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow 2z = 0 \Rightarrow -y + 0 = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x - 2 \cdot 0 + 0 = 0 \Rightarrow$$

$$x = 0 \Rightarrow \text{Solución trivial} \Rightarrow (x, y, z) = (0, 0, 0)$$

Si $m = 2 \Rightarrow$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -4 \end{array} \right) \Rightarrow 3y - z = -4 \Rightarrow z = 3y + 4 \Rightarrow x - 2y + 3y + 4 = 2 \Rightarrow x = -2 - y$$

$$\Rightarrow \text{Solución } (x, y, z) = (-2 - \lambda, \lambda, 4 + 3\lambda)$$

Bloque 2 (Geometría) (Puntuación máxima 3 puntos)

Opción 1.- a) Definiciones e interpretación geométrica del producto vectorial de dos vectores en \mathbb{R}^3 .

b) Calcular el vector unitario perpendicular a los vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ y $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

c) Calcular la distancia desde el origen de coordenadas al plano determinado por el punto $(1, 1, 1)$ y los vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ y $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

a)

Dados dos vectores $\vec{u} = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ y $\vec{v} = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$ llamamos **producto vectorial de \vec{u} por \vec{v}** , y lo expresamos por $\vec{u} \wedge \vec{v}$ o $\vec{u} \times \vec{v}$, al vector

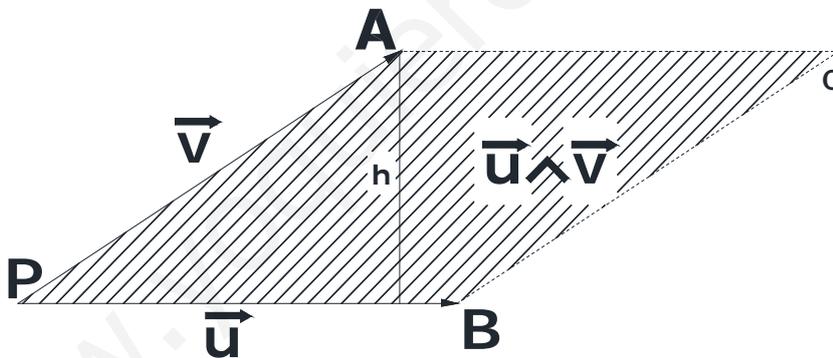
$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} \vec{u}_2 & \vec{u}_3 \\ \vec{v}_2 & \vec{v}_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_3 \\ \vec{v}_1 & \vec{v}_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \\ \vec{v}_1 & \vec{v}_2 \end{vmatrix} \right)$$

Que una vez desarrollado lo podremos determinar, tomando la base canónica de V^3 , $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, podemos obtener el producto vectorial de \vec{u} por \vec{v} como la solución del determinante según la expresión:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \vec{u}_1 & \vec{u}_2 & \vec{u}_3 \\ \vec{v}_1 & \vec{v}_2 & \vec{v}_3 \end{vmatrix}$$

Veamos la interpretación geométrica:

Sean los vectores \vec{u} y \vec{v} con origen común en un punto P. Se construye un paralelogramo trazando paralelas a estos vectores por sus extremos tal como se muestra en la figura



se verifica que $h = |\vec{v}| \cdot \text{sen}(\vec{u} \wedge \vec{v})$, por lo tanto como se tiene, por las propiedades del producto vectorial

que $|\vec{u} \wedge \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \text{sen}(\vec{u} \wedge \vec{v}) = |\vec{u}| \cdot h = S$ en donde **S** es el área del paralelogramo **PABC** por ello el

módulo del producto vectorial de dos vectores es igual al área del paralelogramo definido por dos representantes de estos vectores que tengan el mismo origen

Continuación de la Opción 1 del Bloque 2

b)

$$\begin{cases} \vec{u} = (1, -2, 2) \\ \vec{v} = (1, 0, 1) \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_s = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} - \vec{j} = -2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow$$

$$\vec{s} = (-2, 1, 2) \Rightarrow \|\vec{s}\| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow \text{Vector unitario} \Rightarrow \left\| \frac{\vec{s}}{3} \right\| = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

c) El vector director del plano π , que es el producto vectorial de los dos vectores y fue hallado en el apartado b), es perpendicular al vector \overrightarrow{PG} , siendo P el punto dado y G el punto genérico del plano, y, debido a ello, su producto escalar es nulo y la ecuación pedida del plano.

Una vez obtenido el plano hallaremos su distancia al origen O .

$$\begin{cases} \overrightarrow{PG} = (x, y, z) - (1, 1, 1) = (x-1, y-1, z-1) \\ \vec{v}_\pi = \vec{s} = (-2, 1, 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{PG} \perp \vec{v}_\pi \Rightarrow \overrightarrow{PG} \cdot \vec{v}_\pi = 0 \Rightarrow$$

$$(x-1, y-1, z-1) \cdot (-2, 1, 2) = 0 \Rightarrow -2(x-1) + (y-1) + 2(z-1) = 0 \Rightarrow \pi \equiv 2x - y - 2z + 1 = 0$$

$$d(O, \pi) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 - 2 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{|1|}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3} u$$

Opción 2.- Dado el plano $\pi: 2x + \lambda y + 3 = 0$; y la recta $\begin{cases} x + 2y - 2z + 6 = 0 \\ 7x - y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Calcular el valor de λ para que la recta r y el plano π sean paralelos. Para este valor de λ , calcular la distancia entre r y π .

b) ¿Para algún valor de λ , la recta r está contenida en el plano π ? Justificar la respuesta.

c) ¿Por algún valor de λ , la recta r y el plano π son perpendiculares? Justificar la respuesta.

a) Si son paralelos la recta r y el plano π sus vectores directores son perpendiculares y su producto escalar tiene que ser nulo

$$\begin{cases} x + 2y - 2z + 6 = 0 \\ -7x + y + 2z = 0 \end{cases} \Rightarrow -6x + 3y + 6 = 0 \Rightarrow -2x + y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2x - 2 \Rightarrow 7x - (2x - 2) - 2z = 0 \Rightarrow$$

$$5x + 2 - 2z = 0 \Rightarrow 2z = 2 + 5x \Rightarrow z = 1 + \frac{5}{2}x \Rightarrow \vec{v}_r = \left(1, 2, \frac{5}{2} \right) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \vec{v}_r = \left(1, 2, \frac{5}{2} \right) \equiv (2, 4, 5) \\ \vec{v}_\pi = (2, \lambda, 0) \end{cases} \Rightarrow \text{Si } \vec{v}_r \perp \vec{v}_\pi \Rightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{v}_\pi = 0 \Rightarrow (2, 4, 5) \cdot (2, \lambda, 0) = 0 \Rightarrow 4 + 4\lambda = 0$$

$$4\lambda + 4 = 0 \Rightarrow 4\lambda = -4 \Rightarrow \lambda = -\frac{4}{4} = -1$$

b) La primera condición para que este contenida en el plano la recta r es la perpendicularidad de sus vectores directores resuelta en el apartado a), la segunda condición es que cualquiera de sus puntos R (tomaremos el que indica su ecuación) pertenezca al plano

$$R(0, -2, 1) \Rightarrow 2 \cdot 0 + (-1) \cdot (-2) + 3 = 0 \Rightarrow 2 + 3 \neq 0 \Rightarrow \text{No es punto del plano}$$

La recta r no está contenida en el plano π , no hay ningún valor de λ que cumpla lo preguntado

Continuación de la Opción 2 del Bloque 2

c) Si la recta r es perpendicular al plano π sus vectores directores son iguales o proporcionales

$$\begin{cases} \vec{v}_r = (2, 4, 5) \\ \vec{v}_\pi = (2, \lambda, 0) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{2} \neq \frac{5}{0} \Rightarrow \text{No existe ningún valor de } \lambda$$

Bloque 3 (Análisis) (Puntuación máxima 4 puntos)

Opción 1.- a) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ en el punto de corte de $f(x)$ con el eje OX .

b) Calcular para $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidad y convexidad.

c) Enunciad e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo integral.

a)

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x + 1)e^{-x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} e^{-x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$f'(x) = e^{-x} - (x + 1)e^{-x} = e^{-x}(1 - x - 1) = -xe^{-x} \Rightarrow f'(-1) = -(-1)e^{-(-1)} = e^1 = e \Rightarrow$$

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \\ m = f'(-1) = e \end{cases} \Rightarrow y - 0 = e[x - (-1)] \Rightarrow y = ex + e \Rightarrow ex - y + e = 0$$

b)

$$\text{Crecimiento} \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow (-1)xe^{-x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -1 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ x > 0 \\ e^{-x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

	$-\infty$	0	∞
-1 < 0	(-)	(-)	(-)
x > 0	(-)	(+)	(+)
e^{-x} > 0	(+)	(+)	(+)
Solución	(+)	(-)	(-)

Crecimiento $\forall x \in \mathbb{R} / x < 0$

Decrecimiento $\forall x \in \mathbb{R} / x > 0$

Máximo relativo en $x = 0 \Rightarrow f(0) = (0 + 1)e^{-0} = 1 \cdot e^0 = 1$ de crecimiento pasa a decrecimiento

Continuación de la Opción 1 del Bloque 3

$$f''(x) = -(e^{-x} - xe^{-x}) = -e^{-x}(1-x) = e^{-x}(x-1) \Rightarrow \text{Concavidad} \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow e^{-x}(x-1) > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} e^{-x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \end{cases}$$

	$-\infty$	1	∞
$x > 1$	(-)	(+)	
$e^{-x} > 0$	(+)	(+)	
Solución	(-)	(+)	

Concavidad $\forall x \in \mathbb{R} / x > 1$

Convexidad $\forall x \in \mathbb{R} / x < 1$

Punto de inflexión $x = 1 \Rightarrow f(1) = (1+1)e^{-1} = \frac{2}{e}$

c) Establece que:

Si f es continua en $[a, b]$ existe al menos un número c en $[a, b]$ tal que

$$\int_a^b f(x) dx = f(c) \cdot (b-a)$$

Al número **$f(c)$** se le llama valor medio de **f** en el intervalo **$[a, b]$**

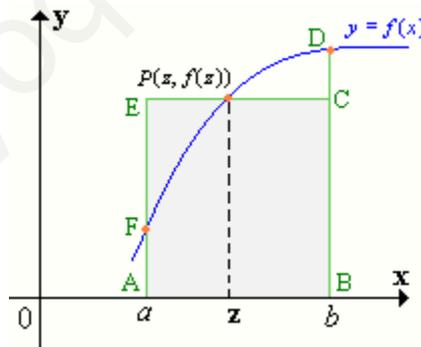
Interpretación geométrica

Si f es no negativa, $f(x) \geq 0$, en $[a, b]$ $\int_a^b f(x) dx$ mide el área encerrada entre la curva y =

$f(x)$ y las rectas **$x = a$** y **$x = b$** .

El teorema del valor medio del cálculo integral viene a decir que dicha área es igual al área de cierto rectángulo de base **$b - a$** y altura **$f(c)$** .

En otras palabras, existe una recta horizontal tal que el área encerrada por la curva por encima de dicha recta coincide con el área encerrada por la curva por debajo de la recta en **$[a, b]$** .



- Opción 2.-** a) Enunciado e interpretación geométrica del teorema del valor medio del cálculo diferencial.
 b) De todos los triángulos rectángulos con hipotenusa **10 cm.**, calcula las longitudes de los catetos que corresponden a los de área máxima
 c) Calcular el valor de **m**, para que el área del recinto delimitado por la recta **y = mx** y la curva **y = x³**, sea **2** unidades cuadradas.

a) **Teorema del valor medio o de Lagrange**

Si **f(x)** es continua en **[a, b]** y derivable en **(a, b)**, entonces existe, al menos, un punto $c \in (a, b)$ tal que: $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$

Geométricamente, como **f'(c)** es la pendiente de la recta tangente en el punto **c** y $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ es la

pendiente de la cuerda que une los puntos **[a, f(a)]** y **[b, f(b)]**, el teorema dice que dichas rectas tienen la misma pendiente; luego si una función es continua en **[a, b]** y tiene tangente en todos los puntos de **(a, b)**, es decir, es derivable en **(a, b)**, entonces existe, al menos, un punto de **(a, b)** en el cual la recta tangente es paralela a la cuerda limitada por los puntos **[a, f(a)]** y **[b, f(b)]**

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} 10^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = 100 - b^2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{100 - b^2} \Rightarrow \begin{cases} a = -\sqrt{100 - b^2} \Rightarrow \text{No es solución (negativo)} \\ a = \sqrt{100 - b^2} \end{cases} \\ S = \frac{1}{2}ab \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2}b\sqrt{100 - b^2} \Rightarrow S' = \frac{dS}{db} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{100 - b^2} + \frac{(-2)b}{2\sqrt{100 - b^2}}b \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{100 - b^2 - b^2}{\sqrt{100 - b^2}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{100 - 2b^2}{\sqrt{100 - b^2}} \right)$$

$$S' = \frac{50 - b^2}{\sqrt{100 - b^2}} \Rightarrow \text{Si } S' = 0 \Rightarrow \frac{50 - b^2}{\sqrt{100 - b^2}} = 0 \Rightarrow 50 - b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = 50 \Rightarrow b = \pm\sqrt{50} \Rightarrow \begin{cases} b = -\sqrt{50} \\ b = \sqrt{50} \end{cases} \Rightarrow$$

$$S'' = \frac{d^2S}{db^2} = \frac{-2b\sqrt{100 - b^2} - \frac{(-2)b}{2\sqrt{100 - b^2}}(50 - b^2)}{100 - b^2} = \frac{-2b\sqrt{100 - b^2} + \frac{b(50 - b^2)}{\sqrt{100 - b^2}}}{100 - b^2}$$

$$S'' = \frac{-2b(100 - b^2) + b(50 - b^2)}{\sqrt{100 - b^2} \cdot (100 - b^2)} = \frac{-200b + 2b^3 + 50b - b^3}{(100 - b^2)\sqrt{100 - b^2}} = \frac{b^3 - 150b}{(100 - b^2)\sqrt{100 - b^2}} = \frac{b(b^2 - 150)}{(100 - b^2)\sqrt{100 - b^2}}$$

$$S''(\sqrt{50}) = \frac{\sqrt{50^2}(\sqrt{50^2} - 150)}{(100 - \sqrt{50^2})\sqrt{100 - \sqrt{50^2}}} = \frac{50(50 - 150)}{(100 - 50)\sqrt{100 - 50}} = \frac{50(-100)}{50\sqrt{50}} = -\frac{100}{\sqrt{50}} < 0 \Rightarrow \text{Máximo}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \sqrt{50} \\ a = \sqrt{100 - \sqrt{50^2}} = \sqrt{100 - 50} = \sqrt{50} \end{array} \right. \Rightarrow \text{Triángulo rectángulo isósceles}$$

Continuación de la Opción 2 del Bloque 3

$$\text{Puntos de corte de las funciones con } OX \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} mx = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Puntos de corte entre funciones} \Rightarrow x^3 = mx \Rightarrow x^3 - mx = 0 \Rightarrow (x^2 - m)x = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - m = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases} \end{cases}$$

$$A = 2 = \left| \int_{-\sqrt{m}}^0 mx \, dx \right| - \left| \int_{-\sqrt{m}}^0 x^3 \, dx \right| + \int_0^{\sqrt{m}} mx \, dx - \int_0^{\sqrt{m}} x^3 \, dx \Rightarrow - \int_{-\sqrt{m}}^0 mx \, dx + \int_{-\sqrt{m}}^0 x^3 \, dx + \int_0^{\sqrt{m}} mx \, dx - \int_0^{\sqrt{m}} x^3 \, dx = 2 \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m \cdot [x^2]_{-\sqrt{m}}^0 + \frac{1}{4} \cdot [x^4]_{-\sqrt{m}}^0 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot [x^2]_0^{\sqrt{m}} - \frac{1}{4} \cdot [x^4]_0^{\sqrt{m}} = 2$$

$$-\frac{m}{2} \cdot [0^2 - (-\sqrt{m})^2] + \frac{1}{4} \cdot [0^4 - (-\sqrt{m})^4] + \frac{m}{2} \cdot (\sqrt{m^2} - 0^2) - \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{m^4} - 0^4) = 2 \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{2} \cdot (-m) - \frac{m^2}{4} + \frac{m}{2} \cdot m - \frac{m^2}{4} = 2 \Rightarrow \frac{m^2}{2} + \frac{m^2}{2} - \frac{1}{4} \cdot m^2 - \frac{1}{4} \cdot m^2 = 2 \Rightarrow m^2 - \frac{1}{2} \cdot m^2 = 2 \Rightarrow$$

$$\frac{m^2}{2} = 2 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm\sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$$