Distrito Universitario de Canarias

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2020–2021

MATERIA: MATEMÁTICAS II	**(3)**
	Convocatoria:

Instrucciones:

- Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas entre las parejas 1A-1B, 2A-2B, 3A-3B y 4A-4B, correspondientes a cada uno de los bloques de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque de contenido, se considerará sólo la primera pregunta respondida de ese bloque.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica no programable ni con conexión a Internet.

Bloque 1.- Análisis (seleccione solo una pregunta)

1A. Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+a}{2x-4} & x\le 0 \\ 10x^2+x+b & x>0 \end{cases}$

Calcular los valores de los parámetros a y b para que la función $f(x)$ sea continua y derivable en $\mathbb{R}$.

Dar las expresiones de la función $f(x)$ y de su derivada $f'(x)$. 2.5 ptos

1B. Dadas las funciones: $f(x)=x^2-4x$; $g(x)=4-4x$

a) Esbozar el gráfico del recinto limitado por las funciones $f(x)$ y $g(x)$ 1.25 ptos

b) Determinar el área del recinto limitado por las funciones $f(x)$ y $g(x)$ 1.25 ptos

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

2A. Se consideran las matrices: $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Sea la matriz $M=A+c\cdot B$, donde c es un número real cualquiera. Calcular los valores de c de forma que el rango $(M)=1$ 1 pto

b) Sea la matriz $D=A^2+B\cdot A$. Averiguar la matriz X que cumple la siguiente ecuación matricial:

$D\cdot X=-30\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 1.5 ptos

2B. En la liga Mate-Basket, las mujeres matemáticas con mayor puntuación son: Lovelace, Noerther y Germain. Las tres acumulan 17500 puntos. Además, lo que ha anotado Germain más 2500 puntos es equivalente a la mitad de lo anotado por Lovelace. Finalmente, Noerther anotó el doble que Germain. ¿Cuál es el ranking de puntuaciones de la liga Mate-Basket de las jugadoras Lovelace, Noerther y Germain? 2.5 ptos

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. Dadas las siguientes ecuaciones en el espacio tridimensional:

$$r: 5-x=y-3=5-z$$

$$\pi: 3x-4y-8z+35=0$$

a) Comprobar que la recta r y el plano π se cortan en un punto.
Averiguar dicho punto. 1.5 ptos

b) Calcular la ecuación del plano que pasa por el punto A (2,2,2), paralelo a la recta r, y perpendicular al plano π 1 pto

3B. Dado el plano $\pi: -x+3y+2z+5=0$

Y las rectas secantes $r: \dfrac{x-5}{2}=y+2=1-z$ y $s: \dfrac{x+1}{6}=\dfrac{y}{-2}=z$

a) Sea A el punto de intersección de las rectas r y s. 1.5 ptos
Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular al plano π y que pasa por A.

b) Calcular el ángulo que forman las rectas r y s. 1 pto

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

4A. Con el objetivo de llevar a cabo el proceso de control de calidad de las arandelas, estas se organizan en lotes de 20 arandelas. Si la probabilidad de que una arandela sea defectuosa es de 0,01 y considerando independencia de sucesos:

a) Determinar si la probabilidad de encontrar en un lote 1 o 2 arandelas defectuosas es mayor del 20%

1.25 ptos

b) Si un lote se rechaza cuando se encuentra al menos una arandela defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de rechazar el lote? 0.75 ptos

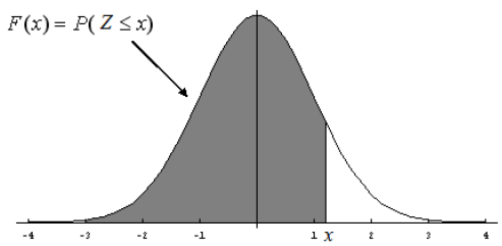
c) ¿Cuál es el número esperado de arandelas sin defectos si el lote fuera de 200 arandelas?

0.5 ptos

4B. Suponiendo que el tiempo de espera en la cola de Correos sigue una distribución normal de media 7,5 minutos con 2 minutos de desviación típica.

a) Hallar el porcentaje de personas que esperan más de 9 minutos. 1.25 ptos

b) Correos afirma que: "Menos del 40% de las personas que acuden a Correos esperan entre 7 y 10 minutos". ¿Es correcta la afirmación? 1.25 ptos



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952

SOLUCIONES

Bloque 1.- Análisis (seleccione solo una pregunta)

1A. Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+a}{2x-4} & x\le 0\\ 10x^2+x+b & x>0\end{cases}$

Calcular los valores de los parámetros a y b para que la función $f(x)$ sea continua y derivable en $\mathbb{R}$. Dar las expresiones de la función $f(x)$ y de su derivada $f'(x)$. 2.5 ptos

La función es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$, pues en $(-\infty,0)$ la función es racional y el denominador se anula para $x = 2$ que no pertenece al intervalo $(-\infty,0)$, y en $(0,+\infty)$ la función es una parábola que no plantea ningún problema de continuidad ni de derivabilidad.

Falta ver si la función puede ser continua y derivable en $x = 0$.
Para que la función sea continua en $x = 0$ debe cumplirse que $f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

$$\left.\begin{array}{l} f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\\ f(0)=\dfrac{0^2+a}{2\cdot 0-4}=-\dfrac{a}{4}\\ \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x^2+a}{2x-4}=-\dfrac{a}{4}\\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}10x^2+x+b=b\end{array}\right\}\Rightarrow -\frac{a}{4}=b\Rightarrow \boxed{a=-4b}$$

La función es derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$ y su derivada es:

$$f\,'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x(2x-4)-2(x^2+a)}{(2x-4)^2}=\dfrac{4x^2-8x-2x^2-2a}{(2x-4)^2}=\dfrac{2x^2-8x-2a}{(2x-4)^2} & x<0\\ 20x+1 \quad x>0\end{cases}$$

Para que la función sea derivable en $x = 0$ deben coincidir sus derivadas laterales.

$$\left.\begin{array}{l} f\,'(0^-)=\dfrac{0-0-2a}{(0-4)^2}=-\dfrac{a}{8}\\ f\,'(0^+)=20\cdot 0+1=1\\ f\,'(0^-)=f\,'(0^+)\end{array}\right\}\Rightarrow -\frac{a}{8}=1\Rightarrow \boxed{a=-8}$$

Sustituyendo en la ecuación obtenida antes tenemos que $-8=-4b\Rightarrow \boxed{b=2}$
Para que la función sea continua y derivable en $x = 0$ deben ser $a = -8$ y $b = 2$.

La función sería $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-8}{2x-4} & x\le 0\\ 10x^2+x+2 & x>0\end{cases}$ y la derivada $f\,'(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-8x+16}{(2x-4)^2} & x\le 0\\ 20x+1 & x>0\end{cases}$

1B. Dadas las funciones: $f(x)=x^2-4x$; $g(x)=4-4x$

a) Esbozar el gráfico del recinto limitado por las funciones $f(x)$ y $g(x)$ 1.25 ptos

b) Determinar el área del recinto limitado por las funciones $f(x)$ y $g(x)$ 1.25 ptos

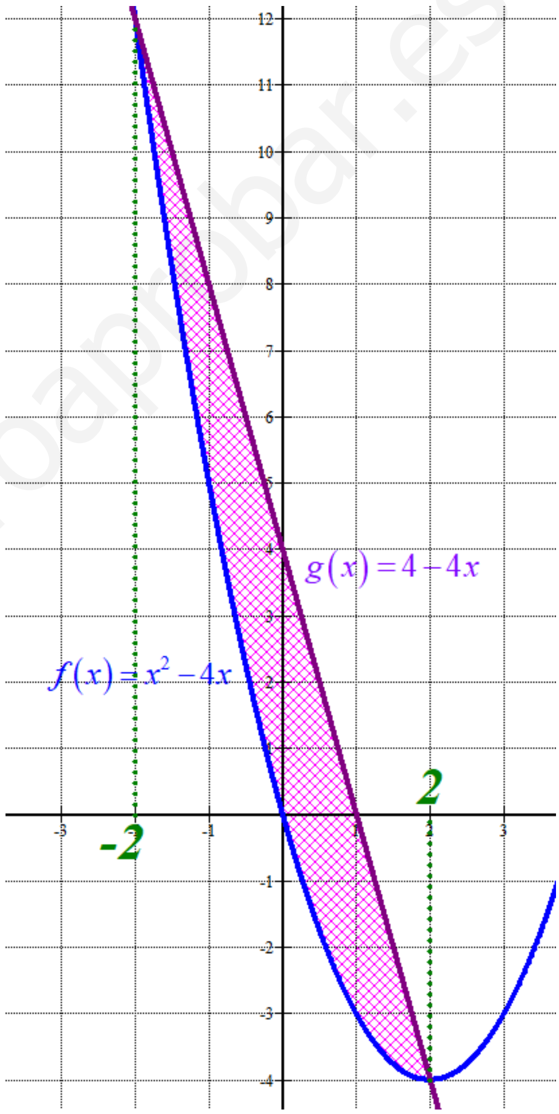
a) Veamos donde se cortan sus gráficas.

$$f(x)=g(x)\Rightarrow x^2-\cancel{4x}=4-\cancel{4x}\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2$$

Son una parábola $f(x)=x^2-4x$ y una recta $g(x)=4-4x$ que coinciden en $x=-2$ y en $x=2$. Hacemos una tabla de valores y representamos.

x	$y=x^2-4x$
–2	12
–1	5
0	0
1	–3
2	–4

x	$y=4-4x$
–2	12
0	4
2	–4



b) El área del recinto es la integral definida entre $x=-2$ y $x=2$ de $g(x)-f(x)$.

$$Área=\int_{-2}^{2}4-4x-\left(x^2-4x\right)dx=\int_{-2}^{2}4-x^2dx=\left[4x-\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2}=$$

$$=\left[8-\frac{2^3}{3}\right]-\left[4(-2)-\frac{(-2)^3}{3}\right]=8-\frac{8}{3}+8-\frac{8}{3}=\boxed{\frac{32}{3}\simeq 10.66\,u^2}$$

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

2A. Se consideran las matrices: $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 4 & -1\end{pmatrix}$

a) Sea la matriz $M = A + c\cdot B$, donde c es un número real cualquiera. Calcular los valores de c de forma que el rango (M) = 1 1 pto

b) Sea la matriz $D = A^2 + B\cdot A$. Averiguar la matriz X que cumple la siguiente ecuación matricial:
$D\cdot X = -30\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 4\end{pmatrix}$ 1.5 ptos

a) Si $M = A + c\cdot B = \begin{pmatrix}1 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}1 & 0\\ 4 & -1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+c & -1\\ 4+4c & 2-c\end{pmatrix}$. Si su rango es 1, quiere decir que su determinante es nulo.

$$|M| = \begin{vmatrix}1+c & -1\\ 4+4c & 2-c\end{vmatrix} = (1+c)(2-c)+4+4c = 0 \Rightarrow 2-c+2c-c^2+4+4c=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -c^2+5c+6=0 \Rightarrow c = \frac{-5\pm\sqrt{5^2-4(-1)\cdot 6}}{-2} = \frac{-5\pm 7}{-2} = \begin{cases}\frac{-5+7}{-2} = -1 = c\\ \frac{-5-7}{-2} = 6 = c\end{cases}$$

Para *c = –1* o *c = 6* el rango de M es 1.

b) $D = A^2 + B\cdot A = \begin{pmatrix}1 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1 & 0\\ 4 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3 & -3\\ 12 & 0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & -6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2 & -4\\ 12 & -6\end{pmatrix}$

Veamos si tiene inversa, en cuyo caso, la calculamos.

$$|D| = \begin{vmatrix}-2 & -4\\ 12 & -6\end{vmatrix} = 12+48 = 60 \neq 0$$

$$D^{-1} = \frac{Adj(D^T)}{|D|} = \frac{Adj\begin{pmatrix}-2 & 12\\ -4 & -6\end{pmatrix}}{60} = \frac{1}{60}\begin{pmatrix}-6 & 4\\ -12 & -2\end{pmatrix}$$

Lo usamos para hallar la matriz X.

$$D\cdot X = -30\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 4\end{pmatrix} \Rightarrow X = -30D^{-1}\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 4\end{pmatrix} = -30\frac{1}{60}\begin{pmatrix}-6 & 4\\ -12 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 4\end{pmatrix}$$

$$\boxed{X = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-12 & -2 & -2\\ -24 & -14 & -44\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6 & 1 & 1\\ 12 & 7 & 22\end{pmatrix}}$$

2B. En la liga Mate-Basket, las mujeres matemáticas con mayor puntuación son: Lovelace, Noerther y Germain. Las tres acumulan 17500 puntos. Además, lo que ha anotado Germain más 2500 puntos es equivalente a la mitad de lo anotado por Lovelace. Finalmente, Noerther anotó el doble que Germain. ¿Cuál es el ranking de puntuaciones de la liga Mate-Basket de las jugadoras Lovelace, Noerther y Germain? 2.5 ptos

Llamamos "x" a los puntos de Lovelace, "y" a los puntos de Noerther, "z" a los puntos de Germain.

"*Las tres acumulan 17500 puntos*" → $x+y+z=17500$

"*Lo que ha anotado Germain más 2500 puntos es equivalente a la mitad de lo anotado por Lovelace*" → $z+2500=\frac{x}{2}$

"*Noerther anotó el doble que Germain*" → $y=2z$

Juntamos las ecuaciones en un sistema y resolvemos.

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=17500 \\ z+2500=\frac{x}{2} \\ y=2z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=17500 \\ 2z+5000=x \\ y=2z \end{array}\right\} \Rightarrow 2z+5000+2z+z=17500 \Rightarrow 5z=12500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{z=\frac{12500}{5}=2500} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \boxed{x=2\cdot 2500+5000=10000} \\ \boxed{y=2\cdot 2500=5000} \end{array}\right.$$

Lovelace ha anotado 10000 puntos, Noerther 5000 y Germain 2500.

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. Dadas las siguientes ecuaciones en el espacio tridimensional:

$$r: 5-x=y-3=5-z$$

$$\pi: 3x-4y-8z+35=0$$

a) Comprobar que la recta r y el plano π se cortan en un punto.
Averiguar dicho punto. 1.5 ptos

b) Calcular la ecuación del plano que pasa por el punto A (2,2,2), paralelo a la recta r, y perpendicular al plano π 1 pto

a) Pasamos la ecuación de la recta a paramétricas.

$$r: 5-x=y-3=5-z \Rightarrow r: \frac{x-5}{-1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-5}{-1} \Rightarrow r: \begin{cases} x=5-\lambda \\ y=3+\lambda \\ z=5-\lambda \end{cases}$$

Resolvemos el sistema formado por la recta y el plano.

$$\left. \begin{array}{r} r: \begin{cases} x=5-\lambda \\ y=3+\lambda \\ z=5-\lambda \end{cases} \\ \pi: 3x-4y-8z+35=0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3(5-\lambda)-4(3+\lambda)-8(5-\lambda)+35=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15-3\lambda-12-4\lambda-40+8\lambda+35=0 \Rightarrow \lambda=2 \Rightarrow \begin{cases} x=5-2=3 \\ y=3+2=5 \Rightarrow P(3,5,3) \\ z=5-2=3 \end{cases}$$

Recta y plano se cortan en el punto $P(3,5,3)$.

b) Si el plano π´ es paralelo a la recta r tiene como vector director el director de la recta. Y al ser perpendicular al plano también tiene como vector director el normal del plano π.

$$r: \begin{cases} x=5-\lambda \\ y=3+\lambda \Rightarrow \overrightarrow{v_r}=(-1,1,-1) \\ z=5-\lambda \end{cases}$$

$$\pi: 3x-4y-8z+35=0 \Rightarrow \vec{n}=(3,-4,-8)$$

Hallamos la ecuación del plano π´.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u}=\overrightarrow{v_r}=(-1,1,-1) \\ \vec{v}=\vec{n}=(3,-4,-8) \\ A(2,2,2)\in\pi' \end{array} \right\} \Rightarrow \pi' \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & -8 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -8x+16-3y+6+4z-8-3z+6-8y+16-4x+8=0 \Rightarrow \boxed{\pi' \equiv -12x-11y+z+44=0}$$

3B. Dado el plano $\pi: -x+3y+2z+5=0$

Y las rectas secantes $r: \frac{x-5}{2}=y+2=1-z$ y $s: \frac{x+1}{6}=\frac{y}{-2}=z$

a) Sea A el punto de intersección de las rectas r y s. 1.5 ptos

Hallar la ecuación de la recta que es perpendicular al plano π y que pasa por A.

b) Calcular el ángulo que forman las rectas r y s. 1 pto

a) Hallamos el punto de intersección de las rectas.

$$\left.\begin{array}{l} r: \frac{x-5}{2}=y+2=1-z \\ s: \frac{x+1}{6}=\frac{y}{-2}=z \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r: \frac{x-5}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-1} \\ s: \frac{x+1}{6}=\frac{y-0}{-2}=\frac{z-0}{1} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} r: \begin{cases} x=5+2\lambda \\ y=-2+\lambda \\ z=1-\lambda \end{cases} \\ s: \begin{cases} x=-1+6\alpha \\ y=-2\alpha \\ z=\alpha \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5+2\lambda=-1+6\alpha \\ -2+\lambda=-2\alpha \\ 1-\lambda=\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5+2\lambda=-1+6(1-\lambda) \\ -2+\lambda=-2(1-\lambda) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5+2\lambda=-1+6-6\lambda \\ -2+\lambda=-2+2\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 0=-8\lambda \\ 0=\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda=0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \Rightarrow \boxed{A(5,-2,1)} \\ z=1 \end{cases}$$

La recta t perpendicular al plano π tiene como vector director el normal del plano.

$$\pi: -x+3y+2z+5=0 \Rightarrow \vec{n}=(-1,3,2)$$

$$t: \begin{cases} \vec{v}_t=\vec{n}=(-1,3,2) \\ A(5,-2,1)\in t \end{cases} \Rightarrow \boxed{t: \begin{cases} x=5-\beta \\ y=-2+3\beta \\ z=1+2\beta \end{cases}}$$

b) El ángulo entre las rectas es el ángulo entre sus vectores directores. Este ángulo lo hallamos con el uso del producto escalar.

$$\left.\begin{array}{l} r: \begin{cases} x=5+2\lambda \\ y=-2+\lambda \\ z=1-\lambda \end{cases} \\ s: \begin{cases} x=-1+6\alpha \\ y=-2\alpha \\ z=\alpha \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \vec{u}_r=(2,1,-1) \\ \vec{v}_s=(6,-2,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \cos(r,s)=\cos\left(\vec{u}_r,\vec{v}_s\right)=\frac{\vec{u}_r\cdot\vec{v}_s}{\left|\vec{u}_r\right|\cdot\left|\vec{v}_s\right|}$$

$$\cos(r,s)=\frac{(2,1,-1)(6,-2,1)}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}\sqrt{6^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{12-2-1}{\sqrt{6}\sqrt{41}}=\frac{3\sqrt{246}}{82}$$

$$\boxed{ángulo(r,s)=\arccos\left(\frac{3\sqrt{246}}{82}\right)\simeq 54^{\circ}}$$

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

4A. Con el objetivo de llevar a cabo el proceso de control de calidad de las arandelas, estas se organizan en lotes de 20 arandelas. Si la probabilidad de que una arandela sea defectuosa es de 0,01 y considerando independencia de sucesos:
a) Determinar si la probabilidad de encontrar en un lote 1 o 2 arandelas defectuosas es mayor del 20%

1.25 ptos

b) Si un lote se rechaza cuando se encuentra al menos una arandela defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de rechazar el lote? 0.75 ptos

c) ¿Cuál es el número esperado de arandelas sin defectos si el lote fuera de 200 arandelas? 0.5 ptos

a) X = Número de arandelas defectuosas en un lote de 20.

Probabilidad de que una arandela sea defectuosa = p = 0.01, q = 0.99, n = 20.

X es una variable binomial. X = B(20, 0.01)

$$P(\text{En un lote hay 1 o 2 arandelas defectuosas}) = P(X=1)+P(X=2)=$$

$$=\binom{20}{1}0.01^1\cdot 0.99^{19}+\binom{20}{2}0.01^2\cdot 0.99^{18}=$$

$$=20\cdot 0.01\cdot 0.99^{19}+\frac{20\cdot 19}{2}\cdot 0.01^2\cdot 0.99^{18}=\boxed{0.181=18.1\,\%}$$

La probabilidad es **menor** del 20 %.

b) Nos piden $P(X\geq 1)$.

$$P(X\geq 1)=1-P(X=0)=1-\binom{20}{0}0.01^0\cdot 0.99^{20}=1-0.99^{20}=\boxed{0.182}$$

La probabilidad de rechazar un lote es del 18.2 %.

c) X = Número de arandelas sin defectos en un lote de 200.

Probabilidad de que una arandela sea sin defectos = p = 0.99, q = 0.01, n = 200.

X es una variable binomial. X = B(200, 0.99)

El número esperado es la media de la distribución → Esperanza = n · p = 200 · 0.99 = 198.

Es de esperar que en un lote de 200 arandelas estén 198 sin defectos. Solo 2 serían defectuosas.

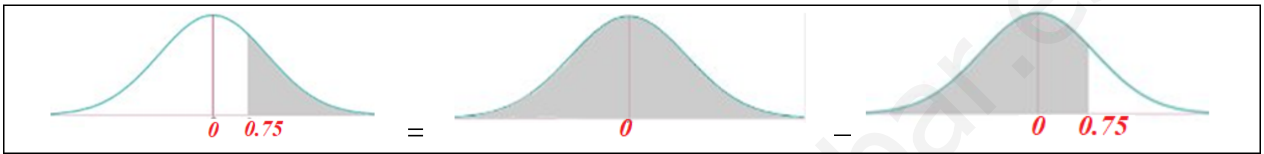
4B. Suponiendo que el tiempo de espera en la cola de Correos sigue una distribución normal de media 7,5 minutos con 2 minutos de desviación típica.
a) Hallar el porcentaje de personas que esperan más de 9 minutos. 1.25 ptos

b) Correos afirma que: “Menos del 40% de las personas que acuden a Correos esperan entre 7 y 10 minutos”. ¿Es correcta la afirmación? 1.25 ptos

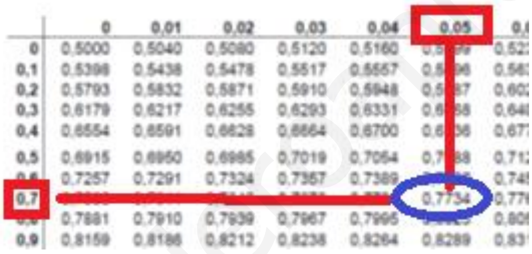
Llamamos X = El tiempo de espera en la cola de Correos (en minutos).

X = N(7.5, 2).

a) $P(X \geq 9) = \{Tipificamos\} = P\left(Z \geq \frac{9-7.5}{2}\right) = P(Z \geq 0.75) = \ldots$



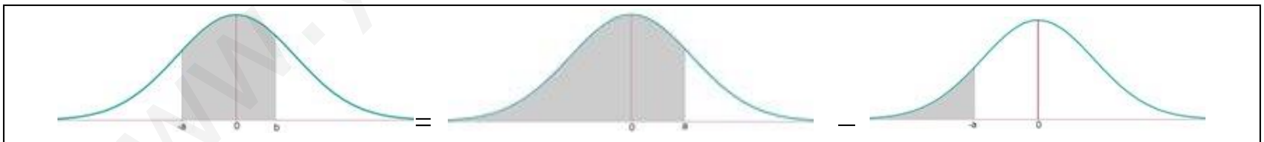
$\ldots = 1 - P(Z \leq 0.75) = \{\text{Miramos en la tabla N(0, 1)}\} = 1 - 0.7734 = \boxed{0.2266}$



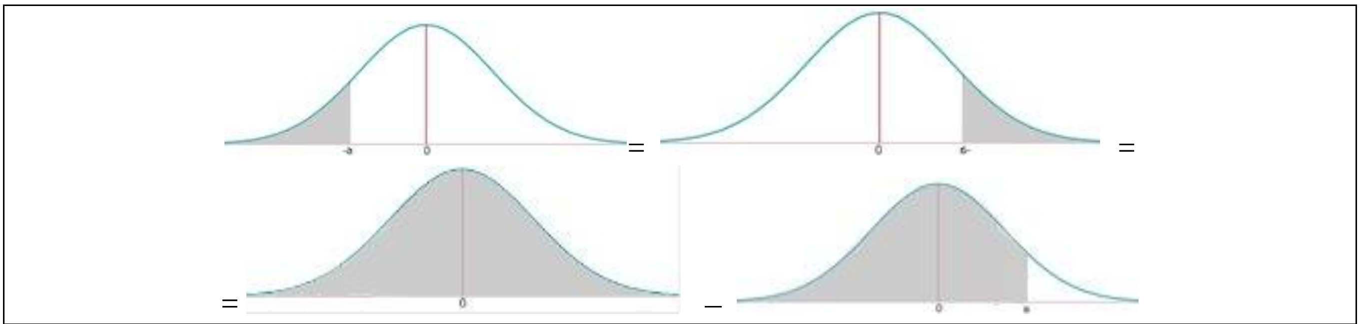
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,0[illegible]
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	[illegible]	[illegible]
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	[illegible]	[illegible]
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	[illegible]	[illegible]
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	[illegible]	[illegible]
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	[illegible]	[illegible]
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	[illegible]	[illegible]
[illegible]	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	[illegible]	[illegible]
0,7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,7734	[illegible]
[illegible]	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	[illegible]	[illegible]
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	[illegible]

b) Calculamos la probabilidad de esperar entre 7 y 10 minutos.

$$P(7 \leq X \leq 10) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{7-7.5}{2} \leq Z \leq \frac{10-7.5}{2}\right) = P(-0.25 \leq Z \leq 1.25) = \ldots$$



$\ldots = P(Z \leq 1.25) - P(Z \leq -0.25) = \ldots$



$$\ldots = P(Z \leq 1.25) - P(Z \geq 0.25) = P(Z \leq 1.25) - \left[1 - P(Z \leq 0.25)\right] =$$

$$= \left\{ \text{Miramos en la tabla N(0, 1)} \right\} = 0.8944 - \left[1 - 0.5987\right] = \boxed{0.4931 = 49.31\,\%}$$

Es falsa la afirmación pues el porcentaje de personas es de **más** del 40 %.

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,(
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	[illegible]	0,52
[illegible]	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	[illegible]	0,56
0,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,5987	0,60
[illegible]	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	[illegible]	0,64
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	[illegible]	0,67
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	[illegible]	0,71
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	[illegible]	0,74
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	[illegible]	0,77
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	[illegible]	0,80
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	[illegible]	0,83
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	[illegible]	0,85
[illegible]	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	[illegible]	0,87
1,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,8944	0,89
[illegible]	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	[illegible]	0,91
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,92