

---

---

**ÁLGEBRA**

---

---

Nombre: .....

1.– Dado el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x - 4y + 3z = 3 \end{array} \right\}$$

- a) Es un sistema de Cramer. ¿Por qué?  
b) Resuélvelo por el método de Gauss.

(2 puntos)

2.– Una escuela prepara una excursión para 400 alumnos. La empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 autocares de 50 plazas, pero solo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 80 € y el de uno pequeño, 60 €  
Calcular cuántos autocares de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

(3,5 puntos)

3.– Resolver la ecuación matricial  $AX + B = 2C$  siendo  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

(1,75 puntos)

4.– Dos hijos deciden hacer un regalo de 100 € a su madre. Como no tienen suficiente dinero, cuentan con la ayuda de su padre, decidiendo pagar el regalo de la siguiente forma: el padre paga el triple de lo que pagan los dos hijos juntos y, por cada 2 € que paga el hermano menor, el mayor paga 3 €; Cuánto dinero ha de poner cada uno?

(2 puntos)

5.– Indicar las propiedades de los determinantes que permiten escribir las siguientes igualdades:

$$\begin{vmatrix} 5 & 30 & 20 \\ 6 & 9 & 12 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 15 \begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 15 \begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

(0,75 punto)

① 
$$\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x-4y+3z=3 \end{cases}$$
 a) Hallamos  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 3 \end{vmatrix} = -3+6+8-3-12+4=0 \Rightarrow$  No es de Cramer porque la matriz de los coeficientes no es invertible

b) 
$$\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x-4y+3z=3 \end{cases} \sim \begin{cases} x+2y-z=1 \\ 3x+y=3 \\ 6x+2z=6 \end{cases} \sim \begin{cases} x+2y-z=1 \\ 3x+y=3 \\ 0=0 \end{cases}$$

$y=3-3x$

$x+2(3-3x)-z=1 \Rightarrow z=x+6-6x-1 = 5-5x$

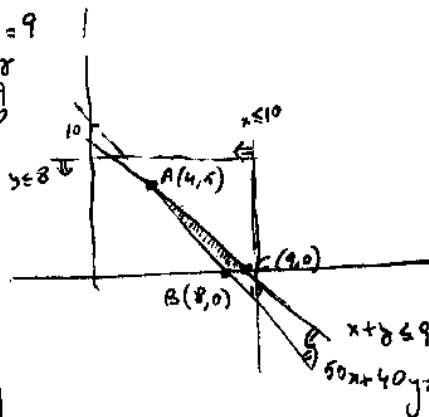
Sol  
 $x=1$   
 $y=3-3(1)=0$   
 $z=5-5(1)=0$

②  $x$ : "n" de autocares grandes que alquila  
 $y$ : "n" de autocares pequeños que alquila

Minimizar el coste  $Z=80x+60y$

Restricciones  $50x+40y \geq 400$

$50x+40y=400$   
 $x+y=9$



$x \leq 10$   
 $y \leq 8$   
 $x+y \leq 9$   
 $x, y \geq 0$

$x+y=9$   
 $50x+40y=400$

$\sim \begin{cases} -40x-40y=-360 \\ 50x+40y=400 \end{cases}$

$10x=40$   
 $x=4$   
 $y=9-4=5$

Solución

Debe alquilar 4 autocares grandes y 5 pequeños. El coste sería de 620€

Coste para cada vértice:

$A(4,5) \Rightarrow Z=80 \cdot 4+60 \cdot 5=620$   
 $B(8,0) \Rightarrow Z=80 \cdot 8=640$   
 $C(9,0) \Rightarrow Z=80 \cdot 9=720$

③  $AX+B=2C$ ,  $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C=\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 8 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Adj}A^t=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

④  $x$ : "dinero que pone el padre"  
 $y$ : "dinero que pone el hermano mayor"  
 $z$ : "dinero que pone el hermano menor"

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ x=3(y+z) \\ 2y=3z \end{cases} \sim \begin{cases} x+y+z=100 \\ x=3y+3z \\ 2y=3z \end{cases} \sim \begin{cases} x+y+z=100 \\ x-3y-3z=0 \\ 2y-3z=0 \end{cases}$$

$x+y+z=100$   
 $2x+8y=0$   
 $2x-3z=0$

$x = \frac{3}{2}z$   
 $z = \frac{2}{3}y$

$-\frac{3}{2}y + y + \frac{2}{3}y = 100 \Rightarrow -\frac{1}{6}y + \frac{2}{3}y = 100 \Rightarrow \frac{1}{2}y = 100 \Rightarrow y = 200$

$-9y+4y+9z=600$   
 $-4y=600$

$x+y+z=100$   
 $4x=300 \Rightarrow x=75$   
 $3x+5y=300 \Rightarrow 3 \cdot 75 + 5y = 300 \Rightarrow 5y = 75 \Rightarrow y = 15$

$75+15+z=100 \Rightarrow z=10$

$x=75€$   
 $y=15€$   
 $z=10€$

⑤  $\begin{vmatrix} 5 & 30 & 20 \\ 6 & 9 & 12 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 15$ ,  $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 15$ ,  $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$

Hay 2 filas iguales

La 1ª fila es múltiplo de 5 y la 2ª fila múltiplo de 3

La nueva  $F_3$  es  $F_3 + F_1$