

NOMBRE

APELLIDOS \_\_\_\_\_

GRUPO \_\_\_\_\_

1. Considerar las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcular  $A.B$ ,  $A.C$ ,  $A^t.B^t$  y  $C^t.A^t$ , siendo  $A^t$ ,  $B^t$  y  $C^t$  las traspuestas de  $A$ ,  $B$  y  $C$  respectivamente.

$$\text{Sol: } A.B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A.C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad A^t.B^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad C^t.A^t = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Razonar cuáles de las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , y  $A.B$  tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, hallar la correspondiente matriz inversa. **Sol:** Sólo tiene inversa  $A.B$  ( $A$ ,  $B$  y  $C$  no tienen inversa porque no son cuadradas)  $(A.B)^{-1} =$  ni lo escribo.

2. Considerar la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2a \\ 0 & a & 0 \\ -a & 0 & -a \end{pmatrix}$$

Donde  $a$  es distinto de cero.

a) Calcular  $A^2$ . **Sol:**  $a^2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

b) Calcular razonadamente  $A^{20}$ . **Sol:**  $a^{20}.I$

c) Calcular razonadamente  $\det(A^{19})$ . **Sol:**  $a^{57}$

3. Determinar todas las matrices  $A$  tales que  $AX = XA$ , donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

4. Hallar la matriz inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Se pide:

d) Hallar  $A^{-1}$ . **Sol:**  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

e) Hallar la matriz  $X$ , tal que:

$$A.X.A^t = B \quad \text{donde } A^t \text{ significa la matriz traspuesta de } A. \quad \text{Sol: } X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -4 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$