CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA
USC

Proba de Avaliación do Bacharelato
para o Acceso áUniversidade
XUÑO 2018

Código: 20

MATEMÁTICAS II

(Responde só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 2 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 3 puntos, exercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1.a) Dada a matriz $M = \begin{pmatrix} m & m+4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcula os valores de m para que a matriz inversa de M sexa $\frac{1}{4}M$.

b) Dadas as matrices $A = (-1 \quad 0 \quad 1)$, $B = (3 \quad 0 \quad 1)$ e $C = (4 \quad -2 \quad 0)$, calcula a matriz X que verifica: $B^t \cdot A \cdot X + C^t = X$, sendo B^t e C^tas traspostas de BeC respectivamente.

2.a) Calcula: intervalos de crecemento e decrecemento e máximos e mínimos relativos de $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

b) Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola parábola $y = x^2 - 4x$ e a recta $y = x - 4$.(Para o debuxo da parábola, indica: puntos de corte cos eixes, o vértice e concavidade ou convexidade).

3. a) Determina o valor de λ para queos puntos $A(3,0,-1)$, $B(2,2,-1)$, $C(1,-2,-5)$e$D(\lambda,6,-1)$ sexancoplanariose calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que os contén.

b) Determina a posición relativa do plano $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$e a recta r que pasa polos puntos $P(-4,4,2)$e$Q(4,8,-4)$. Se se cortan, calcula o punto de corte.

c) Calcula opunto simétrico do punto $P(-4,4,2)$ respecto do plano $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$.

4. Nas rebaixas duns grandes almacéns están mesturadas eávenda 200 bufandas da marca A, 150 da marca B e 50 da marca C. A probabilidade de que unha bufanda da marca A sexa defectuosa é 0,01; 0,02 seé da marca B e 0,04 se é da marca C. Unha persoa elixe unha bufanda ao azar

a) Calcula a probabilidade de que a bufanda elixida sexa da marca A ou defectuosa.

b) Calcula a probabilidade de que a bufanda elixida non sexa defectuosa nin da marca C.

c) Se a bufanda elixida non é defectuosa, cal é a probabilidade de que sexa da marca B?

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m, o sistema de ecuacións: $\begin{cases} 3x - 6y + mz = 0 \\ x - 2y + z = 0 \\ x + y = m \end{cases}$

b) Resólveo, se é posible, cando $m = 3$.

2. a) Calcula aeb para que a función $f(x) = \begin{cases} e^{2x} + ax + b & si\ x < 0 \\ \frac{1}{2}(x^2 + 2) & si\ x \geq 0 \end{cases}$ sexa continua ederivable en $x = 0$.

b) Calcula os vértices do rectángulo de área máxima que se pode construír, se un dos vértices éo$(0,0)$, outro está sobre o eixe X, outro sobre el eixe Yeo outro sobre a recta $2x + 3y = 8$.

c) Calcula $\int_0^3 x\sqrt{x+1}\ dx$.

3. a) Dado o plano $\pi: 2x - y - 2z - 3 = 0$, calcula o valor de a para que a recta r que pasa polos puntos $P(a,a,a)$e$Q(1,3,0)$ sexa paralela ao plano π.

b) Para $a = 1$, calcula a distancia de r a π.

c) Para $a = 1$, calcula a ecuación implícita ouxeral do plano que é perpendicular a πe contén a r.

4. a) Un exame tipo test consta de 10 preguntas, cada unha con 4 respostas das cales só unha é correcta. Se se contesta ao azar, cal é a probabilidade de contestar ben polo menos dúas preguntas?

b) A duración dun certo tipo de pilas eléctricas é unha variable que segue unha distribución normal de media 50 horas e desviación típica 5 horas. Calcula a probabilidade de que unha pila eléctrica deste tipo, elixida ao azar, dure menos de 42 horas.

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

Exercicio 1:

a) $|M| = \begin{vmatrix} m & m+4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = m - m - 4 = -4 \neq 0 \Rightarrow \exists M^{-1}$

$$M^{-1} = -\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -m-4 & m \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{m+4}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{m}{4} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{m = -1}$$

$$\frac{1}{4}\, M = \begin{pmatrix} \frac{m}{4} & \frac{m+4}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Outra forma de resolvelo:

$$M^{-1} = \frac{1}{4}M \Leftrightarrow \frac{1}{4}M \cdot M = I \Leftrightarrow M^2 = 4I \Leftrightarrow \begin{pmatrix} m^2+m+4 & m^2+5m+4 \\ m+1 & m+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

E polo tanto

$$\boxed{m = -1}$$

b) $B^t \cdot A \cdot X + C^t = X \Leftrightarrow (B^t \cdot A - I)X = -C^t$

$$B^t \cdot A - I = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$|B^t \cdot A - I| = -3 \neq 0 \Rightarrow \exists (B^t \cdot A - I)^{-1}$

$$(B^t \cdot A - I)^{-1} = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1/3 & 0 & -4/3 \end{pmatrix}$$

Entón:

$$X = -(B^t \cdot A - I)^{-1} \cdot C^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1/3 & 0 & -4/3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4/3 \end{pmatrix}}$$

Outra forma:

$$(B^t \cdot A - I)X = -C^t \Rightarrow \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} -4x + 3z = -4 \\ -y = 2 \\ -x = 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} z = -4/3 \\ y = -2 \\ x = 0 \end{Bmatrix}$$

E así: $X = \boxed{\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4/3 \end{pmatrix}}$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 2:

a) $x^2 = 0 \Leftrightarrow\ x = 0$. Polo tanto, $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x(x-1)}{x^4} = \frac{2x - x^2}{x^4} = \frac{2-x}{x^3}$$

$$f''(x) = \frac{-x^3 - 3x^2(2-x)}{x^6} = \frac{-x - 3(2-x)}{x^4} = \frac{2x-6}{x^4}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(x) = 0 \Leftrightarrow\ x = 2 \\ \\ f''(2) < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{Máximo\ relativo\ en\ x = 2}$$

Para estudar o crecemento e decrecemento, podemos facer a seguinte táboa (temos un máximo relativo en $x = 2$ e o 0 non está no dominio da función):

	$(-\infty, 0)$	$(0,2)$	$(2, \infty)$
$f'(x)$	< 0	> 0	< 0
$f(x)$	↘	↗	↘

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{c} Crecente\ en\ (0,2) \\ Decrecente\ en\ (-\infty, 0)\ e\ en\ (2, \infty) \end{array}}$$

b) Estudo da parábola:

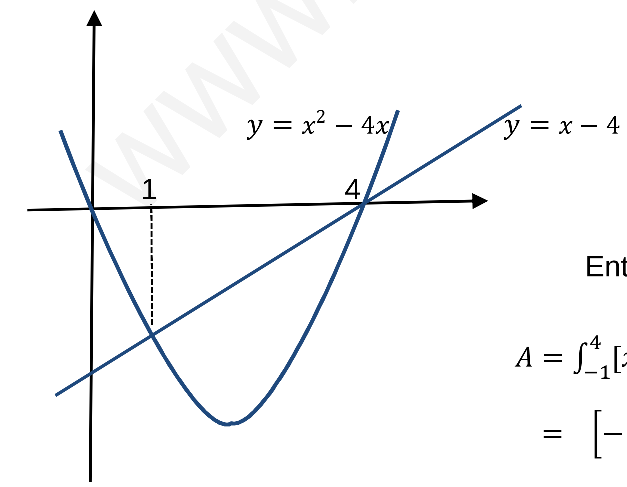
$y = x^2 - 4x = x(x-4)$ $\Rightarrow$ Puntos de corte cos eixes: $(0,0)$ e $(4,0)$

$y' = 2x - 4 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow$ Vértice: $(2, -4)$.

$y'' = 2 \Rightarrow$ Convexa.

Puntos de corte da recta e a parábola:

$$x^2 - 4x = x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow (1, -3), (4,0)$$



Entón, a área ven dada pola integral definida

$$A = \int_{-1}^{4} [x - 4 - (x^2 - 4x)]dx = \int_{-1}^{4} (-x^2 + 5x - 4)dx =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 4x\right]_1^4 = -\frac{64}{3} + 40 - 16 + \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 = \frac{9}{2}$$

$$\boxed{Área\ = \frac{9}{2}\, u^2}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 3:

a) Os vectores $\overrightarrow{AB} = (-1,2,0)$; $\overrightarrow{AC} = (-2,-2,-4)$ non son proporcionais. Polo tanto, os puntos A, B e C non están aliñados e determinan un plano π (o punto $A \in \pi$ e os vectores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ determinan π)

$$\begin{vmatrix} x-3 & y & z+1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -4 \end{vmatrix} = 0 \;\Rightarrow\; -8(x-3) - 4y + 6(z+1) = 0$$

$$\boxed{\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0}$$

Para determinar λ, impoñemos que $D \in \pi$:

$$4\lambda + 12 + 3 - 15 = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\lambda = 0}$$

Tamén poderiamos determinar λ coa condición $rang\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right) = 2$

b) O vector director da recta r e o vector normal ao plano π son:

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{PQ} = (8,4,-6) \\ \\ \overrightarrow{n_\pi} = (4,2,-3) \end{array}\right] \Rightarrow \overrightarrow{v_r} \parallel \overrightarrow{n_\pi} \Rightarrow \boxed{r\ e\ \pi\ córtanse\ (son\ perpendiculares)}$$

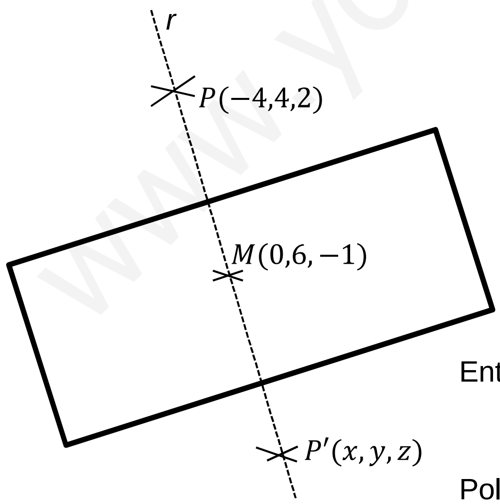
Para determinar o punto de corte da recta e o plano, consideramos as ecuacións paramétricas da recta ($P \in r, \overrightarrow{v_r}$ é un vector director) e sustituimos na ecuación do plano

$$r: \begin{cases} x = -4 + 8\lambda \\ y = \;\;4 + 4\lambda \\ z = \;\;2 - 6\lambda \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -16 + 32\lambda + 8 + 8\lambda - 6 + 18\lambda - 15 = 0 \;\Rightarrow\; \lambda = 1/2$$

Sustituindo este valor de λ nas ecuacións paramétricas, obtemos o punto de corte da recta e o plano

$$\boxed{M(0,6,-1)}$$

c)



Temos que:

M é o punto de corte de r e π
$P(-4,4,2)$ é un punto de r
r é perpendicular a π

Entón M é o punto medio de P e o seu simétrico $P'(x,y,z)$

Polo tanto:

$$\left.\begin{array}{r} 0 = \frac{x-4}{2} \\ 6 = \frac{y+4}{2} \\ -1 = \frac{z+2}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \boxed{P'(4,8,-4)}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

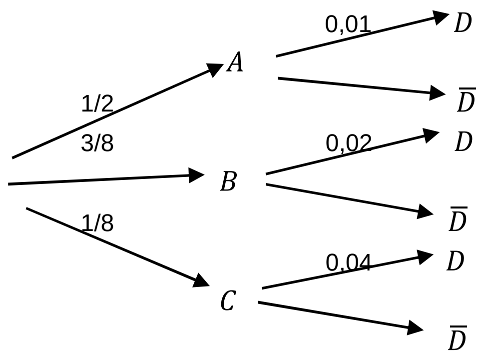
Exercicio 4:

a) Sexan:
A = "A bufanda é da marca A"
B = "A bufanda é da marca B"
C = "A bufanda é da marca C"
D = "A bufanda é defectuosa"
Entón temos:

$$P(A\,) = \frac{200}{200+150+50} = \frac{1}{2} = 0{,}5; \quad P(B\,) = \frac{150}{200+150+50} = \frac{3}{8} = 0{,}375; \quad P(C\,) = \frac{50}{200+150+50} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

$$P(D/A) = 0{,}01; \qquad P(D/B) = 0{,}02; \qquad P(D/C) = 0{,}04$$

Podemos facer o seguinte diagrama en árbore:



a) Pola fórmula da probabilidade total, podemos calcular a probabilidade de que unha bufanda, elexida ao azar, sexa defectuosa:

$$P(D) = P(D/A)\cdot P(A) + P(D/B)\cdot P(B) + P(D/C)\cdot P(C) = 0{,}01\cdot 0{,}5 + 0{,}02\cdot 0{,}375 + 0{,}04\cdot 0{,}125$$
$$= 0{,}0175$$

E a probabilidade de que unha bufanda, elexida ao azar, sexa da marca A ou defectuosa será:

$$P(A\cup D) = P(A) + P(D) - P(A\cap D) = 0{,}5 + 0{,}0175 - 0{,}5\cdot 0{,}01 = \boxed{0{,}5125}$$

b) Para calcular a probabilidade de que unha bufanda, elexida ao azar, non sexa defectuosa nin da marca C usamos as leis de Morgan

$$P(\overline{D}\cap\bar{C}) = P(\overline{D\cup C}) = 1 - P(D\cup C) = 1 - [P(D) + P(C) - P(D\cap C)$$
$$= 1 - 0{,}0175 - 0{,}125 + 0{,}04\cdot 0{,}125 = \boxed{0{,}8625}$$

c) Se sabemos que a bufanda non é defectuosa, queremos calcular a probabilidade de que sexa da marca B

$$P(B/\overline{D}) = \frac{P(B\cap\overline{D}}{P(\overline{D})} = \frac{P(B\cap\overline{D}}{1-P(D)} = \frac{0{,}98\cdot 0{,}375}{1-0{,}0175} = \boxed{0{,}374}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN B

Exercicio 1:

a) Matriz de coeficientes: $C = \begin{pmatrix} 3 & -6 & m \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; matriz ampliada: $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & m & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & m \end{pmatrix}$

Cálculo do rango de C:

$$\left.\begin{array}{l} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0 \Rightarrow rang(C) \geq 2 \\ \\ \begin{vmatrix} 3 & -6 & m \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = m - 6 + 2m - 3 = 3m - 9 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{l} rang(C) = 2 \text{ se } m = 3 \\ rang(C) = 3 \text{ se } m \neq 3 \end{array}\right.$$

Cálculo do rango da matriz ampliada (lembramos que sempre $rang(A) \geq rang(C)$):

- $m \neq 3 \Rightarrow rang(A) = 3$ (neste caso $rang(C) = 3$)
- $m = 3 \Rightarrow rang(A) = 2$ (se $m = 3$, 1ª ecuación = 3*2ª ecuación e $rang(C) = 2$)

<u>*Discusión:*</u>

$$\boxed{\begin{array}{l} m = 3 \Rightarrow rang(C) = 2 = rang(A) < nº\ incógnitas.\ Sistema\ compatible\ indeterminado. \\ m \neq 3 \Rightarrow rang(C) = 3 = rang(A) = nº\ incógnitas.\ Sistema\ compatible\ determinado. \end{array}}$$

b) Para $\boxed{m = 3}$ xa vimos que era un sistema compatible indeterminado (infinitas solucións).

Un sistema equivalente ao dado é:

$$\left.\begin{array}{l} x - 2y = -z \\ x + y = 3 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{l} 3y = z + 3 \Rightarrow y = \frac{z}{3} + 1 \\ 3x = -z + 6 \Rightarrow x = -\frac{z}{3} + 2 \end{array}\right.$$

As infinitas solucións son

$$\boxed{\begin{array}{l} x = -\dfrac{\lambda}{3} + 2 \\ y = \dfrac{\lambda}{3} + 1; \qquad \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{array}}$$

Tamén poderiamos resolver o exercicio polo método de Gauss

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -6 & m & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & m \end{array}\right) \xrightarrow{\begin{array}{l} (1^a) - 3*(2^a) \\ (2^a) \\ (3^a) - (2^a) \end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & m-3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & m \end{array}\right)$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Se $m = 3$ suprímise a primeira fila (queda unha fila de 0) e o sistema é compatible indeterminado

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y = -z \\ 3y = 3 + z \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x = -z + 2\left(1 + \frac{z}{3}\right) = 2 - z/3 \\ y = 1 + \frac{z}{3} \end{array}$$

as infinitas solucións son:

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 2 - \dfrac{\lambda}{3} \\ y = 1 + \dfrac{\lambda}{3}; \qquad \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{array}}$$

se $m \neq 3$ o sistema é compatible determinado. Para cada valor de m, temos un sistema distinto con solución única.

Exercicio 2:

a) Para que a función sexa continua en $x = 0$

$$\left.\begin{array}{r} \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(e^{2x} + ax + b) = 1 + b \\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{2}(x^2+2)\right) = 1 \\ f(0) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad 1 + b = 1 \ \Rightarrow \ b = 0$$

Por outra parte

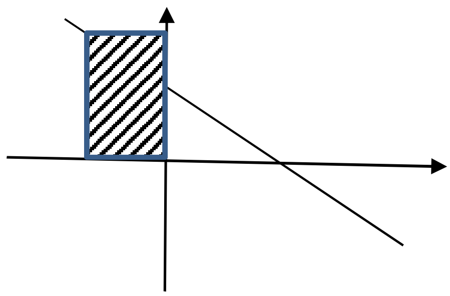
$$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = \lim_{x\to 0^-}(2e^{2x} + a) = 2 + a$$
$$\lim_{x\to 0^+} f'(x) = \lim_{x\to 0^+} x = 0$$

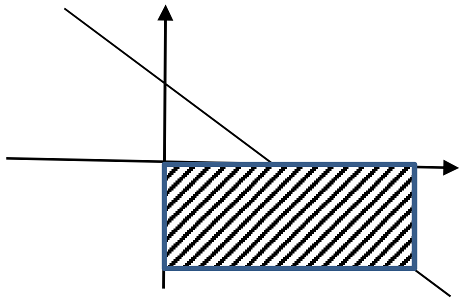
Polo tanto, para que a función sexa derivable en $x = 0$, debe cumplirse:

$$\left.\begin{array}{l} b = 0 \\ 2 + a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \boxed{a = -2;\ b = 0}$$

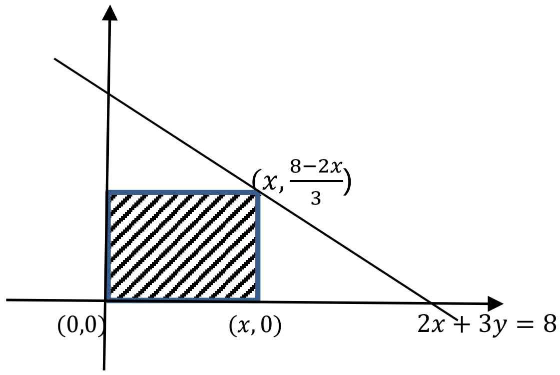
CONVOCATORIA DE XUÑO

b) A área non está acotada se o rectángulo está situado no segundo ou cuarto cuadrante





Se o rectángulo está situado no primeiro cuadrante:



Función a maximizar (área do rectángulo):

$$A(x)=\frac{x(8-2x)}{3}=\frac{8x-2x^2}{3}$$

Determinamos os puntos críticos):

$A'(x)=\frac{1}{3}(8-4x)$

$$\left.\begin{array}{l} A'(x)=0 \Leftrightarrow x=2 \\ A''(x)=-4/3 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{máximo en } x=2$$

Polo tanto:

$$\boxed{Vértices: (0,0),(2,0),(0,4/3),(2,4/3)}$$

c) Calculamos a integral indefinida utilizando o cambio de variable: $x+1=t^2$; $dx=2tdt$

$$\int x\sqrt{x+1}\,dx=\int (t^2-1)\cdot 2t^2dt=\int (2t^4-2t^2)dt=\frac{2}{5}t^5-\frac{2}{3}t^3+k=$$
$$=\frac{2}{5}(x+1)^{5/2}-\frac{2}{3}(x+1)^{3/2}+k$$

E calculamos a integral definida aplicando a regra de Barrow:

$$\int_0^3 x\sqrt{x+1dx}=\left[\frac{2}{5}(x+1)^{5/2}-\frac{2}{3}(x+1)^{3/2}\right]_0^3=\frac{64}{5}-\frac{16}{3}-\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{3}\right)=\frac{62}{5}-\frac{14}{3}=\boxed{\frac{116}{15}}$$

Tamén poderiamos calcular a integral indefinida polo método de integración por partes:

$$\int x\sqrt{x+1}\,dx=\frac{2}{3}x(x+1)^{3/2}-\int\frac{2}{3}(x+1)^{3/2}dx=\frac{2}{3}x(x+1)^{3/2}-\frac{4}{15}(x+1)^{5/2}+k$$

E aplicando a regra de Barrow:

$$\int_0^3 x\sqrt{x+1dx}=\left[\frac{2}{3}x(x+1)^{3/2}-\frac{4}{15}(x+1)^{5/2}\right]_0^3=\frac{48}{3}-\frac{128}{15}+\frac{4}{15}=\frac{240}{15}-\frac{124}{15}=\boxed{\frac{116}{15}}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 3:

a) A recta que pasa polos puntos P e Q ten como vector director:

$$\vec{v}_r = \overrightarrow{PQ} = (1-a, 3-a, -a)$$

Por outra parte, un vector normal ao plano é:

$$\vec{n}_\pi = (2,-1,-2).$$

Entón

$$r \parallel \pi \iff \vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi \iff 2(1-a)-(3-a)+2a=0 \iff 2-2a-3+a+2a=0$$

$$\boxed{a=1}$$

b) Polo apartado anterior, sabemos que se $a = 1$, a recta e o plano son paralelos, polo tanto a distancia entre a recta e o plano é igual á distancia entre un punto da recta (por exemplo P) e o plano

$$d(r,\pi) = d(P,\pi) = \frac{|2-1-2-3|}{\sqrt{4+1+4}} = \boxed{4/3\ u}$$

c) Sexa α o plano buscado. O plano α está determinado polos elementos seguintes

$P(1,1,1) \in r \Rightarrow P(1,1,1) \in \alpha$

$\vec{v}_r = (0,2,-1)$

$\vec{n}_\pi = (2,-1,-2)$

Son vectores contidos no plano α

Polo tanto:

$$0 = \begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow -5(x-1)-2(y-1)-4(z-1)=0$$

$$\Rightarrow -5x-2y-4z+11 = 0$$

$$\boxed{\alpha : 5x+2y+4z-11=0}$$

CONVOCATORIA DE XUÑO

Exercicio 4:

a) Sexa X = nº de respostas acertadas. Trátase dunha distribución binomial $B(10; 0{,}25)$, pois a probabilidade de contestar ben unha pregunta é a mesma nos dez casos: 0,25

$$
\begin{aligned}
P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \\
&= 1 - \binom{10}{0} \cdot 0{,}25^0 \cdot 0{,}75^{10} - \binom{10}{1} \cdot 0{,}25^1 \cdot 0{,}75^9 = 1 - 0{,}0563 - 0{,}1877 \\
&= \boxed{0{,}756}
\end{aligned}
$$

b) Sea X la duración, en horas, de las pilas. X sigue una distribución normal $N(50; 5)$

Tipificación $\quad \frac{X-50}{5} = Z \longrightarrow N(0,1)$

$$
\begin{aligned}
P(X < 42) &= P\left(\frac{X-50}{5} < \frac{42-50}{5}\right) = P(Z < -1{,}6) = P(Z > 1{,}6) = 1 - P(Z \leq 1{,}6) \\
&= 1 - 0{,}9452 = \boxed{0{,}0548}
\end{aligned}
$$