Selectividad Matemáticas CCSS (Murcia) 6

Año 2015

6.1. Septiembre 2015

- CUESTIÓN A1.

  Hallar x, y, z para que se verifique:

$$\begin{pmatrix} 1 & y \\ -1 & -\frac{y}{2} \\ 2 & \frac{y}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$$

selcs Sep 2015 Solución:

Operando las matrices: $\begin{pmatrix} x-2y \\ -x+y \\ 2x-y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z \\ -2z \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-2y+z \\ -x+y-2z \\ 2x-y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$

la matriz asociada es: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -8 \end{pmatrix}$

Triangulando: $\begin{matrix} 2^a + 1^a \\ 3^a + 1^a \cdot (-2) \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \; 3^a + 2^a \cdot 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & -4 & -12 \end{pmatrix}$

Volviendo a sistema: $\begin{cases} x - 2y + z = -4 \\ -y - z = -4 \\ -4z = -12 \end{cases}$ Resulta: $z = 3, \quad y = 1, \quad x = -5$

- CUESTIÓN A2.

  Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

  a) $f(x) = \dfrac{x^2}{x+2}$

  b) $g(x) = (x-1)\ln x$

  c) $h(x) = e^{2x^5-1}$

  selcs Sep 2015 Solución:

a) $f'(x) = \dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}$

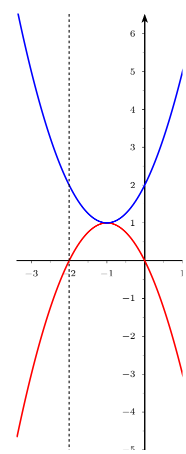
b) $g'(x) = \ln x + \dfrac{x-1}{x}$

c) $h'(x) = 10x^4.e^{2x^5-1}$

- CUESTIÓN A3.

Hallar el area del recinto acotado limitado por las curvas $f(x) = x^2+2x+2$, $g(x) = -x^2-2x$ y las rectas $x = -2$ y $x = 0$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

selcs Sep 2015 Solución:



Veamos los puntos de corte entre las dos: $\begin{cases} y = x^2+2x+2 \\ y = -x^2-2x \end{cases}$

$x^2+2x+2 = -x^2-2x;\quad 2x^2+4x+2 = 0;\quad x^2+2x+1 = 0;\quad x = 1$ doble

$S = \displaystyle\int_{-2}^{0} (f-g)\,dx = \int_{-2}^{0} (2x^2+4x+2)\,dx = \left(\frac{2\,x^3}{3} + 2\,x^2 + 2\,x\right)_{-2}^{0} = \frac{4}{3}$

- CUESTIÓN A4.

En un grupo de estudiantes, un 10 % sabe inglés y alemán, un 50 % sabe inglés pero no alemán y, entre los que saben alemán, un 40 % sabe inglés.

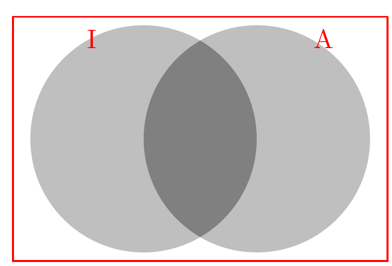
a) ¿Qué porcentaje de estudiantes sabe inglés?

b) ¿Qué porcentaje sabe alemán?

c) ¿Qué porcentaje sabe alguno de los dos idiomas?

selcs Sep 2015 Solución:

Sea: I = saber inglés; A = saber alemán. Los datos son:
$p(I \cap A) = 0'1$
$p(I \cap A^c) = 0'5$
$p(I/A) = 0'4$



a) $p(I) = p(I \cap A) + p(I \cap A^c) = 0'1 + 0'5 = 0'6$; el 60 % sabe Inglés

b) Como $p(I/A) = \dfrac{p(I \cap A)}{p(A)}$, despejando: $p(A) = \dfrac{p(I \cap A)}{p(I/A)} = \dfrac{0'1}{0'4} = 0'25$; el 25 % sabe Alemán.

c) $p(I \cup A) = p(I) + p(A) - p(I \cap A) = 0'6 + 0'25 - 0'1 = 0'75$

- CUESTIÓN A5.

De una muestra aleatoria de 600 alumnos de una universidad, 121 tienen beca. Calcular un intervalo de confianza al 90 % para la proporción de alumnos de la universidad que tienen beca.

selcs Sep 2015 Solución:

Los datos son: proporción de la muestra $\hat{p} = \dfrac{121}{600} = 0,2017, n = 600$

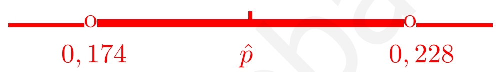
Para el nivel de confianza del 90 % corresponde el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,65$

Entonces el intervalo de confianza tiene de extremos:

$$\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0,2017 \pm 1,65 \cdot \sqrt{\frac{0,2017 \cdot 0,7983}{600}} = 0,2017 \pm 0,0270 \begin{cases} 0,1746 \\ 0,2287 \end{cases}$$

El intervalo de confianza para la proporción es $(0,1740; 0,2280)$

con probabilidad 90 % p está en:



- CUESTIÓN B1.

Se quiere elaborar una dieta con dos preparados alimenticios, A y B. Una porción de A contiene 30 mg de calcio, 10 mg de fósforo y 40 mg de magnesio, y cuesta 5 euros. Una porción de B contiene 40 mg de calcio, 30 mg de fósforo y 20 mg de magnesio, y cuesta 3 euros. La dieta debe aportar, al menos, 350 mg de calcio, 150 mg de fósforo y 300 mg de magnesio. Hallar cuántas porciones de cada preparado deben utilizarse para satisfacer estos requisitos con el mínimo coste.

selcs Sep 2015 Solución:

Sean x = número de porciones de A ; y = número de porciones de B

	Cal	Fos	Mag	coste
A	30	10	40	5
B	40	30	20	3

Planteamos la función objetivo y las relaciones de ligadura:
Función objetivo a minimizar

coste: $F = 5x + 3y$

Calcio: $30x + 40y \geq 350$

x	0	35/3
y	35/4	0

Fósforo: $10x + 30y \geq 150$

x	0	15
y	5	0

Magnesio: $40x + 20y \geq 300$

x	0	7'5
y	15	0

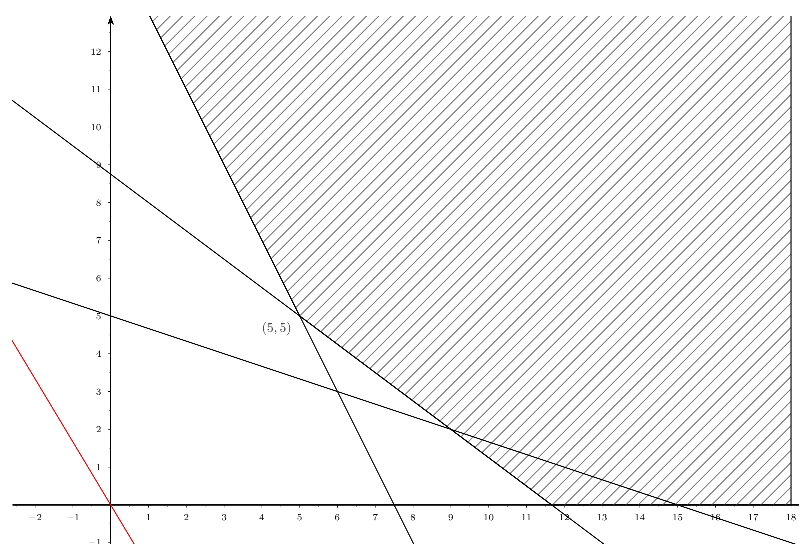
además: $x \geq 0 \quad y \geq 0$

Buscamos la paralela que pasa por un vértice y da una ordenada menor en el origen: es la que pasa por el vértice intersección de

$$\begin{cases} 30x + 40y = 350 \\ 40x + 20y = 300 \end{cases}$$

es $(5, 5)$

El mínimo sería en $F(5,5) = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 40$, por tanto



El menú que cuesta menos se hace con 5 porciones de A y 5 de B y cuesta 40 € .

- CUESTIÓN B2.

En las cuatro primeras horas de un concierto, el número de miles de asistentes después de t horas, una vez comenzado, varía según la función: $f(t) = 2t^3 - 27t^2 + 84t, \quad 0 \leq t \leq 4$.

Hallar el número máximo de asistentes al concierto en ese intervalo de tiempo.

selcs Sep 2015 Solución:

$f'(t) = 6t^2 - 54t + 84 = 0; \quad t = 7, t = 2$ Dentro del dominio queda $t = 2$, estudiamos el crecimiento:

t		2	
f'	$+$		$-$
f	$\nearrow$		$\searrow$
		MÁXIMO	

máximo de asistentes $f(2) = 76$ mil a las dos horas

- CUESTIÓN B3.

Hallar las siguientes integrales:

a) $S = \displaystyle\int_0^2 (x^3 + 2x - 1)\, dx$

a) $S = \displaystyle\int (5e^x + 3)\, dx$

selcs Sep 2015 Solución:

a) $S = \displaystyle\int_0^2 (x^3 + 2x - 1)\, dx = \left[\frac{x^4}{4} + x^2 - x\right]_0^2 = 6$

a) $S = \displaystyle\int (5e^x + 3)\, dx = 5e^x + 3x + C$

- CUESTIÓN B4.

Dados dos sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio, se sabe que $P(A) = 0'5, \quad P(B) = 0'3$ y $P(A \cup B) = 0'6$. ¿Son A y B independientes?

selcs Sep 2015 Solución:

Dos sucesos son independientes si la probabilidad de la intersección es igual al producto de las probabilidades.

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B); \quad 0'6 = 0'5 + 0'3 - p(A \cap B); \quad p(A \cap B) = 0'2$

$p(A) \cdot p(B) = 0'5 \cdot 0'3 = 0'15$

Luego son distintos por tanto los sucesos A y B no son independientes

- CUESTIÓN B5.

Antes del lanzamiento de una campaña de publicidad, el ingreso diario por las ventas en unos grandes almacenes seguía una normal de media 7500 euros y desviación típica de 1000 euros. Pasados unos meses de la introducción de la campaña, para una muestra de 40 días se obtuvo una media de ingreso diario de 8000 euros. Si el ingreso diario sigue siendo normal con la misma desviación típica, plantear un contraste para contrastar la hipótesis de que con dicha medida la situación sigue igual, frente a que ha mejorado, como parecen indicar los datos. ¿A qué conclusión se llega para un nivel de significación del 5 %?

selcs Sep 2015 Solución:

Contrastamos $H_0 : \mu = 7500$ frente a $H_1 : \mu > 7500$.
La desviación típica es $\sigma = 1000$. El tamaño muestral es $n = 40$.
El nivel de significación $\alpha = 0,05$, corresponde con $z_\alpha = 1,65$.

Entonces el intervalo de aceptación tiene de extremo:
$\bar{x} + z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 7500 + 1,65 \cdot \dfrac{1000}{\sqrt{40}} = 7500 + 260,89 = 7760,89$
El intervalo de aceptación es $(-\infty; 7760,89)$
Como $\bar{x} = 8000$ queda fuera del intervalo, se rechaza H_0

Efectivamente se llega a la conclusión de que la situación ha mejorado