MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Los ejercicios se han resuelto utilizando los métodos más habituales. No obstante, cualquier otro método debidamente razonado y justificado será admitido como válido.

OPCIÓN A

1. Una persona ha obtenido 4000 euros de beneficio el último año por invertir en dos empresas A y B. La cantidad de dinero invertida en A fue m veces lo invertido en B, y los beneficios fueron el 10 % en A y el 20 % en B.

a) **[1 punto]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean las cantidades invertidas en ambas empresas, respectivamente.

b) **[2 puntos]** ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir, ¿es siempre única? ¿Es posible que en la empresa A se haya invertido el doble que en B? En caso afirmativo, ¿cuánto se invirtió en A?

Solución:

a) Si representamos por x e y las cantidades invertidas en A y B, respectivamente, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x-my & = & 0 \\ 0{,}1x+0{,}2y & = & 4000 \end{array}\right.$$

b) La discusión de este sistema se puede hacer, por ejemplo, por uno de los dos métodos considerados a continuación.

- **Gauss**.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -m & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 4000 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -m & 0 \\ 0 & 0{,}2+0{,}1m & 4000 \end{array}\right)$$

Como $0{,}2+0{,}1m=0 \Leftrightarrow m=-2$ se tiene que:

  - Si $m=-2$, la última fila representa una ecuación que es imposible ($0x+0y=4000$), con lo que el sistema es incompatible.
  - En otro caso, el sistema es compatible y determinado.

- **Rouché-Fröbenius**. Como

$$|A| = \left|\begin{array}{cc} 1 & -m \\ 0{,}1 & 0{,}2 \end{array}\right| = 0{,}2+0{,}1m = 0 \Longleftrightarrow m=-2$$

se tiene que:

  - Para $m=-2$, como

$$\left|\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0{,}1 & 4000 \end{array}\right| = 4000 \neq 0 \Longrightarrow ran(A') = 2 \neq ran(A) = 1,$$

  por lo que el sistema es incompatible.
  - Para $m \neq -2$, el sistema es compatible y determinado, puesto que $ran(A)=2$ y por tanto $ran(A) = ran(A') =$ nº incógnitas.

Así pues, la compatibilidad de este sistema quedaría resumida en el siguiente cuadro:

$m=-2$	$S.I.$
$m\neq -2$	$S.C.D.$

Por lo tanto, el sistema tiene solución para cualquier valor de $m\neq -2$ y dicha solución es siempre única.

Si $m=2$ el sistema tiene solución, puesto que $m=2\neq -2$. La resolución del sistema, tomando como punto de partida los métodos usados anteriormente en el estudio de la compatibilidad, se haría como sigue:

- **Método de Gauss**. Continuando con lo obtenido anteriormente y teniendo en cuenta que se supone que $m=2$, se tiene que:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0{,}4 & 4000 \end{array}\right) \longrightarrow \left\{\begin{array}{rcrcl} x & - & 2y & = & 0 \\ & & 0{,}4y & = & 4000 \end{array}\right.$$

  Resolviendo este sistema escalonado:

$$\left\{\begin{array}{l} y=4000/0{,}4=10000 \\ x=2y=20000 \end{array}\right.$$

- **Método de Cramer**. Como ya vimos en el apartado anterior, $|A|=0{,}2+0{,}1m$, con lo que si $m=2$ se tiene que $|A|=0{,}4$.

  Por otro lado se tiene que

$$|A_x|=\left|\begin{array}{cc} 0 & -2 \\ 4000 & 0{,}2 \end{array}\right|=8000, \qquad |A_y|=\left|\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0{,}1 & 4000 \end{array}\right|=4000.$$

  Por tanto, la solución es:

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{8000}{0{,}4}=20000, \qquad y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{4000}{0{,}4}=10000.$$

Con lo cual se ha obtenido que se invirtieron 20000 euros en la empresa A y 10000 en la B.

---

2. Dos fuentes de energía A y B producen electricidad a la vez durante 6 horas. Si dado un instante de tiempo x en el intervalo $[0,6]$ se tiene que $f(x)=-x^2+6x+3$ representa la electricidad producida por la fuente A y $g(x)=x+9$ representa la electricidad producida por la fuente B, se pide:

a) **[1 punto]** Determinar en qué momentos están produciendo la misma cantidad de electricidad ambas fuentes. ¿A cuánto asciende la producción de electricidad de cualquiera de las dos fuentes en esos momentos?

b) **[1 punto]** Determinar en qué momentos la producción de la fuente A decrece.

c) **[1 punto]** Obtener el instante de tiempo en el que la producción conjunta de las dos fuentes es máxima.

Solución:

a) Se busca el valor de x tal que $f(x)=g(x)$, es decir, tal que $-x^2+6x+3=x+9$, o lo que es equivalente, $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)=0$. Como las soluciones de esta ecuación son $x=2$ y $x=3$ se tiene que ambas fuentes producen la misma electricidad a las 2 y 3 horas. La producción a las 2 horas de cualquiera de las dos empresas es de 11 unidades y a las 3 horas es de 12 unidades.

b) Como $f'(x) = -2x+6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ y además $f'(x) > 0$ si $x \in (0,3)$, $f'(x) < 0$ si $x \in (3,6)$, se tiene que la producción de la fuente A decrece a partir de la hora 3.

c) La producción total viene dada por $t(x) = f(x)+g(x) = (-x^2+6x+3)+(x+9) = -x^2+7x+12$. Como $t'(x) = -2x+7 = 0 \Leftrightarrow x = 3{,}5$ y $t''(x) = -2 < 0$, se tiene que la producción conjunta es máxima a las 3 horas y media.

---

3. De los estudiantes de secundaria que fueron al viaje de estudios, se determina que tres quintas partes de ellos han consumido alcohol y que un cuarto de ellos han fumado. Además se sabe que el veinte por ciento de ellos han consumido alcohol y fumado.

a) **[1 punto]** Si un estudiante elegido al azar ha fumado, ¿cuál es la probabilidad de que haya consumido alcohol?

b) **[1 punto]** Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya fumado y no haya bebido alcohol?

Solución: Si denotamos por A el suceso «el estudiante ha consumido alcohol» y por F el suceso «el estudiante ha fumado», los datos del enunciado se traducen en:

$$P(A) = 3/5 = 0{,}6$$
$$P(F) = 1/4 = 0{,}25$$
$$P(A \cap F) = 0{,}2$$

a) $P(A/F) = \frac{P(A\cap F)}{P(F)} = \frac{0{,}2}{0{,}25} = 0{,}8$.

b) $P(\overline{F} \cap \overline{A}) = P(\overline{F \cup A}) = 1 - P(F \cup A) = 1 - [P(F)+P(A)-P(A\cap F)] = 1 - [0{,}6+0{,}25-0{,}2] = 0{,}35$

---

4. a) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de turistas asiáticos en Asturias a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,05 y un nivel de confianza del 95 %?

b) **[1 punto]** En una muestra aleatoria de 800 turistas que visitan Asturias se obtuvo que solo 80 de ellos son asiáticos. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 95 %, un intervalo para estimar la proporción de turistas asiáticos en Asturias

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1:
$F(1{,}28) = 0{,}90$; $F(1{,}64) = 0{,}95$; $F(1{,}96) = 0{,}975$; $F(2{,}33) = 0{,}99$; $F(2{,}58) = 0{,}995$.)

Solución:

a) Al estimar la proporción poblacional, el mínimo tamaño que ha de tener la muestra para conseguir estas condiciones es:

$$n \geq \left(z_{\alpha/2} \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\varepsilon} \right)^2$$

donde ε representa el error de estimación, p la proporción poblacional y $z_{\alpha/2}$ el valor que cumple $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$ para una variable Z con distribución $N(0,1)$. El error de estimación viene dado por $\varepsilon \leq 0{,}05$, pero el valor de la proporción poblacional no es conocido. En ese caso, se considera el valor que maximiza la desviación típica, es decir, $p = 0{,}5$. Por otro lado, el valor $z_{\alpha/2} = 1{,}96$ teniendo en cuenta que debe cumplir que $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha = 0{,}95$ o lo que es lo mismo, $P(Z < z_{\alpha/2}) = F(z_{\alpha/2}) = 0{,}975$.

Con lo cual

$$n \geq \left(1{,}96\frac{\sqrt{0{,}5(1-0{,}5)}}{0{,}05}\right)^2 = 384{,}16$$

Así pues, el tamaño mínimo muestral con el que podemos asegurar que se cumplen las condiciones es de 385 turistas.

b) Si representamos por p la proporción poblacional de turistas asiáticos y por $\hat{p}$ la proporción de asiáticos de los $n = 800$ turistas de la muestra, se tiene que p es desconocido y $\hat{p} = 80/800 = 0{,}1$.

El intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)\cdot 100\,\%$, para una proporción poblacional en muestras grandes es:

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$$

donde $\hat{p}$ representa la proporción muestral, n el tamaño de muestra y $z_{\alpha/2}$ el valor que cumple $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$ para una variable Z con distribución $N(0,1)$.

Así pues, con los datos de este ejercicio se tiene que un intervalo de confianza para la proporción de turistas asiáticos, al 95 % de confianza, es:

$$\left(0{,}1 - 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}1(1-0{,}1)}{800}}, 0{,}1 + 1{,}96\sqrt{\frac{0{,}1(1-0{,}1)}{800}}\right) = (0{,}079, 0{,}121),$$

puesto que $\hat{p} = 0{,}1$, $n = 800$ y ya vimos que al 95 % de nivel de confianza se tiene que $z_{\alpha/2} = 1{,}96$.

Así pues, tenemos una confianza del 95 % de que el verdadero porcentaje de turistas asiáticos está entre el 7,9 % y el 12,1 %, o lo que es equivalente, la proporción está entre 0,079 y 0,121.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Los ejercicios se han resuelto utilizando los métodos más habituales. No obstante, cualquier otro método debidamente razonado y justificado será admitido como válido.

OPCIÓN B

1. Una empresa construye dos tipos de motocicletas eléctricas A y B. Cada jornada dispone de 3600 euros para la fabricación de estas motocicletas, siendo el coste de manufactura de 200 euros para la motocicleta tipo A y de 400 euros para la motocicleta tipo B. Además las condiciones de mercado exigen que el número total de motocicletas fabricadas por jornada no sea mayor de 12. Por otro lado, debido a la organización de la producción en esa empresa, cada jornada no puede fabricar más de 8 motocicletas de tipo B.

a) **[2 puntos]** ¿Cuántas motocicletas de cada tipo puede fabricar una jornada para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 4 motocicletas de tipo A y el doble de tipo B?

b) **[1 punto]** Sabiendo que el beneficio obtenido en la venta de una motocicleta de tipo A es de 200 euros y en la de tipo B es de 320 euros y suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, ¿cuántas motocicletas de cada tipo deben fabricar en una jornada para que el beneficio sea máximo? ¿y para maximizar el número de motocicletas de tipo A fabricadas?

Solución:

a) Si representamos por x e y el número de motocicletas fabricadas de tipo A y de tipo B, respectivamente, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x+4y & \leq & 36 \\ x+y & \leq & 12 \\ y & \leq & 8 \\ x,y & \geq & 0 \end{array}\right.$$

Los puntos que cumplen todas estas restricciones son todos los pares de números enteros dentro del recinto rayado en la figura 1. Los extremos de dicho recinto son los puntos $A=(0,0)$, $B=(12,0)$, $C=(6,6)$, $D=(2,8)$ y $E=(0,8)$.

No podrían fabricarse 4 unidades de motocicletas tipo A y el doble (8) de motocicletas tipo B, puesto que el punto $(4,8)$ no pertenece a la región factible $(2x+4y=2(4)+4(8)=40>36)$.

b) El beneficio obtenido es $z_1(x,y)=200x+320y$. Así, queremos maximizar la función objetivo z_1 sujeta a las restricciones anteriores. Los valores en los extremos del recinto son:

$$\begin{array}{l} z_1(A)=0 \text{ euros} \\ z_1(B)=2400 \text{ euros} \\ z_1(C)=3120 \text{ euros} \\ z_1(D)=2960 \text{ euros} \\ z_1(E)=2560 \text{ euros} \end{array}$$

por lo que el beneficio máximo se alcanza si se fabrican 6 motocicletas de cada tipo.

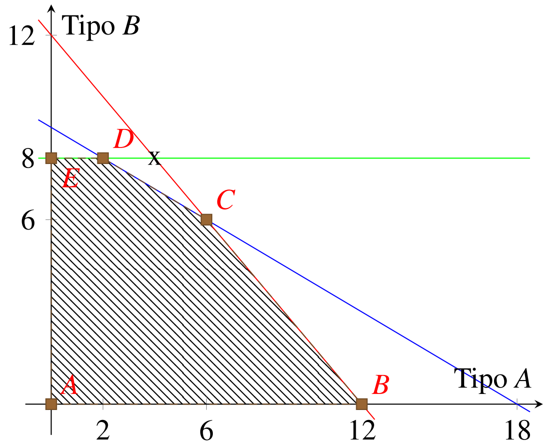

Figura 1: Región factible.

Si lo que se busca es maximizar el número de motocicletas de tipo A fabricadas, entonces la función objetivo es $z_2(x,y) = x$. Como

$$\begin{aligned} z_2(A) &= 0 \\ z_2(B) &= 12 \\ z_2(C) &= 6 \\ z_2(D) &= 2 \\ z_2(E) &= 0 \end{aligned}$$

el máximo se alcanza si se fabrican 12 motocicletas de tipo A y ninguna de tipo B.

---

2. Dada la función $f(x) = \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1$, se pide:

a) **[0,75 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(1) = 20$.

b) **[2,25 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 12$.

Solución:

a) Como $f(x) = \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1$, entonces $F(x) = 9ln(x) + \frac{18}{x} - x + C$, con lo que $F(1) = 17 + C = 20 \Leftrightarrow C = 3$ y $F(x) = 9ln(x) + \frac{18}{x} - x + 3$.

b) Como $f(x) = \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1 = \frac{9x-18-x^2}{x^2}$, el dominio de f es $\mathbb{R} - \{0\}$, puesto que el único punto donde no está definida es donde se anula el denominador, es decir, $x^2 = 0$.

Como $f(-x) = -\frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1, \forall x \in \mathbb{R}$, se tiene que $f(-x) \neq f(x)$ y $f(-x) \neq -f(x)$, con lo que f no es una función simétrica ni respecto al eje de ordenadas ni respecto al origen.

La función f no está definida en el punto $x = 0$, con lo que no corta al eje de ordenadas en ningún punto. Además como $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 9x - 18 = -(x-3)(x-6) = 0 \Leftrightarrow x = 3$ o $x = 6$, se tiene que f corta al eje de abscisas en los puntos $(3,0)$ y $(6,0)$.

En cuanto a las asíntotas verticales tenemos que

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1 = -\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1 = -\infty.$$

f tiene en $y = -1$ una asíntota horizontal tanto por la derecha como por la izquierda, puesto que

$$\lim_{x\to \infty} f(x) = \lim_{x\to \infty} \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1 = -1 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1 = -1.$$

f no tiene asíntotas oblicuas, puesto que

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{9}{x^2} - \frac{18}{x^3} - \frac{1}{x} = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to -\infty} \frac{9}{x^2} - \frac{18}{x^3} - \frac{1}{x} = 0.$$

Para estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función, vamos a comenzar calculando su primera derivada:

$$f'(x) = \frac{-9}{x^2} + \frac{36}{x^3} = \frac{-9x+36}{x^3} = 0, \Leftrightarrow -9x+36 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

Como $f'(x) < 0$ si $x \in (-\infty,0) \cup (4,\infty)$ y $f'(x) > 0$ si $x \in (0,4)$, se tiene que f crece en $(0,4)$ y decrece en $(-\infty,0) \cup (4,\infty)$.

Si calculamos la segunda derivada se tiene que $f''(x) = \frac{18}{x^3} - \frac{108}{x^4} = \frac{18x-108}{x^4}$, con lo que $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 108/18 = 6$ y como $f''(x) < 0$ si $x \in (-\infty,0) \cup (0,6)$ y $f''(x) > 0$ si $x \in (6,\infty)$, se tiene que f es siempre cóncava hacia arriba (convexa) en el intervalo $(6,\infty)$ y cóncava hacia abajo (cóncava) en $(-\infty,0) \cup (0,6)$.

De todo lo anterior se deduce que su representación gráfica es la que aparece en la figura 2.

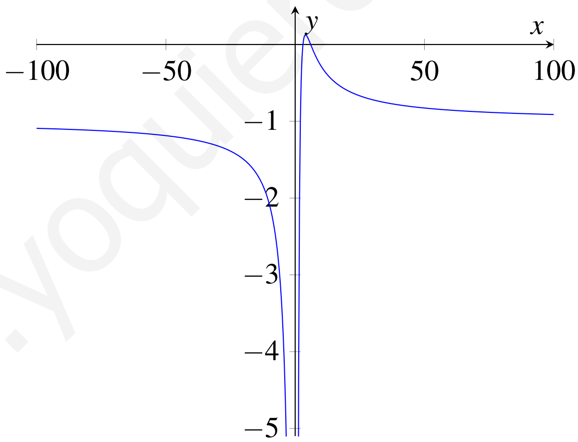

Figura 2: Representación gráfica de f.

Para obtener el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 12$, vamos a comenzar ampliando esta zona en la figura 2. Al hacer esto, obtenemos la representación de la figura 3.

El área limitada por la curva y el eje X entre $x = 1$ y $x = 12$ es igual a:

$$\left|\int_1^3 f(x)dx\right| + \left|\int_3^6 f(x)dx\right| + \left|\int_6^{12} f(x)dx\right| = |F(3)-F(1)| + |F(6)-F(3)| + |F(12)-F(6)| =$$

$$|15{,}88751 - 20| + |16{,}12584 - 15{,}88751| + |14{,}86416 - 16{,}12584| = 5{,}6125.$$

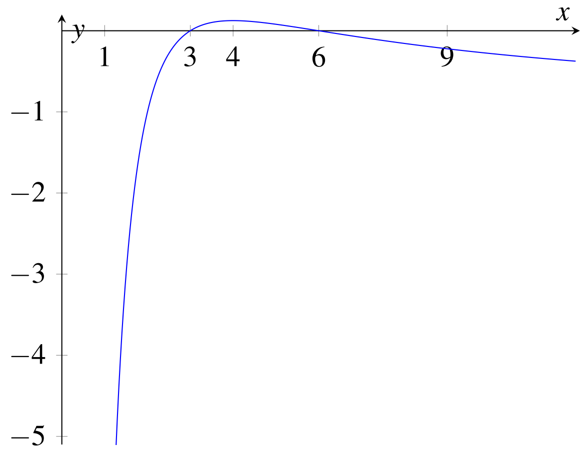

Figura 3: Representación gráfica de f entre 1 y 12.

3. En una agencia de viajes *online* se ha observado que el 80 % de los clientes compra un billete de avión, el 60 % compra un bono de hotel y el 50 % compra las dos cosas. Elegido un cliente al azar de esa agencia, se pide:

a) **[1 punto]** Calcular la probabilidad de que compre un billete de avión o un bono de hotel.

b) **[1 punto]** Calcular la probabilidad de que compre un bono de hotel si se sabe que compró un billete de avión.

Solución: Si denotamos por A el suceso «el cliente compra un billete de avión» y por H el suceso «el cliente compra un bono de hotel», los datos del enunciado se traducen en:

$$P(A) = 0{,}8$$
$$P(H) = 0{,}6$$
$$P(A \cap H) = 0{,}5$$

a) La probabilidad pedida es $P(A \cup H) = P(A) + P(H) - P(A \cap H) = 0{,}8 + 0{,}6 - 0{,}5 = 0{,}9$.

b) Si sabemos que compró un billete de avión, la probabilidad de que haya comprado un bono de hotel es

$$P(H/A) = \frac{P(A \cap H)}{P(A)} = \frac{0{,}5}{0{,}8} = 0{,}625.$$

---

4. Con el objetivo de estudiar los ingresos anuales de los ejecutivos de multinacionales, se seleccionó una muestra aleatoria de 576 ejecutivos, cuyos ingresos totales (suma de los ingresos de los 576 ejecutivos) el último año ascendieron a 28,8 millones de euros. Se supone además que los ingresos anuales de este tipo de ejecutivos sigue una distribución normal con desviación típica 3000 euros.

a) **[1 punto]** Construye un intervalo de confianza para los ingresos medios anuales de este colectivo, al 99 % de confianza.

b) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar los verdaderos ingresos medios anuales a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 500 euros y un nivel de confianza del 99 %?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1{,}28) = 0{,}90$; $F(1{,}64) = 0{,}95$; $F(1{,}96) = 0{,}975$; $F(2{,}33) = 0{,}99$; $F(2{,}58) = 0{,}995$.)

Solución: Si denotamos por X la v.a. «ingresos anuales», sabemos que dicha variable sigue una distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 3000$ euros, es decir, $X \longrightarrow N(\mu, 3000)$. Además, tenemos para dicha v.a. una muestra aleatoria de tamaño $n = 576$ para la cual se obtiene una media muestral $\bar{x} = 28800000/576 = 50000$ euros.

a) El intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)\cdot 100\,\%$, para una media poblacional de una variable aleatoria con distribución normal y desviación típica conocida es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

donde $\bar{x}$ representa la media muestral, n el tamaño de muestra, σ la desviación típica poblacional y $z_{\alpha/2}$ el valor que cumple $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$ para una variable Z con distribución $N(0,1)$.

Así pues, con los datos de este ejercicio se tiene que un intervalo de confianza para los ingresos anuales medios de la población, al 99 % de confianza es:

$$\left(50000 - 2{,}58\frac{3000}{\sqrt{576}}, 50000 + 2{,}58\frac{3000}{\sqrt{576}}\right) = (49677{,}5; 50322{,}5),$$

puesto que $\bar{x} = 50000$, $n = 576$, $\sigma = 3000$ y el valor $z_{\alpha/2} = 2{,}58$ teniendo en cuenta que debe verificar que $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha = 0{,}99$ o lo que es lo mismo, $P(Z < z_{\alpha/2}) = F(z_{\alpha/2}) = 0{,}995$.

Por lo tanto, tenemos una confianza del 99 % de que los ingresos medios anuales de los ejecutivos de multinacionales están entre 49677,5 y 50322,5 euros.

b) Una vez fijados el error máximo de estimación ε y el nivel de confianza $(1-\alpha)\cdot 100\,\%$, si se considera que la variable en estudio sigue una distribución normal con desviación típica conocida, el mínimo tamaño que ha de tener la muestra para conseguir estas condiciones es:

$$n \geq \left(z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Así pues, puesto que $\varepsilon \leq 500$ y $1-\alpha = 0{,}99$, con lo que $z_{\alpha/2} = 2{,}58$, se tiene que

$$n \geq \left(2{,}58\frac{3000}{500}\right)^2 = 239{,}63.$$

con lo que el tamaño mínimo muestral para cumplir las condiciones será de 240 ejecutivos.
